

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO UTILIZANDO DECOMPOSIÇÃO DE
CAMPOS DE ONDAS

Lucas Ferreira Conz Eugenio

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Geofísica do Observatório
Nacional, como parte dos requisitos necessários
à obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Leandro Di Bartolo

Rio de Janeiro
Março de 2020

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO UTILIZANDO DECOMPOSIÇÃO DE
CAMPOS DE ONDAS

Lucas Ferreira Conz Eugenio

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM GEOFÍSICA.

Examinada por:

Dr. Leandro Di Bartolo

Dr. Cosme Ferreira da Ponte Neto

Dr. Luiz Alberto Santos

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2020

Ferreira Conz Eugenio, Lucas

Migração Reversa no Tempo Utilizando Decomposição de Campos de Ondas/Lucas Ferreira Conz Eugenio. – Rio de Janeiro: ON, 2020.

??, 55 p.: il.; 29,7cm.

Orientador(a): Leandro Di Bartolo

Dissertação (mestrado) – ON/Programa de Pós-graduação em Geofísica, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 48 – 51.

1. Migração Reversa no Tempo. 2. Condições de imagem. 3. Decomposição de campos de ondas. I. , . II. Observatório Nacional, Programa de Pós-graduação em Geofísica. III. Título.

Agradecimentos

Em primeiro lugar eu preciso fazer um agradecimento à minha família pelo suporte dado não somente durante esses dois anos, mas em todos os passos que dei até hoje em toda minha vida. À minha mãe Mary Luce, minha vó Lisete e meu irmão Mateus por todos os conselhos dados.

Terminar esta dissertação seria impossível sem ter uma pessoa especial ao meu lado para compartilhar todo o desgaste emocional envolvido durante estes 2 anos. Amanda, meu amor, obrigado por estar sempre ao meu lado quando eu mais precisava de uma palavra amiga e de um incentivo para seguir em frente.

Agradeço a todo o corpo docente do Observatório Nacional pelo ensino ao longo desses dois anos, em especial aos professores das disciplinas obrigatórias e optativas cursadas. Certamente vocês me tornaram um geofísico mais completo.

Ao orientador e amigo Leandro Di Bartolo, muito obrigado por ter aceitado a proposta em 2014 para começarmos nossas pesquisas, após 6 anos juntos tenho certeza que foi uma das escolhas mais acertadas que fiz academicamente. Aos amigos do laboratório de sísmica Razec e Levy, obrigado por todas as horas de discussões e por quebrarem verdadeiras árvores para me ajudar.

Aos professores da banca de avaliação Luiz Alberto e Cosme, obrigado por estarem disponíveis para a arguição neste momento de pandemia que vivemos. Seus conselhos e correções foram devidamente incorporados e certamente foram valiosos para tornar esta dissertação mais rica tecnicamente.

Finalmente, agradeço o suporte financeiro dado pela CAPES que foi imprescindível para a realização do trabalho e manutenção das despesas associadas, em especial no primeiro ano de mestrado.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Observatório Nacional como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Geofísica.

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO UTILIZANDO DECOMPOSIÇÃO DE CAMPOS DE ONDAS

Lucas Ferreira Conz Eugenio

Março/2020

A Migração Reversa no Tempo (*reverse time migration - RTM*) é uma técnica de migração sísmica amplamente utilizada em casos onde as estruturas geológicas em subsuperfície apresentam altos ângulos de mergulho e quando os modelos de velocidades são complexos. São nestes casos que a migração RTM leva vantagem sobre os outros tipos de algoritmos de imageamento sísmico. Contudo, as imagens geradas por este método contém ruídos característicos de baixas frequências e altas amplitudes em função das condições de imagens aplicadas, como a correlação cruzada. Uma maneira de atenuar a geração destes ruídos é baseada na decomposição dos campos de ondas extrapolados a partir da fonte e dos receptores. A combinação destas componentes possibilita aplicar uma condição de imagem apropriada para que a imagem produzida não apresente tais ruídos. Este projeto propõe a realização de um estudo sobre estes ruídos, bem como a implementação de um algoritmo de migração RTM pré-empilhamento (*pre-stack*) que utilize a condição de imagem baseada na decomposição dos campos de ondas. Para demonstrar a efetividade dos algoritmos desenvolvidos neste projeto, eles serão aplicados em modelos geológicos sintéticos com diferentes graus de complexidade.

Abstract of the Dissertation presented to the National Observatory's Graduate Program in Geophysics as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Geophysics.

