



Observatório
Nacional

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O DIPOLO GRAVITACIONAL NO UNIVERSO LOCAL

MARIA EDUARDA GOMES LOPES

RIO DE JANEIRO
2024

Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
Observatório Nacional
Programa de Pós-Graduação

Dissertação de Mestrado

O DIPOLO GRAVITACIONAL NO UNIVERSO LOCAL

por

Maria Eduarda Gomes Lopes

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-graduação em Astronomia do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Astronomia.

Orientador: Dr. Armando Bartolome Bernui
Leo

Rio de Janeiro, RJ – Brasil
Agosto de 2024

G864

Gomes Lopes, Maria Eduarda

O Dipolo Gravitacional no Universo Local [Rio de Janeiro]
2024.

xxii, 84 p. 29,7 cm: graf. il. tab.

Dissertação (mestrado) - Observatório Nacional - Rio de
Janeiro, 2024.

1. Cosmologia observacional. 2. Estrutura em larga escala
do universo. 3. Bulk flow. 4. Supernovas tipo Ia. I.
Observatório Nacional. II. Título.

CDU 000.000.000

“O DIPOLO GRAVITACIONAL NO UNIVERSO LOCAL”

MARIA EDUARDA GOMES LOPES

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ASTRONOMIA.

Aprovada por:

Dr. Armando Bartolome Bernui Leo – Observatório Nacional
(Orientador)

Dra. Arianna Cortesi – UFRJ

Dra. Cristina Furlanetto – UFRGS

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
16 DE AGOSTO DE 2024

Ad maiorem Dei gloriam!

Agradecimentos

Em primeiro lugar, enfatizo que devo o meu coração inteiro a Deus. Agradeço pelo dom da vida, especialmente por me amar tanto, por me dar a força e a coragem necessárias para seguir os meus dias e por Sua infinita misericórdia. Agradeço também àquela a quem pertencem todos os meus bens: a Santíssima Virgem Maria, que me ajuda a caminhar em direção ao Sagrado Coração de Seu Filho, meu Dulcíssimo Jesus, e a viver o meu calvário diário, para que um dia eu possa estar unida a Ele no Céu.

Aos meus pais, Izidoro e Maria Izabel, por terem me dado a vida e me criado com toda a dedicação e sacrifício, sempre se preocupando comigo. Especialmente à minha mãe, cujas lágrimas em minha partida são lembradas até hoje e que, mesmo sem entender minhas escolhas pessoais, permitiu que eu tomasse voo. Como diz o poeta, “a saudade é um verso carregado de ventania”. Aos meus irmãos Edson, Maria Edna, Evandro, Elisandro e Eduardo, pelos cuidados ao longo desses vinte e quatro anos; particularmente à Edna e ao Fábio (*in memoriam*), por terem me acolhido em sua casa durante boa parte da minha graduação, e ao Du, por todo o apoio e inspiração. E aos demais membros da minha família, por toda a generosidade oferecida e pelo amor dos meus sobrinhos.

Ao Armando, a quem devo muito e admiro igualmente, agradeço profundamente por ter aceitado me orientar, pela dedicação devota aos seus alunos, por não medir esforços e investimentos pelo aprendizado que tive ao longo do mestrado e por me preparar para o ambiente acadêmico, tantas vezes difícil. Agradeço por todas as aulas, trocas de informações interessantes sobre o mundo e as culturas, reuniões, puxões de orelha, envolvimento com o trabalho e pelas boas risadas. Por ser esse homem tão sensível às questões humanas.

Ao grupo de Cosmologia Computacional e Observacional do Observatório Nacional: Felipe Avila, Bruno Ribeiro, Camila Franco e Fernanda Araújo, por toda colaboração e ajuda que recebi de vocês. Especialmente ao Felipe, que foi um dos ombros (como disse Newton) no qual tive muito apoio! Vocês são gigantes!

Aos professores da pós-graduação, pelas aulas interessantes e por todas as contribuições de conhecimento, meu agradecimento. Agradeço também à Giane Boldrim e à Christianne Garnier pela acolhida, ajuda e disponibilidade em resolver as questões que estavam ao seu alcance, especialmente à Giane pelas conversas sobre fé que tanto me fizeram bem. Aos demais funcionários do Observatório, que sempre me trataram com tanta gentileza e cuidaram de mim, desde a guarita até a minha sala, muito obrigada por todo o carinho!

E aos meus amigos, que me fazem bem: ao Filipe Góis e ao Gabriel Calçada, por terem sido meus irmãos mais velhos. Obrigada por me acolherem e me ajudarem imensamente durante o tempo em que estivemos compartilhando o curso juntos. Ao Romualdo Eleutério, por ter me motivado a me inscrever no processo seletivo, por ter me ajudado sempre que possível e por ter acreditado em mim desde o IFPE.

Ao Patrick Prado, por dividir a labuta tão sofrida dessa jornada e por ter sido o “the electricity man” durante os pedidos de socorro doméstico. Ao Jonatan Michimani, por todo o apreço, admiração e cuidado dedicados a mim. E ao Antonis Huamani (Toninho), que, junto com Jonatan, cuidou de mim nesses últimos tempos, me “adotando”, ¡muchas gracias!

Ao Vinicius Bessa (Vini), Vinicius Sanchez, Ícaro Meiden, Raquel Silva, Verónica Loaiza, Fredi Quispe, Mariane Dias, Rodolpho Degen, Wesley Pereira e Éfren Mota, por todas as conversas, risadas e apoio mútuo ao longo dessa caminhada. E à Xiaoyun Shao, pelo carinho e por dividir apartamento comigo, thank you so much!

E aos meus amigos: Kamilla Libório, Severiano Cordeiro, Pedro Cordeiro, Sandy Maria, Vitória Tenório, Mara e Geisa, minha madrinha Valmira Araújo, Hipólito Arruda, Leonardo Silva, Janiedson Barros, Fagner Benevides e Luiz Fernando de Castro, por todo carinho e amor que vocês têm por mim, especialmente ao Felipe Almeida, por sempre me lembrar, com pequenos sermões, do valor que eu tenho e por sua doce amabilidade. Agradeço também a tantas outras pessoas que passaram por minha vida e torceram pelo meu sucesso acadêmico. E aos demais, cujos nomes não caberiam nestas duas páginas.

Agradeço também a todos os professores que me acompanharam desde a escola, especialmente aos da graduação, a quem sou profundamente grata pelas oportunidades de trabalho, que foram essenciais para que eu chegasse onde estou. Em particular, agradeço à Andrezza de Lima, ao Thiago Souto, ao Cícero Jailton e à Simony Costa, que me introduziram ao mundo da pesquisa científica e me motivaram a seguir em frente.

E a todas as pessoas que contribuíram de forma indireta à conclusão desse ciclo em minha vida.

Aos meus irmãos da Missa Tradicional, por terem me feito feliz neste último ano, por me acolherem e cuidarem de mim, e por terem sido luz aos meus olhos enevoados. Especialmente ao querido padre José Edilson, por me acolher como sua filha e por ter me ajudado tanto com seus conselhos. E sem esquecer do Mateus Feliciano, meu primeiro amigo católico fluminense, que está feliz este ano.

À banca examinadora, por todas as contribuições, cujas sugestões foram implementadas nesta versão final da dissertação.

Ao ON, por ter se tornado meu ambiente de trabalho e estudo durante esses dois anos e pelos anos que virão.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro concedido por meio de uma bolsa de pesquisa.

O DIPOLO GRAVITACIONAL NO UNIVERSO LOCAL

RESUMO

O movimento *bulk flow* no Universo Local é um fenômeno coletivo devido aos movimentos peculiares das estruturas de matéria, que, ao invés de se moverem em direções aleatórias, parecem seguir um fluxo de velocidade aproximadamente dipolar. Para o seu estudo, nós realizamos uma análise direcional que investiga, através do diagrama de Hubble-Lemaître, a dependência angular da constante de Hubble H_0 na esfera celeste em uma amostra de Supernovas Tipo Ia do catálogo Pantheon+ no Universo Local ($0.015 \leq z \leq 0.06$), considerando uma resolução angular que permite escanear uniformemente a esfera celeste com $N = 192$ calotas esféricas. Nossa análise revela uma variação dipolar estatisticamente significativa de H_0 com mais de 99.9% de nível de confiança, mostrando que as estruturas de matéria seguem um movimento de fluxo dipolar em direção a $(l, b) = (326.1^\circ \pm 11.2^\circ, 27.8^\circ \pm 11.2^\circ)$, próximo ao superaglomerado de Shapley $(l_{\text{Shapley}}, b_{\text{Shapley}}) = (311.5^\circ, 32.3^\circ)$, com velocidade de $132.14 \pm 109.3 \text{ km s}^{-1}$ calculado na distância efetiva $102.83 \pm 10.2 \text{ Mpc}$. A direção antipodal deste dipolo aponta próxima ao vazio cósmico Dipole Repeller. Nossas análises confirmam que o sistema gravitacional aproximadamente dipolar Shapley-Dipole Repeller explica bem o campo de velocidades observado do *bulk flow* no Universo Local. Neste estudo, nós realizamos vários testes de robustez que corroboram nossos resultados. Adicionalmente, obtivemos uma medida da constante de Hubble $H_0 = 70.39 \pm 1.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, valor obtido usando a aproximação de primeira ordem da lei de Hubble-Lemaître, sendo nossa metodologia independente de modelo cosmológico.

THE GRAVITATIONAL DIPOLE IN THE LOCAL UNIVERSE

ABSTRACT

The *bulk flow* motion in the Local Universe is a collective phenomenon arising from the peculiar motions of matter structures, which, instead of moving randomly, appear to exhibit an approximately dipolar velocity flow. For its study, we conducted a directional analysis investigating, through the Hubble-Lemaître diagram, the angular dependence of the Hubble constant H_0 on the celestial sphere using a sample of Type Ia Supernovae from the Pantheon+ catalog in the Local Universe ($0.015 \leq z \leq 0.06$), considering an angular resolution to scan uniformly the celestial sphere with $N = 192$ spherical caps. Our analysis reveals a statistically significant dipolar variation of H_0 with over 99.9% confidence level, showing that matter structures follow a dipolar bulk flow towards $(l, b) = (326.1^\circ \pm 11.2^\circ, 27.8^\circ \pm 11.2^\circ)$, near the Shapley supercluster $(l_{\text{Shapley}}, b_{\text{Shapley}}) = (311.5^\circ, 32.3^\circ)$, with a velocity of $132.14 \pm 109.3 \text{ km s}^{-1}$ at an effective distance of $102.83 \pm 10.2 \text{ Mpc}$. The antipodal direction of this dipole points near the cosmic void known as the Dipole Repeller. Our analyses confirm that the approximately dipolar gravitational system Shapley-Dipole Repeller effectively explains the observed velocity field of the *bulk flow* in the Local Universe. Additionally, we conducted robustness tests that support our findings. We also obtained a measurement of the Hubble constant $H_0 = 70.39 \pm 1.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, which was derived using the first-order approximation of the Hubble-Lemaître law, that is, a cosmological model-independent methodology.

Lista de Figuras

1.1	Campo de velocidades peculiares no Universo Local	2
1.2	Fluxo versus antifluxo	3
2.1	Movimento de queda livre de partículas em dois referenciais	7
2.2	Componentes do Tensor Energia-Momento	9
2.3	Exemplos de isotropia e homogeneidade	13
2.4	Homogeneidade e isotropia	14
2.5	Exemplo de foliação de um espaço-tempo	15
2.6	Possíveis curvaturas do universo	15
2.7	Evolução das densidades de energia no universo	22
2.8	Diagramas de Hubble	26
2.9	Desvio para o vermelho cosmológico	27
2.10	Distância Comóvel	30
2.11	Distância Luminosidade	32
2.12	Distância de Diâmetro Angular	34
2.13	Curvas de luz de 17 Supernovas do Tipo Ia, com magnitude aparente na banda B , no painel esquerdo e corrigidas pela distância, <i>redshift</i> e <i>stretch</i> (esticar, em português) no painel direito. Fonte: COELHO <i>et al.</i> (2014).	37
3.1	Projeção Mollweide do Pantheon+	40
3.2	Distribuição cumulativa de <i>redshift</i> do Pantheon +	40
3.3	Projeção Mollweide distribuição das SNe Ia selecionadas para nossa análise direcional	42
3.4	Histograma da frequência da amostra de 501 SNe Ia selecionadas para nossa análise direcional	42
4.1	Histogramas das velocidades peculiares e fração em porcentagens em relação às velocidades de recessão da amostra.	44
4.2	Ilustração da pixelização da esfera celeste com a abordagem da análise direcional	48
4.3	Exemplos de mapas- $H_0^{\text{Iso-48/192}}$ isotrópicos simulados	50

5.1	Projeção dos mapas- $H_0^{48/192}$	52
5.2	Espectros de potência angular dos mapas- $H_0^{48/192}$	52
5.3	Diagrama HL para as SNe Ia	56
5.4	Gráfico da comparação de medições da velocidade do <i>bulk flow</i> das nossas análises	58
5.5	Projeção mollweide das estruturas e direções caracterizando os fluxos no Universo Local	59
5.6	Histograma da distribuição de coordenadas galácticas dos mapas randomizados	60
5.7	Histogramas das componentes dipolares dos mapas randomizados	60
A.1	Mapas- H_0^{192} para diferentes intervalos de <i>redshift</i>	76
A.2	Resultados de nossas simulações de Monte Carlo realizadas para produzir mapas - $H_0^{\text{Ran-48/192}}$	78
A.3	Mapas do número de supernovas, para as análises com 48 e 192 calotas esféricas	79
A.4	Mapas- H_0 dos casos com 48 e 192 calotas para $\gamma = 65^\circ$ e $\gamma = 70^\circ$	80
A.5	Histogramas das distribuições da distância efetiva R obtidas usando simulações Monte Carlo, em unidades de Mpc, para o mapa- H_0^{48} (painel esquerdo) e mapa- H_0^{192} (painel direito).	81
A.6	Mapa- $H_0^{\Lambda\text{CDM}}$ e o seu dipolo	83

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros cosmológicos obtidos com os dados do <i>Planck</i>	25
5.1	Direção e velocidade do <i>bulk flow</i> , para análise direcional com duas resoluções angulares para escanear o céu: com 48 ($N_{\text{side}} = 2$) e 192 ($N_{\text{side}} = 4$) calotas esféricas de raio $\gamma = 60^\circ$	54
A.1	Testes de robustez para verificar os resultados de nossa análise direcional considerando calotas esféricas de tamanhos diferentes	80
A.2	Medidas de H_0 para calotas esféricas de tamanhos diferentes.	82

Lista de Símbolos

F	Fluxo radiante de uma fonte, p. 32
G	Constante universal da gravitação Newtoniana, p. 11
$H(t)$	Parâmetro de Hubble, p. 23
H_0	Constante de Hubble, p. 3, 4, 22, 25, 26, 31, 41, 43, 44, 46, 48, 53–56, 59, 61, 76, 77, 81–84
K	Curvatura gaussiana, p. 17
L	Luminosidade de uma fonte, p. 31
R	Distância efetiva, p. 54, 55
R	Escalar de Ricci, p. 11, 19
$R_{\mu\alpha\nu}^{\lambda}$	Tensor de Riemann, p. 8
$R_{\mu\nu}$	Tensor de Ricci, p. 11, 19
$T^{\alpha\beta}$	Tensor energia-momento, p. 7
$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$	Símbolo de Christoffel, p. 8
$\Omega(t)$	Parâmetro de densidade, p. 23
$\Omega_{k,0}$	Parâmetro de densidade de curvatura espacial hoje, p. 23
\mathcal{P}	Coefficiente de correlação linear de Pearson, p. 77
χ	Distância comóvel, p. 18, 31, 34
$\eta_{\mu\nu}$	Métrica de Minkowski, p. 8
γ	Raio da calota esférica, p. 47, 48
μ	Módulo de distância, p. 36, 45
∇_{β}	Derivada covariante, p. 7

ω	Parâmetro da equação de estado, p. 20, 21, 82
∂_β	Derivadas parciais , p. 7
$\rho(t)$	Densidade de massa do fluido cósmico, p. 10, 23
$a(t)$	Fator de escala, p. 14, 18, 30
b	Latitude galáctica, p. 3
c	Velocidade da luz no vácuo, p. 8
d_A	Distância de diâmetro angular, p. 34, 35
d_L	Distância de luminosidade, p. 32, 33, 35, 45
d_p	Distância própria, p. 29
ds	Elemento de linha, p. 8
dx^μ	Diferencial das coordenadas do espaço-tempo, p. 8
$g_{\mu\nu}$	Tensor métrico, p. 18
k	Parâmetro de curvatura normalizada, p. 17
l	Longitude galáctica, p. 3
m_B	Magnitude aparente na banda B, p. 45
$p(t)$	Pressão do fluido cósmico, p. 10, 20
q_0	Parâmetro de desaceleração atual, p. 23, 82
z	<i>Redshift</i> , p. 30, 32–34, 82

Lista de Abreviaturas

Λ CDM	Lambda Cold Dark Matter, p. 1, 4, 5, 21, 24, 62, 82, 83
DR	<i>Dipole Repeller</i> , p. 2, 41, 53, 57, 61
FLRW	<i>Friedmann- Lemaître-Robertson-Walker</i> , p. 5, 27, 29, 32, 34
MCP	<i>Modelo Cosmológico Padrão</i> , p. 5, 22
PC	<i>Princípio Cosmológico</i> , p. 1, 10, 12, 14, 18
PE	<i>Princípio de Equivalência</i> , p. 6, 7
RCF	<i>Radiação Cósmica de Fundo</i> , p. 24, 40, 41, 45
SNe Ia	<i>Supernovas do Tipo Ia</i> , p. 3–5, 39, 41, 43, 45–47, 61, 75, 84
TRG	<i>Teoria da Relatividade Geral</i> , p. 5–7, 9, 11–13, 18
TRR	<i>Teoria da Relatividade Restrita</i> , p. 5–8

Conteúdo

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xv
Lista de Símbolos	xvii
Lista de Abreviaturas	xix
1 Introdução	1
2 Fundamentos da Cosmologia Moderna	5
2.1 Teoria da Relatividade Geral	5
2.1.1 Princípios da TRG	6
2.1.2 A métrica do espaço-tempo	8
2.1.3 Tensor de Energia-Momento	9
2.1.4 Equações de Campo de Einstein	11
2.2 Cosmologia Relativística	12
2.2.1 O Princípio Cosmológico	12
2.2.2 A métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker	13
2.2.3 A Dinâmica do universo	18
2.2.4 Parâmetros Cosmológicos	22
2.3 A expansão do universo	24
2.3.1 Lei de Hubble-Lemaître	25
2.3.2 Desvio Cosmológico para o vermelho (<i>redshift</i>)	27
2.4 Distâncias em Cosmologia	29
2.4.1 Distância Própria (d_p)	29
2.4.2 Distância Comóvel (χ)	30
2.4.3 Distância de Luminosidade (d_L)	31
2.4.4 Distância de Diâmetro Angular (d_A)	34
2.4.5 Módulo de distância (μ)	35
2.5 Supernovas do tipo Ia em Cosmologia	36

3	Dados observacionais: O catálogo Pantheon+	39
3.1	Características gerais do catálogo	39
3.2	Seleção dos dados	41
4	Metodologia	43
4.1	Lei de Hubble-Lemaître	43
4.2	Cálculo da Distância de Luminosidade	44
4.3	Melhor Ajuste de H_0 e Incertezas associadas à D_L e δH_0	45
4.4	Os mapas- H_0	47
4.5	Simulação de mapas- H_0 estatisticamente isotrópicos	49
5	Resultados e discussões	51
5.1	Estrutura do Dipolo e Espectro de Potência Angular	51
5.2	Velocidade do <i>bulk flow</i>	54
5.3	Distância efetiva R e velocidades peculiares	54
5.4	Velocidade do <i>bulk flow</i> com SNe Ia	56
5.5	Mapas isotrópicos e análise estatística de confiança	57
6	Conclusões	61
	Bibliografia	63
A		75
A.1	Teste de consistência para outros intervalos de <i>redshift</i> z	75
A.2	Incertezas em H_0 devido ao Dipolo δH_0 : Simulações Monte Carlo	75
A.3	A correlação entre o número de supernovas e o mapa- H_0	77
A.4	Robustez para calotas esféricas de outros tamanhos	79
A.5	Teste de consistência do cálculo da Distância Efetiva	80
A.6	Medindo a constante de Hubble H_0	81
A.7	As medições de H_0 estão enviesadas?	83

Capítulo 1

Introdução

O modelo cosmológico padrão, Λ CDM plano (do inglês *Lambda Cold Dark Matter*)¹, tem como hipótese o Princípio Cosmológico (PC) que assume o universo homogêneo e isotrópico em larga escala (na Subseção 2.2.1 será discutido o PC e os conceitos de homogeneidade e isotropia estatísticas) (AVILA *et al.*, 2018; BENGALY *et al.*, 2017, 2018; BERNUI *et al.*, 2008; DIAS *et al.*, 2023; FRANCO *et al.*, 2024a; GONÇALVES *et al.*, 2021; KESTER *et al.*, 2024; KHAN e SAHA, 2022; MARINONI *et al.*, 2012; MIGKAS *et al.*, 2020). No entanto, nosso Universo Local é manifestamente inhomogêneo, com muitas estruturas de matéria, como galáxias reunidas em pequenos grupos, em aglomerados de galáxias, e também vazios cósmicos de vários tamanhos formando regiões de subdensidades ao nosso redor (AVILA *et al.*, 2019; COLES, 1996; COURTOIS *et al.*, 2013; DE LAPPARENT *et al.*, 1986; DE VAUCOULEURS, 1953; FRANCO *et al.*, 2024a; GREGORY e THOMPSON, 1978; RUBIN, 1951; TULLY e FISHER, 1987; TULLY *et al.*, 2019).

As velocidades peculiares dos objetos cósmicos são resultados dos campos gravitacionais locais, que são gerados pela distribuição de matéria em seu entorno (KAISER, 1987; PEEBLES, 1980). Essas velocidades são induzidas pela interação entre as galáxias próximas, de modo que são mais fortes que a expansão do universo, dominando assim o movimento local em relação ao fluxo de Hubble. Ademais, os movimentos peculiares são considerados um dos melhores traçadores de flutuações de densidade de matéria no universo. Assim, é natural que nós vejamos as estruturas vizinhas e a nossa própria velocidade apontar em direção à alguma concentração de massa. Então, todas as galáxias em nossa região local sentirão a mesma aceleração média e se moverão juntas como uma entidade única naquela direção, gerando um movimento denominado *bulk flow*² (PADMANABHAN, 1993).

¹Onde Λ é a constante cosmológica; matéria escura fria significa que ela não interage com fótons, interage apenas gravitacionalmente, é estável e move-se em baixas velocidades, comparadas com a velocidade da luz.

²*bulk flow* refere-se ao movimento em conjunto dos objetos cósmicos, na literatura em português pode ser encontrado traduzido como fluxo em massa.

Próximo ao Grupo Local, ao qual a nossa galáxia Via Láctea pertence, há uma região de grande subdensidade denominada *Dipole Repeller* (DR), que foi descoberta recentemente por [HOFFMAN *et al.* \(2017\)](#). Em contraste, há outra região proeminente em nossa vizinhança cósmica, o superaglomerado de *Shapley* ([RAYCHAUDHURY, 1989](#); [SCARAMELLA *et al.*, 1989](#)), que é o maior aglomerado de galáxias no Universo Local, sendo, portanto, uma região de sobredensidade. O conjunto Shapley-DR atua, aproximadamente, como um *sistema gravitacional dipolar*, produzindo um movimento de *bulk flow* no Universo Local ([HOFFMAN *et al.*, 2017](#)). Na Figura 1.1, nós podemos ver uma ilustração desse cenário: o DR age como se fosse um corpo repulsivo, causando a evacuação de matéria em seu entorno, por outro lado, o superaglomerado de Shapley atua como o atrator de matéria dominante, atraindo as estruturas de matéria. O influxo e efluxo do sistema podem ser vistos na Figura 1.2, partindo do DR e alcançando o Superaglomerado de Shapley, respectivamente. A escala graduada da barra de cores representa o módulo da velocidade — observe que, quanto mais próximo estiver da grande concentração de massa atratora, maior será a velocidade.

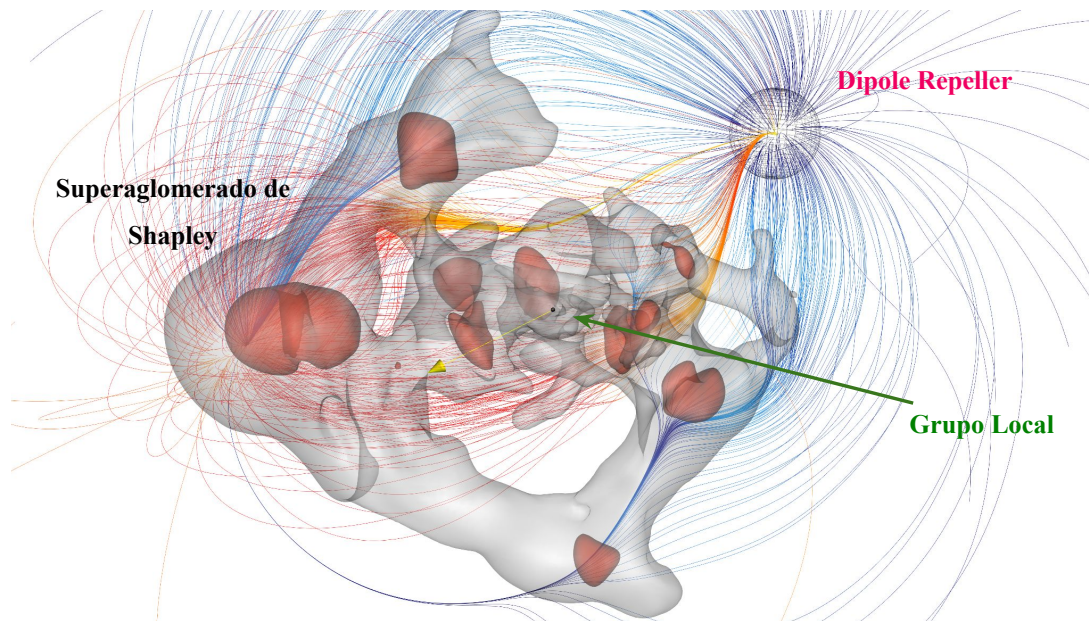


Figura 1.1: Campo de velocidades peculiares no Universo Local. No sistema Shapley-DR, vemos as linhas do campo de velocidades saindo do polo onde encontra-se o DR, que atua como se estivesse repelindo os corpos em sua vizinhança, enquanto no polo oposto as linhas de campo entram em Shapley, que por sua vez atua como atrator da matéria. As regiões em vermelho representam aglomerações conhecidas de matéria (tais como aglomerados e superaglomerados de galáxias) e em cinza as regiões dos possíveis filamentos da teia cósmica, mapeados a partir dos movimentos das galáxias. Adaptado de [HOFFMAN *et al.* \(2017\)](#).

Uma das motivações para estudar esse *sistema gravitacional dipolar* e as características do *bulk flow* induzido pelo sistema é devido aos efeitos dinâmicos produzidos em nossas galáxias próximas, como altas velocidades peculiares ([PETERSON *et al.*, 2022](#); [TULLY](#)

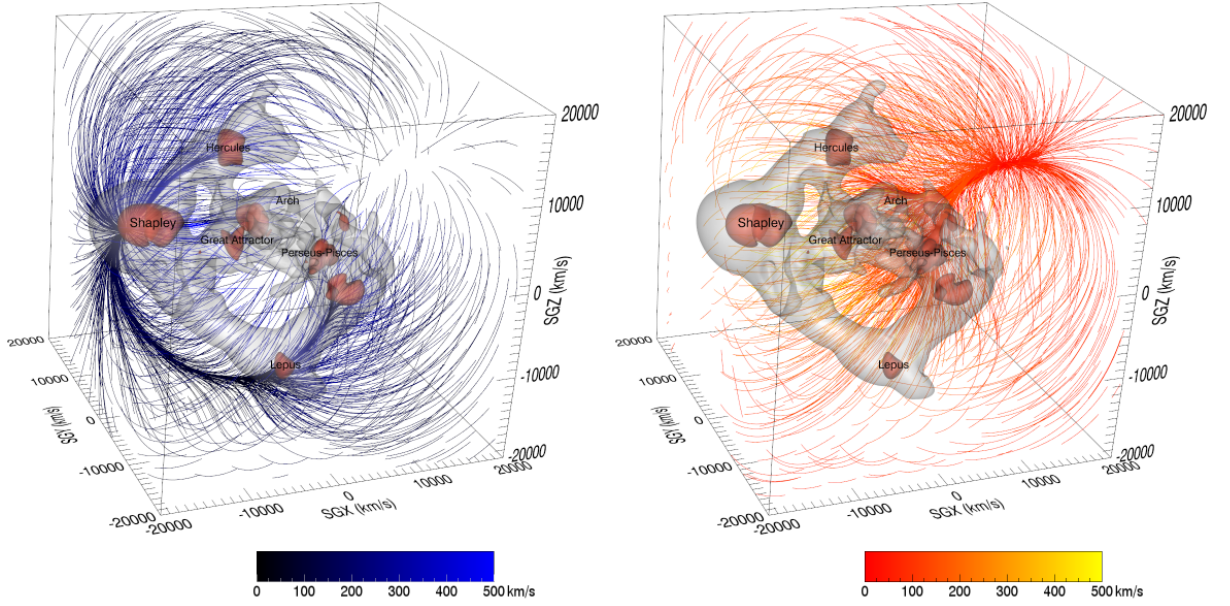


Figura 1.2: Visualização em 3D do Universo Local conhecido no Sistema de Coordenadas Supergalácticas Cartesianas (SGX, SGY, SGZ) com centro no Grupo Local. As linhas de fluxo do campo de velocidades à esquerda e do anti-fluxo à direita. As linhas de fluxo estão coloridas de acordo com o módulo da velocidade e convergem para a concentração em Shapley enquanto divergem do DR. Fonte: [HOFFMAN et al. \(2017\)](#).

[et al., 2019](#)). Este conhecimento é importante para uma melhor calibração das velas padrão e medições da constante de Hubble, H_0 , em baixos *redshifts* ([SCOLNIC et al., 2018](#)).

Medições resultantes de trabalhos anteriores na literatura já sugeriam um grande *bulk flow* ([LYNDEN-BELL et al., 1988](#); [RUBIN et al., 1976](#)) e mais recentemente, diversos estudos (veja, e.g., [HONG et al. 2014](#); [KALBOUNEH et al. 2023](#); [MC CONVILLE e Ó COLGÁIN 2023](#); [PERIVOLAROPOULOS 2023](#); [QIN et al. 2018](#); [SCRIMGEOUR et al. 2016](#); [WATKINS et al. 2023](#); [WHITFORD et al. 2023](#)) têm investigado em qual direção aponta o vetor velocidade desse *bulk flow* com vários traçadores cósmicos e diversas abordagens, onde esses estudos confirmam a natureza dipolar do *bulk flow*, mas relatam algumas diferenças no módulo da velocidade e sua direção. Por exemplo, [WATKINS et al. \(2008\)](#) utilizam dados de diferentes catálogos de velocidades peculiares, onde aplicam o método de *variância mínima* para estimar o *bulk flow*, encontrando uma velocidade de $407 \pm 81 \text{ km s}^{-1}$ na direção $l = 287^\circ \pm 9^\circ$ e $b = 8^\circ \pm 6^\circ$, a uma distância efetiva de $50 \text{ Mpc } h^{-1}$; [TURNBULL et al. \(2012\)](#) utilizam SNe Ia como sondas cosmológicas e aplicam o mesmo método, encontrando uma velocidade de *bulk flow* de $249 \pm 76 \text{ km s}^{-1}$ na direção $l = 319^\circ \pm 18^\circ$, $b = 7^\circ \pm 14^\circ$, para a mesma escala. Já [AVILA et al. \(2023\)](#) obtiveram a magnitude da velocidade do *bulk flow* calculando a variação de H_0 em hemisférios opostos na região coberta do céu pelo levantamento ALFALFA - *Arecibo Legacy Fast ALFA*, utilizando as galáxias (fontes de HI, 21 cm) do mesmo catálogo e encontrando 401.06 ± 150.55

km s⁻¹ à distância efetiva 21.91 Mpc h^{-1} . Essas medidas estão em concordância com as previsões do modelo Λ CDM em 1σ .

Neste cenário, o nosso trabalho tem como objetivo o estudo do *bulk flow* no Universo Local através de uma análise direcional precisa com os dados de Supernovas do Tipo Ia (SNe Ia) da amostra Pantheon+ (BROUT *et al.*, 2022), para a medição da velocidade e direção do *bulk flow* (LOPES *et al.*, 2024). A nossa análise se destaca em relação as outras metodologias já utilizadas na literatura devido as diferenças em muitos aspectos. Primeiro, nossa metodologia acompanha estudos anteriores procurando por direções preferidas no céu utilizando vários traçadores cosmológicos (BERNUI *et al.*, 2006, 2007; BERNUI, 2008, 2009; KESTER *et al.*, 2024; KUMAR ALURI *et al.*, 2023; MARQUES *et al.*, 2018; NOVAES *et al.*, 2016); segundo, para evitar sistematizações provenientes de diferentes observáveis, nós utilizamos apenas os dados de SNe Ia do Pantheon+, nossa escolha é um desafio devido à possibilidade de ter poucos eventos em algumas direções do céu; terceiro, nós obtemos medidas de H_0 e suas incertezas em um conjunto de N direções, que cobre toda a esfera celeste, onde realizamos o melhor ajuste com o catálogo Pantheon+ utilizando sua matriz de covariância, sem assumir hipóteses de modelos cosmológicos; e quarto, nós executamos vários testes de consistência e robustez para confirmar as nossas análises e resultados.

A organização desta dissertação é a seguinte: no Capítulo 2, apresentaremos uma revisão geral de Cosmologia moderna, em que abordaremos o modelo cosmológico padrão e as equações que governam a dinâmica do universo. No Capítulo 3, descreveremos as características gerais dos nossos dados e os critérios utilizados para seleção da subamostra do Pantheon+ para nossa análise direcional no Universo Local. Em seguida, no Capítulo 4, faremos uma descrição detalhada da nossa abordagem de análise direcional, incluindo o processo de medidas e incertezas em nossas quantidades de interesse e como os mapas isotrópicos foram gerados. Os resultados serão expostos no Capítulo 5, onde apresentaremos os mapas- H_0 , os cálculos das componentes de seus dipolos e sua significância estatística, como também o cálculo da velocidade do *bulk flow* e sua direção. Por fim, nossas considerações e conclusões finais serão discutidas no Capítulo 6. Nós discutiremos no Apêndice os nossos testes de consistência e robustez que sustentam nossas análises.

Capítulo 2

Fundamentos da Cosmologia Moderna

Neste capítulo, serão introduzidos os fundamentos teóricos que embasam os principais tópicos de Cosmologia, em particular Modelo Cosmológico Padrão (MCP), Λ CDM plano, também chamado de modelo de concordância cosmológica. Os elementos principais que constituem o MCP são a Teoria da Relatividade Geral (TRG), na qual as Equações de Einstein descrevem a dinâmica e a evolução do universo (Seção 2.1) e o Princípio Cosmológico, que assume o universo como homogêneo e isotrópico em larga escala. Na seção seguinte abordaremos a cosmologia relativística, onde considerando a TRG e o PC (Seção 2.2.1), será introduzida a métrica de Friedmann- Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) (Subseção 2.2.2), que conduz às equações de Friedmann (Subseção 2.2.3). A solução dessas equações permite o entendimento da dinâmica do espaço-tempo, permitindo-nos descrever a evolução do universo e seus constituintes. Em seguida, a partir das equações de Friedmann definiremos os parâmetros cosmológicos de base (Subseção 2.2.4). Na Seção 2.3, será apresentada a expansão do universo, em que a lei de Hubble-Lemaître descreve a relação entre a distância de galáxias e a sua velocidade de recessão e o desvio cosmológico também será abordado. As principais noções de distância em Cosmologia: distâncias Própria (Subseção 2.4.1), Comóvel (Subseção 2.4.2), de Luminosidade (Subseção 2.4.3) e de Diâmetro Angular (Subseção 2.4.4) serão abordadas, bem como a relação de Módulo de Distância para as velas padrão ou padronizáveis (Subseção 2.4.5). Por fim, introduziremos as SNe Ia, bons indicadores de distância, e explicaremos seu uso para determinação de parâmetros cosmológicos (Seção 2.5).

2.1 Teoria da Relatividade Geral

Em 1905, Einstein publicou a Teoria da Relatividade Restrita (TRR) (EINSTEIN, 1905) sob dois postulados: o princípio da relatividade e a constância da velocidade da luz. O primeiro estabelece que todos os observadores inerciais são equivalentes, ou seja, as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Vale enfatizar que estamos definindo um referencial inercial como um sistema de referência em que a Lei da

Inércia é válida (i.e., primeira lei de Newton). O segundo postulado nos diz que a luz no vácuo possui valor constante em todas as direções em todos os referenciais inerciais (D'INVERNO, 1992). Em geral, a TRR amplia a mecânica newtoniana de modo que o conceito de referencial absoluto deixa de existir, passando a adquirir o caráter relativo. Muitos conceitos foram introduzidos, como dilatação do tempo e contração de distâncias, por exemplo, e mais importante a simultaneidade de dois eventos para um observador¹. Einstein descreveu o espaço e o tempo como quantidades inseparáveis constituindo uma estrutura quadridimensional chamada de espaço-tempo.

Em relação à gravitação, nenhuma nova interpretação foi acrescentada, o que ocorreu apenas anos mais tarde quando a Teoria da Relatividade Geral (TRG) foi formulada. Assim, a TRG publicada por Einstein em 1915 (EINSTEIN, 1916), inicialmente como uma generalização da TRR, tornou-se uma teoria da gravidade, a qual possui os fundamentos matemáticos da geometria diferencial e do cálculo diferencial tensorial. A grande novidade trazida pela TRG foi a equivalência entre os referenciais acelerados e campos gravitacionais. Desse modo, Einstein estende a descrição dos fenômenos físicos para os referenciais não-inerciais, cujas principais implicações apresentaremos na Subseção 2.1.1.

Anteriormente, na teoria Newtoniana, o espaço e o tempo eram considerados entidades independentes e a gravidade era entendida como uma força de ação à distância. Para a TRG a gravidade é interpretada como uma propriedade geométrica do espaço-tempo, cujas equações de campo serão apresentadas na Subseção 2.1.4.

Todos os conceitos e quantidades que apresentaremos nas seções posteriores são importantes para a descrição do universo, visto que a TRG é a teoria de gravitação que nos fornece a descrição da geometria do espaço-tempo em larga escala, e sua dinâmica, servindo de base para a cosmologia moderna.

2.1.1 Princípios da TRG

A TRG foi construída sob o **Princípio de Equivalência** (PE) com algumas suposições fundamentais.

Consideremos um campo gravitacional arbitrário no espaço-tempo, pode-se escolher um sistema de coordenadas local de modo que dentro de uma região suficientemente pequena localizada em torno do ponto em questão, o movimento dos corpos sujeitos apenas aos efeitos gravitacionais não pode ser distinguido daqueles que estão sob ausência de gravidade (WEINBERG, 1972). Em poucas palavras, isso significa que não há como distinguir localmente um referencial acelerado de um referencial em queda livre num campo gravitacional, que implica em as leis da Física se reduzem às da TRR (veja a Figura 2.1).

¹A simultaneidade é relativa, dois observadores inerciais em movimento relativo não concordam necessariamente com a simultaneidade de dois ou mais eventos.

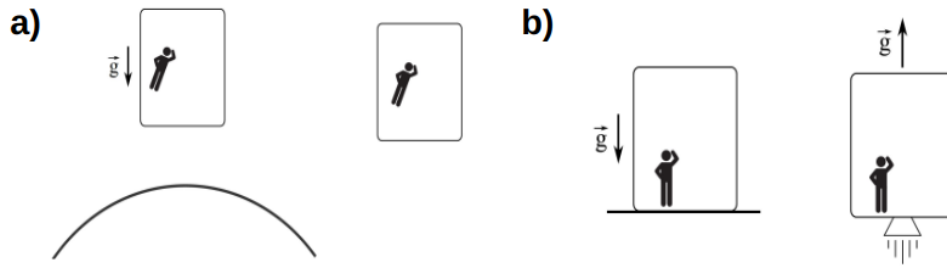


Figura 2.1: Movimento de queda livre de partículas em um referencial uniformemente acelerado (à esquerda) e em um campo gravitacional (à direita). Para regiões suficientemente pequenas do espaço-tempo não conseguimos distinguir se estamos num referencial uniformemente acelerado ou na presença de um campo gravitacional. Contudo, à medida que aumentamos a região de interesse, é possível distinguir a diferença entre um campo gravitacional e um referencial acelerado, pois num campo gravitacional surgem forças em outras direções, como o movimento em direção ao centro da Terra em pontos diferentes.

Uma das implicações do PE é o *redshift gravitacional* (POUND e SNIDER, 1965), ou seja, a propagação dos fótons é afetada por um campo gravitacional, de modo que o comprimento de onda do fóton aumenta (frequência diminui) à medida em que ele passa de uma região com campo gravitacional mais intenso para uma região com campo gravitacional menos intenso (para mais detalhes, veja o capítulo 5 de SCHUTZ 2009).

Como já vimos, todos os observadores acelerados são equivalentes. Ou seja, se as leis da física são as mesmas para esses observadores, então, as quantidades devem ser descritas através de um formalismo onde sejam invariantes por mudança de coordenadas, propriedade que chamamos de covariância geral. Assim, as leis da Física devem assumir a forma tensorial. Por fim, podemos citar o princípio de acoplamento gravitacional mínimo: para realizar a transição entre a TRR e a TRG não é necessário adicionar termos contendo explicitamente o tensor de curvatura. Um exemplo é a lei de conservação de energia dada na TRR por

$$\partial_{\beta} T^{\alpha\beta} = 0, \quad (2.1)$$

onde ∂_{β} representa as derivadas parciais e $T^{\alpha\beta}$ o tensor energia-momento, em que os índices α e β representam as coordenadas temporais e espaciais. No entanto, o resultado da derivada parcial de um tensor não é um tensor, de modo que na TRR não é necessário nos preocuparmos com o caráter tensorial das derivadas. Entretanto, na TRG o tensor energia-momento $T^{\alpha\beta}$ deve ser escrito em termos da derivada covariante, ∇_{β} , seguindo o princípio de acoplamento mínimo

$$\nabla_{\beta} T^{\alpha\beta} = 0. \quad (2.2)$$

Por fim, a partir dos fundamentos apresentados, podemos escrever as equações de campo da TRG.

2.1.2 A métrica do espaço-tempo

Diferentemente da mecânica newtoniana, na RG não há distância entre dois pontos, mas distância entre dois eventos espaço-temporais, onde um evento é caracterizado por uma componente temporal e três componentes espaciais (t, x, y, z) , em coordenadas cartesianas. A quantidade fundamental que fornece a distância física entre dois pontos vizinhos no espaço-tempo (em espaços-tempos curvos essa quantidade é infinitesimal) é a **métrica**, imprescindível para descrevermos e compreendermos a geometria do universo².

Em um espaço euclidiano tridimensional, nós calculamos a distância infinitesimal entre dois pontos através da fórmula diferencial em coordenadas cartesianas

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (2.3)$$

Em um espaço-tempo plano, nós calculamos de forma semelhante o intervalo ao longo de uma linha de mundo. Na TRR, o espaço-tempo é o de Minkowski, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$, em que a distância infinitesimal³ entre dois eventos localizados em (t, x, y, z) e $(t + dt, x + dx, y + dy, z + dz)$ é dada pelo elemento de linha ds

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.4)$$

onde ds^2 é o quadrado da distância entre dois pontos vizinhos separados por dx^μ , em que $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$ (o índice 0 corresponde à coordenada temporal enquanto os índices 1, 2, 3 às coordenadas espaciais nesse sistema de coordenadas), c é a velocidade da luz no vácuo e $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ ⁴ é denominada a **métrica de Minkowski**, o objeto que transforma distâncias coordenadas em distâncias físicas carregando as informações sobre a geometria. Estamos utilizando a convenção em que os índices repetidos são somados, conhecida como convenção de soma de Einstein (SCHUTZ, 2009).

A descrição da curvatura do espaço-tempo é feita através do tensor de Riemann, $R^\lambda_{\mu\alpha\nu}$, escrito como a combinação das derivadas e quadrados de um objeto matemático chamado de símbolo de Christoffel

$$R^\lambda_{\mu\alpha\nu} = \partial_\mu \Gamma^\lambda_{\alpha\nu} - \partial_\alpha \Gamma^\lambda_{\mu\nu} + \Gamma^\lambda_{\alpha\beta} \Gamma^\beta_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\mu\beta} \Gamma^\beta_{\alpha\nu}, \quad (2.5)$$

onde $\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$ é definido a partir da métrica e suas derivadas,

$$\Gamma^\alpha_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} g^{\alpha\rho} (\partial_\mu g_{\rho\nu} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}). \quad (2.6)$$

²Sugerimos a leitura das seguintes bibliografias para introdução ao estudo da Teoria da Relatividade Geral, manipulação de índices, etc: WEINBERG (1972), D'INVERNO (1992), CARROLL (1997), SCHUTZ (2009) e MISNER *et al.* (2018).

³Utilizamos os índices latinos (i, j, k, \dots) apenas para as componentes espaciais, enquanto os índices gregos (μ, ν, γ, \dots) para as componentes do espaço-tempo.

⁴Utilizaremos a assinatura da métrica $(-, +, +, +)$ em todas as seções seguintes.

Uma característica importante da métrica de Minkowski, equação 2.4, é ser a mesma para qualquer par de eventos do espaço-tempo. Ou seja, as componentes do tensor de Riemann são zero e a curvatura associada ao espaço-tempo de Minkowski desaparece. Portanto, trata-se de um espaço-tempo plano e vazio. Em TRG, a métrica depende da posição no espaço-tempo, $g(t, \vec{x})$, de modo que o cálculo da curvatura nesse espaço-tempo não é simples, pois, em TRG a presença de matéria e energia encurva o espaço-tempo. Então, a forma com a qual a métrica tem essa dependência com o espaço-tempo é determinada a partir da distribuição de matéria e energia no universo (BAUMANN, 2022).

2.1.3 Tensor de Energia-Momento

Em Relatividade Geral, massa e energia são equivalentes, ou seja, são ambas fontes de campos gravitacionais. Assim, seguindo a covariância geral, a distribuição contínua de matéria e energia em uma região no espaço-tempo é descrita pelo **tensor de energia-momento**, que fornece as densidades e os fluxos de energia e momento, pressão bem como o estresse anisotrópico (WALD, 1984) medidos por todos os observadores nessa região. O tensor de energia-momento é um tensor de segunda ordem e uma de suas propriedades é a simetria⁵, ou seja, $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$, contendo assim dez componentes independentes (MISNER *et al.*, 2018), que podem ser vistas na Figura 2.2.

$$T_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{01} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{02} & T_{12} & T_{22} & T_{23} \\ T_{03} & T_{13} & T_{23} & T_{33} \end{bmatrix}$$

Densidade de energia

Fluxo de energia

Cisalhamento

Densidade de Momento

Fluxo de Momento

Pressão

Figura 2.2: Componentes do tensor Energia-Momento.

Uma das distribuições mais simples que podemos descrever é de um conjunto de partículas de poeira, i.e., não interagentes. Para descrever um fluido em geral, precisamos conhecer a sua densidade de massa-energia $\rho(\vec{r}, t)$, do campo de velocidades $\vec{v}(\vec{r}, t) = v^\alpha \vec{e}_\alpha$ e da pressão isotrópica $P(\vec{r}, t)$. Então, podemos escrever diretamente o tensor energia-momento para uma grande quantidade de partículas como (D'INVERNO, 1992):

$$T^{\mu\nu} = \rho_0 u^\mu u^\nu, \quad (2.7)$$

⁵Isso implica que as leis físicas são invariantes por transformações de coordenadas.

onde u^μ é a quadrivelocidade, $u^\mu = dx^\mu(\tau)/d\tau$, em relação ao tempo próprio ⁶, i.e., aquele medido pelas partículas ao longo de suas linhas de mundo (i.e., as trajetórias que as partículas seguem no espaço-tempo), e ρ_0 a densidade de massa própria, i.e., aquela medida por um observador que move-se juntamente com o fluido. O tensor energia-momento segue a lei de conservação (MISNER *et al.*, 2018) da equação 2.2:

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0, \quad (2.8)$$

onde o operador ∇_ν é a derivada covariante. Portanto, considerando que as partículas movem-se livre de forças externas e considerando $\mu = 0$, a equação 2.8 torna-se

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.9)$$

que é conhecida como a **equação da Continuidade**.

A poeira é o tipo de conteúdo material mais simples de lidar, cujas propriedades simplificam o tensor energia-momento, compondo o conhecido fluido perfeito.

O fluido perfeito é definido como uma generalização de gás ideal, que não possui viscosidade nem cisalhamento, ou seja, não há condução de calor (SCHUTZ, 2009) e é caracterizado como aquele que evolui através do espaço-tempo, com densidade de massa $\rho(t)$ e pressão $p(t)$ isotrópicas no referencial de repouso de cada elemento do fluido (MISNER *et al.*, 2018). Em um evento no espaço-tempo onde a métrica é $g_{\mu\nu}$, podemos escrever as componentes do tensor energia-momento de forma mais geral como

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) u^\mu u^\nu + p g^{\mu\nu}, \quad (2.10)$$

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (2.11)$$

em que u_μ é a quadrivelocidade do observador comóvel ao fluido, que também obedece a lei de conservação e retorna a equação da continuidade 2.9 (BAUMANN, 2022; MISNER *et al.*, 2018; WEINBERG, 1972). As quantidades p e ρ estão relacionadas através de uma **equação de Estado** que em geral depende também da temperatura absoluta, contudo, considerando um fluido homogêneo em que a temperatura é constante em cada ponto do fluido, a equação de estado de um fluido ideal pode ser escrita como

$$p = p(\rho). \quad (2.12)$$

O conteúdo matéria-energia do universo pode ser tratado assumindo um fluido perfeito, que seja compatível com a hipótese do PC. Em larga escala, a matéria se aglomera por instabilidade gravitacional e gera estruturas (AVILA *et al.*, 2022a; BERNUI *et al.*, 2018;

⁶O tempo próprio é definido como o intervalo de tempo medido entre dois eventos ao longo de uma linha de mundo, $d\tau^2 = \gamma^{-2} dt^2$, onde $\gamma = (1 - u^2)^{1/2}$.

FRANCO e AVILA, 2024; FRANCO *et al.*, 2024b; KUMAR ALURI *et al.*, 2023; MARQUES e BERNUI, 2020; NOVAES *et al.*, 2016), onde nós podemos tratar as galáxias como as partículas que compõem o fluido. Já nas pequenas escalas, as galáxias aglomeram-se como também possuem uma estrutura interna, sendo formadas por matéria escura, gás, poeira e bilhões de estrelas com seus possíveis sistemas planetários. Mas, para simplificar os cálculos, nós ignoraremos essas considerações para utilizar a aproximação de fluido perfeito em cosmologia (MISNER *et al.*, 2018).

2.1.4 Equações de Campo de Einstein

Na teoria Newtoniana, a distribuição de matéria gera um campo gravitacional, determinado pelo potencial gravitacional, que satisfaz a equação de campo, ou seja, a **equação de Poisson** gravitacional válida para o espaço Euclidiano (FOSTER e NIGHTINGALE, 2006)

$$\nabla^2\Phi(r) = 4\pi G\rho_m(r), \quad (2.13)$$

onde $\nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2)$ é o operador Laplaciano em coordenadas cartesianas, Φ é o potencial gravitacional, um campo escalar, e ρ_m é a densidade de massa gravitacional da distribuição e G a constante universal da gravitação Newtoniana $G = 6.6738410^{-11} \text{ m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}$. No limite Newtoniano em que $v \ll c$, em um campo gravitacional fraco, as equações de campo que apresentaremos a seguir, devem reduzir-se à equação de Poisson. A TRG assume que o espaço-tempo é dinâmico, ou seja, a métrica e a curvatura do espaço-tempo são campos dinâmicos que variam conforme a distribuição de matéria-energia no universo, assim, a interação entre a geometria do espaço-tempo com seu conteúdo matéria-energia é descrita pelas equações de campo de Einstein (FOSTER e NIGHTINGALE, 2006; MISNER *et al.*, 2018; WALD, 1984; WEINBERG, 1972)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.14)$$

onde $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, $g_{\mu\nu}$ é a métrica, R o escalar de curvatura Ricci, $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento. Assim, o lado esquerdo da equação nos diz sobre as propriedades geométricas do espaço-tempo enquanto o lado direito sobre o conteúdo matéria-energia.

O tensor de Ricci é escrito em termos das derivadas e quadrados de do símbolo de Christoffel (equação 2.6),

$$R_{\mu\nu} \equiv \partial_\alpha\Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \partial_\nu\Gamma_{\mu\alpha}^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha\Gamma_{\alpha\gamma}^\gamma - \Gamma_{\mu\gamma}^\alpha\Gamma_{\nu\alpha}^\gamma. \quad (2.15)$$

O escalar de Ricci, R , é definido tomando o traço de $R_{\mu\nu}$. Uma vez obtidas as componentes covariantes do tensor de Ricci, obtemos o escalar de curvatura

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}, \quad (2.16)$$

onde $g^{\mu\nu}$ representa as componentes do tensor métrico contravariante. A definição dessas quantidades é importante para que possamos resolver as equações de Einstein e obter as equações dinâmicas para o universo que serão apresentadas na Subseção 2.2.3.

2.2 Cosmologia Relativística

Um modelo cosmológico de um universo baseia-se em uma teoria de gravitação e como os constituintes estão distribuídos, levando em consideração quais são os observáveis que podemos medir. Assim, a cosmologia moderna tem como base a TRG como teoria métrica de gravitação, apresentada na Seção 2.1, e o PC que será apresentado na Seção seguinte 2.2.1. As equações de movimento, os parâmetros cosmológicos, as noções de distância em cosmologia e as supernovas como indicadores de distância serão apresentados em sequência.

2.2.1 O Princípio Cosmológico

O Princípio Cosmológico (PC) é a hipótese de que o universo é espacialmente *homogêneo* e *isotrópico* estatisticamente, isto é, analisando muitas regiões do universo e tomando médias das quantidades observáveis (D'INVERNO, 1992; RYDEN, 2003; SCHUTZ, 2009; WEINBERG, 1972). Afirmar que o universo é *isotrópico* significa que não há direções preferenciais, o universo parece o mesmo ao longo de qualquer direção. Dizer que o universo é *homogêneo* significa que não existem locais preferenciais no universo (RYDEN, 2003), ou seja, quando mudamos de posição no espaço, as características do Universo continuam as mesmas. Assim, a dinâmica do universo deve ser a mesma em qualquer local em um determinado instante.

Vale mencionar que essas propriedades são independentes. Um espaço homogêneo não é necessariamente isotrópico. Você pode estar sobre algum ponto em um determinado plano infinito coberto por linhas e parecer o mesmo, veja por exemplo a Figura 2.3(a), mas as linhas verticais possuem essa direção privilegiada. Em contraste, podemos ter uma folha de papel impressa com um alvo em que o entorno do centro é isotrópico, Figura 2.3(b), mas, quanto mais distante do centro, os anéis parecem diferentes em relação àqueles mais próximos do centro, sendo assim inhomogêneo. E por fim, na Figura 2.3(c) temos uma textura homogênea e isotrópica, que é a mesma em todos os lugares e em todas as direções (RYDEN, 2003). E há sistemas físicos que são inhomogêneos e anisotrópicos, que variam suas características ponto a ponto e em todas as direções.

As propriedades de homogeneidade e isotropia são válidas para grandes escalas. Em pequenas escalas, como em nossa vizinhança solar, percebemos o Sol, planetas e corpos menores; e em nossa vizinhança galáctica, estruturas como estrelas, galáxias, aglomerados, superaglomerados e vazios cósmicos, ou seja, localmente o universo é anisotrópico (CO-

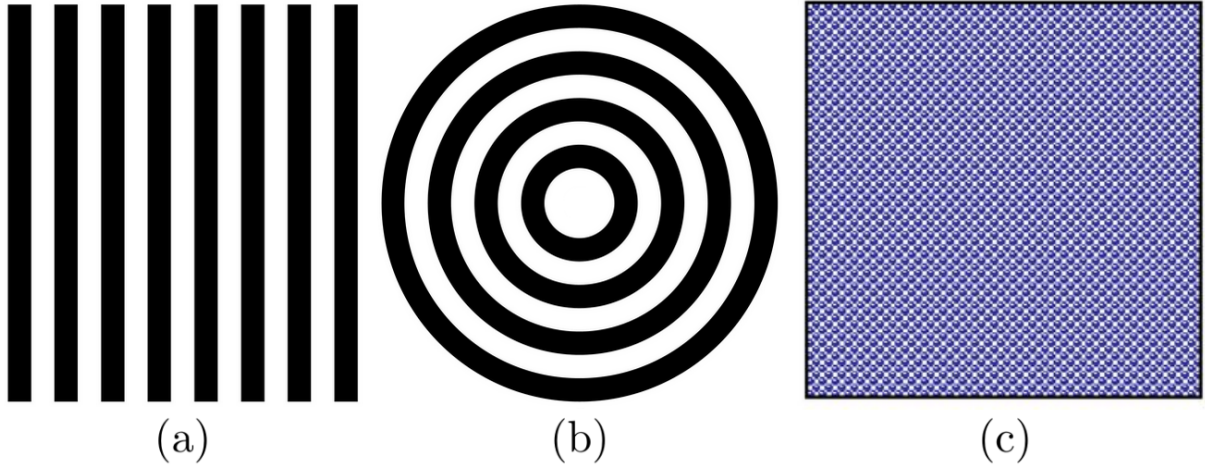


Figura 2.3: Em (a) temos um plano homogêneo em grandes escalas, mas anisotrópico. Em (b) vemos um plano isotrópico na origem, mas inhomogêneo. Por fim, em (c) temos um plano que é homogêneo e isotrópico. Figura adaptada de RYDEN (2003).

LES, 1996; COURTOIS *et al.*, 2013; TULLY e FISHER, 1987; TULLY *et al.*, 2019). Mas, à medida que aumentamos a escala, $\simeq 70 \text{ Mpc } h^{-1}$ (DIAS *et al.*, 2023; SCRIMGEOUR *et al.*, 2012), o universo torna-se estatisticamente homogêneo e isotrópico. Portanto, homogeneidade e isotropia implicam que algumas grandezas, cujos valores médios obtidos em regiões suficientemente grandes, devem ser características do universo com um todo.

O PC leva a um modelo de base que possui uma forma única da geometria do espaço-tempo, conhecida como modelo cosmológico de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker. Apresentaremos este modelo na Seção 2.2.2, no qual as equações de campo de Einstein determinam sua dinâmica.

2.2.2 A métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

Agora, vamos formalizar os conceitos de homogeneidade e isotropia apresentadas na seção anterior no contexto da TRG.

Nós podemos definir a **homogeneidade** espacial de um espaço-tempo da seguinte forma: existe uma família de hipersuperfícies tipo-espaço, Σ_t , foliando o espaço-tempo, de modo que dado dois pontos quaisquer $p, q \in \Sigma_t$ para cada instante de tempo t , existe uma isometria, i.e., uma simetria de translação que leva p em q . E um espaço-tempo é espacialmente **isotrópico** a cada ponto se existe uma congruência de curvas do tipo-tempo (i.e., observadores) com vetores tangentes u^a que preenchem o espaço-tempo e que satisfaz o seguinte: dados dois vetores espaciais s_1^a e s_2^a ortogonais a u^a em um ponto p qualquer, então, existe uma simetria de rotação tal que p e u^a permanecem fixos e que leva s_1^a em s_2^a (rotacionando) (WALD, 1984). Ambas as propriedades podem ser visualizadas na Figura 2.4.

Para continuarmos a descrever o universo, é importante introduzir o conceito de ob-

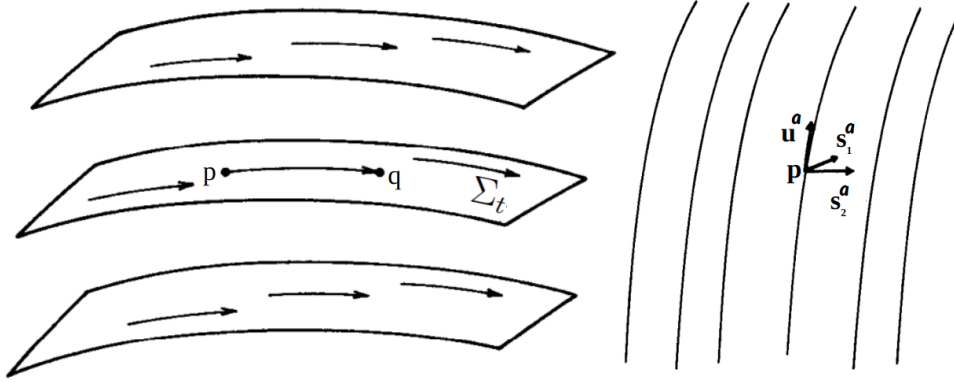


Figura 2.4: À esquerda: hipersuperfícies espaciais homogêneas. À direita: linhas de mundo de observadores isotrópicos no espaço-tempo. Adaptada de WALD (1984).

servadores fundamentais (OF) - observadores que movem-se junto ao fluido cosmológico associado ao movimento de todas as galáxias no universo (HOBSON *et al.*, 2006). O postulado de Weyl diz que as partículas fundamentais no fluido localizam-se no espaço-tempo ao longo de uma congruência de geodésicas tipo-tempo que se afastam de um ponto no passado finito ou infinito (D'INVERNO, 1992), assim, as linhas de universo tipo-tempo dos observadores fundamentais não se intersectam, como ilustramos na Figura 2.5, em que elas atravessam hipersuperfícies tipo-espaço.

Assumindo o PC, a curvatura deve ser constante no subespaço tridimensional de coordenadas espaciais. Esses espaços são chamados de *espaços maximamente simétricos*⁷. A homogeneidade e isotropia espacial no universo podem ser representadas por um foliamento do espaço-tempo, dado por uma sequência temporal de fatias tridimensionais do espaço (veja a Figura 2.5) Σ_t , com $t = \text{constante}$, em que cada fatia espacial é homogênea e isotrópica. O elemento de linha quadrimensional mais geral, considerando a evolução temporal do espaço, que satisfaz o PC pode ser escrito como

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) dl^2, \quad (2.17)$$

onde $a(t)$ é o fator de escala, a quantidade que descreve a expansão ou contração de distâncias num dado espaço e dl é o elemento de linha de Σ_t , definido como

$$dl^2 \equiv \gamma_{ij} dx^i dx^j. \quad (2.18)$$

As coordenadas $x^i \equiv x^1, x^2, x^3$ são chamadas de **coordenadas comóveis**. Na Subseção 2.4.2, nós definiremos a distância comóvel, mas vale mencionar que a motivação é utilizar esse sistema de coordenada no qual x^i é a posição de cada observador isotrópico.

⁷Um espaço-tempo maximamente simétrico é uma solução no vácuo das Equações de Campo, que possui o escalar de Ricci constante, ou seja, a geometria do espaço-tempo é uniforme e a mesma em todas as regiões.

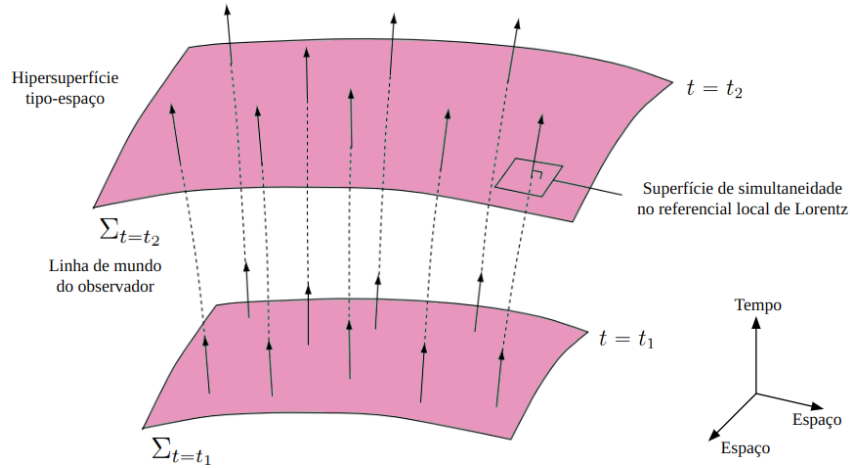


Figura 2.5: Exemplo de um espaço-tempo foliado, isto é, dividido em fatias tridimensionais (com uma dimensão suprimida), em hipersuperfícies tipo-espaço; que define um referencial local de Lorentz, de modo que a trajetória no espaço-tempo de qualquer observador fundamental é ortogonal a qualquer superfície desse tipo e a coordenada temporal é a mesma para todos (galáxias). Adaptada de [HOBSON *et al.* \(2006\)](#).

Há três geometrias possíveis que satisfazem a hipótese de que o universo possui a seção espacial homogênea e isotrópica: uma curvatura euclidiana, esférica ou hiperbólica, como podem ser visualizadas na Figura 2.6, onde ilustramos os casos bidimensionais.

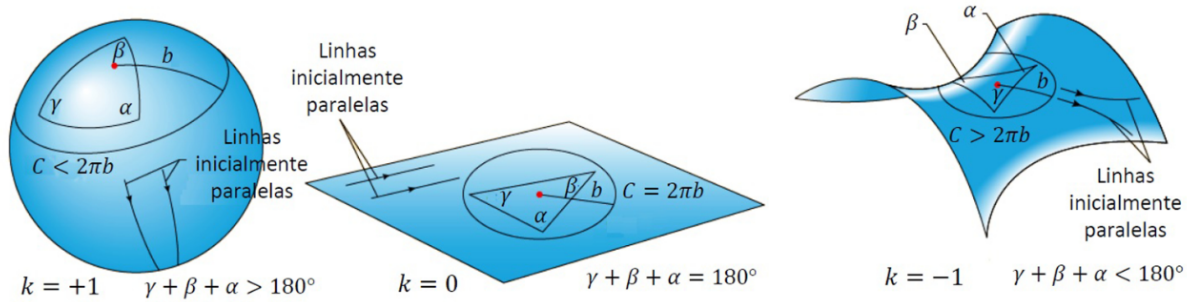


Figura 2.6: Hipersuperfícies espaciais com curvaturas euclidiana ($k = 0$), esférica ($k = +1$) e hiperbólica ($k = -1$) para o caso bidimensional em analogia às hipersuperfícies tridimensionais. Um triângulo construído com geodésicas sobre a superfície para cada caso possui a soma dos ângulos internos ($\gamma + \beta + \alpha$) diferentes, assim como o comprimento de um círculo de raio b . Fonte: [SILVA \(2018\)](#).