REVERSE TIME MIGRATION USING WAVEFIELD DECOMPOSITION

Lucas Ferreira Conz Eugenio

March/2020

Reverse-time migration (RTM) is a seismic migration technique widely used when geological structures in subsurface presents high dip angles and velocity models are complex. It is in this cases that RTM migration take advantage of other types of seismic imaging algorithms. However, the images generated by this method contain low-frequency high amplitude noises in function of the applied imaging condition, like the conventional cross correlation. One way to attenuate the generation of those noises is based on the wavefield decomposition of the extrapolated wavefields from source and receivers in their one-way propagation components. From the combination of those components, a proper imaging condition can be applied in a way that the produced image does not present the previously mentioned noises. This project proposes the realization of a study about these noises, as well as the implementation of a pre-stack RTM algorithm that uses the imaging condition based on wavefields decomposition. To evaluate the developed algorithms in this project, they will be applied in synthetic geologic models of different complexity.

Sumário

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
1.1 Relevância	4
1.2 Objetivos Gerais e Estrutura da Dissertação	6
2 Fundamentação Teórica	7
2.1 Migração sísmica	7
2.2 Migração Reversa no Tempo pré-empilhamento	8
2.3 Condição de imagem por tempo de excitação	9
2.4 Condição de imagem por correlação cruzada	11
3 Metodologia	12
3.1 Modelagem direta	12
3.1.1 Malhas Simples - NSG	13
3.1.2 Malhas Intercaladas - SSG	14
3.1.3 Fonte Sísmica	15
3.1.4 Critérios de Estabilidade e Dispersão Numérica	16
3.2 Condição de imagem utilizando decomposição dos campos de ondas .	17
3.3 Separação dos campos de ondas	19
4 Resultados e Discussão	22
4.1 Validação em Modelo Simples	22
4.2 Modelo de Hess	28
4.3 Modelo de Marmousi	32
4.4 Modelo de Sigsbee	39
5 Conclusões	46
6 Trabalhos Futuros	47

Referências Bibliográficas	48
Apêndice A - Operadores de Diferenças Finitas	52

Lista de Figuras

1.1	Matriz Energética Mundial.	1
1.2	Exemplo de aquisição sísmica Marinha.	2
1.3	Exemplo de fluxograma de processamento.	3
2.1	Geometria de propagação de ondas sísmicas.	7
2.2	Ilustração do princípio básico da migração.	8
3.1	Esquema de malha de diferenças finitas simples.	13
3.2	Esquema de malha de diferenças finitas intercalada.	15
3.3	Exemplo de ruídos na migração RTM.	17
3.4	Exemplo de caminho dos campos de ondas.	18
3.5	Metodologia utilizada nesta dissertação.	21
4.1	Modelos de velocidades sintéticos utilizados para validação.	22
4.2	Painel de <i>snapshots</i> de pressões e velocidades obtidos.	23
4.3	Painel de <i>snapshots</i> do vetor de Poynting e componentes unidirecionais.	24
4.4	Painel de <i>snapshots</i> das componentes unidirecionais de propagação da onda acústica 2D para uma fonte pontual no centro de um modelo homogêneo; (a)-(b) representam os campos ascendentes e descendentes sem interpolação do vetor de Poynting enquanto que (c)-(d) representam os campos de propagação ascendentes e descendentes após a interpolação do vetor de Poynting.	25
4.5	Comparação entre imagens RTM.	27
4.6	Imagens finais obtidas para o modelo geológico simples.	28
4.7	Modelos de velocidades de Hess.	29
4.8	Sismogramas sintéticos do modelo de Hess.	30
4.9	Imagens migradas do modelo Hess.	31
4.10	Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Hess.	32
4.11	Modelos de velocidades de Marmousi.	33
4.12	Sismograma obtido na aquisição sintética do modelo de Marmousi.	35
4.13	Imagens migradas do modelo de Marmousi através da correlação cruzada.	36

4.14	Imagem do modelo de Marmousi obtida pela condição de imagem baseada na decomposição de campos de ondas.	36
4.15	Comparação entre as imagens migradas do modelo de Marmousi com a nova condição de imagem com e sem a implementação da solução de transição entre as componentes decompostas.	37
4.16	Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Marmousi.	38
4.17	Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Marmousi original.	39
4.18	Modelos de velocidades de Sigsbee.	40
4.19	Sismograma obtido na aquisição sintética do modelo de Sigsbee.	42
4.20	Imagens migradas do modelo de Sigsbee.	43
4.21	Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Sigsbee.	44
4.22	Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Sigsbee original.	45
1	Stencil de Diferenças Finitas em Malhas Intercaladas.	55