Espaço plano: é o espaço Euclidiano tridimensional, E^3 , no qual linhas inicialmente paralelas continuam paralelas, i.e., não se intersectam⁸, cujo elemento de linha em coordenadas cartesianas é

$$d\ell^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (2.19)$$

⁸Este é o 5º postulado de Euclides ([BARBOSA, 2007](#)).

que possui simetria sob translações $x^i \mapsto x^i + a^i$ e rotações espaciais $x^i \mapsto R_k^i x^k$, com $\delta_{ij} R_k^i R_l^j = \delta_{kl}$, realizadas no sistema de coordenadas utilizado (BAUMANN, 2022). Nós podemos escrever a métrica em outro sistema de coordenadas, como por exemplo em coordenadas esféricas. Com esse propósito, vamos utilizar as relações

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta, \quad (2.20)$$

com $r \in [0, \infty)$, $\theta \in [0, \pi]$ e $\phi \in [0, 2\pi]$. Para computar a métrica nesse sistema de coordenadas, podemos utilizar a regra de diferenciação de Leibniz, que nos dá

$$dx = \sin \theta \cos \phi dr + r \cos \theta \cos \phi d\theta - r \sin \theta \sin \phi d\phi, \quad (2.21a)$$

$$dy = \sin \theta \sin \phi dr + r \cos \theta \sin \phi d\theta + r \sin \theta \cos \phi d\phi, \quad (2.21b)$$

$$dz = \cos \theta dr - r \sin \theta d\theta. \quad (2.21c)$$

Substituindo as relações 2.21 na métrica 2.19, nós obtemos a métrica plana em coordenadas esféricas

$$d\ell^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2.22)$$

Espaço esférico: Nesta geometria, o 3-espaço é uma 3-esfera, S^3 , que analisaremos quando inserida em um espaço euclidiano quadrimensional E^4 , em que o espaço tridimensional possui curvatura constante positiva e as linhas inicialmente paralelas intersectam-se em algum local. O elemento de linha da 3-esfera em coordenadas cartesianas é

$$d\ell^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dw^2. \quad (2.23)$$

A homogeneidade e isotropia também estão presentes na 3-esfera oriundas da simetria do elemento de linha sob rotações quadrimensionais. A equação da esfera é $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = R_0^2$, onde R_0 é o raio da esfera. Para continuarmos escrevendo a métrica em coordenadas esféricas, precisamos eliminar w usando a relação $w^2 = R_0^2 - r^2$, em que o raio circunferencial é definido como $r^2 \equiv x^2 + y^2 + z^2$. Assim, qualquer ponto na esfera S^3 é descrito pelas coordenadas com $r \in [0, \infty)$, $R_0 \in [0, \pi]$, $\theta \in [0, \pi]$ e $\phi \in [0, 2\pi]$.

Nós podemos escrever

$$w^2 = R_0^2 - r^2 \rightarrow dw = -\frac{r dr}{\sqrt{R_0^2 - r^2}}, \quad (2.24)$$

então, substituindo a expressão acima na métrica 2.23 e utilizando as derivadas 2.21

$$d\ell^2 = \frac{R_0^2}{R_0^2 - r^2} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (2.25)$$

multiplicando o primeiro termo à direita por $(1/R_0^2)/(1/R_0^2)$, obtemos

$$d\ell^2 = \frac{dr^2}{1 - r^2/R_0^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2.26)$$

Espaço hiperbólico: Nesta geometria, o espaço com curvatura constante e negativa, em que linhas paralelas divergem, corresponde ao 3-espaço hiperbólico, H^3 , inserido também em um espaço euclidiano quadridimensional E^4 , tem elemento de linha em coordenadas cartesianas

$$d\ell^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dw^2. \quad (2.27)$$

Nesse caso, homogeneidade e isotropia surgem da simetria do elemento de linha sob pseudo-rotações quadridimensionais. Semelhante ao caso anterior, pode ser definido como uma incorporação em E^4 através da equação $x^2 + y^2 + z^2 - w^2 = -R_0^2$. Utilizando as coordenadas tridimensionais, nós temos $w^2 = R_0^2 + r^2$. A métrica em coordenadas esféricas é

$$d\ell^2 = \frac{R_0^2}{R_0^2 + r^2} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (2.28)$$

e semelhante ao caso esférico, obtemos

$$d\ell^2 = \frac{dr^2}{1 + r^2/R_0^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (2.29)$$

Por fim, é mais conveniente escrever as métricas dos três casos acima em uma única forma: nas coordenadas (r, θ, ϕ) , nós podemos escrever uma métrica geral combinando 2.22, 2.26 e 2.29 como

$$d\ell^2 = \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2/R_0^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (2.30)$$

onde introduzimos o parâmetro de curvatura normalizada k , que surge da curvatura gaussiana K para o caso de hipersuperfícies de curvatura constante, $K \equiv \frac{k}{R_0^2}$, onde K é chamada de curvatura Gaussiana. Assim, para as diferentes geometrias em Σ_t , temos

$$k \equiv \begin{cases} 0, & \text{Euclidiana} \\ +1, & \text{Esférica} \\ -1, & \text{Hiperbólica} \end{cases}. \quad (2.31)$$

Considerando o universo em expansão, nós podemos combinar o elemento de linha do espaço-tempo 2.17 com 2.30, fazendo com que o parâmetro a seja uma função do tempo cósmico, $a(t)$, obtemos finalmente a métrica do espaço-tempo

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2/R_0^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (2.32)$$

onde $d\Omega^2 \equiv d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2$ é o elemento diferencial de ângulo sólido, que corresponde à métrica na 2-esfera. Esta métrica 2.32 é conhecida como a **métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker**, que descreve um universo que é espacialmente homogêneo e isotrópico em cada instante de tempo (BAUMANN, 2022; MISNER *et al.*, 2018; PADMANABHAN, 1993; RYDEN, 2003), onde as coordenadas (r, θ, ϕ) são as coordenadas esféricas e o fator de escala, $a(t)$, é uma função contínua, cujas primeira e segunda derivadas são diferentes de zero (i.e., $da/dt \neq 0$ e $d^2a/dt^2 \neq 0$) e é adimensional. A primeira derivada do fator de escala diz respeito a taxa de expansão do universo, cujo valor zero implicaria em um universo estático, os valores positivo e negativo em um universo que expande ou contrai, respectivamente. Já a segunda derivada descreve o comportamento da expansão (ou contração) do universo, se é constante, acelerada ou desacelerada. A coordenada temporal t , que divide o espaço-tempo em superfícies de simetria espacial máxima, é o tempo cósmico. O tensor métrico $g_{\mu\nu}$ é

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(t)}{1-kr^2/R_0^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2\text{sen}^2\theta \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

O sistema de coordenadas (r, θ, ϕ) não é o único possível. Devido a componente g_{rr} da métrica em 2.32, é conveniente adotar algumas vezes uma nova coordenada radial comóvel (BAUMANN, 2022)

$$d\chi^2 \equiv \frac{dr^2}{1-kr^2/R_0^2}, \quad (2.34)$$

tal que

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)[d\chi^2 + S_k^2(\chi)(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2)], \quad (2.35)$$

onde,

$$S_k(\chi) \equiv \begin{cases} R_0 \sinh\left(\frac{\chi}{R_0}\right) & \text{para } k = -1, \\ \chi & \text{para } k = 0, \\ R_0 \sin\left(\frac{\chi}{R_0}\right) & \text{para } k = +1, \end{cases} \quad (2.36)$$

e χ é chamada de distância comóvel, a qual discutiremos na Subseção 2.4.2.

2.2.3 A Dinâmica do universo

Uma vez desenvolvida a métrica do espaço-tempo na Subseção anterior 2.2.2, assumindo que a TRG descreve a dinâmica do universo, podemos determinar as equações de evolução ou seja, as equações de Friedmann e a equação da continuidade que exploraremos nesta seção.

Assumindo o PC, em que a distribuição espaço-temporal de matéria-energia com ca-

racterísticas físicas uniformes seja dada pelo tensor de energia-momento de um fluido perfeito, apresentado na Subseção 2.1.3, a partir da equação 2.11, considerando uma partícula em repouso com quadrivelocidade $u_\mu = (-c, 0, 0, 0)$, nós obtemos as componentes $T_{tt} = -\rho(t)c^2 \equiv \varepsilon(t)$, onde $\varepsilon(t)$ é a densidade de energia da partícula, $T_{ti} = 0$ e $T_{ij} = p(t)g_{ij}$. Em resumo,

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho(t)c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2 p(t)}{1-kr^2/R_0^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 p(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 p(t)r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

onde ρ é a densidade de energia e p a pressão no referencial de repouso do fluido.

Partindo da métrica, equação 2.32, podemos obter as equações de Einstein. Para tanto, precisamos calcular o tensor de Ricci através da equação 2.6, em que as componentes não nulas de $R_{\mu\nu}$ são (BAUMANN, 2022):

$$R_{tt} = -\frac{3}{c^2} \frac{\ddot{a}}{a}, \quad (2.38)$$

$$R_{rr} = \frac{1}{c^2} \left[\frac{\ddot{a}a + 2\dot{a}^2}{(1-kr^2/R_0^2)} \right] + \frac{1}{R_0^2} \left[\frac{2k}{(1-kr^2/R_0^2)} \right], \quad (2.39a)$$

$$R_{\theta\theta} = \left[\frac{\ddot{a}a}{c^2} + \frac{2\dot{a}^2}{c^2} + \frac{2k}{R_0^2} \right] r^2, \quad (2.39b)$$

$$R_{\phi\phi} = \left[\frac{\ddot{a}a}{c^2} + \frac{2\dot{a}^2}{c^2} + \frac{2k}{R_0^2} \right] r^2 \sin^2 \theta. \quad (2.39c)$$

O escalar de Ricci, R , é encontrado tomando o traço de $R_{\mu\nu}$. Uma vez obtidas as componentes do tensor de Ricci, obtemos o escalar

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = \frac{6}{c^2} \left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2 R_0^2} \right]. \quad (2.40)$$

Retornando às Equações de Einstein 2.14, as únicas componentes não nulas são as chamadas tempo-tempo e espaço-espaço, $\mu\nu = tt$ e $\mu\nu = ij$ com $i = j$, respectivamente. Combinando as Equações 2.32, 2.37, 2.38, 2.39 e 2.40 obtemos o seguinte

para $\mu\nu = tt$,

$$\left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) - \frac{kc^2}{a^2(t)R_0^2}, \quad (2.41)$$

que é conhecida como a **primeira equação de Friedmann-Lemaître**, que descreve a evolução do fator de escala em função do conteúdo matéria-energia do espaço-tempo.

Para $\mu\nu = ii$,

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho(t) + \frac{3p(t)}{c^2} \right], \quad (2.42)$$

onde $\dot{a} \equiv da/dt$, $\rho(t)$ é a densidade e $p(t)$ a pressão do fluido (BAUMANN, 2022; RYDEN, 2003; SCHUTZ, 2009). Esta é chamada de **segunda equação de Friedmann-Lemaître**, que descreve a aceleração do espaço-tempo. Note que a expansão acelerada ocorre para $\rho(t) + 3p(t)/c^2 < 0$, e um cenário de desaceleração ocorreria para $\rho(t) + 3p(t)/c^2 > 0$.

As duas equações de Friedmann-Lemaître são independentes, mas combinando-as podemos obter uma terceira equação. Derivando a equação 2.41 em relação ao tempo,

$$\frac{\dot{a}\ddot{a}}{a^2} - \frac{\dot{a}^3}{a^3} - kc^2 \frac{\dot{a}}{a^3} = \frac{4\pi G}{3} \dot{\rho}, \quad (2.43)$$

e substituindo 2.42 em 2.43, encontramos

$$\frac{\dot{a}}{a} \left[-\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) \right] - \frac{\dot{a}^3}{a^3} - kc^2 \frac{\dot{a}}{a^3} = \frac{4\pi G}{3} \dot{\rho}. \quad (2.44)$$

Usando a equação 2.41 e substituindo em 2.44, obtemos, finalmente

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a} \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) = 0, \quad (2.45)$$

denominada como **equação da continuidade**, que descreve a conservação de massa-energia⁹ As equações de Friedmann-Lemaître determinam a evolução temporal do fator de escala em função do conteúdo matéria-energia do universo, assim, precisamos de uma equação matemática que descreva a relação entre pressão e energia. Assumindo uma equação de estado da forma $p(t) = \omega\rho(t)c^2$ (BAUMANN, 2022), onde ω é o parâmetro da equação de estado, e usando a equação 2.45 nós obtemos

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(1 + \omega), \quad (2.46)$$

em que uma solução geral tem a forma $\rho \propto a^{-3(1+\omega)}$. Integrando a equação 2.46, para ω constante e definindo o fator de escala hoje como $a(t_0) \equiv 1$, temos

$$\int_{\rho}^{\rho_0} \frac{d\rho}{\rho} = -3(1 + \omega) \int_a^{a_0} \frac{da}{a} \rightarrow \ln \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right) = -3(1 + \omega) \ln \left(\frac{a_0}{a} \right) \quad (2.47)$$

$$\ln \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right) = 3(1 + \omega) \ln(a) \rightarrow \frac{\rho_0}{\rho} = a^{3(1+\omega)} \quad (2.48)$$

$$\rho(t) = \rho_0 a(t)^{-3(1+\omega)}, \quad (2.49)$$

⁹Podemos chegar nessa mesma equação através da conservação do Tensor de Energia-Momento fazendo $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$, para $\mu = 0$.

onde $\rho_0 \equiv \rho(t_0)$ ¹⁰, ou seja, a densidade avaliada em $t_0 =$ hoje.

A evolução do universo depende da evolução das componentes de seu conteúdo, que consiste em radiação (fótons, por exemplo), matéria bariônica (prótons, nêutrons, etc) e, matéria escura fria e energia escura, segundo o modelo cosmológico padrão, o Λ CDM plano. A natureza do setor escuro ainda é desconhecida, existem alguns candidatos para a matéria escura provenientes do modelo padrão de física de partículas, mas não sabemos ainda qual a sua composição material, o que sabemos é que ela interage gravitacionalmente com si mesma e com a matéria bariônica. Já sobre a energia escura, representada nas equações de Friedmann pela constante cosmológica Λ , não sabemos qual é a entidade física a qual ela representa, apenas que ela é responsável pela recente fase de expansão acelerada do universo. Com efeito, assumindo que cada uma das componentes são independentes ente si, então, cada uma evolui com uma equação de estado diferente, a radiação com $\omega = 1/3$, a matéria com $\omega = 0$, a curvatura com $\omega = -1/3$ e a energia escura com $\omega = -1$, respectivamente (RYDEN, 2003). Substituindo os valores de ω na equação 2.49, obtemos

$$\rho_m(t) = \rho_{m,0}a(t)^{-3}, \quad \rho_r(t) = \rho_{r,0}a(t)^{-4}, \quad \rho_\Lambda = \rho_{\Lambda,0}. \quad (2.50)$$

Assim, a diferente evolução dos constituintes do universo implica na possibilidade de ter diferentes fases na história do universo, em que cada elemento dominou em relação aos outros, como podemos observar na Figura 2.7. Inicialmente, a radiação dominava o universo até o momento em que há a igualdade entre matéria e radiação, então a matéria passa a dominar. Algo semelhante acontece entre matéria e energia escura, onde a anergia escura é a componente dominante do universo hoje (BAUMANN, 2022; DODELSON, 2003; RYDEN, 2003).

Além das densidades de energia, nós também podemos escrever a evolução temporal do fator de escala para cada fase do universo. Na época do domínio pela radiação, consideremos o espaço euclidiano e $\rho_r \gg \rho_m$, partindo da equação 2.41 e utilizando 2.50, obtemos

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_{r,0}}{3}} \frac{1}{a}, \quad (2.51)$$

e integrando encontramos

$$a(t) = a(t_0) \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.52)$$

De maneira semelhante, para a época de domínio pela matéria, considerando $\rho_m \gg \rho_r$, obtemos

$$a(t) = a(t_0) \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (2.53)$$

Já a época presente, onde o universo é dominado pela constante cosmológica Λ , o fluido possui densidade de energia constante $\rho_\Lambda = const.$, então o fator de escala evolui expo-

¹⁰Utilizaremos o sub-índice 0 para referir-nos as quantidades avaliadas em $t = t_0$, ou seja $t_0 =$ hoje.

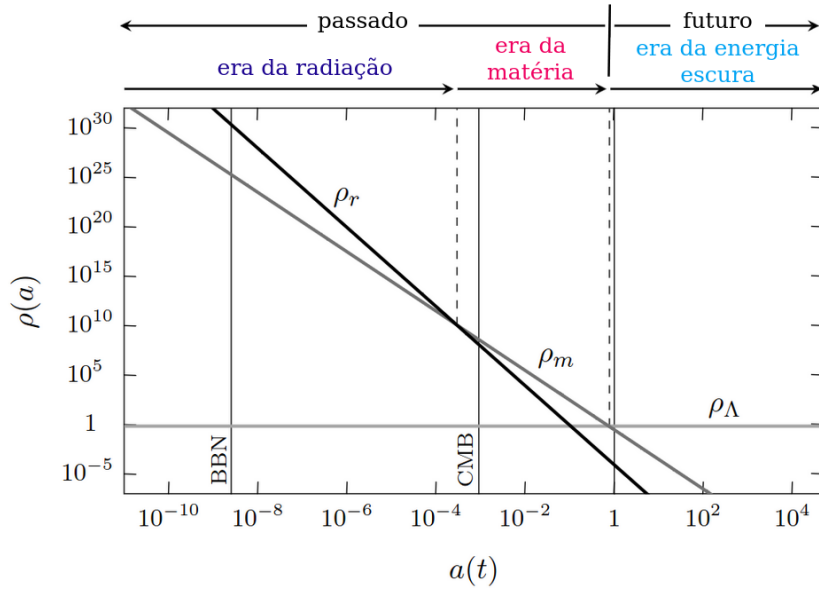


Figura 2.7: Evolução das densidades de energia no universo, em que observamos a radiação ser o primeiro constituinte a dominar, seguindo pela matéria e por fim, a energia escura domina atualmente. Na figura, a sigla BBN corresponde à Nucleossíntese Primordial (*Big Bang Nucleosynthesis*, em inglês), onde ocorre a síntese de elementos químicos; e CMB à Radiação Cósmita de Fundo em Micro-ondas (*Cosmic Microwave Background*, em inglês), período em que há o desacoplamento entre matéria e radiação. Fonte: adaptação de BAUMANN (2022).

nencialmente com o tempo

$$a(t) = a(t_0) e^{H_0(t_0-t)}, \quad (2.54)$$

em que H_0 é a constante de Hubble.

2.2.4 Parâmetros Cosmológicos

Diante de toda a descrição que já realizamos anteriormente, agora podemos definir quantidades que são importante no MCP. A partir da primeira equação de Friedmann-Lemaître, nós definimos o **parâmetro de Hubble**

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (2.55)$$

que caracteriza a taxa de aumento do fator de escala, de modo que a **constante de Hubble**¹¹ corresponde à medida da taxa de expansão atual do universo (CARROLL, 1997),

$$H_0 = H(t_0) \equiv \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)}. \quad (2.56)$$

¹¹No entanto, é preferível utilizar o termo parâmetro devido à dependência do tempo.

Por conveniência, como os outros parâmetros cosmológicos são escritos em termos de $H(t)$, para que as incertezas sejam acompanhadas na propagação usualmente a contante Hubble é expressa em termos de um parâmetro adimensional h (BAUMANN, 2022),

$$H_0 \equiv 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (2.57)$$

Nós podemos definir também um parâmetro adimensional a partir da segunda derivada do fator de escala,

$$q_0 \equiv - \left(\frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)^2} \dot{a}(t_0) \right), \quad (2.58)$$

chamado de *parâmetro de desaceleração*, que quantifica a taxa da velocidade de expansão ao longo do tempo. Um valor negativo de q_0 corresponde a $\ddot{a} > 0$, isso quer dizer que esse espaço-tempo está expandido de forma acelerada, ou seja, a velocidade relativa entre dois pontos aumenta ao longo do tempo. Em contraste, um valor positivo de q_0 implica em $\ddot{a} < 0$, neste cenário há uma desaceleração da expansão do universo RYDEN (2003).

Com efeito, a equação 2.41 pode ser reescrita da seguinte forma

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) - \frac{kc^2}{a^2(t)R_0^2}. \quad (2.59)$$

A equação nos informa que, para um dado valor de $H(t)$, há um valor específico para a densidade $\rho(t)$ em que a curvatura do universo será plana (i.e $k = 0$). Essa quantidade é chamada de **densidade crítica** e definida como

$$\rho_c(t) \equiv \frac{3H(t)^2}{8\pi G}. \quad (2.60)$$

Outra quantidade que podemos escrever é o **parâmetro de densidade**, que obtemos ao comparar a densidade do universo com a densidade crítica

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)}, \quad (2.61)$$

onde $\Omega(t)$ é adimensional. Se dividirmos a equação 2.59 por $H(t)^2$, podemos escrever

$$1 - \Omega(t) = - \frac{kc^2}{a(t)^2 H(t)^2 R_0^2}, \quad (2.62)$$

onde podemos perceber que a curvatura espacial depende se o valor da densidade do universo for maior, menor ou igual a densidade crítica (i.e., $k = +1$, $k = -1$ e $k = 0$, respectivamente). O segundo termo do lado direito da equação 2.59 recebe uma contribuição da densidade de energia, $\Omega_{k,0}$, conhecido como o parâmetro de densidade de curvatura espacial. É conveniente que possamos medir todas as densidades relativas à densidade

crítica trabalhando apenas com os parâmetros de densidade hoje (BAUMANN, 2022)

$$\Omega_{m,0} \equiv \frac{\rho_{m,0}}{\rho_{c,0}} = \frac{8\pi G \rho_{m,0}}{3H(t_0)^2}, \quad (2.63a)$$

$$\Omega_{r,0} \equiv \frac{\rho_{r,0}}{\rho_{c,0}} = \frac{8\pi G \rho_{r,0}}{3H_0^2}, \quad (2.63b)$$

$$\Omega_{\Lambda,0} \equiv \frac{\rho_{\Lambda,0}}{\rho_{c,0}} = \frac{8\pi G \rho_{\Lambda,0}}{3H_0^2}, \quad (2.63c)$$

$$\Omega_{k,0} \equiv -\frac{kc^2}{H_0^2 R_0^2}. \quad (2.63d)$$

Seguindo essa convenção, a equação 2.59 pode ser reescrita em termos dos parâmetros adimensionais de densidade,

$$\left[\frac{H(t)}{H_0} \right]^2 = \Omega_{r,0} a^{-4}(t) + \Omega_{m,0} a^{-3}(t) + \Omega_{k,0} a^{-2}(t) + \Omega_{\Lambda,0}, \quad (2.64)$$

A soma de todos os parâmetros de densidade, incluindo o de curvatura, é sempre igual a 1. De fato, a equação 2.64 avaliada no tempo presente, leva a seguinte restrição

$$\Omega_{r,0} + \Omega_{m,0} + \Omega_{k,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1, \quad (2.65)$$

escrevendo a soma das componentes $\Omega_{r,0} + \Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} \equiv \Omega_0$ ¹², o parâmetro de densidade de curvatura torna-se

$$\Omega_{k,0} = 1 - \Omega_0. \quad (2.66)$$

Trabalhos como o da colaboração Planck (PLANCK COLLABORATION *et al.*, 2020a) realizaram estimativas dos parâmetros de base do modelo Λ CDM, com medidas através de várias combinações de *legacy likelihoods* derivadas dos dados do satélite *Planck*, que tinha por objetivo estudar a Radiação Cósmica de Fundo em Micro-ondas (RCF). Alguns dos seus resultados estão resumidos na Tabela 2.1, em que foi utilizado a combinação das verossimilhanças TT, TE, EE+lowE+*lensing*, onde leva-se em consideração as auto-correlações das flutuações de temperatura e polarização (TT, EE) e a relação cruzada dessas flutuações, o espectro de potência em baixos multipolos (lowE) e também o lenteamento gravitacional fraco da RCF¹³ (*lensing*).

2.3 A expansão do universo

A evidência da expansão do universo ocorreu quando foi possível realizar medições de distâncias e velocidades de recessão de galáxias. Em 1998/1999, RIESS *et al.* (1998) e

¹²Note que, embora os parâmetros de densidade sejam definidos para $t = t_0$, nós não utilizamos o subíndice zero.

¹³Para mais detalhes, veja PLANCK COLLABORATION *et al.* (2020b)

Parâmetro	Símbolo	valor
Densidade total de matéria	$\Omega_{m,0}$	0.315 ± 0.007
Constante cosmológica	$\Omega_{\Lambda,0}$	0.6847 ± 0.0073
Densidade de curvatura	$\Omega_{k,0}$	-0.0106 ± 0.0065
Parâmetro de Hubble	H_0	67.4 ± 0.5

Tabela 2.1: Parâmetros cosmológicos obtidos com os dados do *Planck* utilizando o método TT, TE, EE+lowE+lensing (PLANCK COLLABORATION *et al.*, 2020a), onde H_0 está em unidades de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$.

PERLMUTTER *et al.* (1999), duas colaborações independentes, apresentaram evidências de que a expansão do universo ocorre de forma acelerada: o universo expandiu lentamente no passado em comparação a hoje. A descoberta da expansão acelerada cósmica foi uma das mais importantes da cosmologia moderna. Na seção seguinte, nós apresentaremos a Lei de Hubble-Lemaître que expressa a relação entre a distância de afastamentos das galáxias devido à expansão.

2.3.1 Lei de Hubble-Lemaître

Há mais de 100 anos, o *Grande Debate* (SHAPLEY e CURTIS, 1921) propiciou avanços sobre o entendimento da escala do universo. Não obstante, a natureza extragaláctica das galáxias, chamadas de nebulosas espirais, amparou-se na evidência apresentada por Edwin Hubble (1889-1953) em 1925 (HUBBLE, 1925), ao identificar estrelas variáveis Cefeidas nas galáxias de Andrômeda e do Triângulo, M31 e M33 respectivamente. Hubble determinou suas distâncias utilizando a relação Período-Luminosidade estabelecida em 1912 por Henrietta Leavitt (1868- 1921) (LEAVITT e PICKERING, 1912). Em um estudo das estrelas cefeidas localizadas na pequena Nuvem de Magalhães, Henrietta descobriu que as magnitudes aparentes das cefeidas clássicas estão fortemente correlacionadas com seus períodos (CARROLL e OSTLIE, 2017), que implica na possibilidade de estimar distâncias como será apresentado na Subseção 2.4.3.

Nesse meio tempo, por outro lado, Vesto Slipher (1875-1969) estava coletando os espectros das nebulosas (SLIPHER, 1915). Adiante, Hubble utiliza esses espectros e calcula o deslocamento para o vermelho das linhas espectrais comparadas às do laboratório, quantidade que é conhecida como *redshift*. Como consequência, determinada a velocidade de afastamento e as distâncias das nebulosas. Em 1929, Hubble demonstra uma correlação entre o *redshift* e a distância a qual se encontra uma galáxia (HUBBLE, 1929), como podemos observar na Figura 2.8. Alguns anos depois, em uma colaboração com o Milton Humason (1891-1972) apresentou a mesma correlação, mas para objetos mais distantes (HUBBLE e HUMASON, 1931) como podemos observar na mesma Figura 2.8, em que os círculos representam os valores médios para aglomerados, enquanto o resultado de HUBBLE (1929) os pontos representavam nebulosas individuais. Embora esse punhado de

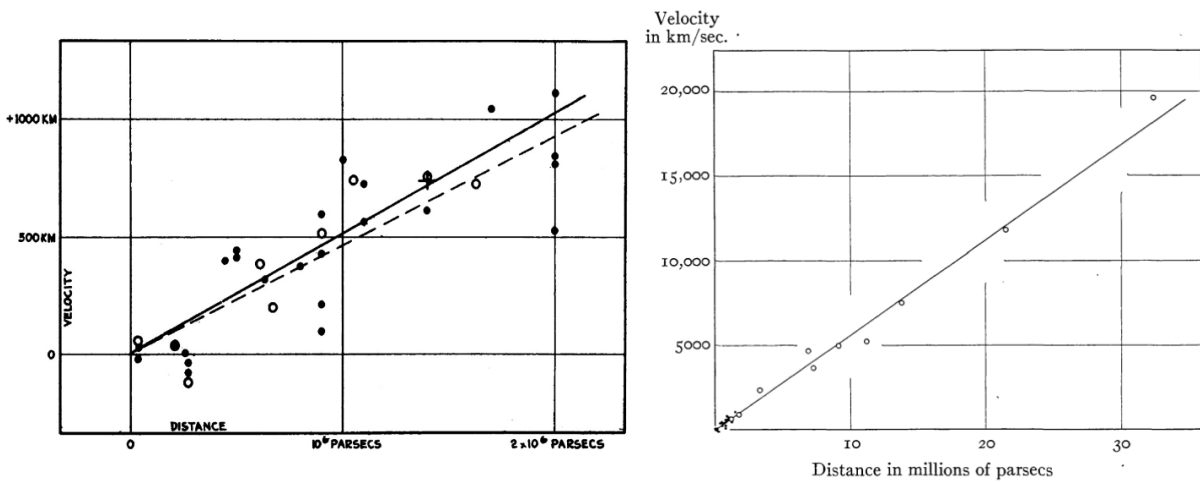


Figura 2.8: Gráficos da velocidade em função da distância para as nebulosas extragalácticas, onde o eixo horizontal representa as distâncias e o eixo vertical corresponde às velocidades. À **esquerda**: temos o resultado de **HUBBLE (1929)**, onde as distâncias estão em unidades de parsecs (pc), e na vertical há um erro nas unidades de velocidade, que deveriam ser km/s e não km. À **direita**: há o resultado obtido por **HUBBLE e HUMASON (1931)**, em que as unidades para velocidade e distância são, km/s e milhões de parsecs (Mpc), respectivamente.

resultados de Hubble tenham sido conhecidos pela comunidade científica, anos antes da descoberta da relação entre velocidade de recessão e distância, Georges Lemaître (1894-1966) havia publicado um resultado semelhante (**LEMAÎTRE, 1927**), no qual sugere a expansão do universo através de fundamentos dinâmicos ao estudar as soluções das equações de Einstein. No entanto, a publicação de seu artigo não chegou ao conhecimento da comunidade científica, tornando-se desconhecido por um tempo, uma vez que seu trabalho estava escrito em francês (para uma revisão histórica da medição de H_0 veja **TULLY 2023**, por exemplo).

As contribuições de Hubble e Lemaître deram origem à lei que atualmente é conhecida pelo nome de ambos¹⁴, a lei de Hubble-Lemaître, que descreve o efeito pelo qual os objetos afastam-se uns dos outros, em que a velocidade de afastamento é proporcional à sua distância. Essa relação linear é escrita como

$$v \simeq H_0 d_p, \quad (2.67)$$

onde v é a velocidade radial cosmológica de afastamento das galáxias com respeito a nós em km s^{-1} (relação não-relativística válida para baixos *redshifts* $z \ll 0.1$ (**WEINBERG, 2008**)), H_0 é o parâmetro de Hubble apresentado na equação 2.55, medido hoje em $t = t_0$,

¹⁴Em 2018 a União Astronômica Internacional (em inglês *International Astronomical Union* - IAU) alterou o nome da lei até então conhecida como “Lei de Hubble” para “Lei de Hubble-Lemaître”, em reconhecimento às contribuições de George Lemaître para o desenvolvimento da cosmologia moderna. Veja mais em <https://www.iau.org/static/archives/announcements/pdf/ann18029e.pdf>.

também conhecido como a constante de Hubble em unidades de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$, e d_p é a distância física em Mpc, em que Hubble utilizou, como uma aproximação, o brilho de estrelas nas galáxias ou a luminosidade da galáxia toda para estimar as distâncias de luminosidade (KIRSHNER, 2004).

Uma consequência da expansão é que, se as galáxias estão afastando-se uma das outras, então, no passado elas estavam mais próximas. Isso leva à conclusão de que, no passado, o universo era denso e quente e todo o universo ocupava um volume menor em um tempo finito no passado.

2.3.2 Desvio Cosmológico para o vermelho (*redshift*)

Todo o conhecimento obtido sobre o universo é proveniente de tudo que podemos inferir a partir da luz que recebemos dos objetos longínquos; a luz que as galáxias emitem pode ser estudada através da propagação de ondas eletromagnéticas, de modo que no contexto da expansão do universo precisamos levar em consideração que o comprimento de onda da luz é esticado (BAUMANN, 2022).

O efeito Doppler clássico depende apenas das velocidades entre a fonte e o observador, considerando a direção radial, por exemplo, em que há um desvio da frequência para o azul quando há uma aproximação e um desvio para o vermelho quando há um afastamento (D'INVERNO, 1992). No universo em expansão acontece um fenômeno similar com a luz das galáxias distantes, os fótons emitidos viajam enquanto a expansão cósmica do espaço acontece, assim, o comprimento de onda do fóton é esticado com o espaço nesse tempo até chegar a nós, como ilustrado na Figura 2.9.

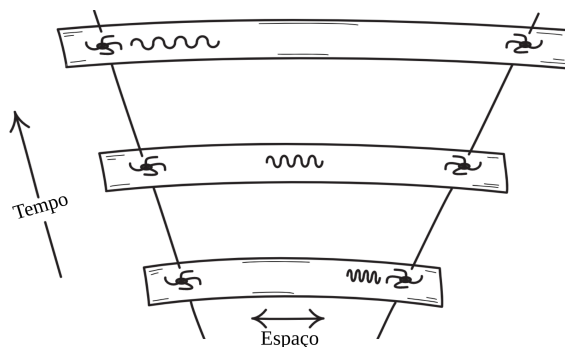


Figura 2.9: Desvio para o vermelho cosmológico em que uma galáxia distante emite luz em direção a uma outra. Durante esse tempo, a expansão cósmica do espaço acontece e o efeito que ocorre é o esticamento das ondas com o espaço: *redshift* cosmológico. Adaptado de NORTON (2022).

Vamos formalizar matematicamente esse efeito. Utilizando o sistema de coordenadas de FLRW, em que nós estamos no centro do sistema $(0, \theta, \phi)$; um fóton emitido por uma galáxia na posição (r, θ, ϕ) em um determinado instante de tempo, viaja em nossa direção

ao longo da direção radial ($d\Omega = 0$). Um raio de luz segue uma trajetória descrita por uma geodésica nula (WEINBERG, 1972) $ds = 0$, usando a equação 2.32 temos

$$\frac{cdt}{a(t)} = \pm \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.68)$$

onde os sinais indicam a emissão (+) e a recepção de um fóton (-). Nós utilizaremos o sinal negativo, pois, analisaremos a recepção do fóton em nossa origem.

Vamos assumir que o fóton deixa a galáxia em uma coordenada comóvel r_e no instante t_e e chega até nós em $r_0 = 0$, em um tempo posterior t_0 . O tempo total de viagem é dado pela integral (LIDDLE, 2003; WEINBERG, 2008)

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = - \int_{r_e}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.69)$$

Se outro fóton for emitido, consecutivamente, no instante $t_e + \delta t_e$ e recebido em $t_0 + \delta t_0$ viajando o mesmo caminho, o tempo total de viagem é dado por

$$\int_{t_e + \delta t_e}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.70)$$

Dado que ambos os fótons percorrem o mesmo caminho até nós, nós podemos comparar as Equações 2.69 e 2.70 da seguinte forma

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_e + \delta t_e}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{a(t)}, \quad (2.71)$$

em que reorganizando os limites de integração, chegamos a expressão

$$\int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_e + \delta t_e} \frac{cdt}{a(t)}, \quad (2.72)$$

que resulta em

$$\frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t_e}{a(t_e)}. \quad (2.73)$$

Se considerarmos que δt_e é o período da onda de luz emitida com um comprimento de onda $\lambda_e = c \delta t_e$, mas observada com o comprimento de onda $\lambda_0 = c \delta t_0$, então

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}. \quad (2.74)$$

É comum definir o parâmetro de desvio para o vermelho z , ou *redshift cosmológico*, como o aumento relativo no comprimento de onda de um fóton emitido por uma galáxia distante

no tempo t_e e observado na Terra hoje em t_0 (BAUMANN, 2022; WEINBERG, 1972)

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e}. \quad (2.75)$$

Substituindo 2.74 em 2.75, encontramos então a relação,

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}. \quad (2.76)$$

2.4 Distâncias em Cosmologia

A expansão do universo tem papel importante para as medições de distâncias cosmológicas, já que as distâncias entre os objetos cósmicos mudam com o tempo. Nós não observamos diretamente as distâncias físicas entre os objetos, nem os seus tamanhos próprios, mas podemos inferi-los através de outras quantidades observáveis como o *redshift* (conceito apresentado na subseção 2.3.2), a luminosidade e o tamanho angular, conceitos que apresentaremos nas Subseções seguintes 2.4.3 e 2.4.4, respectivamente.

2.4.1 Distância Própria (d_p)

Ao assumir o PC, implica-se a existência de um tempo cósmico universal t , em que observadores diferentes veem a mesma sequência de eventos no universo, permitindo assim que eles sincronizem os seus relógios (PETTINI, 2018). Em um universo em expansão, com o tempo cósmico bem definido, nós podemos definir uma *distância própria* como a distância entre dois eventos, P e Q, em um sistema de referência para o qual eles acontecem simultaneamente ($t_P = t_Q$). Como esses observadores possuem um movimento relativo, devemos indicar o instante a que nos referimos. Vamos considerar que um observador encontra-se na origem do sistema e o outro nas coordenadas (r, θ, ϕ) ; utilizando a métrica FLRW, assumindo $d\Omega = 0$ e a simultaneidade $dt = 0$, em um instante fixo t na métrica, a equação 2.32 reduz-se a

$$ds^2 = a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - k \frac{r^2}{R_0^2}} \right], \quad (2.77)$$

em que podemos obter a distância que os une, ou seja, o comprimento da geodésica entre eles, integrando ds

$$d_p(t) = \int_0^{d_p} ds = a(t) \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{\left(1 - k \frac{r'^2}{R_0^2}\right)}}, \quad (2.78)$$

onde d_p é a distância própria (WEINBERG, 1972) e depende da geometria e da dinâmica do universo. A distância própria não é medida diretamente, mas nós podemos relacionar d_p com outras quantidades observáveis, como faremos nas Subseções 2.4.3 e 2.4.4, e então

obter uma medida de distância.

2.4.2 Distância Comóvel (χ)

Nós podemos definir uma outra distância: a distância comóvel, que no contexto de expansão é a distância entre dois eventos no espaço-tempo de acordo com um observador que é comóvel à expansão do universo, é escrita como a distância própria no instante t (tempo próprio do observador isotrópico) dividida pelo fator de escala nesse mesmo instante

$$\chi = \frac{d_p(t)}{a(t)} = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{\left(1 - k \frac{r'^2}{R_0^2}\right)}}, \quad (2.79)$$

onde $\chi = \chi_k$, e o termo com integral do lado direito surge ao assumir $d\Omega = 0$, ou seja, considerando um fóton viajando radialmente até nós. À medida que o universo expande, a distância física entre os objetos aumenta, mas a distância comóvel oriunda da posição coordenada desses observadores permanece constante, como podemos ver na Figura 2.10.

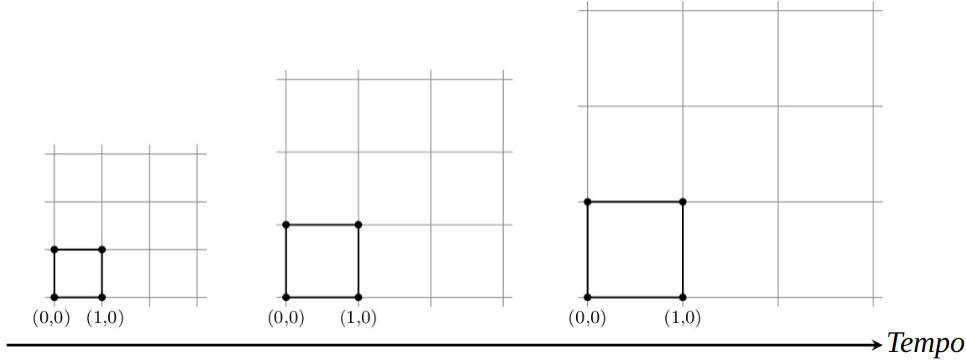


Figura 2.10: A distância comóvel entre dois pontos permanece constante, veja que a posição coordenada dos vértices dos quadrados da grade permanece fixa, enquanto a distância física entre os pontos aumenta proporcionalmente ao fator de escala. Adaptado de (BAUMANN, 2022).

Agora, vamos escrever a distância comóvel em termos do *redshift*, que é a quantidade extraída utilizando espectroscopia ou fotometria. Vamos assumir que uma galáxia emite um fóton em t_e , que viaja até nós radialmente ($d\theta = d\phi = 0$) com velocidade c em uma geodésica nula ($ds = 0$). O fóton é observado em t_0 e a distância que ele percorreu para chegar até nós, a distância própria, pode ser escrita também da seguinte forma

$$d_p(t) = \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}. \quad (2.80)$$

Na equação 2.76, nós relacionamos o *redshift* z com o fator de escala $a(t)$, ambas as

quantidades adimensionais. Como $a(t)$ é adimensional, vamos assumir que o fator de escala avaliado hoje é $a(t_0) = a_0 \equiv 1$, assim podemos reescrever

$$z = \frac{1}{a(t)} - 1, \quad (2.81)$$

assim, diferenciando a equação 2.81 em relação ao tempo t , temos

$$\frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{a(t)} - 1 \right] = -\frac{1}{a^2(t)} \frac{da(t)}{dt}, \quad (2.82)$$

e nós podemos simplificar a notação obtendo

$$dz = -\frac{\dot{a}(t)}{a^2(t)} dt = -\frac{H(z)}{a(t)} dt, \quad (2.83)$$

onde nós escrevemos o parâmetro de Hubble dependente do *redshift* $H(z) \equiv \dot{a}/a$. Finalmente, substituindo a equação 2.80 na equação 2.79, em seguida utilizando a equação 2.83, obtemos a distância radial comóvel $\chi(z)$ dada por

$$\chi(z) = \frac{c}{a(t)} \int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}, \quad (2.84)$$

onde z é o *redshift* da fonte em relação ao observador localizado em $z = 0$, e onde a ordem de integração em z' foi invertida.

Na equação 2.64, nós escrevemos o parâmetro de Hubble em termos dos demais parâmetros cosmológicos já apresentados. Com efeito, podemos escrever χ da seguinte maneira

$$\chi = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{r,0}(1+z')^4 + \Omega_{m,0}(1+z')^3 + (1-\Omega_0)(1+z')^2 + \Omega_{\Lambda,0}}}. \quad (2.85)$$

2.4.3 Distância de Luminosidade (d_L)

Na Subseção anterior, mencionamos que a distância física (própria) entre os objetos cósmicos não é observável, assim como nós também não podemos medir as distâncias comóveis diretamente. No entanto, em cosmologia existem duas formas de especificar distâncias entre objetos, a *distância de luminosidade* e *distância de diâmetro angular* (que será apresentada na subseção seguinte), que desempenham papel importante para as medições dos parâmetros que descrevem o universo.

A distância de luminosidade é a distância estimada a partir da luminosidade¹⁵, L , dos objetos, que é uma quantidade bem conhecida e medida pelos astrônomos. As chamadas velas padrão são objetos com luminosidade praticamente idêntica, que emitem fótons em todas as direções, que e chegam aos detectores de um telescópio. Suponha que um

¹⁵Energia total emitida por unidade de tempo em todas as direções.

fluxo radiante F seja medido para uma fonte de luz com uma luminosidade conhecida L (supondo até então que o fluxo é bolométrico ¹⁶, CARROLL e OSTLIE 2017). Então, definimos a distância de luminosidade como

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}. \quad (2.86)$$

em que o fluxo luminoso, F , é definido como energia por unidade de tempo e por unidade de área, e d_L é a distância luminosidade do objeto observado, que corresponde à distância própria de uma fonte luminosa em um universo estático euclidiano (RYDEN, 2003).

No entanto, considerando o universo que é regido pela métrica FLRW, a relação acima precisa ser modificada ao considerarmos a expansão. Voltemos para o cenário em que um observador está na origem do sistema de coordenadas, no momento presente, e detecta fótons que foram emitidos pela fonte na coordenada comóvel (r, θ, ϕ) em t_e , como ilustrado na Figura 2.11. Os fótons que foram emitidos são distribuídos por uma esfera de raio próprio r e área superficial própria $A_p(t_0)$. Considerando o universo de curvatura plana

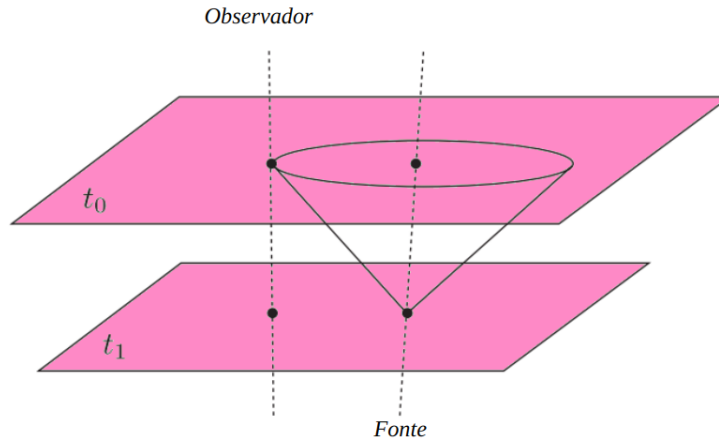


Figura 2.11: A distância de luminosidade representada através de um diagrama espaço-tempo. Adaptado de (BAUMANN, 2022).

(i.e. $k = 0$) e estático, então, a área da esfera é dada pela relação euclidiana $A_p(t_0) = 4\pi r^2$. Quando estamos em um espaço curvo, a forma genérica para qualquer geometria ($k = \{+1, 0, -1\}$) é

$$A_p(t_0) = 4\pi a(t_0)^2 S_k(r)^2, \quad (2.87)$$

em que $S_k(\chi)$ vem da equação 2.35 e é a chamada *distância métrica* (BAUMANN, 2022). Além do efeito geométrico de curvatura, a expansão do universo causa uma diminuição do fluxo observado de uma fonte luminosa no *redshift* z por um fator de $(1+z)^2$ (RYDEN, 2003), que obtemos utilizando a relação 2.76. O que ocorre é que os fótons que chegam aos detectores são menos energéticos em comparação com quando foram emitidos; são

¹⁶A soma do fluxo de cada comprimento de onda, ou frequência, corresponde ao fluxo total que também é chamado fluxo bolométrico.

emitidos com uma energia de $E_e = h\nu_e$ em um fator de escala $a(t)$, e são observados com energia $E_0 = h\nu_0$ em $a_0 = 1$, a frequência sofre uma diminuição com um fator de $(1+z)^{-1}$

$$\nu_0 = \frac{1}{(1+z)}\nu_e, \quad (2.88)$$

com a energia sofrendo um decréscimo

$$E_0 = \frac{1}{(1+z)}E_e, \quad (2.89)$$

Em um universo que está expandindo e é espacialmente curvado, a relação correta entre o fluxo observado F de uma fonte de luz distante com luminosidade L e *redshift* z é

$$F = \frac{L}{4\pi S_k(\chi)^2(1+z)^2}, \quad (2.90)$$

que para a coordenada χ é

$$F \equiv \frac{L}{4\pi d_L^2}. \quad (2.91)$$

Portanto, nesse universo, a distância de luminosidade é dada por

$$d_L = S_k(r)(1+z), \quad (2.92)$$

que para um universo com curvatura aproximadamente zero é

$$d_L = d_\chi(1+z). \quad (2.93)$$

Nós podemos obter também d_L a partir da sua relação com a distância física percorrida por um fóton emitido em t_e e absorvido hoje em t_0 , como já vimos anteriormente, onde o objetivo é escrever a distância luminosidade em função do *redshift*, $d_L(z)$ através de um conjunto de desenvolvimentos em séries de potências de t e z , nas quais alguns parâmetros cosmográficos são apresentados¹⁷. Todo o passo a passo de como chegar nessa transformação está descrita em [VISSER \(2005, 2004\)](#). Quando $z \ll 1$, usando nossa aproximação de segunda ordem em z , a distância própria atual pode ser reescrita como

$$d_L \simeq \frac{c}{H_0}z \left(1 - \frac{1+q_0}{2}z \right), \quad (2.94)$$

que na ordem mais baixa, nós obtemos

$$d_L \simeq \frac{c}{H_0}z, \quad (2.95)$$

¹⁷Parâmetros cosmográficos (cinemáticos): $H(t)$ - parâmetro de Hubble; $q(t)$ - parâmetro de desaceleração; $j(t)$ - jerk; $s(t)$ - snap, que são derivadas do fator de escala em relação ao tempo.

que é uma versão da lei de Hubble-Lemaître para a distância de luminosidade.

2.4.4 Distância de Diâmetro Angular (d_A)

A distância de diâmetro angular, como o nome sugere, é a distância definida a partir do tamanho próprio dos objetos, que são comumente chamados de *régua padrão*. Seja

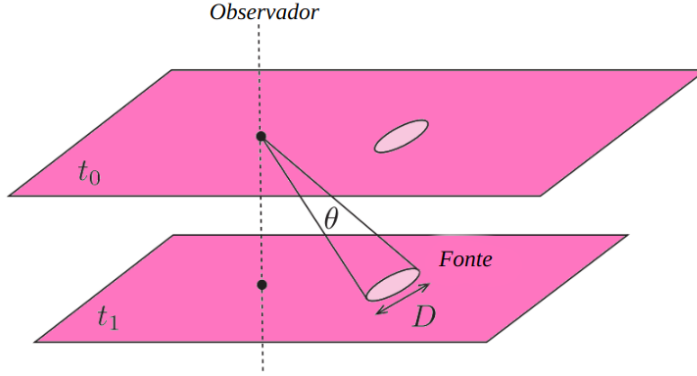


Figura 2.12: A distância de diâmetro angular representada através de um diagrama espaço-tempo. Adaptado de (BAUMANN, 2022).

uma *régua padrão* de comprimento transversal próprio D conhecido, alinhada perpendicularmente à linha de visada do observador (RYDEN, 2003), com distância angular $\delta\theta$ ¹⁸ entre as extremidades da *régua*, como mostrado na Figura 2.12, esteja em um *redshift* z e distância radial comóvel χ , pode-se computar a distância de diâmetro-angular pela seguinte relação trigonométrica Euclidiana

$$d_A \equiv \frac{D}{\delta\theta}, \quad (2.96)$$

onde d_A é a quantidade chamada de distância de diâmetro angular. Em um tempo t , um observador no universo descrito pela métrica de FLRW (equação 2.35, que está na origem do sistema de coordenadas comóveis escolhido, com $d\theta = d\phi = 0$, a distância transversal é

$$ds = a(t_e)S_k(\chi), \quad (2.97)$$

substituindo a equação 2.96 em 2.97, conhecendo o comprimento D da régua, então

$$ds = D = a(t_e)S_k(\chi)\delta\theta, \quad (2.98)$$

dividindo ambos os lados por $\delta\theta$, obtemos

$$d_A(t_e) = a(t_e)S_k(\chi). \quad (2.99)$$

¹⁸Pequena o suficiente para que $t\delta\theta \simeq \theta$.

Assim, a distância diâmetro angular é a medida da distância entre nós e o objeto no instante da emissão de luz (BAUMANN, 2022). Sabemos que a distância luminosidade, apresentada na seção anterior, pode ser escrita em termos da distância métrica (equação 2.92), logo, comparando-a com d_A , encontramos uma relação entre distância de luminosidade e distância de diâmetro angular utilizando a relação 2.76

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2}, \quad (2.100)$$

que é conhecida como **relação de dualidade de distância cósmica** de Etherington e é válida para todos os modelos cosmológicos baseados em uma geometria em que assume-se a conservação dos fótons ao longo da evolução do universo, de modo que as trajetórias dos fótons sejam geodésicas nulas e únicas (ELLIS, 2009; ETHERINGTON, 2007; ETHERINGTON, 1933; GONÇALVES *et al.*, 2015; SANTANA *et al.*, 2017).

2.4.5 Módulo de distância (μ)

Na prática, nós não medimos d_L diretamente, medimos outras quantidades relacionadas às propriedades físicas dos objetos cósmicos e estimamos as suas distâncias de luminosidade.

Toda a informação que recebemos da nossa vizinhança cósmica vem dos fótons emitidos pelas estrelas, galáxias, nuvens de gás e poeira do meio interestelar, então, todo o nosso entendimento do universo provém do estudo das medições de cada parte do espectro eletromagnético (CARROLL e OSTLIE, 2017). A partir do fluxo de luz, definido anteriormente, nós podemos definir uma quantidade que descreve o brilho dos objetos celestes: a magnitude. O sistema de magnitudes é definido através de uma escala logarítmica, na qual o brilho aparente é expresso em termos do fluxo medido aqui na Terra e da magnitude aparente. Considerando duas fontes com fluxos F_1 e F_2 , a diferença entre as **magnitudes aparentes** das duas fontes, m_1 e m_2 , é dada por

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2} \right), \quad (2.101)$$

de modo que, na escala de magnitude, uma diferença de uma unidade de magnitude entre dois corpos à uma razão de fluxo de ≈ 2.51 , e uma razão de fluxo de um fator de 100 corresponde a 5 magnitudes, ou seja, um objeto de magnitude 1 é 100 vezes mais brilhante que um objeto com magnitude 6 (SCHNEIDER, 2006)¹⁹. Os astrônomos adotam uma magnitude aparente na origem da escala (em geral o sistema AB, veja OKE e GUNN 1983), i.e., $m_0 = 0$, com fluxo F_0 , a expressão 2.101 reduz-se a

$$m = -2.5 \log_{10}(F/F_0). \quad (2.102)$$

¹⁹ $\Delta m = m_6 - m_1 = 5$, com $F_1/F_6 = 100$ e $\Delta m = m_2 - m_1 = 5$, com $F_1/F_2 = 2.51$.

Vale enfatizar que o sistema de magnitudes é contra intuitivo, quanto menor o valor numérico, maior é o brilho da fonte, em contraste, quanto maior o valor da magnitude, menor é o brilho da fonte. No entanto, a magnitude aparente em si não nos diz algo preciso sobre a distância em que a fonte encontra-se da Terra, a qual pode ser visivelmente mais brilhante por estar mais perto de nós do que outras fontes. Para uma indicativo de distância, nós precisamos de uma outra quantidade: a **magnitude absoluta**, M .

Por definição, a magnitude absoluta de um objeto é a magnitude aparente que uma fonte teria estando localizada a 10 pc de distância de nós e em repouso relativo (i.e., $z = 0$). A partir da equação 2.86, escrevendo $d_L = 10$ pc, nós obtemos a magnitude absoluta

$$M = -2.5 \log_{10}(L/L_0). \quad (2.103)$$

Finalmente, nós podemos relacionar as magnitudes aparente e absoluta de um objeto como segue

$$M - m = -2.5 \log_{10} \left(\frac{L}{L_0} \frac{F_0}{F} \right), \quad (2.104)$$

realizando algumas manipulações algébricas, chegamos à

$$\frac{L}{F} = \frac{L_0}{F_0} 10^{\frac{m-M}{2.5}}. \quad (2.105)$$

utilizando a equação 2.86, sabendo que $10 \text{ pc} = \sqrt{L_0/4\pi F_0}$ e que $L/4\pi F = d_L^2$, chegamos à expressão

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d_L}{1 \text{ pc}} \right) - 5. \quad (2.106)$$

Assim, conhecer as magnitudes aparente e absoluta de uma estrela, por exemplo, permite-nos determinar a distância da estrela a partir do **módulo de distância**, μ , definido como

$$\mu \equiv m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d_L}{1 \text{ Mpc}} \right) + 25, \quad (2.107)$$

onde temos convertido as unidades de pc para Mpc ($1 \text{ pc} = 10^{-6} \text{ Mpc}$)²⁰.

2.5 Supernovas do tipo Ia em Cosmologia

As supernovas são eventos raros que podem marcar o fim de uma estrela de massa intermediária ou massiva da sequência principal, caracterizada por uma tremenda explosão brilhante de modo que sua luminosidade máxima é comparável a de uma galáxia inteira (PRIALNIK, 2000), como também a explosão de uma estrela anã branca em um sistema binário, podendo ser observada a olho nu e possuem um pico máximo de brilho que pode

²⁰1 Mpc corresponde a 3.086×10^{22} m.

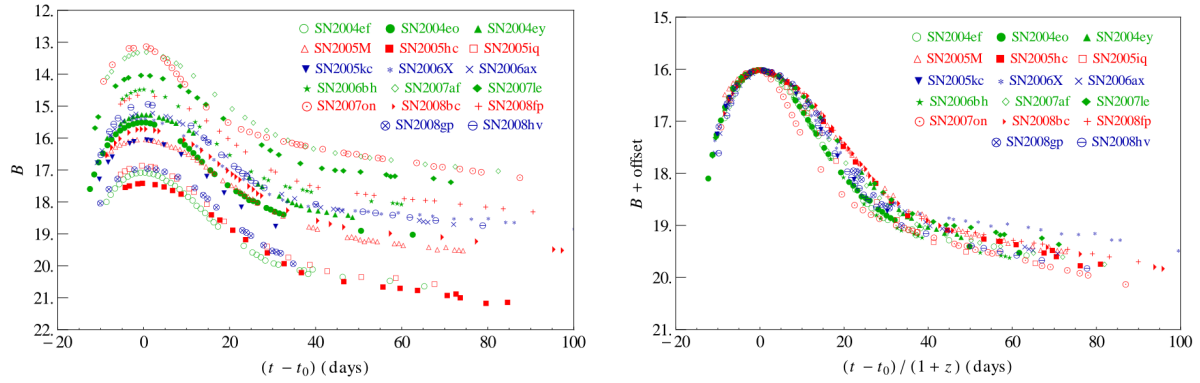


Figura 2.13: Curvas de luz de 17 Supernovas do Tipo Ia, com magnitude aparente na banda B , no painel esquerdo e corrigidas pela distância, *redshift* e *stretch* (esticar, em português) no painel direito. Fonte: [COELHO *et al.* \(2014\)](#).

durar alguns dias e depois um decaimento lento do mesmo na curva de luz²¹.

As supernovas podem ser classificadas basicamente por aquelas que apresentam linhas de emissão de hidrogênio presentes ou ausentes, tipo II e tipo I, respectivamente. Subdivisões surgem a depender de suas características individuais através do tipo de explosão (termonuclear ou colapso nuclear), da curva de luz e do seu espectro²² ([TURATTO, 2003](#)).

Um tipo desse evento de interesse para a Cosmologia é classificada como Tipo Ia, que são eventos ocorridos a partir da explosão termonuclear de uma estrela anã branca de carbono-oxigênio degenerada em um sistema binário ([HOYLE e FOWLER, 1960](#)), no cenário de concordância. Em síntese, o sistema binário é formado por uma anã branca e uma outra estrela, de modo que a anã branca acreta a matéria de sua companheira até que atinge um limite crítico de acreção de massa, onde a pressão de degenerescência dos elétrons não é mais capaz de sustentar sua gravidade, fazendo a estrela entrar em colapso seguido por uma explosão termonuclear, na qual a anã branca explode como uma Supernova sem deixar um remanescente compacto.

A vantagem proporcionada por esse tipo, é que possui um limite máximo para a massa de uma anã branca conhecido como limite de Chandrasekhar ([CARROLL e OSTLIE, 2017](#); [CHANDRASEKHAR, 1931](#)), cerca de $\approx 1.4 M_{\odot}$. Assim, todas as explosões de SNe Ia são similares entre si, de modo que quando comparadas é possível calibrar suas curvas de luz, como podemos ver na Figura 2.13, onde as curvas de luz individuais tem o formato semelhante entre as demais.

Existem alguns métodos utilizados para a calibração das curvas de luz de supernovas do tipo Ia (veja por exemplo [COELHO *et al.* \(2014\)](#); [GUY *et al.* \(2005\)](#); [JHA *et al.* \(2007\)](#); [PHILLIPS *et al.* \(1999\)](#)). Após calibradas, as supernovas são utilizadas como velas padrão para a medida de distâncias no universo.

²¹Medidas de fluxo específico em função do tempo.

²²O espectro é a distribuição da emissão de radiação em diferentes faixas de comprimentos de onda (ou frequência) do espectro eletromagnético.

Capítulo 3

Dados observacionais: O catálogo Pantheon+

Nesse capítulo, nós apresentaremos os dados observacionais que foram utilizados em nosso estudo. Na seção 3.1 será realizada uma descrição das características gerais do catálogo e em seguida, na Seção 3.2, nós explicaremos os critérios de seleção utilizados para a geração da nossa amostra com a finalidade de estudar o *bulk flow* no Universo Local.

3.1 Características gerais do catálogo

O catálogo Pantheon+ (BROUT *et al.*, 2022) de SNe Ia, é o sucessor da compilação original Pantheon (SCOLNIC *et al.*, 2018), que reúne um grande número de eventos de SNe Ia, incluindo aqueles localizados em galáxias hospedeiras suficientemente próximas em que suas distâncias foram obtidas utilizando Cefeidas.

O catálogo Pantheon+¹ contém 1701 curvas de luz de supernovas no intervalo de *redshift* $0.001 \leq z \leq 2.26$, onde apenas 1550 eventos são supernovas distintas e o restante são duplicações de algumas delas. As duplicações acontecem devido à algumas SNe Ia terem sido observadas por diferentes levantamentos astronômicos e colaborações. As correlações entre as curvas de luz são levadas em conta na matriz de covariância, incluindo uma medida do ruído fora da diagonal proveniente de medições realizadas por duas observações diferentes. A distribuição angular das SNe Ia na esfera celeste é apresentada na Figura 3.1, em coordenadas galácticas, onde o disco da Via Láctea ocupa a região do equador da figura.

Podemos ver na Figura 3.1 que algumas regiões encontram-se despovoadas de SNe, especialmente no hemisfério sul galáctico. Isso ocorre porque supernovas são fontes transientes, ou seja, eventos aleatórios de curta duração no céu e não traçadores cósmicos de

¹Disponível em: https://github.com/PantheonPlusSHOES/DataRelease/tree/main/Pantheon2B_Data.

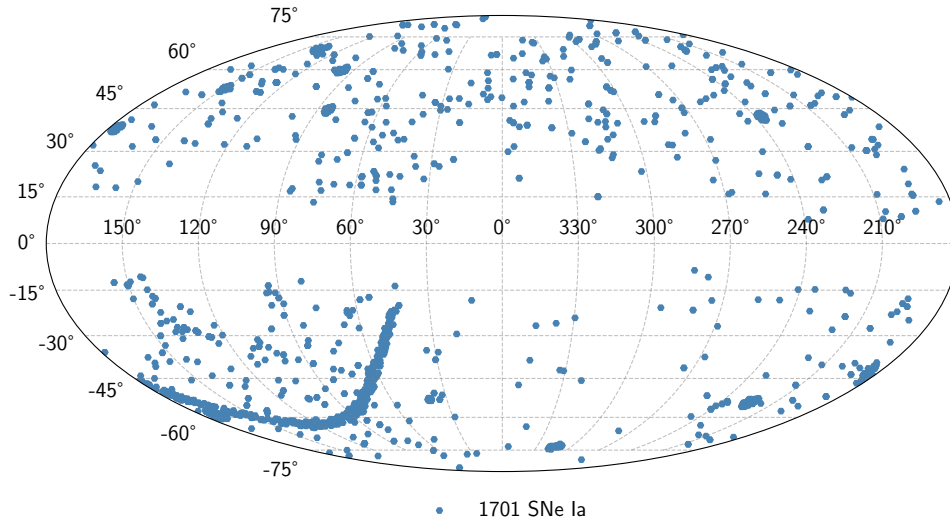


Figura 3.1: Projeção Mollweide da distribuição de SNe Ia, da amostra Pantheon+, na esfera celeste em coordenadas galácticas, onde a latitude ($-90^\circ \leq b \leq 90^\circ$) encontra-se no eixo vertical e a longitude ($0^\circ \leq l \leq 360^\circ$) na horizontal.

longa vida que podem ser observados a qualquer momento com um levantamento astronômico. Assim, o que se tem é a compilação de várias contribuições de diferentes estudos (veja por exemplo a Figura 3.2 e observações por diferentes astrônomos concentrados nas regiões com mais instrumentos disponíveis, como por exemplo, nas instituições de pesquisa localizadas no hemisfério norte geográfico.

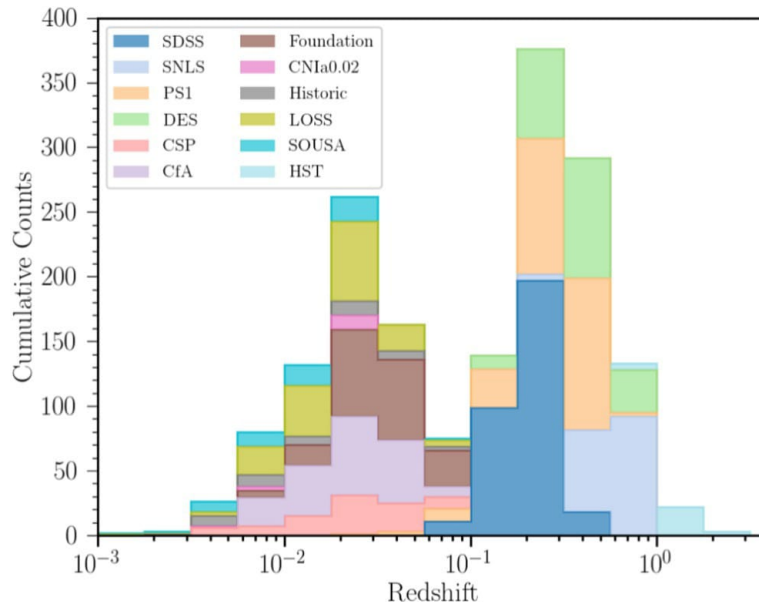


Figura 3.2: Distribuição de *redshift* do Pantheon+ por cada levantamento através de uma contagem cumulativa. As referências de cada estudo exibido na legenda encontra-se em [SCOLNIC *et al.* \(2022\)](#).

Além de conter dados de diversos referenciais de *redshift*, como o da RCF e o Helio-

cêntrico (Hel), o catálogo Pantheon+ oferece uma coleção abrangente de dados precisos obtidos através de espectroscopia. Isso inclui as curvas de luz, matriz de covariância, módulo de distância, bem como velocidades peculiares (SCOLNIC *et al.*, 2022).

3.2 Seleção dos dados

Em nossas análises, nós utilizaremos as seguintes informações dos dados de SNe Ia: posição angular no céu (l, b) ², *redshift* (zCMB)³, módulo de distância (MU_SH0ES), velocidades peculiares (VPEC) e as suas incertezas, respectivamente, exceto àquelas em relação à última, e a matriz de covariância C_{stat} (com o número de linhas/colunas na matriz $N = 1701$), construída a partir das incertezas estatísticas e sistemáticas do módulo de distância. A respeito das incertezas das velocidades peculiares, é indispensável mencionar que estão indeterminadas, no catálogo aparece apenas um valor de 250 km/s para todas as supernovas listadas. No entanto, uma solução para estimar essa quantidade é apresentada na Seção 5.3.