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de camadas plano-paralelas.	26
4.2	Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de Hess.	29
4.3	Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de Marmousi reamostrado.	34
4.4	Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de Sigsbee.	41

Capítulo 1

Introdução

A crescente demanda por fontes de energia, associada ao fato de que a matriz energética mundial ainda é majoritariamente constituída de fontes não-renováveis, faz com que a indústria de óleo e gás ainda seja um dos pilares da economia mundial. As fontes de energia não-renováveis que mais se destacam são carvão, petróleo e seus derivados e o gás natural. Conseqüentemente, a prospecção destas *commodities* é extremamente importante e necessária para a sociedade contemporânea.

Cabe ressaltar que nas últimas décadas têm havido um grande esforço para o desenvolvimento de novas fontes de energia renováveis, que seriam alternativas para o uso das fontes não-renováveis, que são mais nocivas ao meio ambiente. Dentre estas fontes destacam-se a solar, eólica, biomassa e hidráulica. No entanto, segundo publicação da Agência Internacional de Energia (*International Energy Agency* – IEA) de 2017, a participação destas fontes na geração mundial de energia ainda corresponde a apenas 13.7%, enquanto que a geração oriunda de fontes não-renováveis corresponde a 86.3% (Fig. 1.1).

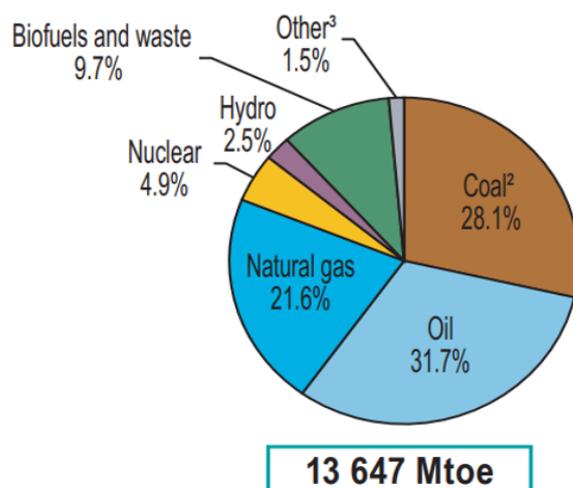


Figura 1.1: Matriz Energética Mundial. Fonte: IEA.

Como o carvão, petróleo e gás natural são primariamente constituídos de moléculas de carbono e hidrogênio, eles são em geral chamados de hidrocarbonetos. Uma das formas mais empregadas na busca por estes recursos é encontrada na geofísica de exploração através do método sísmico de reflexão (KEAREY *et al.* (2009)). Portanto, a indústria de óleo e gás realiza, através das empresas de Exploração e Produção (E&P), investimentos pesados em pesquisas e desenvolvimentos nesta área com o objetivo de encontrar novas fronteiras exploratórias e otimizar a extração de hidrocarbonetos de jazidas já descobertas.

O princípio básico do método sísmico de reflexão consiste na emissão de ondas elásticas para subsuperfície e posterior registro dos tempos e amplitudes das reflexões destas ondas em interfaces geológicas. Essas ondas são geradas a partir de fontes artificiais, como dinamites, caminhões vibratórios (*vibroscis*) e canhões de ar (*air guns*). Quando geradas, estas ondas sofrem diversas interações com os meios geológicos em subsuperfície que alteram suas propriedades originais, como amplitude e conteúdo de frequência. As reflexões ocorrem quando as ondas encontram interfaces geológicas, definidas como superfícies que limitam dois meios com diferentes propriedades físicas. A quantidade de energia refletida é definida em função dos contrastes de impedâncias entre as camadas geológicas.

Portanto, para obtenção do dado sísmico é necessária a utilização de uma fonte sísmica, bem como um conjunto de receptores (geofones ou hidrofones) para registrar os tempos de trânsito e amplitude das ondas refletidas em subsuperfície. Um exemplo de aquisição de dados sísmicos em um ambiente marinho pode ser visualizado na Figura 1.2. Após a aquisição de dados, existem mais duas grandes etapas: processamento de dados e interpretação.