Nosso objetivo neste trabalho, como já expressado, é detectar o movimento *bulk flow* no Universo Local, medindo sua velocidade e direção, utilizando os dados de SNe Ia do Pantheon+ em nossa investigação e para tanto, nós selecionamos uma amostra seguindo alguns critérios. A escolha do intervalo de *redshift* foi motivada por: i) o dipolo gravitacional Shapley-DR em análise está limitado por uma região espacial próxima ao superaglomerado de Shapley que encontra-se em $z_{\text{Shapley}} \simeq 0.05$, assim nós utilizaremos dados no intervalo de $z_{\text{RCF}} \leq 0.06$; ii) não é esperado que as galáxias muito próximas a nós sigam o fluxo de Hubble, pois as regiões de sobredensidade e subdensidade afetam o seu movimento, de modo que estes são dominantes em relação à expansão de Hubble, então nós adotamos um limite inferior de $z_{\text{RCF}} \geq 0.015$ (PETERSON *et al.*, 2022; RIESS *et al.*, 2016).

Neste cenário, as nossas análises são restritas ao Universo Local, no qual podemos utilizar a lei de Hubble-Lemaître para calcular H_0 (VISSER, 2004). Assim, nossa análise é independente de modelo cosmológico para o cálculo das distâncias físicas. Por consistência, no Apêndice A.1, nós realizamos um teste com quatro intervalos diferentes de *redshift* próximos à nossa amostra $z_{\text{RCF}} \in [0.015, 0.06]$, onde nós aplicamos a nossa análise direcional para estudar as SNe Ia de cada conjunto nesses intervalos; como observado, nós obtemos basicamente o mesmo resultado.

De acordo com os critérios de seleção, para nossa análise direcional, a nossa amostra final escolhida é composta por 501 SNe Ia com *redshifts* no intervalo de $0.015 \leq z_{\text{RCF}} \leq 0.06$, i.e., medidos no referencial da RCF, com sua distribuição

²Os dados do Pantheon+ fornecem ascensão reta (RA) e declinação (DEC), mas nós faremos uma transformação de coordenadas e adotaremos em todo o estudo o sistema de coordenadas galácticas com longitude e latitude galácticas (l, b) .

³Note que em inglês a RCF é denotada como CMB, i.e., *Cosmic Microwave Background*.

angular em coordenadas galácticas mostrada na Figura 3.3 e a distribuição de *redshifts* dada pela Figura 3.4.

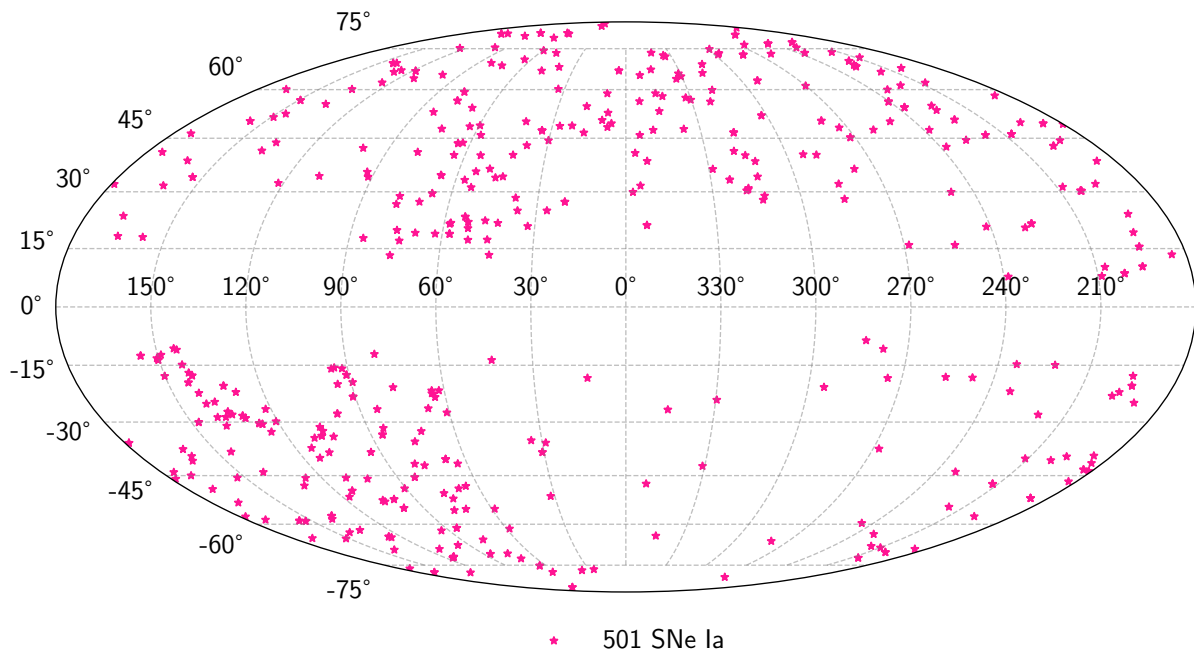


Figura 3.3: Projeção Mollweide da distribuição de 501 SNe Ia selecionadas para nossa análise direcional na esfera celeste, em coordenadas galácticas.

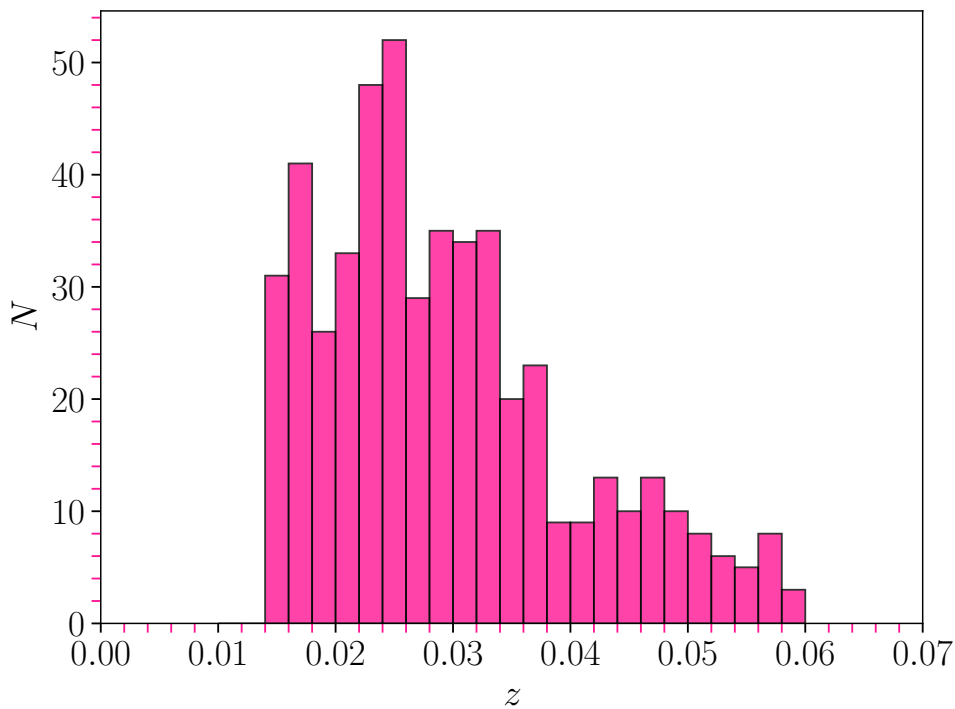


Figura 3.4: Histograma da frequência da amostra de 501 SNe Ia selecionadas para nossa análise direcional, no intervalo de *redshift* $0.015 \leq z_{\text{RCF}} \leq 0.06$; com o bin de tamanho $\Delta z = 0.002$.

Capítulo 4

Metodologia

Neste capítulo, nós apresentaremos a metodologia adotada para realizar a análise direcional do conjunto de 501 SNe Ia selecionadas previamente para a detecção do *bulk flow*. Na sequência, será apresentada a obtenção dos mapas- H_0 bem como e a geração de mapas randômicos.

4.1 Lei de Hubble-Lemaître

No quadro de referência da RCF, a velocidade medida de qualquer objeto cósmico é (BAUMANN, 2022; COURTEAU e VAN DEN BERGH, 1999)

$$\vec{v} = H_0 \vec{r} + \vec{v}_{pec}, \quad (4.1)$$

onde os movimentos peculiares¹ contribuem para o desvio desses objetos do fluxo de Hubble (i.e, a expansão do universo). Considerando apenas a componente radial desta equação, obtém-se

$$c z_{RCF} = H_0 D + v_{pec}^r, \quad (4.2)$$

onde D é a distância física radial ao objeto cósmico e v_{pec}^r é a projeção desta velocidade peculiar na direção radial (para simplificar a notação, a partir de agora, nós escreveremos: $v_{pec} = v_{pec}^r$).

O caminho que nós adotamos para minimizar o impacto das velocidades peculiares foi a escolha de SNe Ia com $z_{RCF} \geq 0.015$, porque neste caso as velocidades peculiares correspondem à uma pequena fração da velocidade de recessão. De fato, como observado na Figura 4.1 as velocidades peculiares da nossa amostra analisada são, em média, menores que 5% da velocidade de recessão em *redshifts* $z_{RCF} \geq 0.015$.

¹Os movimentos peculiares são todos aqueles que as galáxias individualmente possuem, devido a interação gravitacional com as distribuições de matéria, em relação à expansão do universo.

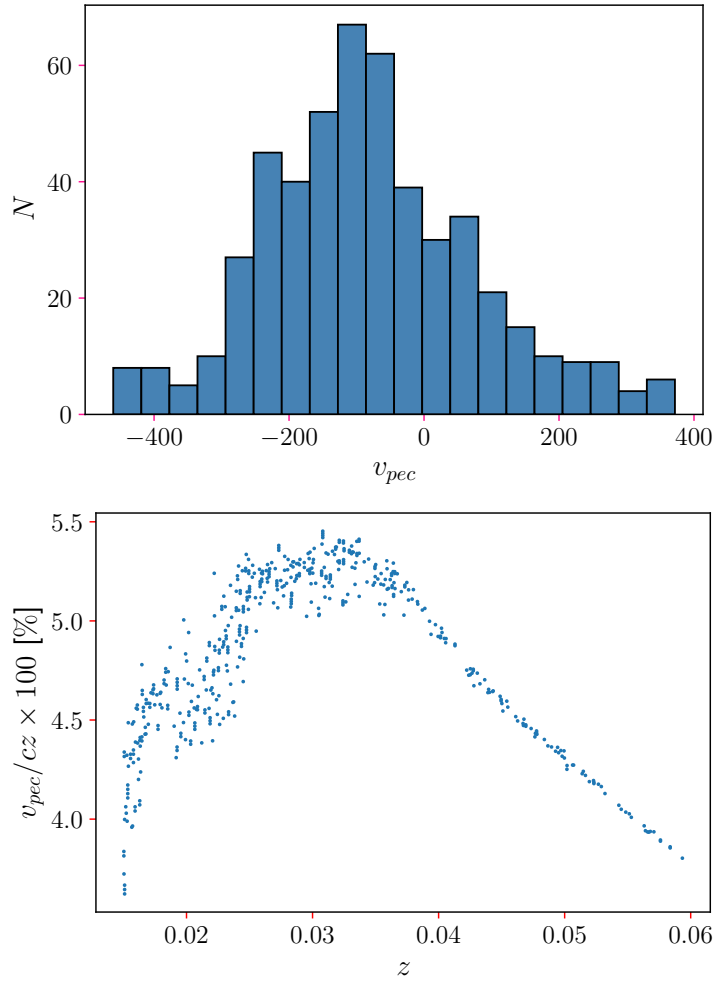


Figura 4.1: **Painel superior:** Histograma de velocidades peculiares de 501 SNe Ia selecionadas para nossa análise. Este histograma mostra a média $\bar{\mu} = -81.87$, a mediana $M = -97.44$, e o desvio padrão $\sigma = 157.90$, todos em unidades de km/s. **Painel inferior:** Fração, em porcentagem, das velocidades peculiares com respeito às velocidades de recessão da amostra em análise.

4.2 Cálculo da Distância de Luminosidade

O valor da constante de Hubble, H_0 , pode ser estimada através da análise do melhor ajuste de curva para o diagrama de HL. Para isto, nós usaremos a distância de luminosidade e o *redshift* de cada SN; também usaremos a informação da matriz de covariância fornecida pelos autores da compilação Pantheon+ (BROUT *et al.*, 2022).

No Universo Local, a distância de luminosidade é uma boa aproximação para estimar as distâncias próprias a objetos com baixos *redshifts*, $z < 0.2$ (VISSER, 2004). De fato, ao expandir a distância de luminosidade derivada para a lei Hubble através da série de potências em z da distância física $D(z) = D_L(z)$, nós podemos realizar o melhor ajuste utilizando a primeira ordem mencionada na Subseção 2.3. Assim, reescrevendo a

equação 2.95, obtemos

$$D_L(z_{\text{RCF}}) = \frac{c z_{\text{RCF}}}{H_0}, \quad (4.3)$$

onde escrevemos $D_L = d_L$ para acompanhar a notação utilizada por LOPES *et al.* (2024) e z_{RCF} é o *redshift* da SN medido no referencial da RCF. Note que a Equação 4.3 é a lei de Hubble-Lemaître linear em baixos *redshifts* para distâncias de luminosidades conhecidas e velocidades radiais não relativísticas.

Para calcular as distâncias de luminosidades das SNe Ia, nós utilizamos o módulo de distância μ , onde a magnitude fiducial foi determinada a partir das distâncias de suas galáxias hospedeiras (BROUT *et al.*, 2022). O módulo de distância, definido na Equação 2.107, pode ser escrito para as SNe Ia do Pantheon+ como (BROUT *et al.*, 2022; SCOLNIC *et al.*, 2022)

$$\mu \equiv m_B + \alpha x_1 - \beta c - M - \delta_{\text{bias}} + \delta_{\text{host}} = 5 \log_{10}(D_L/\text{Mpc}) + 25, \quad (4.4)$$

onde m_B é a magnitude aparente na banda B (i.e., filtro azul), M é a magnitude absoluta fiducial, α e β são parâmetros que relacionam estiramento e cor, respectivamente, à luminosidade, eles são obtidos do ajuste das curvas de luz das supernovas utilizando o modelo SALT2 a partir do pacote de software SNANA (veja SCOLNIC *et al.* 2018). Por fim, δ_{bias} é um termo de correção que leva em conta vieses de seleção enquanto δ_{host} é o termo de correção de luminosidade para correlações residuais entre o brilho padronizado de uma SN Ia e a massa da sua galáxia hospedeira e são derivados de simulações. Note que D_L é dada em unidades de Mpc. Então, calculamos a distância de luminosidade como

$$D_L = 10^{\frac{\mu-25}{5}}. \quad (4.5)$$

4.3 Melhor Ajuste de H_0 e Incertezas associadas à D_L e δH_0

Dada uma função X , que depende de duas ou mais variáveis u, v, \dots , $X = f(u, v, \dots)$, nós podemos calcular a incerteza associada à esta função utilizando a propagação de erros por quadratura (BEVINGTON e ROBINSON, 1992)

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial u}\right)^2 (\sigma_u)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2 (\sigma_v)^2 + \dots}, \quad (4.6)$$

onde os termos $\frac{\partial X}{\partial u}$, $\frac{\partial X}{\partial v}$, \dots , são as derivadas parciais de X com respeito a u, v, \dots , e $\sigma_u, \sigma_v, \dots$, são as incertezas associadas às quantidades medidas u, v, \dots , respectivamente. Vale notar que esta fórmula é válida para estimar o erro estatístico de grandezas independentes, do contrário seria necessário considerar os termos cruzados, que seriam diferentes de zero.

Assim, os erros associados às medidas da distância de luminosidade, d_L , são

$$\sigma_{D_L} = \frac{1}{5} \ln(10) D_L \sigma_\mu, \quad (4.7)$$

onde σ_μ é obtido da matriz de covariância do catálogo Pantheon+.

A estimativa do parâmetro H_0 é obtida através do ajuste de curva dos dados observados em relação à função teórica da distância de luminosidade; isso é feito a partir da lei de Hubble-Lemaître 4.3, utilizando a função `curve_fit` do pacote `scipy.optimize`² da biblioteca de código aberto em linguagem Python SciPy, onde o melhor ajuste de curva é realizado de modo que seja minimizada a função χ^2

$$\chi^2(z; H_0) = [D_L(z) - D_L^{\text{modelo}}(z, H_0)]^T \times \text{Cov}^{-1} \times [D_L(z) - D_L^{\text{modelo}}(z, H_0)], \quad (4.8)$$

onde Cov^{-1} é o inverso da matriz de covariância Cov , que é inserida no código a partir da propagação de erros do módulo de distância dada pela equação 4.7. Com o melhor ajuste nós obtemos as quantidades $[H_0, \sigma_{m-a}^2]$, onde σ_{m-a}^2 é a variância obtida para o parâmetro H_0 devido ao melhor ajuste, e o desvio padrão, σ_{m-a} , é dado pela raiz quadrada da variância.

No entanto, para estimar o erro total de H_0 , nós precisamos levar em conta não somente: (i) as incertezas geradas durante o processo de ajuste, em que utilizamos a matriz de covariância da amostra Pantheon+, mas também (ii) os erros estatísticos gerados pela análise de um número diferente de SNe Ia em cada calota esférica, assim como (iii) as incertezas provenientes do cálculo do dipolo do nosso mapa- H_0 , que levam em consideração toda a amostra. Portanto, o erro total na medida de H_0 é

$$\sigma_{H_0} = \sqrt{\sigma_{m-a}^2 + \sigma_{st}^2 + \sigma_{dp}^2}, \quad (4.9)$$

onde σ_{st} corresponde ao erro estatístico calculado como

$$\sigma_{st}^i = \frac{1}{\sqrt{n_i}}, \quad (4.10)$$

onde n_i é o número de SNe Ia observadas na i -ésima calota esférica e σ_{dp} corresponde à incerteza devido à natureza dipolar do mapa- H_0 (detalhada na Seção 5.1), que foram obtidas utilizando simulações Monte Carlo, como mostrado no Apêndice A.2.

²A função utilizada e demais funções disponíveis da biblioteca podem ser acessadas através do link https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve_fit.html.

4.4 Os mapas- H_0

Para investigar em qual direção a nossa amostra de 501 SNe Ia mostra um valor maior de H_0 , ou não mostra uma direção preferencial, nós realizamos nossa análise direcional escaneando a esfera celeste com calotas esféricas de raio γ utilizando o método descrito a seguir.

Uma calota esférica na esfera celeste, de γ graus de raio, com vértice no i -ésimo pixel com coordenadas (θ_i, ϕ_i) , é definida como a região

$$\Omega_i^\gamma \equiv \Omega(\theta_i, \phi_i; \gamma) \in \mathcal{S}^2, \quad (4.11)$$

onde \mathcal{S}^2 representa a esfera celeste e

$$(\theta_{ca}^i, \phi_{ca}^i) = (\theta_i, \phi_i), \quad (4.12)$$

para $i = 1, 2, \dots, N_{\text{pix}}$ (BERNUI *et al.*, 2007; BERNUI, 2008). Ambos o número de calotas esféricas N e as coordenadas angulares dos seus centros $\{(\theta_{ca}^i, \phi_{ca}^i)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, são definidos usando o algoritmo de pixelização da biblioteca Healpy/HEALPix³ (GÓRSKI *et al.*, 2005), em linguagem Python. O parâmetro de pixelização N_{side} providencia a resolução da grade que define a quantidade de pixels, N_{pix} , em que a esfera é pixelizada seguindo a relação

$$N = N_{\text{pix}} = 12 \times N_{\text{side}}^2, \quad (4.13)$$

onde $N_{\text{side}} = 2^k$, e k é um número inteiro algumas vezes chamado de *ordem* e o fator 12 surge da divisão mínima de áreas iguais que você pode obter com essa pixelização ($N_{\text{side}}^2 = 1$). Isso significa que $N_{\text{side}} = 2$ produz $N = 48$ centros de calotas esféricas, e $N_{\text{side}} = 4$ produz $N = 192$ centros, que correspondem às resoluções angulares que usaremos em nossa análise direcional. Um exemplo pode ser visualizado na Figura 4.2, onde ilustramos a pixelização da esfera dividida em N_{pix} pixels de áreas iguais.

Como observado no painel inferior do plot da Figura 3.1, as SNe não estão distribuídas uniformemente no céu. Isto implica que o número de SNe não é igual em todas as calotas esféricas, um fato que nós levamos em conta em nossas análises ao estimar as incertezas na medida de H_0 , a resolução do nosso mapa e a escolha de γ , o raio das calotas esféricas. Nossa análise será realizada considerando dois casos: $N = 48$ e $N = 192$ calotas, como uma forma de testar a consistência dos nossos resultados.

A escolha do raio da calota esférica, γ , é um desafio: não pode ser pequeno porque o número de SNe observado nesses limites seria tão pequeno que o melhor ajuste seria dominado por ruído estatístico, e não pode ser grande a ponto de perder precisão⁴ na

³<https://healpy.readthedocs.io/en/latest/>

⁴Porque incluir SNe que não contribuem para a direção de interesse faz com que o efeito que queremos medir diminua.

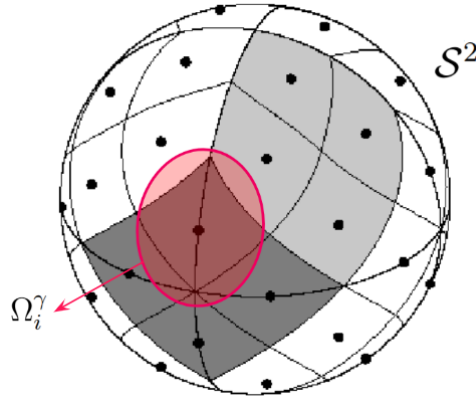


Figura 4.2: Cada ponto preto corresponde ao centro de um i -ésimo pixel de coordenadas $(\theta_{\text{pix}}^i, \phi_{\text{pix}}^i)$, que também equivale ao vértice da i -ésima calota esférica $(\theta_{\text{cap}}^i, \phi_{\text{cap}}^i)$ representada por $\Omega_i^\gamma \equiv \Omega(\theta_{\text{cap}}^i, \phi_{\text{cap}}^i, \gamma) \in \mathcal{S}^2$ com raio γ e representada em cor rosa profundo. Assim, todas as supernovas contidas dentro desta região sombreada em rosa profundo – mas não representadas na figura – são analisadas no diagrama HL para obter o melhor ajuste de H_0 . Figura adaptada de GORSKI *et al.* (1999).

determinação das direções onde H_0 é máximo ou mínimo. Como limite inferior para o número n_i consideramos o número do SNe analisado em 1998 (PERLMUTTER *et al.*, 1999; RIESS *et al.*, 1998), ou seja $n_i \sim 40$ SNe. Após vários testes, nós adotamos $\gamma = 60^\circ$. Porém, também realizamos testes de robustez com outros valores de raio para verificar se o valor $\gamma = 60^\circ$ não está influenciando os nossos resultados. Conforme mostrado no Apêndice A.4, refazemos nossas análises direcionais considerando calotas com $\gamma = 65^\circ$ e $\gamma = 70^\circ$ obtendo resultados completamente semelhantes.

Assim, nossa análise direcional consiste em calcular H_0 em cada uma das N calotas esféricas, de γ graus de raio, produzidas via escaneamento da esfera celeste, através da performance de melhor ajuste do diagrama HL para as SNe observadas em cada calota e atribuindo o valor H_0 encontrado ao centro da calota. No Apêndice A.3, nós investigamos a correlação entre o número de SNe e o melhor ajuste de H_0 , onde concluímos que o número de SNe observados em cada calota esférica têm impacto negligenciável no comportamento dipolar de H_0 .

Por exemplo, suponha que na i -ésima calota esférica, de raio γ , observamos n_i SNe, então nós realizamos o melhor ajuste do diagrama HL com estes n_i eventos encontrando o valor H_0^i . O conjunto de N valores: $\{H_0^i\}$, para $i = 1, \dots, N$, são então reunidos em um mapa do céu completo, daqui em diante chamado de mapa- H_0 ; no qual é atribuída uma escala de cores a este conjunto de números reais $\{H_0^i\}$, obtendo-se assim um mapa- H_0 colorido, que está apresentado na Seção 5.1, e mostrado nos painéis esquerdos da Figura 5.1. Este mapa gerado pode ser decomposto em harmônicos esféricos, de modo que utilizando a função *anafast*, da mesma biblioteca Healpy, podemos obter seu espectro

de potência angular, estimado como

$$C_\ell^{H_0} \equiv \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}^{H_0}|^2, \quad (4.14)$$

para os multipolos $\ell = 0, 1, 2, \dots$, onde na prática o valor de ℓ_{max} depende da resolução do mapa.

O passo seguinte é calcular a componente do dipolo do mapa- H_0 através da análise do espectro de potência angular e estabelecer sua significância estatística com a ajuda de mapas isotrópicos simulados, descritos na seção seguinte.

4.5 Simulação de mapas- H_0 estatisticamente isotrópicos

Para investigar a significância estatística dos nossos resultados, é necessária a comparação deles com mapas- H_0 isotrópicos obtidos através da randomização da nossa amostra da seguinte maneira: suponha que o número de SNe na i -ésima calota esférica seja n_i , para $i = 1, \dots, N$. Estas n_i SNe foram selecionadas na i -ésima calota devido à sua separação angular com respeito ao centro da calota esférica, que é menor ou igual a γ graus. Em nosso teste, em vez disso, para a i -ésima calota esférica, nós selecionamos aleatoriamente n_i supernovas de qualquer parte do céu, onde $i = 1, \dots, N$; em seguida, refazemos o procedimento de melhor ajuste nos N diagramas HL, obtendo um mapa- H_0 isotrópico, denominado mapa- H_0^{Iso} . Ao todo, nós repetimos este processo 1000 vezes, obtendo 1000 mapas- H_0^{Iso} . Para fins ilustrativos, nós mostramos na Figura 4.3 dois desses mapas isotrópicos para cada resolução angular, $N = 48$ e 192 calotas esféricas, i.e., mapas- H_0^{Iso-48} e mapas- $H_0^{Iso-192}$, respectivamente.

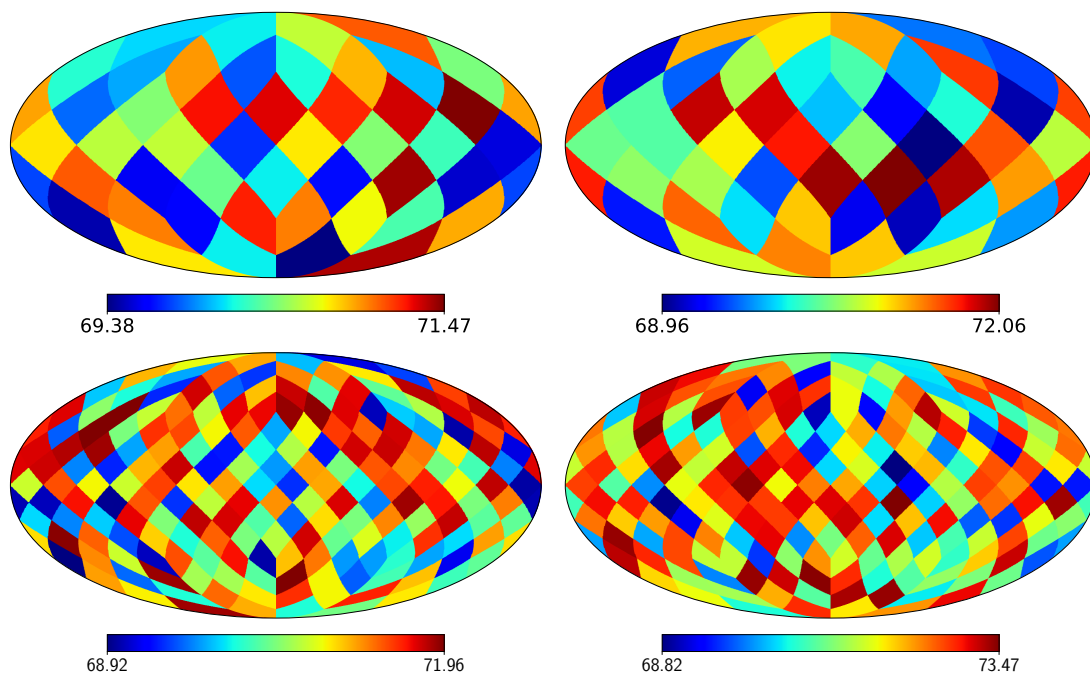


Figura 4.3: Exemplos ilustrativos de mapas- H_0 isotrópicos simulados, mapas- $H_0^{\text{Iso-48}}$, para $N = 48$ calotas (primeira linha), e mapas- $H_0^{\text{Iso-192}}$ para $N = 192$ calotas (segunda linha).

Capítulo 5

Resultados e discussões

Neste capítulo, nós apresentaremos as nossas análises e os resultados correspondentes. Iniciaremos apresentando os mapas- H_0 obtidos para duas resoluções angulares, com $N = 48$ e $N = 192$ calotas esféricas. Em seguida, mostraremos os mapas dos dipolos correspondentes e a determinação da significância estatística desses mapas. Por fim, os nossos cálculos da velocidade do *bulk flow*.

5.1 Estrutura do Dipolo e Espectro de Potência Angular

De acordo com a metodologia descrita no Capítulo 4, nós calculamos os mapas- H_0 , escaneando a esfera celeste com calotas esféricas de raio $\gamma = 60^\circ$. Os nossos resultados são apresentados na Figura 5.1.

O passo seguinte é calcular a componente dipolar destes mapas, e para isto calculamos os espectros de potência angular correspondentes. Claramente, como observado na Figura 5.2, o termo de dipolo C_1 é o maior em relação aos demais termos, $C_1^{48} = 1.52$ para o mapa- H_0^{48} e $C_1^{192} = 1.66$ para o mapa- H_0^{192} , indicando que os mapas- H_0 apresentam um comportamento dipolar neto. No entanto, é necessário avaliar a significância estatística deste resultado, e isto é feito através da comparação com os mapas- H_0 isotrópicos obtidos refazendo o nosso procedimento de análise direcional mas randomizando a escolha das SNe. A produção destes conjuntos de mapas- H_0^{Iso} isotrópicos considerando as duas resoluções angulares com 48 e 192 calotas, e as análises estatísticas para determinar a significância estatística das componentes de dipolo do mapa- H_0^{48} e do mapa- H_0^{192} , são descritas na Seção 4.5.

Nós também calculamos a direção do dipolo, em coordenadas galácticas, encontrando $(l, b) = (327.08^\circ \pm 22.5^\circ, 28.23^\circ \pm 22.5^\circ)$, para o mapa- H_0 com $N = 48$ calotas, e $(l, b) = (326.06^\circ \pm 11.2^\circ, 27.79^\circ \pm 11.2^\circ)$, para o mapa- H_0 com $N = 192$ calotas. As direções e as velocidades do *bulk flow* dos dipolos para ambas as resoluções em análise estão resumidos

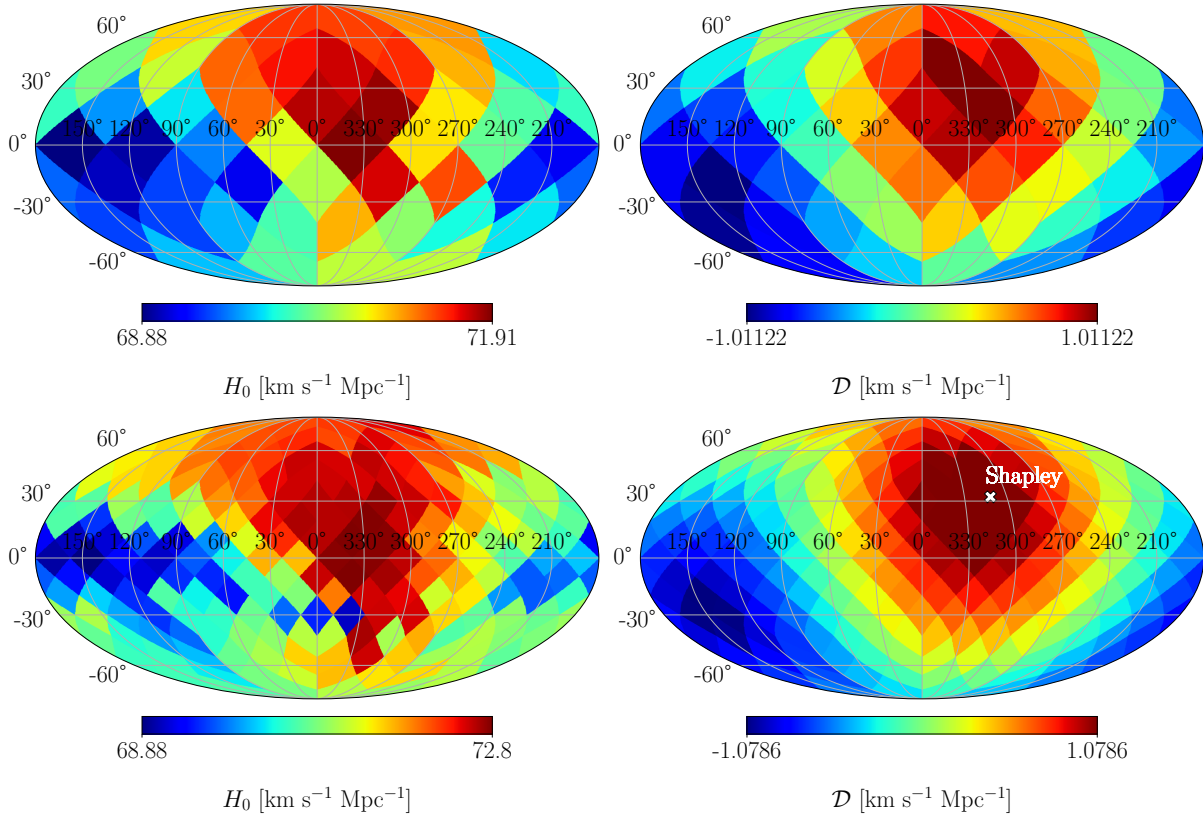


Figura 5.1: **Primeira linha:** o mapa- H_0^{48} com resolução $N_{\text{side}} = 2$ (48 calotas esféricas, painel da esquerda) e seu mapa da componente dipolar (painel da direita). **Segunda linha:** o mapa- H_0^{192} com resolução $N_{\text{side}} = 4$ (192 calotas esféricas, painel da esquerda) e seu mapa da componente dipolar (painel da direita), onde a intensidade do dipolo é $\mathcal{D} \propto \sqrt{C_1}$. A posição do superaglomerado de Shapley é destacada no mapa, para evidenciar que a direção do dipolo obtida está muito próxima desta estrutura de matéria. Note que todos esses mapas estão em unidades de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$.