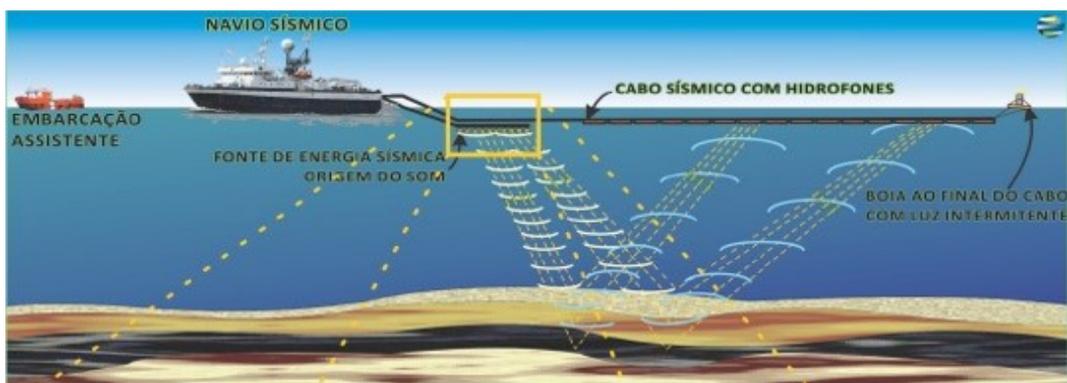


Figura 1.2: Exemplo de aquisição sísmica marinha. Fonte: Spectrum Geo do Brasil Serviços Geológicos.

Em geral, os receptores não registram apenas as amplitudes associadas às reflexões das ondas geradas artificialmente. Existem diversas outras fontes naturais e artificiais de ondas sísmicas no momento da aquisição. Em casos de aquisições

marinhas são exemplos de perturbações que geram ondas elásticas o próprio motor do navio de aquisição, possíveis plataformas de perfuração, outras embarcações próximas do levantamento e os seres vivos marinhos como baleias e peixes. Estes são alguns dos responsáveis por parte dos ruídos presentes no dado sísmico marinho e que precisam ser removidos do mesmo na etapa de processamento de dados.

Outro fator responsável pelo nível de ruído de um dado sísmico é o próprio sistema de aquisição. Por exemplo, aquisições do tipo *Coil* geram dados muito mais ruidosos do que aquisições convencionais. Isto porque a trajetória do navio de aquisição, como o próprio nome já diz, forma uma espiral fazendo com que o cabo de receptores fique muito mais tensionado, principalmente nos *offsets* mais próximos da fonte. Além disso, ruídos causados pela curvatura do cabo também estão presentes nestes dados.

O processamento sísmico é uma etapa do método sísmico de reflexão que é constituída por um conjunto de técnicas que visam aumentar a relação sinal/ruído dos dados adquiridos em campo. Cada tipo de aquisição exige um tipo de fluxo de processamento particular, portanto o fluxo de processamento é extremamente dependente do nível de ruídos presentes no dado e da geometria de aquisição do mesmo. De uma forma bem simples e geral, um fluxo esquemático extraído de EUGENIO (2016) baseado em YILMAZ (2001) pode ser visualizado na Figura 1.3.

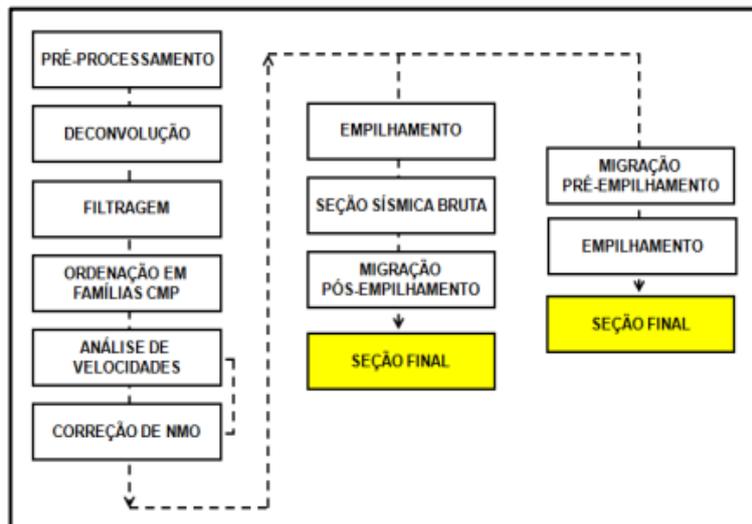


Figura 1.3: Exemplo de fluxograma de processamento baseado em YILMAZ (2001). Fonte: EUGENIO (2016).

Uma das etapas cruciais no processamento de dados sísmicos é chamada de migração sísmica, onde uma imagem associada à geologia de subsuperfície é finalmente gerada. A migração sísmica é o processo que move as reflexões presentes no dado sísmico para suas verdadeiras posições – temporal e espacial – em subsuperfície. Em especial, a migração move reflexões de camadas inclinadas para suas corretas

posições e colapsa a energia das difrações presentes nas seções sísmicas baseada nas diferentes aproximações utilizadas para resolver a equação da onda (BERKHOUT (1980)).

A qualidade da imagem é diretamente proporcional ao modelo de velocidades, ou seja, quanto mais fidedigno à realidade geológica este modelo for, melhor será a imagem resultante da migração. Portanto, técnicas robustas para obtenção de modelos de velocidades com resoluções cada vez maiores são atualmente bastante empregadas nas companhias de processamento de dados, como por exemplo a inversão do campo de ondas completo (*Full Waveform Inversion* - FWI).

Assumindo-se um bom modelo de velocidades, a migração final pode ser finalmente realizada. Em ambientes de alta complexidade estrutural, como no caso das Bacias de Santos e Campos no pré-sal brasileiro, os algoritmos de migração baseados no campo de ondas completo apresentam resultados melhores em termos da imagem final resultante, como será discutido na próxima seção.

1.1 Relevância

Existem diversos tipos de técnicas de migração, que podem ser aplicadas antes (*pre-stack*) ou após (*post-stack*) o empilhamento. Dentre elas destacam-se a migração *Kirchhoff* e a Migração Reversa no Tempo (*reverse-time migration-RTM*). A migração reversa no tempo, introduzida nos anos 80 por autores como BAYSAL *et al.* (1983), WHITMORE (1983), LOEWENTHAL e MUFTI (1983) e MCMECHAN (1983), é uma técnica de migração que utiliza a equação completa da onda. Os algoritmos de RTM são mais caros computacionalmente do que os outros métodos de migração em termos de tempo de processamento e necessidade de memória. No entanto, fornecem melhores imagens onde a geologia de subsuperfície apresenta alto grau de complexidade.

Como os reservatórios do pré-sal encontram-se em bacias com alto grau de complexidade estrutural devido a halocinese, além de fortes contrastes laterais de densidades e velocidades, a migração RTM tem sido cada vez mais utilizada na indústria de óleo e gás pelas empresas de processamento de dados sísmicos. Isto porque a migração *Kirchhoff* não apresenta bons resultados em modelos geológicos com altas variações laterais de velocidades (YILMAZ (2001)). Associado a isso, a evolução tecnológica através de poderosos processadores e ampliação da capacidade de memória computacional permite cada vez mais a utilização dos algoritmos pesados da RTM em dados de campo reais.

Um dos temas de maior relevância recente no contexto da migração RTM é sobre qual seria a condição de imagem mais eficiente na implementação dos algoritmos desta técnica. Isto porque alguns tipos de condição de imagem, como correlação

cruzada, geram ruídos de baixa frequência e alta amplitude na imagem final produzida. FLETCHER *et al.* (2005) propuseram uma remoção destes ruídos através da aplicação de um fator direcional de amortecimento. YOON e MARFURT (2006) utilizam o vetor de Poynting para melhorar a condição de imagem de correlação cruzada. GUITTON *et al.* (2006) tentaram remover os ruídos utilizando um filtro de mínimos quadrados e ZHANG e SUN (2009) utilizaram um filtro Laplaciano diretamente na imagem final empilhada.

Uma abordagem interessante para a eliminação destes ruídos encontra-se em LIU *et al.* (2011), onde é proposta uma nova condição de imagem que utiliza decomposição de campos de ondas. A aplicação desta condição de imagem foi escolhida para este projeto levando-se em consideração que os algoritmos de migração RTM estão cada vez mais presentes no processamento de dados sísmicos, além do fato desta condição de imagem não gerar os ruídos de baixa frequência mencionados, fazendo com que o resultado final da imagem tenha maior qualidade.

Outro fator relevante para escolha desta técnica de decomposição de campos de ondas é que artigos recentes fazem uso destas decomposições na FWI, como em WANG *et al.* (2016). Ou seja, após aplicações e testes dos algoritmos de decomposição dos campos de onda desenvolvidos nesta dissertação para a RTM, eles poderiam ser utilizados também na elaboração de algoritmos de FWI.

Existem diversas maneiras de se obter esta decomposição, MCMECHAN e HU (1987) mostraram que a separação pode ser realizada após determinadas transformações no dado sísmico convencional obtido no domínio $z - t$. Após aplicação da transformada de Fourier, a separação pode ser realizada através de uma filtragem 2D no domínio $k - \omega$ (WUENSCHHEL (1976), SUPRAJITNO e GREENHALGH (1985)) e também no domínio $\tau - p$ após aplicação da transformada de Radon (MOON *et al.* (1986)). No entanto, para cada passo de tempo da RTM essas transformadas devem ser aplicadas para a posterior filtragem e separação, fazendo com que esses métodos sejam em geral bastante caros computacionalmente.