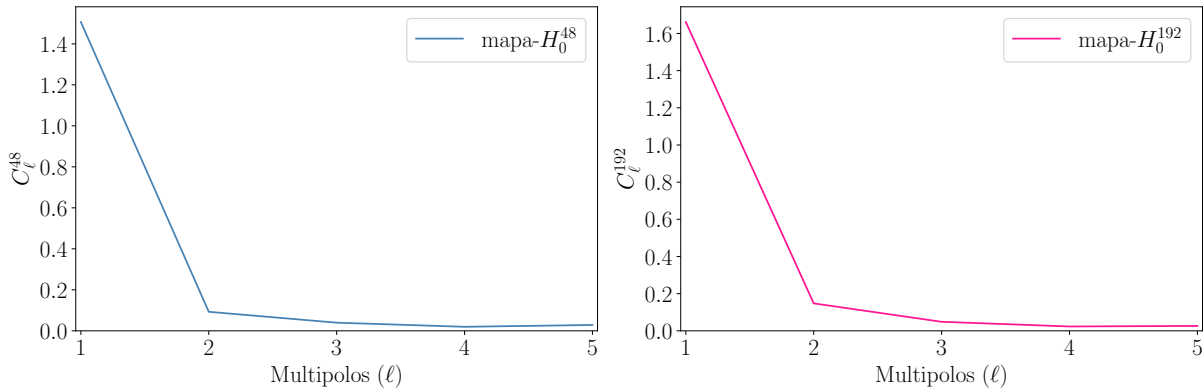


Figura 5.2: Espectros de potência angular do mapa- H_0^{48} (**painel esquerdo**) e do mapa- H_0^{192} (**painel direito**), onde vemos que em ambas as resoluções a componente dipolar é maior comparada aos demais termos.

na Tabela 5.1.

As diferenças entre diversas medições direcionais de H_0 , observadas nos mapas- H_0 mostrados nos painéis esquerdos da Figura 5.1, são interpretadas como sendo originadas pela combinação dos movimentos das galáxias hospedeiras das SNe devido ao fluxo de Hubble (ou seja, a expansão isotrópica do universo) somados aos movimentos peculiares em relação às estruturas de matéria (i.e., *bulk flow*). Claramente, em um universo sem movimentos peculiares, os mapas- H_0 deveriam ser monocromáticos, indicativos da isotropia de H_0 , ou seja, o mesmo valor de H_0 em qualquer direção (exceto por flutuações estatísticas originadas no procedimento de melhor ajuste dos diagramas de HL).

Assim, em relação à interpretação do dipolo dos nossos mapas- H_0 , observamos na Figura 5.1 que esta é uma boa aproximação, mas não um resultado exato. De fato, a cor de cada pixel em nossos mapas- H_0 representa o predomínio de influxos ou efluxos¹, fenômenos que aumentam ou diminuem, respectivamente, a velocidade de recessão das estruturas de matéria em relação ao fluxo de Hubble. Ou seja, a diversidade de cores nos pixels de um mapa- H_0 reflete o predomínio de um fenômeno ou outro, ou até mesmo o equilíbrio entre ambos, efeitos que são quantificados pelo melhor ajuste de H_0^i a partir do diagrama HL dessas supernovas na i -ésima região: pixels avermelhados representam valores de H_0^i acima da média, enquanto os pixels azulados representam os valores abaixo da média e os esverdeados valores próximos à média.

Notavelmente, a prevalência de cada um desses fenômenos é determinada pela distribuição em grande escala da matéria aglomerada e dos grandes vazios, e o Universo Local está repleto deles. (COURTOIS *et al.*, 2013; DIAS *et al.*, 2023; HOFFMAN *et al.*, 2017; TULLY *et al.*, 2023). Grandes estruturas de matéria além do superaglomerado de Shapley produzem um influxo que contribui para distorcer um padrão puramente dipolar. Por exemplo a *South Pole Wall* (SPW, POMARÈDE *et al.*, 2020), uma enorme estrutura em $z \simeq 0.04$, que ocupa a região avermelhada em altas longitudes galácticas adjacente ao plano galáctico ao sul, na Figura 5.1. Por outro lado, a presença de grandes regiões subdensas além do DR (FRANCO *et al.*, 2024a), como o vazio Perseus-Pisces ($z \simeq 0.027$), está produzindo efluxos que também deixam sua assinatura peculiar em nossos mapas de H_0 . Todas essas interações gravitacionais complexas produzem influxos e efluxos que afetam a dinâmica das galáxias hospedeiras das supernovas, fenômenos que são capturados por nossa análise direcional e revelados em nossos mapas- H_0 . A estrutura dipolar observada nos mapas- H_0 é apenas a consequência de um sistema de dipolo gravitacional dominante, i.e., Shapley-DR (HOFFMAN *et al.*, 2017).

¹Efluxo e influxo são termos utilizados para descrever a saída ou entrada de partículas/energia em um sistema físico, respectivamente.

	$l(^{\circ})$	$b(^{\circ})$	V_{BF} (km s $^{-1}$)	δH_0 (km s $^{-1}$ Mpc $^{-1}$)
mapa- H_0^{48}	327.08 ± 22.5	28.23 ± 22.5	127.69 ± 110.97	2.44 ± 1.88
mapa- H_0^{192}	326.06 ± 11.2	27.79 ± 11.2	132.14 ± 109.30	2.57 ± 1.87

Tabela 5.1: Direção e velocidade do *bulk flow*, para análise direcional com duas resoluções angulares para escanear o céu: com 48 ($N_{\text{side}} = 2$) e 192 ($N_{\text{side}} = 4$) calotas esféricas de raio $\gamma = 60^{\circ}$.

5.2 Velocidade do *bulk flow*

Dado um conjunto de dados de supernovas do tipo Ia em baixo *redshift*, $z \ll 1$, pode-se realizar uma análise de melhor ajuste da lei de Hubble-Lemaître linear e escrever

$$\left\langle \frac{cz_{\text{CMB}}}{r} \right\rangle = H_0^{m-a}, \quad (5.1)$$

onde os parênteses angulares significam o procedimento realizado para obter o valor de melhor ajuste H_0^{m-a} . Claramente, de acordo com os painéis esquerdos da Figura 5.1, mapas- H_0 , o valor obtido na análise de melhor ajuste, H_0^{m-a} , depende da direção em estudo. Analisando esses mapas, determinam-se as direções positiva (+) e negativa (−) do dipolo dos mapas- H_0 (painéis direitos da Figura 5.1). Considere o valor de melhor ajuste do mapa- H_0 obtido na direção positiva do dipolo (negativo), ou seja, H_0^+ (H_0^-). Então, a análise direcional dos dados das supernovas nessas direções, com distância efetiva R , é

$$\left\langle \frac{cz_{\text{RCF}}}{r} \right\rangle_{\pm} = H_0^{\pm} \simeq H_0 \pm \frac{V_{\text{BF}}(R)}{R}, \quad (5.2)$$

onde interpretamos o excesso (defeito) em H_0 como sendo o efeito do movimento de *bulk flow*, com velocidade $V_{\text{BF}}(R)$ na distância efetiva R , sobre a taxa de expansão do universo medida pelas SNe. Como consequência disso, temos

$$H_0^+ - H_0^- \equiv \delta H_0(R) \simeq \frac{2V_{\text{BF}}(R)}{R}, \quad (5.3)$$

portanto,

$$V_{\text{BF}}(R) \simeq \frac{1}{2}R\delta H_0(R). \quad (5.4)$$

A seguir, mostraremos como obter a distância efetiva R .

5.3 Distância efetiva R e velocidades peculiares

Para calcular a distância efetiva R de uma amostra de dados, necessária para computar a velocidade do *bulk flow*, nós podemos utilizar o modelo de ruído térmico, *thermal noise*

em inglês, de [TURNBULL *et al.* \(2012\)](#)

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{SNe}}} D_{Li}/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{SNe}}} 1/\sigma_i^2}, \quad (5.5)$$

onde D_{Li} é a distância de luminosidade da i -ésima SN, σ_i é a incerteza da velocidade peculiar da i -ésima SN, e N_{SNe} é o número de SNe em nossa amostra². Infelizmente, o catálogo Pantheon+ não contém as medidas das incertezas das velocidades peculiares das supernovas³. Portanto, para o cálculo da distância efetiva, R , nós precisamos estimar o conjunto $\{\sigma_i\} = \{\sigma_{v_{pec_i}}\}$.

A partir da equação 4.2, a velocidade peculiar na direção radial é dada por

$$v_{pec} = c z_{\text{RCF}} - H_0 D_L. \quad (5.6)$$

Para calcular a incerteza de v_{pec} , $\sigma_{v_{pec}}$, nós utilizamos a equação 4.6 multiplicada por um fator de⁴ $1/\sqrt{2}$, obtendo⁵

$$\sigma_{v_{pec}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{D_L^2 \sigma_{H_0}^2 + H_0^2 \sigma_{D_L}^2}. \quad (5.7)$$

Então nós calculamos $\sigma_{v_{pec}}$ usando os valores de melhor ajuste de H_0 e σ_{H_0} , juntamente com D_L e σ_{D_L} , para o conjunto de SNe localizadas nas calotas esféricas correspondente às direções positiva e negativa do dipolo do mapa- H_0 . Realizando a propagação de erros, a incerteza de R , σ_R , é calculada a partir das incertezas na distância de luminosidade, $\sigma_{D_{Li}}$, e na velocidade peculiar, σ_i , ou seja,

$$\sigma_R = \frac{\sum_{i=1}^{N_{\text{SNe}}} \sigma_{D_{Li}}/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{N_{\text{SNe}}} 1/\sigma_i^2}. \quad (5.8)$$

Com os dados apresentados acima, calculamos então a distância efetiva usando a equação 5.5, e sua incerteza associada usando a equação (5.8), obtendo $R^{48} = 104.67 \pm 10.31$ Mpc e $R^{192} = 102.83 \pm 10.24$ Mpc, para $N = 48$ e $N = 192$ calotas esféricas, respectivamente. Para garantir consistência dos resultados obtidos, também estimamos a distância efetiva usando simulações Monte Carlo, conforme apresentada no Apêndice A.5, em que obtemos valores totalmente consistentes com os apresentados neste parágrafo.

²Amostra correspondente às supernovas das calotas na direção do dipolo.

³A coluna correspondente à essa quantidade existe, mas a informação exibida lá é de 250 km s^{-1} para todas as SNe no catálogo Pantheon+.

⁴O fator $1/\sqrt{2}$ é uma média de todas as possíveis direções da velocidade peculiar, relativa à direção radial; veja, e.g., [BROUT *et al.* \(2022\)](#).

⁵A incerteza nas medições de desvio para o vermelho, $\sigma_{z_{\text{RCF}}}$, é negligenciável.

5.4 Velocidade do *bulk flow* com SNe Ia

Nossas medidas da variação direcional da constante de Hubble foram feitas conforme descrito na Seção 5.1, onde nós obtemos uma estrutura dipolar nos mapas- H_0 , como visto na Figura 5.1, com valores de máximo e mínimo $H_0^{max} = 71.91 \pm 1.42$ e $H_0^{min} = 68.88 \pm 1.32$ para o mapa- H_0^{48} , e $H_0^{max} = 72.80 \pm 1.26$ e $H_0^{min} = 68.88 \pm 1.17$ para o mapa- H_0^{192} , respectivamente (todos os valores de H_0 estão em unidades de $\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$).

De acordo com a equação 5.4, para obter a magnitude da velocidade, nós precisamos de δH_0 e R . Nós calculamos $\delta H_0 \equiv H_0^+ - H_0^-$, considerando os valores nos mapas- H_0 , painéis esquerdos da Figura 5.1, medidos nas duas calotas esféricas correspondentes às direções do dipolo $+/-$ mostradas nos painéis direitos da mesma figura. Para o mapa- H_0^{48} , nós encontramos $H_0^{+/48} = 71.78 \pm 1.34$ e $H_0^{-/48} = 69.34 \pm 1.32$, obtendo $\delta H_0^{48} = 2.44 \pm 1.88$. E para o mapa- H_0^{192} , encontramos $H_0^{+/192} = 72.31 \pm 1.34$ e $H_0^{-/192} = 69.74 \pm 1.30$, obtendo $\delta H_0^{192} = 2.57 \pm 1.87$, onde todos os valores de H_0 e δH_0 estão expressos em unidades de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. O diagrama HL para este último caso é mostrado na Figura 5.3.

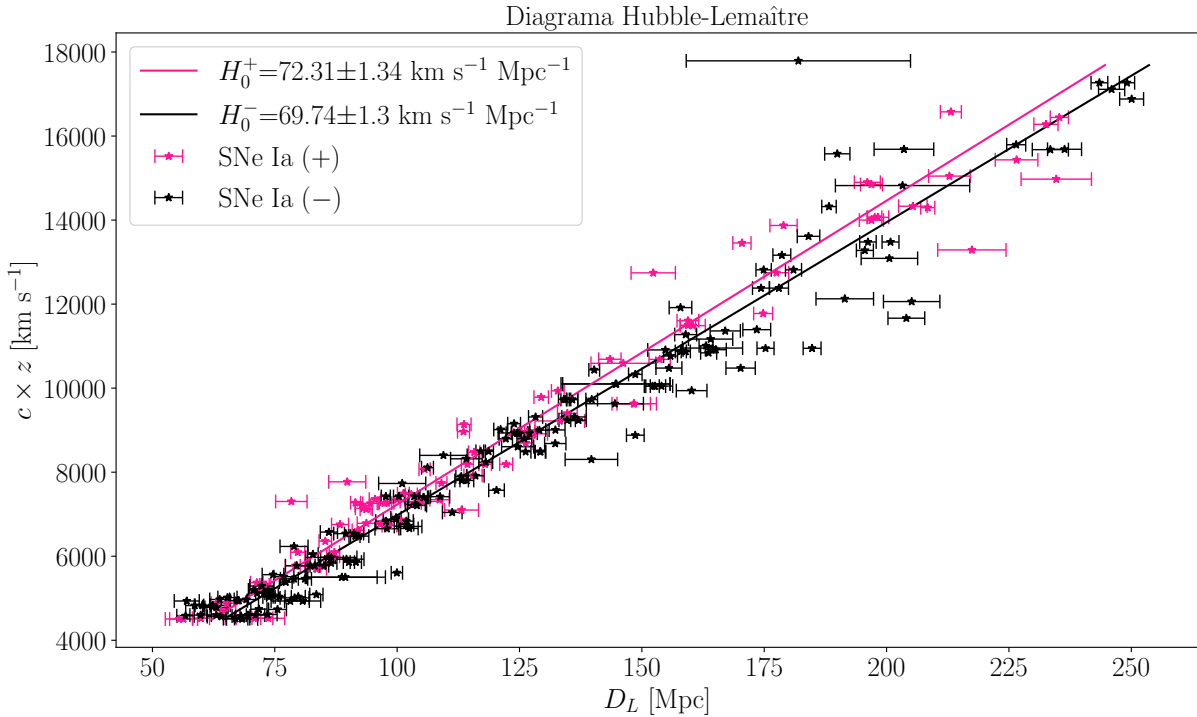


Figura 5.3: Diagrama HL para as SNe Ia localizadas nas calotas esféricas correspondentes às direções positiva e negativa do dipolo do mapa- H_0^{192} , mapa exibido no painel direito da segunda linha da Figura 5.1.

As distâncias efetivas, como calculadas anteriormente, são $R^{48} = 104.67 \pm 10.31$ Mpc e $R^{192} = 102.83 \pm 10.24$ Mpc, então podemos calcular a velocidade do *bulk flow*

$$V_{\text{BF}^{48}} = \frac{1}{2}(104.67 \pm 10.31)(2.44 \pm 1.88) = 127.81 \pm 110.97 \text{ km s}^{-1}, \quad (5.9)$$

$$V_{\text{BF}_{192}} = \frac{1}{2}(102.83 \pm 10.24)(2.57 \pm 1.87) = 132.14 \pm 109.30 \text{ km s}^{-1}. \quad (5.10)$$

Nossos resultados são robustos e estão em bom acordo com os valores relatados na literatura (veja a Figura 5.4). Como mostrado na Figura 5.4, estudos recentes com os dados do CosmicFlows-4 (CF4, TULLY *et al.*, 2023) em escalas maiores que $100 \text{ Mpc } h^{-1}$ relataram velocidades do *bulk flow* que estão em grande tensão com as velocidades esperadas no modelo cosmológico padrão, como as medidas de WATKINS *et al.* (2023) que encontrou $395 \pm 29 \text{ km s}^{-1}$ em $150 \text{ Mpc } h^{-1}$ e $427 \pm 37 \text{ km s}^{-1}$ em $200 \text{ Mpc } h^{-1}$, e a medida de WHITFORD *et al.* (2023) que encontrou $428 \pm 108 \text{ km s}^{-1}$ em $173 \text{ Mpc } h^{-1}$, valores com probabilidade de ocorrência muito baixa considerando o modelo cosmológico padrão: 0.015%, 0.00015% e 0.11%, respectivamente (estes dados estão também exibidos na Figura 5.4). Como sugerido por WATKINS *et al.* (2023), estes resultados podem ser um indicativo de que o referencial de repouso da matéria no universo não é aquele determinado pelo dipolo da RCF (veja, e.g., MIGKAS *et al.*, 2021).

Na Figura 5.5, nós podemos observar algumas direções interessantes na esfera celeste, incluindo o dipolo do movimento *bulk flow* encontrado em nossas análises. Os nossos resultados, resumidos na Tabela 5.1, confirmam que o sistema gravitacional Shapley-DR explica bem a natureza dipolar do movimento *bulk flow* e que as estruturas de matéria no Universo Local parecem se mover na direção do superaglomerado de Shapley com uma velocidade de $132.14 \pm 109.30 \text{ km s}^{-1}$.

Vale mencionar que o desempenho da nossa abordagem depende de termos um grande número de SNe distribuídas uniformemente na esfera celeste, o que não ocorre atualmente (como visto na Figura 3.3); conseqüentemente, as SNe distribuídas de forma irregular em grandes calotas esféricas contribuem apenas parcialmente para identificar a verdadeira velocidade do *bulk flow*: a contribuição potencial \vec{v}_{pec} se reduz à sua componente na direção radial $v_{pec}^r = \vec{v}_{pec} \cdot \hat{r}$, que pode ser uma quantidade pequena porque depende do ângulo entre \vec{v}_{pec} e o vetor unitário \hat{r} , um ângulo que pode ser grande e seu cosseno pequeno, em grandes calotas. Como consequência, observamos que nossa medição é subestimada.

5.5 Mapas isotrópicos e análise estatística de confiança

Nós queremos verificar se a assinatura dipolar encontrada em nossas análises do mapa- H_0 não é um resultado enviesado, seja devido à nossa metodologia de análise ou a algum artefato nos dados. Uma vez gerados os mapas isotrópicos descritos na Seção 4.5, nós calculamos a componente dipolar do espectro de potência angular correspondente dos mapas- H_0^{Iso} , em ambas as resoluções angulares, $\{C_1^{\text{Iso-48}/192}\}$, informação útil para calcular a significância estatística das componentes dipolares C_1^{48} e C_1^{192} , dos mapa- H_0^{48} e mapa- H_0^{192} (mostrados na Figura 5.1), respectivamente. A distribuição das componentes dipolares dos $H_0^{\text{Iso-48}}$ -mapas, $\{C_1^{\text{Iso-48}}\}$, e dos mapas- $H_0^{\text{Iso-192}}$, $\{C_1^{\text{Iso-192}}\}$, bem como os

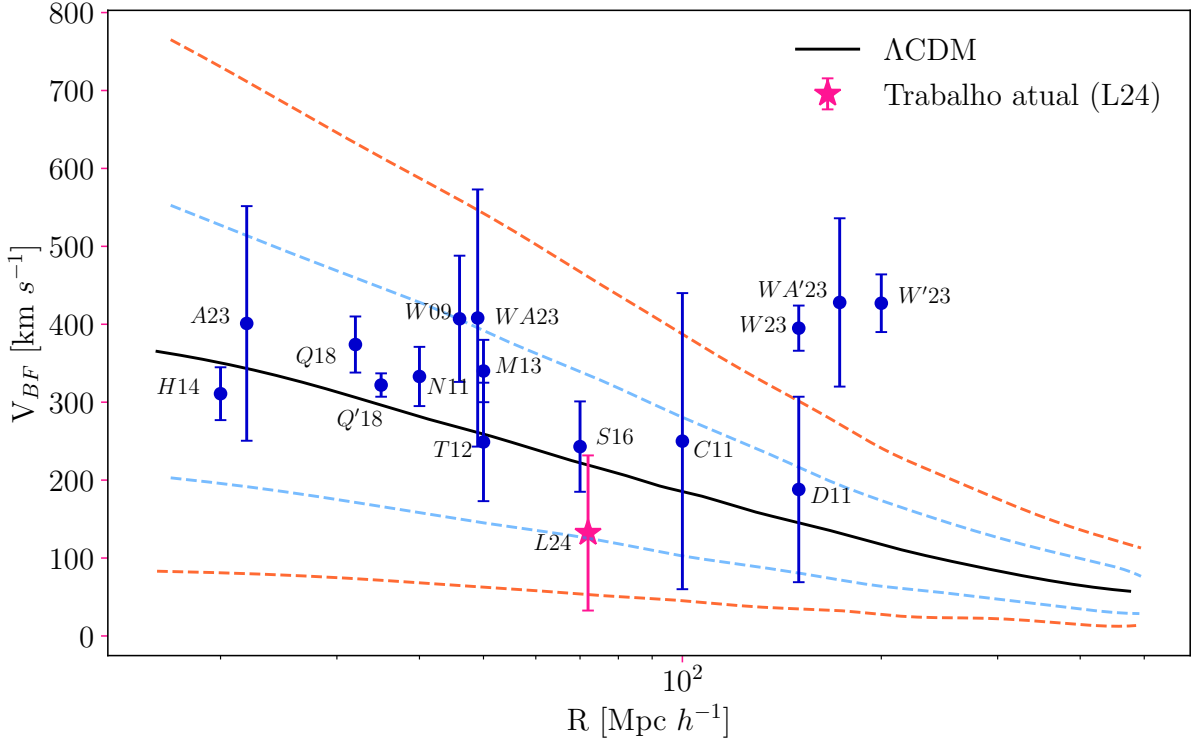


Figura 5.4: Este gráfico compara o valor esperado no modelo Λ CDM representado pela linha contínua sólida preta mais os limites em tracejado de 1σ (azul) e 2σ (laranja) com as várias medições da velocidade do *bulk flow*: A23 (AVILA *et al.*, 2023); H14 (HONG *et al.*, 2014); Q18 and Q'18 (QIN *et al.*, 2018); N11 (NUSSER e DAVIS, 2011); W09 (WATKINS *et al.*, 2008); M13 (MA e SCOTT, 2013); T12 (TURNBULL *et al.*, 2012); S16 (SCRIMGEOUR *et al.*, 2016); C11 (COLIN *et al.*, 2011); D11 (DAI *et al.*, 2011); W23 e W'23 (WATKINS *et al.*, 2023); WA23 e WA'23 (WHITFORD *et al.*, 2023), e o resultado das nossas análises L24 (LOPES *et al.*, 2024), para o caso $N = 192$. Todas as distâncias efetivas, R , estão expressas em unidades de $\text{Mpc } h^{-1}$; neste gráfico, nós usamos $h = 0.7$ para fins de comparação, onde nossa medida está expressa em $71.98 \text{ Mpc } h^{-1}$.

valores $C_1^{48} = 1.52$ e $C_1^{192} = 1.66$, estão exibidos na Figura 5.7; a partir destas distribuições, nós obtemos as médias e os desvios padrão: $C_1^{\text{Iso-48}} = 0.08$, $C_1^{\text{Iso-192}} = 0.02$ e $\sigma_{\text{Iso-48}} = 0.07$, $\sigma_{\text{Iso-192}} = 0.02$.

No Apêndice A.2 nós realizamos simulações Monte Carlo para calcular as incertezas em C_1^{48} e C_1^{192} , i.e., $\sigma_{C_1^{\text{Ran-48}}} = 0.67$ e $\sigma_{C_1^{\text{Ran-192}}} = 0.35$, respectivamente. Com estes dados nós podemos finalmente calcular a significância estatística dos dipolos encontrados em nossa análise direcional; por exemplo, para o caso da componente dipolar C_1^{192} calcula-se

$$|C_1^{192} - C_1^{\text{Iso-192}}| / \sqrt{\sigma_{C_1^{\text{Ran-192}}}^2 + \sigma_{\text{Iso-192}}^2}, \quad (5.11)$$

onde encontramos que este dipolo é significativo em um nível de confiança superior a 99.9%.

Embora nossa abordagem direcional não tivesse como objetivo realizar uma medição

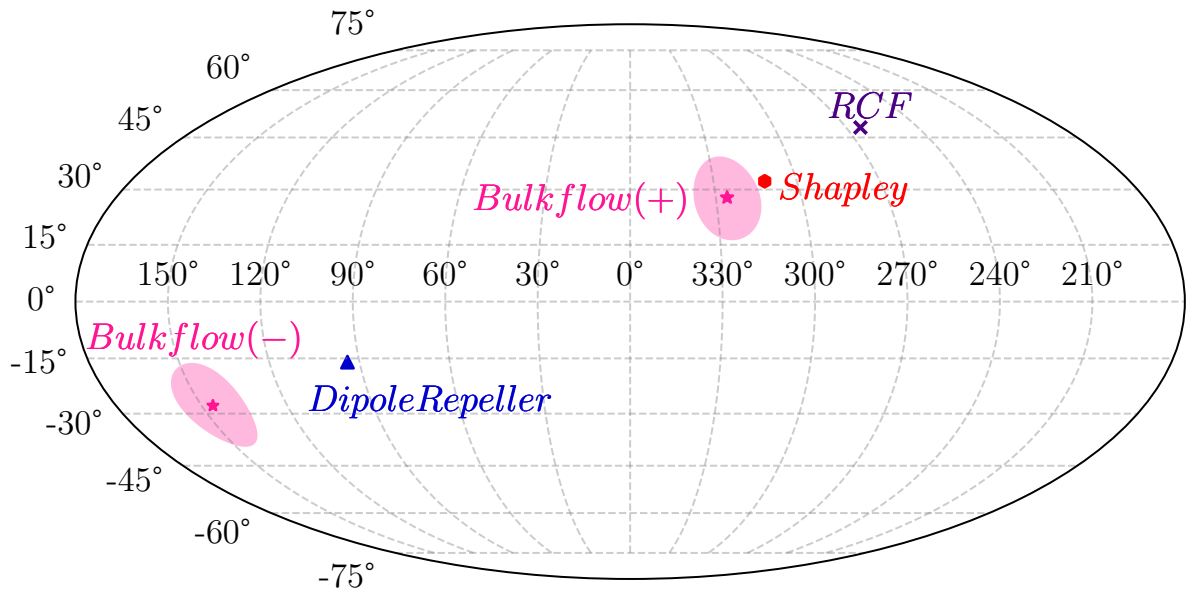


Figura 5.5: Projeção mollweide das estruturas e direções caracterizando os fluxos no Universo Local, em coordenadas galácticas. O *Dipole Repeller* em azul, o *superaglomerado de Shapley* em vermelho, o *dipolo da RCF* em índigo, e a direção $+/-$ do *bulk flow* encontrada para o mapa- H_0^{192} em rosa profundo com a medida da incerteza representada por um círculo da mesma cor (de 11.2° de raio).

de H_0 , ainda assim, é possível obter essa informação importante a partir das componentes monopulares dos nossos mapas- $H_0^{48/192}$. Dessa forma, a medida de H_0 para o caso $N = 192$ será apresentada no Apêndice A.6, e para comparação também mostramos uma análise dependente de modelo cosmológico.

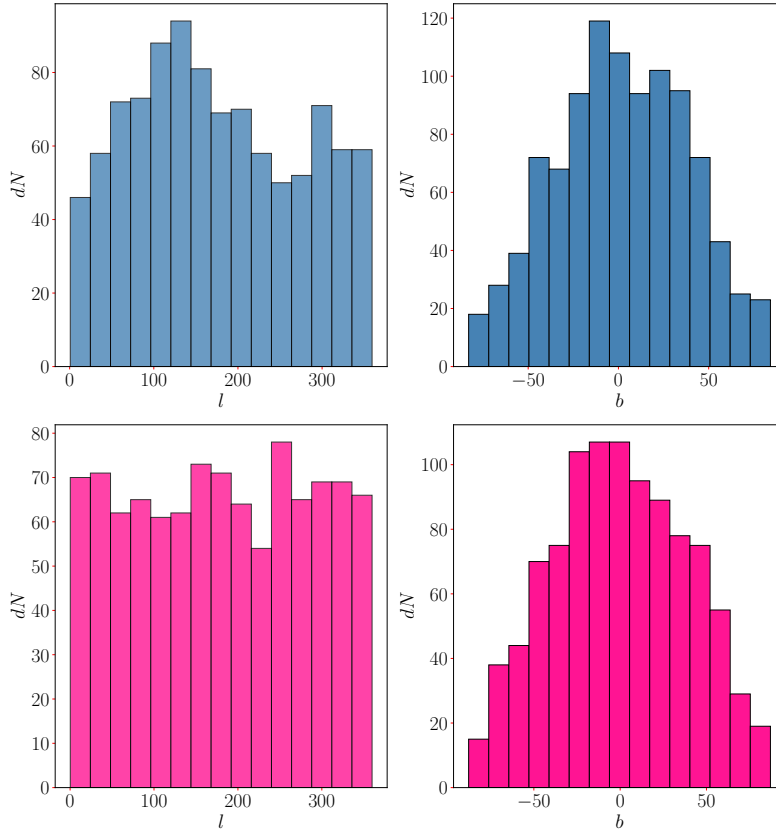


Figura 5.6: Histograma da distribuição de coordenadas galácticas l [0° , 360°] e b [-90° , 90°], para as direções dos dipolos nos mapas gerados randomicamente mapas- H_0^{Iso} . Os primeiro e segundo painéis analisam os mapas- $H_0^{\text{Iso-48}}$ randômicos (48 calotas), enquanto os terceiro e quarto painéis analisam os mapas- $H_0^{\text{Iso-192}}$ randômicos (192 calotas). Em ambos os casos, nossos resultados confirmam que os mapas- $H_0^{\text{Iso-48/192}}$ isotrópicos não exibem uma direção preferencial, como esperado.

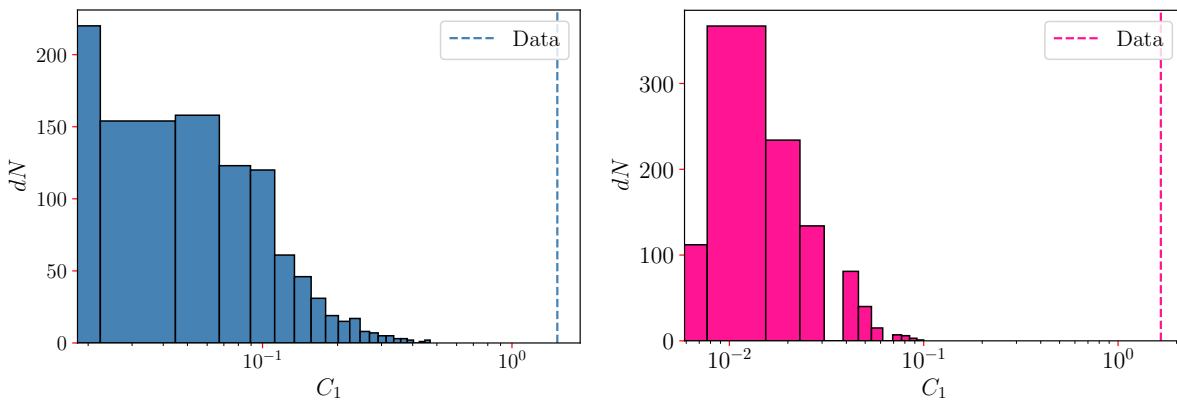


Figura 5.7: Histogramas das componentes dipolares, C_1 , obtidos a partir dos 1000 mapas randomizados, mais a linha pontilhada na vertical desenhada para comparação com o mapa- H_0^{48} (**painel esquerdo**) e o mapa- H_0^{192} (**painel direito**), com $C_1 = 1.52$ e $C_1 = 1.66$ dos mapas originais, respectivamente. Como observado, em ambos os casos, nossa análise direcional mostra que as componentes dipolo dos mapas- H_0 exibidas na Figure 5.1 são estatisticamente significantes, com um nível de confiança superior a 99.9%.

Capítulo 6

Conclusões

As estruturas de matéria cósmica crescem com o tempo devido à interação gravitacional. Isso explica por que nossa vizinhança cósmica, $z \simeq 0$, exibe grandes estruturas de matéria aglomeradas e vazios (AVILA *et al.*, 2021, 2022b; COLGÁIN, 2019; COURTOIS *et al.*, 2013; DE CARVALHO *et al.*, 2020; DE VAUCOULEURS, 1953; HOFFMAN *et al.*, 2017; MARQUES *et al.*, 2024; RUBIN, 1951; TULLY *et al.*, 2019). Neste cenário, foi recentemente proposto que as estruturas do superaglomerado de Shapley e o DR dominam o campo de velocidades das galáxias no Universo Local, agindo como um sistema gravitacional dipolar. Este cenário merece investigação porque no Universo Local o efeito dos movimentos peculiares causados pela distribuição de matéria compete com a expansão do universo, dificultando a análise do diagrama HL, afetando a medição da constante de Hubble.