Novas alternativas para a realização desta decomposição surgiram mais recentemente em REVELO e PESTANA (2019), onde os campos são separados de uma forma mais eficiente pelo uso de um campo denominado campo analítico que é composto pela solução de duas extrapolações no domínio do tempo, uma para a fonte tradicional e outra para a transformada de Hilbert da mesma.

Em função da facilidade de implementação, a alternativa proposta por YOON e MARFURT (2006) baseada na utilização do conceito do vetor de Poynting (*Poynting vector*), utilizado na teoria de propagação de ondas eletromagnéticas, será utilizada neste projeto. Além disso, uma vez implementados estes algoritmos podem ser usados também para o cálculo e posterior utilização dos RTM *angle gathers* (YOON (2017)).

1.2 Objetivos Gerais e Estrutura da Dissertação

O objetivo deste trabalho é desenvolver um algoritmo de RTM *pre-stack*, com ênfase na aplicação de uma condição de imagem que não gera os ruídos característicos presentes em outras condições, como na correlação cruzada.

Para tal, será realizado um estudo sobre a formação destes ruídos na migração RTM e um algoritmo de decomposição de campos de ondas baseado no vetor de Poynting será implementado. Finalmente, um algoritmo de RTM que utiliza a decomposição citada anteriormente na condição de imagem proposta por LIU *et al.* (2011) será desenvolvido. Os algoritmos serão validados em modelos de velocidades sintéticos e os resultados obtidos em cada etapa da migração RTM serão analisados e discutidos.

O próximo capítulo apresenta uma breve fundamentação teórica sobre a etapa de migração sísmica, bem como a técnica da migração reversa no tempo. O capítulo 3 define a metodologia que será utilizada neste projeto, desde a modelagem direta até a decomposição dos campos de ondas acústicos. Os resultados obtidos serão apresentados e discutidos no capítulo 4. Finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas após a análise dos resultados dos capítulos anteriores.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão apresentados os conceitos necessários para a fundamentação teórica do trabalho desenvolvido nesta dissertação.

2.1 Migração sísmica

A migração sísmica é uma das últimas etapas do processamento de dados sísmicos e talvez uma das mais importantes, visto que seu propósito é o de gerar uma imagem das reflexões em subsuperfície mais próximas possíveis das suas reais configurações (TELFORD *et al.* (1990)).

No levantamento sísmico, cada receptor é responsável por gerar um traço sísmico. Cada traço apresenta valores de amplitude em função do tempo. Em geral, essas amplitudes estão associadas às interfaces geológicas em subsuperfície. Em um meio homogêneo e isotrópico, a geometria de propagação das ondas elásticas é esférica e, portanto, as amplitudes registradas nos traços sísmicos podem ser provenientes de qualquer ponto pertencente a determinada isócrona de propagação (Fig. 2.1).

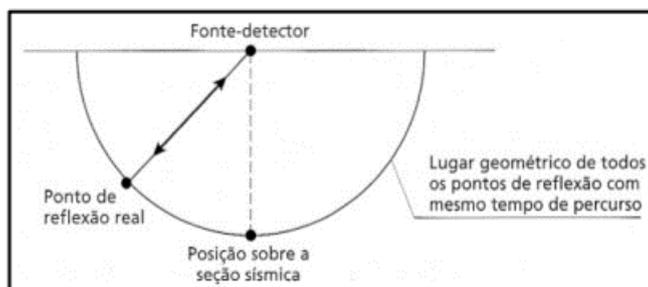
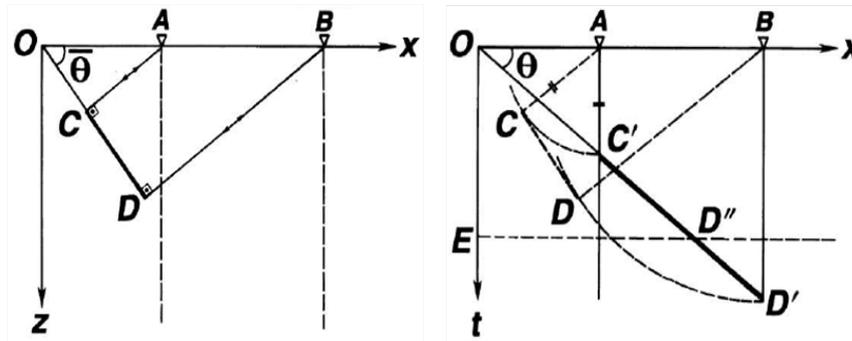


Figura 2.1: Geometria de propagação de ondas sísmicas em um meio homogêneo. Fonte: KEAREY *et al.* (2009).

Para ilustrar o princípio básico da migração observe a Figura 2.2(a) que ilustra um refletor inclinado \overline{CD} em um meio com velocidade constante. Ao longo do eixo

Ox uma seção *zero-offset* é registrada nos pontos **A** e **B**. A reflexão associada ao refletor inclinado é representada pelo segmento $\overline{C'D'}$ (Fig. 2.2(b)).



(a) Seção geológica em profundidade. (b) Seção sísmica *zero-offset* em tempo.

Figura 2.2: Representação do princípio básico da migração sísmica utilizando um exemplo com refletor inclinado. A seção geológica está representada em (a), enquanto que (b) ilustra a seção sísmica *zero-offset*. Fonte: modificado de YILMAZ (2001).

Ao comparar a Figura 2.2(a), que representa a seção geológica em profundidade, com a Figura 2.2(b) que representa a seção sísmica *zero-offset* em tempo, nota-se que o posicionamento da reflexão $\overline{C'D'}$ não representa a verdadeira geometria do refletor \overline{CD} .

Portanto, esta reflexão precisa ter seu posicionamento corrigido e, desta forma, a migração sísmica é aplicada. Em suma, o refletor é movido ao longo das isócronas de propagação $\overline{C'C}$ e $\overline{D'D}$ para suas corretas posições em subsuperfície.

Na prática, a geometria das camadas geológicas em subsuperfície é extremamente mais complexa do que neste exemplo simples da Figura 2.2, principalmente nas regiões de tectônica de sal como por exemplo nas bacias da margem leste brasileira de Santos, Campos e Espírito Santo. Portanto, a migração é uma etapa de vital importância na geração de imagens de qualidade para identificação de novas jazidas de hidrocarbonetos, para análise estrutural de bacias e, finalmente, para locação de poços exploratórios e/ou de produção.

2.2 Migração Reversa no Tempo pré-empilhamento

A Migração Reversa no Tempo antes do empilhamento é uma técnica de migração realizada, em geral, em cada um dos tiros da aquisição sísmica e que consiste de 3 etapas principais: (a) extrapolação direta no tempo do campo de ondas com origem na fonte; (b) extrapolação reversa no tempo do campo de ondas com origem nos

receptores; e (c) aplicação de uma condição de imagem apropriada para construção da imagem final migrada.

A migração RTM é um método de migração que utiliza a equação completa da onda. Os algoritmos mais utilizados até o momento consideram a equação acústica da onda, definida por

$$\frac{1}{\kappa(\vec{x})} \frac{\partial p(t, \vec{x})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{v}(t, \vec{x}) = \frac{\partial i_v(t, \vec{x})}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\rho(\vec{x}) \frac{\partial v(t, \vec{x})}{\partial t} + \vec{\nabla} p(t, \vec{x}) = \vec{f}(t, \vec{x}), \quad (2.2)$$

onde $\kappa(\vec{x})$ e $\rho(\vec{x})$ representam respectivamente as propriedades de incompressibilidade e densidade do meio, $\vec{v}(t, \vec{x})$ representa os campos de velocidades de deslocamento das partículas, $p(t, \vec{x})$ o campo de pressões em uma posição $\vec{x} = (x, y, z)$ no espaço e no tempo t e os termos a direita nas equações representam as fontes sísmicas, sendo \vec{f} uma força volumétrica aplicada e i_v um parâmetro de injeção de massa.

A primeira etapa da RTM consiste de uma modelagem direta que utiliza uma equação de propagação de ondas, como por exemplo as equações 2.1-2.2. Nesta etapa é necessário utilizar uma fonte sísmica e ter um modelo de velocidades bem definido da geologia de subsuperfície. A segunda etapa consiste na utilização da mesma equação de propagação de ondas, porém a fonte sísmica será o próprio sismograma de campo, injetado no sentido inverso do tempo nas posições geográficas dos receptores que registraram cada traço do sismograma. Na última etapa é realizada a aplicação de uma condição de imagem para a construção da seção migrada.

As condições de imagem mais conhecidas e aplicadas são as condições por tempo de excitação (CHANG e MCMECHAN (1986)) e de correlação cruzada (CLAERBOUT (1985)), no entanto existem outros tipos de condições, como a que foi implementada nesta dissertação. As próximas seções introduzem as tradicionais condições de imagem por tempo de excitação e correlação cruzada.