Motivados por esta proposta, nós investigamos a subamostra de 501 SNe Ia do catálogo Pantheon+ no Universo Local, com redshifts $0.015 \leq z \leq 0.06$, com o objetivo de medir tanto a direção quanto a magnitude da velocidade do *bulk flow*.

Nossa análise direcional varre a esfera celeste considerando duas resoluções angulares: com calotas esféricas de $N = 48$ e $N = 192$, embora nossas conclusões sejam tiradas do caso de melhor resolução angular, i.e., para $N = 192$ calotas. Nós encontramos um dipolo estatisticamente significativo na variação da constante de Hubble, com um nível de confiança superior a 99.9%, com valores de H_0 nas direções $+/-$ do dipolo: $H_0^{+/192} = 72.31 \pm 1.34 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $H_0^{-/192} = 69.74 \pm 1.30 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, para o H_0^{192} -mapa. A Tabela 5.1 e as Figuras 5.1 e 5.4 resumem nossos resultados.

Nossos estudos confirmam que as estruturas de matéria no Universo Local estão de fato seguindo um movimento de *bulk flow* dipolar em direção a $(l, b) = (326.1^\circ \pm 11.2^\circ, 27.8^\circ \pm 11.2^\circ)$, que é uma direção próxima ao superaglomerado de Shapley $(l_{\text{Shapley}}, b_{\text{Shapley}}) = (311.53^\circ, 32.31^\circ)$, com uma velocidade de $132.14 \pm 109.30 \text{ km s}^{-1}$ calculados a uma distância efetiva de $102.83 \pm 10.24 \text{ Mpc} = 71.98 \pm 7.17 \text{ Mpc } h^{-1}$, usando $h = 0.7$ para ilustrar a comparação das medidas mostradas na Figura 5.4. Não menos interessante, a direção antípoda do *bulk flow* dipolar encontra-se próximo à estrutura DR, conforme ilustrado na

Figura 5.5.

No entanto, várias análises realizadas em escalas moderadas $\lesssim 100 \text{ Mpc } h^{-1}$ estimam as velocidades de *bulk flow* descobrindo que elas são estatisticamente consistentes com a previsão do ΛCDM , bem como a medição de [WHITFORD *et al.* \(2023\)](#) em $49 \text{ Mpc } h^{-1}$ analisando o conjunto de dados CF4, e também nossa medida na distância efetiva de $72 \text{ Mpc } h^{-1}$.

Concluindo, nossa análise direcional mostra que o campo de velocidade do *bulk flow* no Universo Local é bem explicado pelo sistema dipolo gravitacional *Shapley-DR* ([HOFFMAN *et al.*, 2017](#)). Além disso, nós estamos confiantes de que os nossos resultados são robustos e que a metodologia adotada não está enviesada devido aos diversos testes de consistência realizados, que estão apresentados no Apêndice.

Bibliografia

- AVILA, F., NOVAES, C. P., BERNUI, A., et al., 2019, “The angular scale of homogeneity in the local Universe with the SDSS blue galaxies”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 488, n. 1 (set.), pp. 1481–1487. doi: 10.1093/mnras/stz1765.
- AVILA, F., BERNUI, A., DE CARVALHO, E., et al., 2021, “The growth rate of cosmic structures in the local Universe with the ALFALFA survey”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 505, n. 3 (ago.), pp. 3404–3413. doi: 10.1093/mnras/stab1488.
- AVILA, F., NOVAES, C. P., BERNUI, A., et al., 2018, “The scale of homogeneity in the local Universe with the ALFALFA catalogue”, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2018(12):041. doi: 10.1088/1475-7516/2018/12/041.
- AVILA, F., BERNUI, A., BONILLA, A., et al., 2022a, “Inferring $S_8(z)$ and $\gamma(z)$ with cosmic growth rate measurements using machine learning”, *European Physical Journal C*, 82(7):594. doi: 10.1140/epjc/s10052-022-10561-0.
- AVILA, F., BERNUI, A., NUNES, R. C., et al., 2022b, “The homogeneity scale and the growth rate of cosmic structures”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 509, n. 2 (jan.), pp. 2994–3003. doi: 10.1093/mnras/stab3122.
- AVILA, F., OLIVEIRA, J., DIAS, M. L. S., et al., 2023, “The bulk flow motion and the Hubble-Lemaître law in the Local Universe with the ALFALFA survey”, *Brazilian Journal of Physics*, 53:49. doi: 10.1007/s13538-023-01259-z.
- BARBOSA, J. L. M., 2007, *Geometria Euclidiana Plana*. SBM.
- BAUMANN, D., 2022, *Cosmology*. Cambridge University Press. ISBN: 978-1-108-93709-2, 978-1-108-83807-8. doi: 10.1017/9781108937092.
- BENGALY, C. A. P., BERNUI, A., FERREIRA, I. S., et al., 2017, “Probing cosmological isotropy with Planck Sunyaev-Zeldovich galaxy clusters”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 466, n. 3 (abr.), pp. 2799–2804. doi: 10.1093/mnras/stw3233.
- BENGALY, C. A. P., BERNUI, A., ALCANIZ, J. S., 2018, “Constraining cosmic isotropy with type Ia supernovae”. In: Bianchi, M., Jansen, R. T., Ruffini, R. (Eds.),

- Fourteenth Marcel Grossmann Meeting - MG14*, pp. 2185–2190, jan. doi: 10.1142/9789813226609_0246.
- BERNUI, A., VILLELA, T., WUENSCHÉ, C. A., et al., 2006, “On the cosmic microwave background large-scale angular correlations”, *Astron. Astrophys.*, v. 454, n. 2 (ago.), pp. 409–414. doi: 10.1051/0004-6361:20054243.
- BERNUI, A., MOTA, B., REBOUÇAS, M. J., et al., 2007, “Mapping the large-scale anisotropy in the WMAP data”, *Astron. Astrophys.*, v. 464, n. 2 (mar.), pp. 479–485. doi: 10.1051/0004-6361:20065585.
- BERNUI, A., FERREIRA, I. S., WUENSCHÉ, C. A., 2008, “On the Large-Scale Angular Distribution of Short Gamma-Ray Bursts”, *Astrophys. J.*, v. 673, n. 2 (fev.), pp. 968–971. doi: 10.1086/524678.
- BERNUI, A., 2008, “Anomalous CMB north-south asymmetry”, *Phys. Rev. D*, 78(6): 063531. doi: 10.1103/PhysRevD.78.063531.
- BERNUI, A., 2009, “Is the cold spot responsible for the CMB North-South asymmetry?” *Phys. Rev. D*, 80(12):123010. doi: 10.1103/PhysRevD.80.123010.
- BERNUI, A., NOVAES, C. P., PEREIRA, T. S., et al., 2018, “Topology and the suppression of CMB large-angle correlations”, *arXiv e-prints*, art. arXiv:1809.05924. doi: 10.48550/arXiv.1809.05924.
- BEVINGTON, P. R., ROBINSON, D. K., 1992, *Data reduction and error analysis for the physical sciences.* ”, McGraw-Hill Education.
- BROUT, D., SCOLNIC, D., POPOVIC, B., et al., 2022, “The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints”, *Astrophys. J.*, 938(2):110. doi: 10.3847/1538-4357/ac8e04.
- CARROLL, B. W., OSTLIE, D. A., 2017, *An introduction to modern astrophysics, Second Edition.* Cambridge University Press.
- CARROLL, S. M., 1997. “Lecture Notes on General Relativity”. .
- CHANDRASEKHAR, S., 1931, “The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs”, *Astrophys. J.*, v. 74 (jul.), pp. 81. doi: 10.1086/143324.
- COELHO, R. C. V., CALVÃO, M. O., REIS, R. R. R., et al., 2014, “Standardization of type Ia supernovae”, *European Journal of Physics*, v. 36, n. 1 (nov), pp. 015007. doi: 10.1088/0143-0807/36/1/015007. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/0143-0807/36/1/015007>>.

- COLES, P., 1996, “The large-scale structure of the universe”, *Contemporary Physics*, v. 37, n. 6, pp. 429–440. doi: 10.1080/00107519608217534. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00107519608217534>>.
- COLGÁIN, E. Ó., 2019, “A hint of matter underdensity at low z ?” *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 9(9):006. doi: 10.1088/1475-7516/2019/09/006.
- COLIN, J., MOHAYAEI, R., SARKAR, S., et al., 2011, “Probing the anisotropic local Universe and beyond with SNe Ia data”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 414, n. 1 (06), pp. 264–271. ISSN: 0035-8711. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.18402.x. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18402.x>>.
- COURTEAU, S., VAN DEN BERGH, S., 1999, “The Solar Motion Relative to the Local Group”, *Astron. J.*, v. 118, n. 1 (jul.), pp. 337–345. doi: 10.1086/300942.
- COURTOIS, H. M., POMARÈDE, D., TULLY, R. B., et al., 2013, “Cosmography of the Local Universe”, *Astron. J.*, 146(3):69. doi: 10.1088/0004-6256/146/3/69.
- DAI, D.-C., KINNEY, W. H., STOJKOVIC, D., 2011, “Measuring the cosmological bulk flow using the peculiar velocities of supernovae”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, v. 2011, n. 04 (apr), pp. 015. doi: 10.1088/1475-7516/2011/04/015. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2011/04/015>>.
- DE CARVALHO, E., BERNUI, A., XAVIER, H. S., et al., 2020, “Baryon acoustic oscillations signature in the three-point angular correlation function from the SDSS-DR12 quasar survey”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 492, n. 3 (mar.), pp. 4469–4476. doi: 10.1093/mnras/staa119.
- DE LAPPARENT, V., GELLER, M. J., HUCHRA, J. P., 1986, “A Slice of the Universe”, *Astrophys. J. Lett.*, v. 302 (mar.), pp. L1. doi: 10.1086/184625.
- DE VAUCOULEURS, G., 1953, “Evidence for a local supergalaxy”, *Astron. J.*, v. 58 (fev.), pp. 30. doi: 10.1086/106805.
- DIAS, B. L., AVILA, F., BERNUI, A., 2023, “Probing cosmic homogeneity in the Local Universe”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 526, n. 3 (dez.), pp. 3219–3229. doi: 10.1093/mnras/stad2980.
- D’INVERNO, R. A., 1992, *Introducing Einstein’s relativity*. Oxford University Press, USA.
- DODELSON, S., 2003, *Modern Cosmology*. Academic Press.

- EINSTEIN, A., 1905, “Zur Elektrodynamik bewegter Körper”, *Annalen der Physik*, v. 322, n. 10 (jan.), pp. 891–921. doi: 10.1002/andp.19053221004.
- EINSTEIN, A., 1916, “Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie”, *Annalen der Physik*, v. 354, n. 7 (jan.), pp. 769–822. doi: 10.1002/andp.19163540702.
- ELLIS, G. F. R., 2009, “Republication of: Relativistic cosmology”, *General Relativity and Gravitation*, v. 41, n. 3 (mar.), pp. 581–660. doi: 10.1007/s10714-009-0760-7.
- ETHERINGTON, I. M. H., 2007, “Republication of: LX. On the definition of distance in general relativity”, *General Relativity and Gravitation*, v. 39, n. 7 (jul.), pp. 1055–1067. doi: 10.1007/s10714-007-0447-x.
- ETHERINGTON, I., 1933, “LX. On the definition of distance in general relativity”, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, v. 15, n. 100, pp. 761–773. doi: 10.1080/14786443309462220. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/14786443309462220>>.
- FOSTER, J., NIGHTINGALE, J. D., 2006, *A Short Course in General Relativity*. ”, ”. doi: 10.1007/978-0-387-27583-3.
- FRANCO, C., AVILA, F., 2024, “The mystery of the Local Cosmic Void”, *Proceedings: Encontro Brasileiro de Meninas da Astrofísica*, v. 5 (jul.), pp. 38. doi: 10.47456/Cad.Astro.v5nEspecial.44878.
- FRANCO, C., AVILA, F., BERNUI, A., 2024a, “Probing cosmic isotropy in the Local Universe”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 527, n. 3 (jan.), pp. 7400–7413. doi: 10.1093/mnras/stad3616.
- FRANCO, C., OLIVEIRA, J., LOPES, M., et al., 2024b, “Measuring the matter fluctuations in the Local Universe with the ALFALFA catalog”, *arXiv e-prints*, art. arXiv:2406.16693. doi: 10.48550/arXiv.2406.16693.
- GIANI, L., HOWLETT, C., SAID, K., et al., 2024, “An effective description of Laniakea: impact on cosmology and the local determination of the Hubble constant”, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2024(1):071. doi: 10.1088/1475-7516/2024/01/071.
- GONÇALVES, R. S., BERNUI, A., HOLANDA, R. F. L., et al., 2015, “Constraints on the duality relation from ACT cluster data”, *Astron. Astrophys.*, 573:A88. doi: 10.1051/0004-6361/201424429.
- GONÇALVES, R. S., CARVALHO, G. C., ANDRADE, U., et al., 2021, “Measuring the cosmic homogeneity scale with SDSS-IV DR16 quasars”, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2021(3):029. doi: 10.1088/1475-7516/2021/03/029.

- GÓRSKI, K. M., HIVON, E., BANDAY, A. J., et al., 2005, “HEALPix: A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere”, *Astrophys. J.*, v. 622, n. 2 (abr.), pp. 759–771. doi: 10.1086/427976.
- GORSKI, K. M., WANDEL, B. D., HANSEN, F. K., et al., 1999, “The HEALPix Primer”, *arXiv e-prints*, art. astro-ph/9905275. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9905275.
- GREGORY, S. A., THOMPSON, L. A., 1978, “The Coma/A1367 supercluster and its environs.” *Astrophys. J.*, v. 222 (jun.), pp. 784–799. doi: 10.1086/156198.
- GUY, J., ASTIER, P., NOBILI, S., et al., 2005, “SALT: a spectral adaptive light curve template for type Ia supernovae”, *Astron. Astrophys.*, v. 443, n. 3 (dez.), pp. 781–791. doi: 10.1051/0004-6361:20053025.
- HOBSON, M. P., EFSTATHIOU, G. P., LASENBY, A. N., 2006, *General Relativity*. Cambridge University Press. doi: 10.2277/0521829518.
- HOFFMAN, Y., POMARÈDE, D., TULLY, R. B., et al., 2017, “The dipole repeller”, *Nature Astronomy*, 1:0036. doi: 10.1038/s41550-016-0036.
- HONG, T., SPRINGOB, C. M., STAVELEY-SMITH, L., et al., 2014, “2MTF - IV. A bulk flow measurement of the local Universe”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 445, n. 1 (nov.), pp. 402–413. doi: 10.1093/mnras/stu1774.
- HOYLE, F., FOWLER, W. A., 1960, “Nucleosynthesis in Supernovae.” *Astrophys. J.*, v. 132 (nov.), pp. 565. doi: 10.1086/146963.
- HUBBLE, E. P., 1925, “Cepheids in spiral nebulae”, *The Observatory*, v. 48 (maio), pp. 139–142.
- HUBBLE, E., 1929, “A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae”, *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 15, n. 3 (mar.), pp. 168–173. doi: 10.1073/pnas.15.3.168.
- HUBBLE, E., HUMASON, M. L., 1931, “The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae”, *Astrophys. J.*, v. 74 (jul.), pp. 43. doi: 10.1086/143323.
- JHA, S., RIESS, A. G., KIRSHNER, R. P., 2007, “Improved Distances to Type Ia Supernovae with Multicolor Light-Curve Shapes: MLCS2k2”, *The Astrophysical Journal*, v. 659, n. 1 (apr), pp. 122. doi: 10.1086/512054. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1086/512054>.
- KAISER, N., 1987, “Clustering in real space and in redshift space”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 227 (jul.), pp. 1–21. doi: 10.1093/mnras/227.1.1.

- KALBOUNEH, B., MARINONI, C., BEL, J., 2023, “Multipole expansion of the local expansion rate”, *Phys. Rev. D*, 107(2):023507. doi: 10.1103/PhysRevD.107.023507.
- KENWORTHY, W. D., SCOLNIC, D., RIESS, A., 2019, “The Local Perspective on the Hubble Tension: Local Structure Does Not Impact Measurement of the Hubble Constant”, *Astrophys. J.*, 875(2):145. doi: 10.3847/1538-4357/ab0ebf.
- KESTER, C. E., BERNUI, A., HIPÓLITO-RICALDI, W. S., 2024, “Probing the statistical isotropy of the universe with Planck data of the cosmic microwave background”, *Astron. Astrophys.*, 683:A176. doi: 10.1051/0004-6361/202348160.
- KHAN, M. I., SAHA, R., 2022, “Isotropy statistics of CMB hot and cold spots”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, v. 2022, n. 06 (jun), pp. 006. doi: 10.1088/1475-7516/2022/06/006. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2022/06/006>>.
- KIRSHNER, R. P., 2004, “Hubble’s diagram and cosmic expansion”, *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 101, n. 1 (jan.), pp. 8–13. doi: 10.1073/pnas.2536799100.
- KUMAR ALURI, P., CEA, P., CHINGANGBAM, P., et al., 2023, “Is the observable Universe consistent with the cosmological principle?” *Classical and Quantum Gravity*, 40(9):094001. doi: 10.1088/1361-6382/acbefc.
- LEAVITT, H. S., PICKERING, E. C., 1912, “Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud.” *Harvard College Observatory Circular*, v. 173 (mar.), pp. 1–3.
- LEMAÎTRE, G., 1927, “Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques”, *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, v. 47 (jan.), pp. 49–59.
- LIDDLE, A., 2003, *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley–Blackwell.
- LOPES, M., BERNUI, A., FRANCO, C., et al., 2024, “Bulk Flow Motion Detection in the Local Universe with Pantheon+ Type Ia Supernovae”, *ApJ*, 967(1):47. doi: 10.3847/1538-4357/ad3735.
- LYNDEN-BELL, D., FABER, S. M., BURSTEIN, D., et al., 1988, “Photometry and Spectroscopy of Elliptical Galaxies. V. Galaxy Streaming toward the New Supergalactic Center”, *Astrophys. J.*, v. 326 (mar.), pp. 19. doi: 10.1086/166066.

- MA, Y.-Z., SCOTT, D., 2013, “Cosmic bulk flows on $50 h^{-1}$ Mpc scales: a Bayesian hyper-parameter method and multishell likelihood analysis”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 428, n. 3 (jan.), pp. 2017–2028. doi: 10.1093/mnras/sts178.
- MARINONI, C., BEL, J., BUZZI, A., 2012, “The scale of cosmic isotropy”, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2012(10):036. doi: 10.1088/1475-7516/2012/10/036.
- MARQUES, G. A., NOVAES, C. P., BERNUI, A., et al., 2018, “Isotropy analyses of the Planck convergence map”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 473, n. 1 (jan.), pp. 165–172. doi: 10.1093/mnras/stx2240.
- MARQUES, G. A., BERNUI, A., 2020, “Tomographic analyses of the CMB lensing and galaxy clustering to probe the linear structure growth”, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 05(5):052. doi: 10.1088/1475-7516/2020/05/052.
- MARQUES, G. A., LIU, J., SHIRASAKI, M., et al., 2024, “Cosmology from weak lensing peaks and minima with Subaru Hyper Suprime-Cam Survey first-year data”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 528, n. 3 (mar.), pp. 4513–4527. doi: 10.1093/mnras/stae098.
- MAZURENKO, S., BANIK, I., KROUPA, P., et al., 2024, “A simultaneous solution to the Hubble tension and observed bulk flow within $250 h^{-1}$ Mpc”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 527, n. 3 (jan.), pp. 4388–4396. doi: 10.1093/mnras/stad3357.
- MC CONVILLE, R., Ó COLGÁIN, E., 2023, “Anisotropic distance ladder in Pantheon+supernovae”, *Phys. Rev. D*, 108(12):123533. doi: 10.1103/PhysRevD.108.123533.
- MIGKAS, K., SCHELLENBERGER, G., REIPRICH, T. H., et al., 2020, “Probing cosmic isotropy with a new X-ray galaxy cluster sample through the L_X -T scaling relation”, *Astron. Astrophys.*, 636:A15. doi: 10.1051/0004-6361/201936602.
- MIGKAS, K., PACAUD, F., SCHELLENBERGER, G., et al., 2021, “Cosmological implications of the anisotropy of ten galaxy cluster scaling relations”, *Astron. Astrophys.*, 649:A151. doi: 10.1051/0004-6361/202140296.
- MISNER, C. W., THORNE, K. S., WHEELER, J. A., et al., 2018, *Gravitation*. Princeton University Press.
- NORTON, J. D., 2022. “Big Bang Cosmology”. https://sites.pitt.edu/~jdnorton/teaching/HPS_0410/chapters/big_bang_FRW_spacetimes/. Último acesso: 20 de fevereiro de 2024.

- NOVAES, C. P., BERNUI, A., MARQUES, G. A., et al., 2016, “Local analyses of Planck maps with Minkowski functionals”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 461, n. 2 (set.), pp. 1363–1373. doi: 10.1093/mnras/stw1427.
- NUSSER, A., DAVIS, M., 2011, “THE COSMOLOGICAL BULK FLOW: CONSISTENCY WITH Λ CDM AND $z \simeq 0$ CONSTRAINTS ON σ_8 AND γ ”, *The Astrophysical Journal*, v. 736, n. 2 (jul), pp. 93. doi: 10.1088/0004-637X/736/2/93. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/736/2/93>>.
- OKE, J. B., GUNN, J. E., 1983, “Secondary standard stars for absolute spectrophotometry.” *Astrophys. J.*, v. 266 (mar.), pp. 713–717. doi: 10.1086/160817.
- PADMANABHAN, T., 1993, *Structure Formation in the Universe*. Cambridge University Press.
- PEEBLES, P. J. E., 1980, *The large-scale structure of the universe*. Princeton University Press.
- PERIVOLAROPOULOS, L., 2023, “Isotropy properties of the absolute luminosity magnitudes of SNIa in the Pantheon + and SH0ES samples”, *Phys. Rev. D*, 108(6): 063509. doi: 10.1103/PhysRevD.108.063509.
- PERLMUTTER, S., ALDERING, G., GOLDHABER, G., et al., 1999, “Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae”, *Astrophys. J.*, v. 517, n. 2 (jun.), pp. 565–586. doi: 10.1086/307221.
- PERLMUTTER, S., OTHERS, 1999, “Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae”, *Astrophys. J.*, v. 517, pp. 565–586. doi: 10.1086/307221.
- PETERSON, E. R., KENWORTHY, W. D., SCOLNIC, D., et al., 2022, “The Pantheon+ Analysis: Evaluating Peculiar Velocity Corrections in Cosmological Analyses with Nearby Type Ia Supernovae”, *Astrophys. J.*, 938(2):112. doi: 10.3847/1538-4357/ac4698.
- PETTINI, M., 2018. “Introduction to Cosmology”. Disponível em: <<https://people.ast.cam.ac.uk/~pettini/IntroCosmology/>>.
- PHILLIPS, M. M., LIRA, P., SUNTZEFF, N. B., et al., 1999, “The Reddening-Free Decline Rate Versus Luminosity Relationship for Type Ia Supernovae”, *The Astronomical Journal*, v. 118, n. 4 (oct), pp. 1766. doi: 10.1086/301032. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1086/301032>>.
- PLANCK COLLABORATION, AGHANIM, N., AKRAMI, Y., et al., 2020a, “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”, *Astron. Astrophys.*, 641:A6. doi: 10.1051/0004-6361/201833910.

- PLANCK COLLABORATION, AGHANIM, N., AKRAMI, Y., et al., 2020b, “Planck 2018 results. V. CMB power spectra and likelihoods”, *Astron. Astrophys.*, 641: A5. doi: 10.1051/0004-6361/201936386.
- POMARÈDE, D., TULLY, R. B., GRAZIANI, R., et al., 2020, “Cosmicflows-3: The South Pole Wall”, *Astrophys. J.*, 897(2):133. doi: 10.3847/1538-4357/ab9952.
- POUND, R. V., SNIDER, J. L., 1965, “EFFECT OF GRAVITY ON GAMMA RADIATION”, *Physical Review (U.S.) Superseded in part by Phys. Rev. A, Phys. Rev. B: Solid State, Phys. Rev. C, and Phys. Rev. D*, v. 140 (11). doi: 10.1103/PhysRev.140.B788. Disponível em: <<https://www.osti.gov/biblio/4590878>>.
- PRIALNIK, D., 2000, *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*. "Cambridge University Press".
- QIN, F., HOWLETT, C., STAVELEY-SMITH, L., et al., 2018, “Bulk flow and shear in the local Universe: 2MTF and cosmicflows-3”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 482, n. 2 (10), pp. 1920–1930. ISSN: 0035-8711. doi: 10.1093/mnras/sty2826. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/mnras/sty2826>>.
- RAYCHAUDHURY, S., 1989, “The distribution of galaxies in the direction of the ‘Great Attractor’”, *Nature*, v. 342, n. 6247 (nov.), pp. 251–255. doi: 10.1038/342251a0.
- RIESS, A. G., MACRI, L. M., HOFFMANN, S. L., et al., 2016, “A 2.4% DETERMINATION OF THE LOCAL VALUE OF THE HUBBLE CONSTANT”, *The Astrophysical Journal*, v. 826, n. 1 (jul), pp. 56. doi: 10.3847/0004-637x/826/1/56. Disponível em: <<https://doi.org/10.3847%2F0004-637x%2F826%2F1%2F56>>.
- RIESS, A. G., OTHERS, 1998, “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant”, *Astron. J.*, v. 116, pp. 1009–1038. doi: 10.1086/300499.
- RUBIN, V. C., THONNARD, N., FORD, W. K., J., et al., 1976, “Motion of the Galaxy and the Local Group determined from the velocity anisotropy of distant Sc I galaxies. II. The analysis for the motion.” *Astron. J.*, v. 81 (set.), pp. 719–737. doi: 10.1086/111943.
- RUBIN, V. C., 1951, “Differential rotation of the inner metagalaxy.” *Astron. J.*, v. 56 (jan.), pp. 47. doi: 10.1086/106628.
- RYDEN, B., 2003, *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press.

- SANTANA, L. T., CALVÃO, M. O., REIS, R. R. R., et al., 2017, “How does light move in a generic metric-affine background?” *Phys. Rev. D*, 95(6):061501. doi: 10.1103/PhysRevD.95.061501.
- SCARAMELLA, R., BAIESI-PILLASTRINI, G., CHINCARINI, G., et al., 1989, “A marked concentration of galaxy clusters: is this the origin of large-scale motions?” *Nature*, v. 338, n. 6216 (abr.), pp. 562–564. doi: 10.1038/338562a0.
- SCHNEIDER, P., 2006, *Extragalactic Astronomy and Cosmology*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- SCHUTZ, B., 2009, *A First Course in General Relativity*. Cambridge University Press.
- SCOLNIC, D. M., JONES, D. O., REST, A., et al., 2018, “The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample”, *The Astrophysical Journal*, v. 859, n. 2 (may), pp. 101. doi: 10.3847/1538-4357/aab9bb. Disponível em: <<https://doi.org/10.3847/1538-4357/aab9bb>>.
- SCOLNIC, D., BROUT, D., CARR, A., et al., 2022, “The Pantheon+ Analysis: The Full Data Set and Light-curve Release”, *Astrophys. J.*, 938(2):113. doi: 10.3847/1538-4357/ac8b7a.
- SCRIMGEOUR, M. I., DAVIS, T., BLAKE, C., et al., 2012, “The WiggleZ Dark Energy Survey: the transition to large-scale cosmic homogeneity”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 425, n. 1 (09), pp. 116–134. ISSN: 0035-8711. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.21402.x. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21402.x>>.
- SCRIMGEOUR, M. I., DAVIS, T. M., BLAKE, C., et al., 2016, “The 6dF Galaxy Survey: bulk flows on 50-70 h^{-1} Mpc scales”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 455, n. 1 (jan.), pp. 386–401. doi: 10.1093/mnras/stv2146.
- SHAPLEY, H., CURTIS, H. D., 1921, “The Scale of the Universe”, *Bulletin of the National Research Council*, v. 2, n. 11 (maio), pp. 171–217.
- SILVA, G. P. D., 2018, “Estimando parâmetros cosmológicos a partir de dados observacionais”, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 40, n. 2. ISSN: 1806-1117. doi: 10.1590/1806-9126-RBEF-2017-0247. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2017-0247>>.
- SLIPHER, V. M., 1915, “Spectrographic Observations of Nebulae”, *Popular Astronomy*, v. 23 (jan.), pp. 21–24.

- TULLY, R. B., 2023, “The Hubble Constant: A Historical Review”, *arXiv e-prints*, art. arXiv:2305.11950. doi: 10.48550/arXiv.2305.11950.
- TULLY, R. B., FISHER, J. R., 1987, *Nearby galaxies Atlas*. Cambridge University Press.
- TULLY, R. B., POMARÈDE, D., GRAZIANI, R., et al., 2019, “Cosmicflows-3: Cosmography of the Local Void”, *Astrophys. J.*, 880(1):24. doi: 10.3847/1538-4357/ab2597.
- TULLY, R. B., KOURKCHI, E., COURTOIS, H. M., et al., 2023, “Cosmicflows-4”, *Astrophys. J.*, 944(1):94. doi: 10.3847/1538-4357/ac94d8.
- TURATTO, M., 2003, “Classification of Supernovae”. In: Weiler, K. (Ed.), *Supernovae and Gamma-Ray Bursters*, v. 598, ”, pp. 21–36. doi: 10.1007/3-540-45863-8_3.
- TURNBULL, S. J., HUDSON, M. J., FELDMAN, H. A., et al., 2012, “Cosmic flows in the nearby universe from Type Ia supernovae”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 420, n. 1 (fev.), pp. 447–454. doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.20050.x.
- VISSER, M., 2005, “Cosmography: Cosmology without the Einstein equations”, *General Relativity and Gravitation*, v. 37, n. 9 (set.), pp. 1541–1548. doi: 10.1007/s10714-005-0134-8.
- VISSER, M., 2004, “Jerk, snap and the cosmological equation of state”, *Classical and Quantum Gravity*, v. 21, n. 11 (jun.), pp. 2603–2615. doi: 10.1088/0264-9381/21/11/006.
- WALD, R. M., 1984, *General Relativity*. University of Chicago Press.
- WATKINS, R., FELDMAN, H. A., HUDSON, M. J., 2008, “Consistently large cosmic flows on scales of $100 h^{-1}$ Mpc: a challenge for the standard Λ CDM cosmology”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 392, n. 2 (12), pp. 743–756. ISSN: 0035-8711. doi: 10.1111/j.1365-2966.2008.14089.x. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.14089.x>>.
- WATKINS, R., ALLEN, T., BRADFORD, C. J., et al., 2023, “Analysing the large-scale bulk flow using cosmicflows4: increasing tension with the standard cosmological model”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 524, n. 2 (set.), pp. 1885–1892. doi: 10.1093/mnras/stad1984.
- WEINBERG, S., 1972, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Wiley. Disponível em: <<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1972gcpa.book.....W>>. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.

WEINBERG, S., 2008, *Cosmology*. Oxford.

WHITFORD, A. M., HOWLETT, C., DAVIS, T. M., 2023, “Evaluating bulk flow estimators for CosmicFlows-4 measurements”, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 526, n. 2 (dez.), pp. 3051–3071. doi: 10.1093/mnras/stad2764.

Apêndice A

A.1 Teste de consistência para outros intervalos de *redshift* z

Neste apêndice, nós investigamos a consistência de nossos resultados estudando as SNe presentes em outros intervalos de *redshift*, próximos ao intervalo original analisado neste trabalho, $z_{\text{RCF}} \in [0.015, 0.06]$. Assim, realizamos nossa análise direcional para quatro amostras de SNe com intervalos de *redshift* como segue: $z \in [0.01, 0.06]$, $z \in [0.01, 0.055]$, $z \in [0.01, 0.065]$, e $z \in [0.015, 0.065]$ no marco de referência da RCF; o número de SNe Ia nestes intervalos foram 565, 552, 576, e 512, respectivamente. Os mapas- H_0^{192} obtidos em cada caso estão apresentados na coluna esquerda da Figura A.1. Para ilustrar quão diferentes esses mapas são com respeito ao mapa original mapa- H_0^{192} , analisado para as SNe com $z \in [0.015, 0.06]$ e mostrados no painel esquerdo da segunda linha da Figura 5.1, nós calculamos o mapa da diferença $D^i \equiv [\text{mapa-}H_0^{192/\text{original}} - \text{mapa-}H_0^{192/i}]$, onde o índice i refere-se à cada uma das quatro sub-amostras mencionadas acima. Os mapas $\{D^i\}$ estão exibidos na coluna direita da Figura A.1, e mostram que as diferenças com respeito aos mapas- $H_0^{192/\text{original}}$ são muito pequenas para os dois primeiros casos, e as diferenças para os dois últimos casos são de $\lesssim 2\%$, implicando que os nossos resultados referentes ao intervalo analisado neste trabalho, $z \in [0.015, 0.06]$, são robustos.

A.2 Incertezas em H_0 devido ao Dipolo δH_0 : Simulações Monte Carlo

A natureza dipolar de $\delta H_0(l, b)$ contribui para a incerteza na medida de σ_{H_0} (veja a Seção 4.3). Para calcular esta incerteza, σ_{dp} , devido à dependência direcional observada em $H_0^{m-a}(l, b)$, nós realizamos simulações Monte Carlo.

Primeiro, nós geramos 1000 amostras aleatórias de SNe, onde suas posições angulares (l, b) foram preservadas, mas suas distâncias de luminosidade foram estimadas aleatoriamente a partir de uma distribuição Gaussiana, considerando como média e desvio padrão

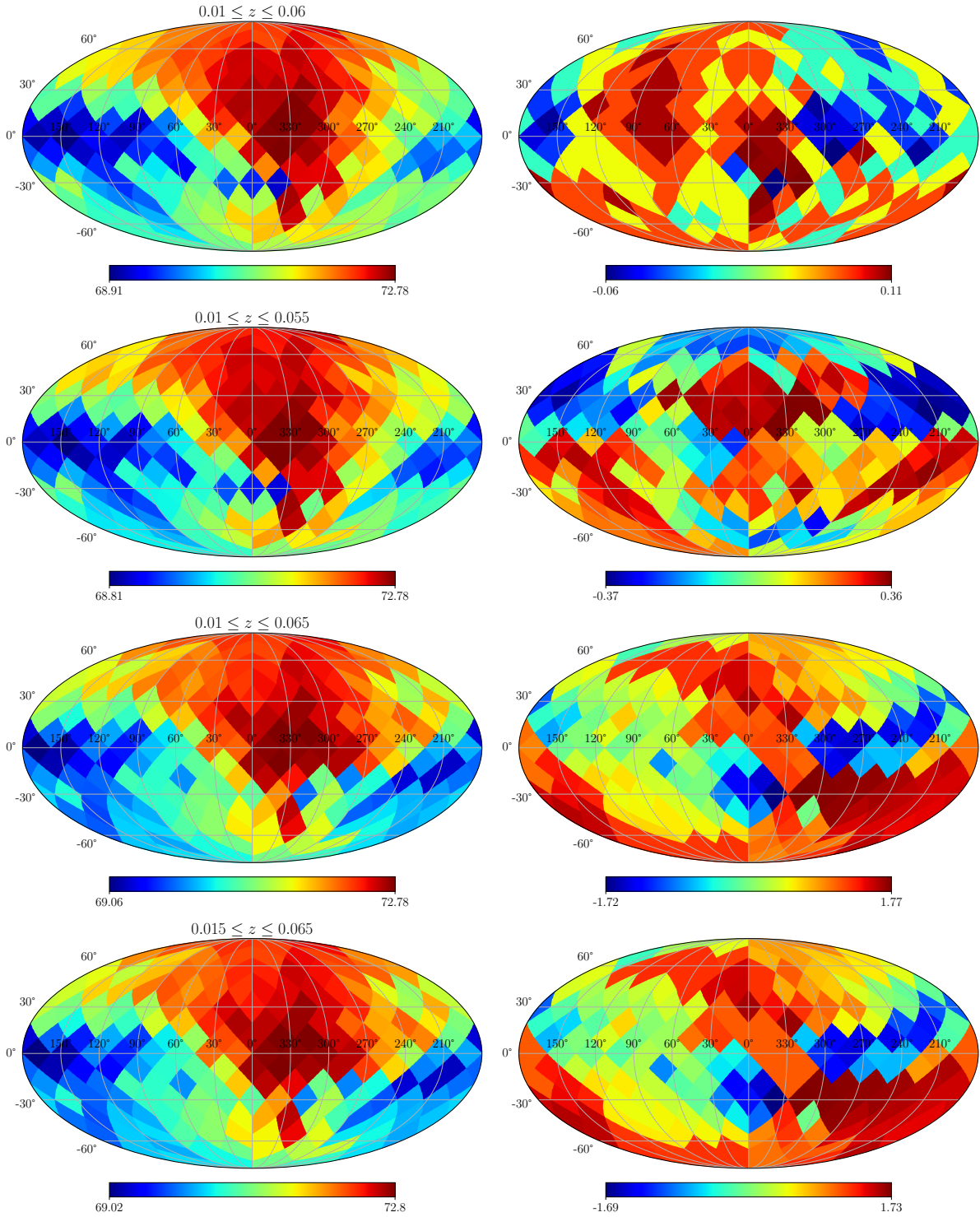


Figura A.1: **Coluna esquerda:** os mapas- H_0^{192} para diferentes intervalos de *redshift*. **Coluna direita:** os mapas das diferenças entre o mapa original mapa- H_0^{192} (veja a Figura 5.1) e o mapa correspondente à esquerda.

dessa distribuição a distância de luminosidade de cada SN, D_L , e sua incerteza, σ_{D_L} , respectivamente. Em seguida, nós realizamos o mesmo processo de análise direcional considerando ambas as resoluções angulares, ou seja, com $N = 48$ e $N = 192$ calotas. Depois, realizando o procedimento de melhor ajuste de H_0 nos diagramas HL, obtivemos

1000 mapas randômicos de $H_0^{\text{Ran-48}}$ e 1000 mapas randômicos de $H_0^{\text{Ran-192}}$ ¹.

Para cada um destes mapas, nós calculamos as amplitudes $\{\delta H_0\}^{\text{Ran-48}}$ e $\{\delta H_0\}^{\text{Ran-192}}$, as componentes dipolares do espectro de potência angular $\{C_1\}^{\text{Ran-48}}$ e $\{C_1\}^{\text{Ran-192}}$, e as direções $\{(l, b)\}^{\text{Ran-48}}$ e $\{(l, b)\}^{\text{Ran-192}}$ dos dipolos. Os histogramas das distribuições correspondentes obtidos estão mostrados na Figura A.2 (as primeira e segunda linhas correspondem a $N = 48$, e a terceira corresponde a $N = 192$). O desvio padrão das distribuições $\{\delta H_0\}^{\text{Ran-48/192}}$ providencia uma medida da incerteza devido á natureza dipolar do mapa- H_0 , δH_0 , onde nós obtemos $\sigma_{dp}^{48} = 1.26 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $\sigma_{dp}^{192} = 1.24 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, respectivamente.

Na Figura A.2, na primeira linha, exibimos as amplitudes $\{\delta H_0\}^{\text{Ran-48}}$ (painel esquerdo) e a componente dipolar $\{C_1\}^{\text{Ran-48}}$ (painel direito) calculados a partir dos mapas randômicos de $H_0^{\text{Ran-48}}$, onde seus desvios padrão fornecem as incertezas $\sigma_{dp}^{48} = 1.26 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, e $\sigma_{C_1^{\text{Ran-48}}} = 0.67$, respectivamente. A terceira linha mostra cálculos semelhantes, mas para o caso $N = 192$, $\sigma_{dp}^{192} = 1.24 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, e $\sigma_{C_1^{\text{Ran-192}}} = 0.35$. As segunda e quarta linhas fornecem as distribuições das direções do dipolo dos mapas- $H_0^{\text{Ran-48/192}}$, mostrando as médias e desvios padrão conforme esperado pelo procedimento utilizado nestas simulações de Monte Carlo, ou seja, $(l, b)^{\text{Ran-48}} = (326.^\circ 58 \pm 14.^\circ 33, 27.^\circ 33 \pm 12.^\circ 76)$ e $(l, b)^{\text{Ran-192}} = (325.^\circ 68 \pm 6.^\circ 76, 27.^\circ 17 \pm 6.^\circ 1)$. As linhas verticais tracejadas nos gráficos $\{C_1\}^{\text{Ran-48/192}}$ (painéis direitos na primeira e terceira linhas) representam os valores do dipolo $C_1^{48} = 1.52$ e $C_1^{192} = 1.66$ dos mapas- H_0 exibidos na Figura 5.1 (veja a Seção 4.5 e a Figura 5.7). Essas quantidades são utilizadas para estimar a significância estatística da natureza dipolar dos nossos resultados (veja a Seção 4.5).

A.3 A correlação entre o número de supernovas e o mapa- H_0

Uma questão interessante diz respeito ao possível viés do número de supernovas observadas em diferentes direções, o qual poderia impactar na análise de melhor ajuste do diagrama HL do qual obtemos H_0 .

Para isso, realizamos uma análise de correlação entre o mapa- H_0 com o mapa-número-de-supernovas (isto é, o mapa onde a cor em cada pixel representa o número de supernovas usadas para construir o nosso mapa- H_0 , veja a Figura A.3), utilizando o coeficiente de correlação linear de Pearson \mathcal{P} . Nossas análises mostram (as barras indicam o valor absoluto): $|\mathcal{P}| = 0.234$, para o caso com $N = 48$ calotas esféricas, e $|\mathcal{P}| = 0.198$, para o caso com $N = 192$ calotas esféricas. De acordo com a literatura, para valores do coeficiente de Pearson no intervalo, $|\mathcal{P}| \in [0.0, 0.199]$ significa que a correlação entre os pares de mapas com a mesma resolução angular é considerada *muito fraca*.

¹Não deve ser confundido com os mapas isotrópicos $H_0^{\text{Iso-48/192}}$, veja a Seção 4.5.

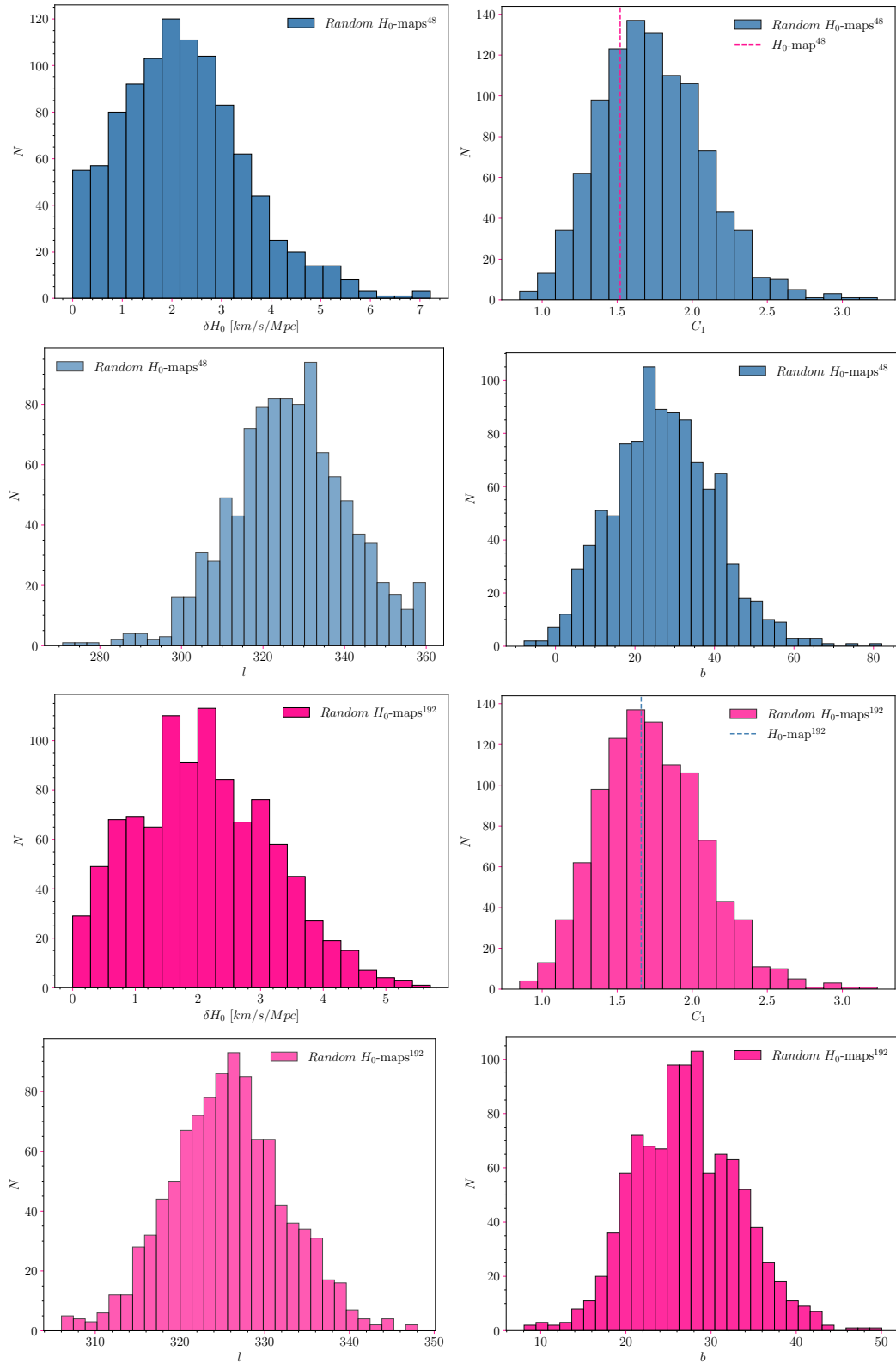


Figura A.2: Estes gráficos mostram os resultados de nossas simulações de Monte Carlo realizadas para produzir mapas $-H_0^{\text{Ran-48/192}}$ a partir dos quais se pode estimar as incertezas das quantidades utilizadas em nossas análises.

É importante notar que, para consistência, nossas análises escaneiam a esfera celeste considerando duas resoluções angulares: com $N = 48$ e com $N = 192$ calotas esféricas. No entanto, nossas conclusões são baseadas no caso da melhor resolução angular, i.e., ao escanear a esfera celeste com $N = 192$ calotas esféricas. Devido a isso, concluímos que o número de supernovas observadas nas 192 calotas esféricas tem um impacto negligenciável no comportamento dipolar –estatisticamente significativo– que nossa análise direcional encontrou no mapa- H_0 .

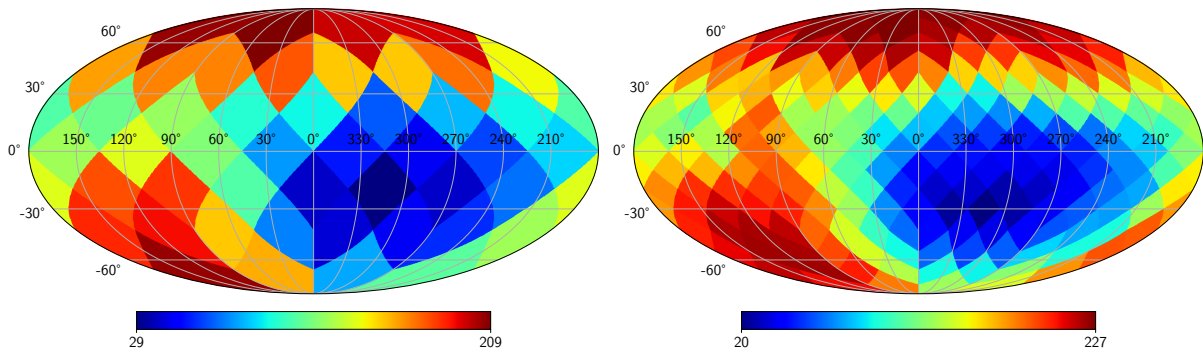


Figura A.3: Mapas do número de supernovas, para as análises com 48 (esquerda) e 192 (direita) calotas esféricas. Estes mapas mostram o número de supernovas analisadas em cada calota esférica, seguindo o procedimento de análise direcional, atribuindo uma cor ao número correspondente de supernovas dentro da calota de 60° . Esses mapas são úteis para estudar a possível correlação com os mapas mostrados na Figura 5.1; nossos resultados, discutidos no Apêndice A.3, confirmam que a correlação é muito fraca.

A.4 Robustez para calotas esféricas de outros tamanhos

Neste apêndice, realizamos testes de robustez para verificar os resultados de nossas análises direcionais considerando calotas esféricas com raio diferente de $\gamma = 60^\circ$, o caso considerado ao longo deste trabalho. Assim, repetimos nossa análise direcional para os casos $\gamma = 65^\circ$ e $\gamma = 70^\circ$. Além disso, realizamos esses testes para ambas as resoluções angulares, com 48 e 192 calotas esféricas.

Observando a Tabela A.1, e os mapas- H_0 exibidos na Figura A.4, obtemos um excelente acordo com os resultados encontrados ao longo do texto considerando calotas esféricas $\gamma = 60^\circ$. Portanto, concluímos que nossos resultados, resumidos na Tabela 5.1, são robustos considerando a análise direcional feita com calotas esféricas de diferentes tamanhos usadas para escanear a esfera celeste.

	$l(^{\circ})$	$b(^{\circ})$
mapa- $H_0^{48} / \gamma = 65^{\circ}$	323.87 ± 22.5	28.04 ± 22.5
mapa- $H_0^{192} / \gamma = 65^{\circ}$	328.25 ± 11.2	27.42 ± 11.2
mapa- $H_0^{48} / \gamma = 70^{\circ}$	323.87 ± 22.5	28.04 ± 22.5
mapa- $H_0^{192} / \gamma = 70^{\circ}$	326.63 ± 11.2	29.77 ± 11.2

Tabela A.1: Testes de robustez para verificar os resultados de nossa análise direcional considerando calotas esféricas de tamanhos diferentes. Como observado, ao comparar os resultados exibidos nesta tabela com aqueles apresentados na Tabela 5.1, ambos os resultados estão em excelente concordância.

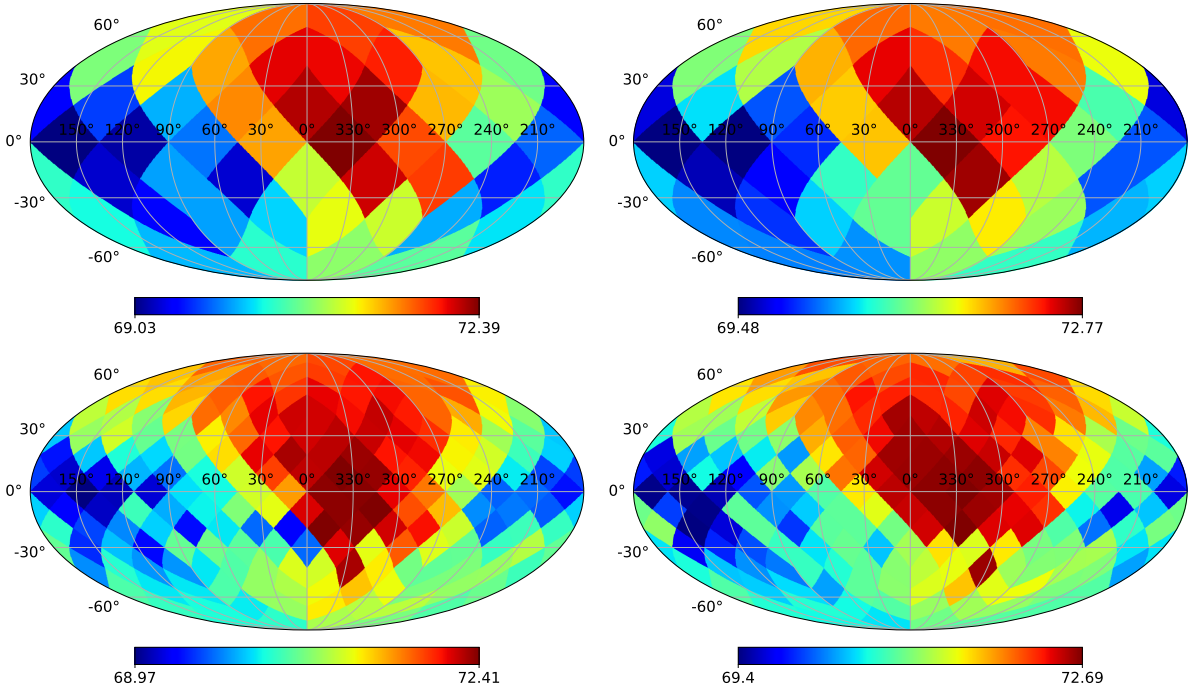


Figura A.4: Os mapas na parte superior correspondem aos casos com 48 calotas para $\gamma = 65^{\circ}$ (esquerda) e $\gamma = 70^{\circ}$ (direita). Os gráficos na parte inferior correspondem aos casos com 192 calotas para $\gamma = 65^{\circ}$ (esquerda) e $\gamma = 70^{\circ}$ (direita). como observado, ao comparar as direções dos dipolos desses mapas- H_0 , exibidos na Tabela A.1, com aqueles na Tabela 5.1, ambos os resultados estão em excelente concordância.

A.5 Teste de consistência do cálculo da Distância Efetiva

Na Seção 5.3, vimos que o cálculo da distância efetiva é um passo importante em nossa metodologia para a obtenção da velocidade do *bulk flow*. A equação (5.5) é baseada no modelo de ruído térmico (*thermal noise*) de TURNBULL *et al.* (2012), que necessita da informação das incertezas das velocidades peculiares, as quais são tabeladas simbolicamente pelo valor de 250 km s^{-1} para cada supernova no catálogo Pantheon+.

Ainda na Seção 5.3, nós calculamos $\sigma_{v_{pec}}$ usando propagação de erros com a equação (5.7). Contudo, para testar a consistência dos nossos resultados, nós adotaremos o método de simulação Monte Carlo para encontrar $\sigma_{v_{pec}}$ e a distância efetiva R . Para isto, nós simulamos distribuições Gaussianas para cada supernova localizada dentro das calotas esféricas correspondentes às direções $+/-$ do dipolo (veja a Tabela 5.1), considerando o valor v_{pec}^i (dados no catálogo Pantheon+) como a média e 250 km s^{-1} como o desvio padrão da distribuição. Para cada uma das distribuições geradas, uma para cada supernova em análise, nós escolhemos randomicamente um valor que nós consideramos como a incerteza da velocidade peculiar, $\sigma_{v_{pec}}$, da supernova correspondente. Assim, o conjunto de valores $\{\sigma_{v_{pec}}\}$ obtidos desta forma chamaremos de uma realização. Com este conjunto de incertezas, nós calculamos o valor da distância efetiva R usando a equação (5.5) para cada realização.

Nós repetimos esse processo até gerar um conjunto de $N_{\text{realiz}} = 5000$ realizações para cada uma das resoluções angulares, isto é, para 48 e 192 calotas esféricas. O conjunto das distâncias efetivas obtidas foram $\{R_j\}$, $j = 1, \dots, 5000$, valores produzidos para 48 e 192 calotas e formam duas distribuições que estão exibidas nos histogramas na Figura A.5. A mediana de cada distribuição providenciam o valor final da distância efetiva R . Portanto, nós obtemos $R^{48} = 118.33 \pm 33.71 \text{ Mpc}$, e $R^{192} = 117.57 \pm 33.60 \text{ Mpc}$. Estes resultados estão em bom acordo com aqueles encontrados em nossa análise na Seção 5.3, com incertezas maiores do que as anteriores.

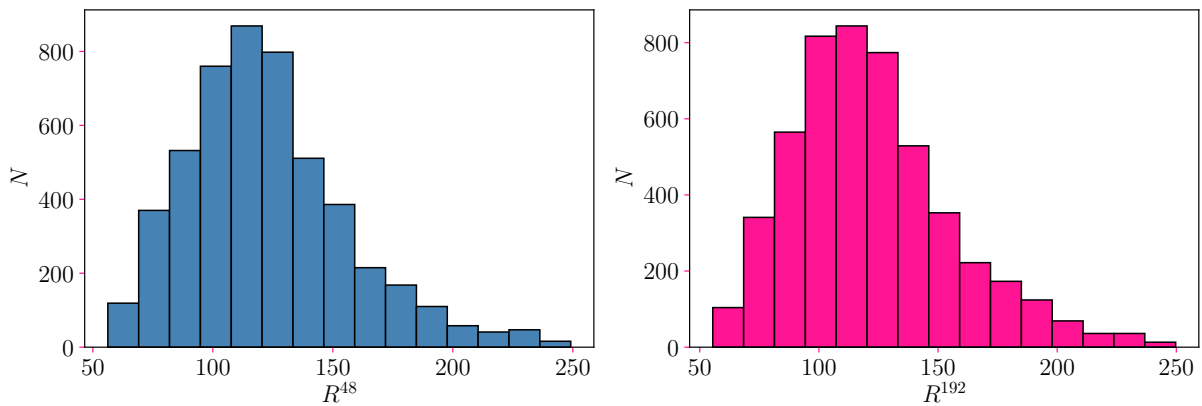


Figura A.5: Histogramas das distribuições da distância efetiva R obtidas usando simulações Monte Carlo, em unidades de Mpc, para o mapa- H_0^{48} (painel esquerdo) e mapa- H_0^{192} (painel direito).

A.6 Medindo a constante de Hubble H_0

A nossa análise direcional não tinha como objetivo realizar uma medição de H_0 , mas sua variação relativa no céu. No entanto, nós podemos obter essa informação através da

componente monopolar dos mapas- H_0 de acordo com a relação

$$H_0 = \sqrt{C_0/4\pi}, \quad (\text{A.1})$$

onde C_0 é o termo monopolar dos mapas- H_0 .

Seguindo nossa análise direcional independente de modelo cosmológico, nós obtemos a componente monopolar dos mapas- $H_0^{48/192}$, que nos permite calcular a constante de Hubble na distância efetiva $R^{192} = 102.83 \pm 10.24$ Mpc, isto é, $z \simeq 0.025$, em que obtemos $H_0 = 70.39 \pm 1.40$ km s⁻¹ Mpc⁻¹ usando o mapa- H_0^{192} e considerando calotas esféricas com $\gamma = 60^\circ$. Por completeza, nós também calculamos H_0 para outras resoluções angulares e calotas esféricas de tamanhos diferentes usadas em nossos testes; os resultados estão resumidos na Tabela A.2.

$\gamma \setminus \text{mapa-}H_0$	H_0 [km s ⁻¹ Mpc ⁻¹]
$\gamma = 60^\circ \setminus \text{mapa-}H_0^{48}$	70.35 ± 1.50
$\gamma = 60^\circ \setminus \text{mapa-}H_0^{192}$	70.39 ± 1.40
$\gamma = 65^\circ \setminus \text{mapa-}H_0^{48}$	70.42 ± 1.45
$\gamma = 65^\circ \setminus \text{mapa-}H_0^{192}$	70.39 ± 1.27
$\gamma = 70^\circ \setminus \text{mapa-}H_0^{48}$	70.43 ± 1.38
$\gamma = 70^\circ \setminus \text{mapa-}H_0^{192}$	70.41 ± 1.18

Tabela A.2: Medidas de H_0 para calotas esféricas de tamanhos diferentes.

A nossa análise independente de modelo cosmológico foi realizada utilizando a lei de Hubble linear considerando a primeira ordem de aproximação da distância de luminosidade. Mas, se nós assumirmos, por exemplo, cosmografia de segunda ordem, equação (2.94), os termos H_0 e q_0 modelam a expansão do universo em t_0 (depois convertido em z) sem assumir qualquer hipótese sobre seus constituintes e dinâmica. No entanto, utilizando as equações (2.42) e (2.60), o parâmetro de desaceleração (equação 2.58) pode ser reescrito como

$$q_0 = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_{i,0} (1 + 3\omega), \quad (\text{A.2})$$

onde i varia de acordo com as componentes do universo (i.e, matéria, radiação, etc) e ω é o termo adimensional da equação de estado de cada componente. Portanto, nós obtemos uma abordagem dependente de modelo cosmológico ao utilizar cosmografia de segunda ordem para estimar o valor de H_0 .

Assumindo o modelo cosmológico Λ CDM, onde o universo é composto por $\simeq 30\%$ de matéria total² ($\Omega_{m,0} \simeq 0.3$ e $\omega = 0$) e $\simeq 70\%$ de energia escura ($\Omega_{\Lambda,0} \simeq 0.7$ e $\omega = -1$), nós encontramos o valor do parâmetro de desaceleração $q_0 \simeq -0.55$, assim, nós repetimos o nosso processo de análise direcional para o caso $N = 192$ e obtemos o mapa- $H_0^{\Lambda\text{CDM}}$ mostrado no painel esquerdo da Figura A.6 e o seu dipolo no painel direito, o

²Onde $\simeq 25\%$ corresponde à matéria escura e $\simeq 5\%$ à matéria bariônica.

qual calculamos a direção e encontramos $(l, b) = (325.82^\circ \pm 11.2^\circ)$.

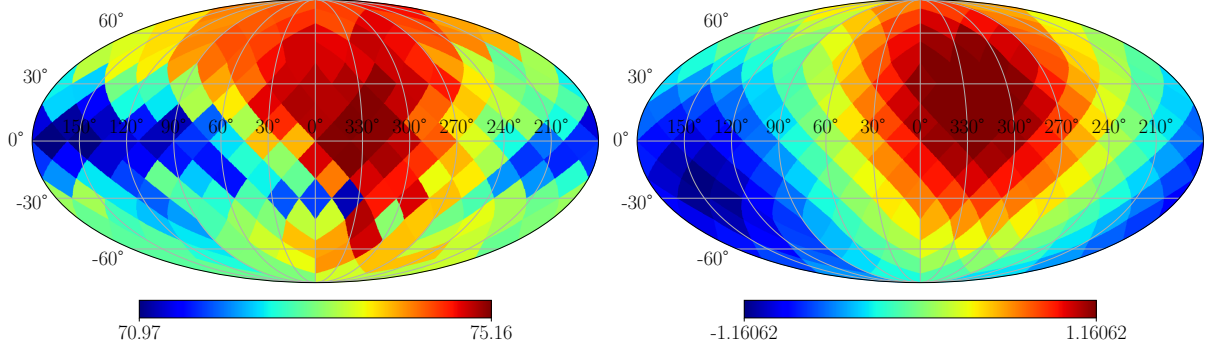


Figura A.6: O mapa- $H_0^{\Lambda\text{CDM}}$ (esquerda) e o seu dipolo (direita) com resolução $N = 192$ calotas esféricas.

Considerando a direção do dipolo, nós encontramos $H_0^{+/\Lambda\text{CDM}} = 74.63 \pm 1.28$ e $H_0^{-/\Lambda\text{CDM}} = 71.95 \pm 1.24$, obtendo $\delta H_0^{\Lambda\text{CDM}} = 2.68 \pm 1.78$, onde todos os valores de H_0 e δH_0 estão em unidades de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. A distância efetiva da amostra permanece a mesma utilizada em nossa análise independente de modelo cosmológico, uma vez que as quantidades necessárias para o cálculo de R não dependem de q_0 . Como calculada anteriormente para o caso $N = 192$, temos $R = 102.83 \pm 10.24 \text{ Mpc}$, então podemos calcular a velocidade do *bulk flow*

$$V_{\text{BF}}^{\Lambda\text{CDM}} = \frac{1}{2}(102.83 \pm 10.24)(2.68 \pm 1.78) = 137.80 \pm 105.24 \text{ km s}^{-1}. \quad (\text{A.3})$$

Estes valores estão de acordo com os nossos resultados: a velocidade do *bulk flow*, a direção do dipolo e a significância estatística permanecem aproximadamente a mesma. No entanto, o valor que obtemos para $H_0^{\Lambda\text{CDM}}$ –assumindo o modelo cosmológico ΛCDM – tem um aumento de $\approx 3\%$ em relação ao nosso resultado apresentado no início deste apêndice, isto é, $H_0^{\Lambda\text{CDM}} = 72.60 \pm 1.5 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$.

A.7 As medições de H_0 estão enviesadas?

Trabalhos recentemente reportados na literatura (GIANI *et al.*, 2024; KENWORTHY *et al.*, 2019; MAZURENKO *et al.*, 2024) tem investigado a possibilidade de sobredensidades (i.e., grandes aglomerados de galáxias) e subdensidades (i.e., grandes vazios) afetarem as medidas de H_0 no Universo Local, porque essas estruturas produzem grandes influxos e efluxos, respectivamente. De fato, este efeito de enviesamento existe, sendo importante quantificar o impacto de tais fenômenos nas medições de H_0 . De acordo com GIANI *et al.* (2024), o grande superaglomerado Laniakea, que hospeda a Via Láctea, produz uma expansão média negativa de $\sim -1.1 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$, induzindo uma variação na constante de Hubble $\Delta H_0 \approx 0.5 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. Com efeito, os influxos produzidos por Laniakea

podem aumentar a tensão de Hubble ao aplicar esta correção ao conjunto de dados SNe Ia. Por outro lado, [MAZURENKO et al. \(2024\)](#) notou que um grande supervazio poderia estar gerando efluxos em escalas de $100 - 250 \text{ Mpc } h^{-1}$ induzindo uma mudança nas velocidades do *bulk flow* nessas escalas, diminuindo a tensão devido às medições relatadas por [WATKINS et al. \(2023\)](#) e [WHITFORD et al. \(2023\)](#); dados mencionados no final do Capítulo 6. Por fim, [KENWORTHY et al. \(2019\)](#) afirma que sobredensidades e subdensidades podem alterar a constante de Hubble em 2.2%, não afetando a tensão de Hubble.

Neste contexto, nossa análise direcional pode didaticamente explicar esses resultados e também providenciar a quantificação desse efeito produzido por sobre- e sub-densidades do Universo Local. A cor de cada pixel em nossos mapas- H_0 (veja, e.g., a coluna esquerda da Figura 5.1) é a manifestação do domínio de influxos e efluxos, fenômenos que aumentam ou diminuem as velocidades de recessão das estruturas de matéria em relação ao fluxo de Hubble. De fato, a prevalência desses fenômenos no Universo Local é determinada pela distribuição em grande escala de matéria aglomerada e grandes vazios, que podem variar substancialmente ao longo de diferentes direções como notado recentemente por [FRANCO et al. \(2024a\)](#). No entanto, essa diversidade é capturada por nossa metodologia, que fornece, para a i -ésima calota esférica em análise, o melhor ajuste H_0^i do diagrama HL daquelas SNe na i -ésima calota; desde que a i -ésima calota tem seu vértice na posição do pixel i , terá a cor correspondente ao efeito dominante naquela direção: avermelhado para valores acima da média, azulados para valores abaixo da média e esverdeado para valores próximos da média. As diferenças relativas dos valores de pixel do mapa- H_0 com respeito ao valor de H_0 mostrado na Tabela A.2 são $\lesssim 3\%$ em todos os casos, i.e., considerando diferentes resoluções angulares e tamanhos de calotas, em perfeita concordância com os resultados de [KENWORTHY et al. \(2019\)](#).