2.3 Condição de imagem por tempo de excitação

A condição de imagem por tempo de excitação é obtida através da utilização de uma matriz chamada de matriz de tempo de trânsito (MTT). Basicamente, as MTT's são matrizes que armazenam os tempos relacionados a propagação da onda direta, ou seja, os tempos relacionados à primeira frente de onda (onda direta) que chega a todos os pontos do modelo de velocidades.

Sabe-se que a medida que as ondas sísmicas propagam-se a partir de uma fonte, a amplitude destas ondas decresce com o inverso da distância com relação a esta

fonte. Portanto, LOEWENTHAL e HU (1991) determinaram um critério para a construção das MTT's, denominado de critério da amplitude máxima. A utilização deste critério faz com que apenas os tempos relacionados as ondas diretas, de maior amplitude, sejam registrados na MTT.

Desta forma, um algoritmo de modelagem direta pode ser utilizado para calcular as MTT's. A propagação da onda pode ser modelada utilizando, por exemplo, as equações 2.1 e 2.2. Cada tiro dado na modelagem terá uma MTT associada. As MTT's podem ser construídas através do critério da amplitude máxima da seguinte forma:

```

Início do laço de tempo direto (índice k)
...
Laços de propagação de ondas (índices i,j)
...
Se ((abs( $P_{dir}(i,j)$ )  $\geq$  (abs(Amp(i,j))) então
    MTT(i,j) = k
    Amp(i,j) = abs( $P_{dir}(i,j)$ )
Fim do Se
Fim do laço de tempo

```

No trecho de pseudocódigo acima, $P_{dir}(i,j)$ representa o campo de ondas descendentes em cada coordenada (i,j) da malha, $Amp(i,j)$ é uma matriz de amplitudes, $MTT(i,j)$ é a matriz de tempo de trânsito, o termo *abs* significa o valor absoluto (módulo) e k é o índice que representa cada passo de tempo dentro do *loop* de propagação.

Em geral, os tempos de trânsito somente serão sobrescritos na MTT quando houver uma amplitude maior que a anteriormente registrada naquele ponto do espaço. Cabe ressaltar que, em modelos geológicos simples, a onda direta é em geral a de maior amplitude. No entanto, em meios mais complexos esses tempos podem ser sobrescritos de forma errada se houver amplitudes maiores em tempos futuros. Isso pode ocorrer quando houver interferência construtiva entre os campos de ondas direto com os campos de ondas gerados a partir de reflexões.

Para contornar este problema, LOEWENTHAL *et al.* (1987) propuseram realizar a suavização das vagarosidades (inverso das velocidades de propagação) nos modelos de velocidades, afim de atenuar as reflexões na modelagem. Isso faz com que as interferências construtivas indesejáveis diminuam, fazendo com que a qualidade das MTT's seja maior.

Obtidas as MTT's, o processo de construção de imagem pode ser aplicado na etapa de propagação reversa no tempo. O trecho de pseudocódigo abaixo ilustra esta aplicação, onde $P_{rev}(i,j)$ é o campo de ondas propagado no sentido reverso do

tempo, $Img(i, j)$ é a matriz imagem, $MTT(i, j)$ é a matriz de tempo de trânsito e k representa o índice de passo no tempo.

```

Início do laço de tempo reverso (índice k)
...
Laços de propagação de ondas (índices i, j)
...
Se ((k = MTT(i, j)) então
     $Img(i, j) = P_{rev}(i, j)$ 
Fim do Se
Fim do laço de tempo

```

2.4 Condição de imagem por correlação cruzada

A correlação cruzada é uma das condições de imagem mais utilizadas em algoritmos de migração RTM. O princípio desta condição também é de correlacionar os campos de onda extrapolados a partir da fonte com os campos de ondas extrapolados a partir dos receptores.

A imagem é obtida através da correlação cruzada *zero-lag* destes dois campos citados no parágrafo anterior e a equação de construção de imagem tem a forma

$$I(\vec{x}) = \int_0^{T_{max}} s(t, \vec{x})r(t, \vec{x})dt, \quad (2.3)$$

onde $s(t, \vec{x})$ representa a propagação dos campos de ondas extrapolados a partir da fonte sísmica, $r(t, \vec{x})$ representa o campo de ondas extrapolados a partir dos receptores e T_{max} é o tempo total de propagação. Cabe ressaltar que o campo de ondas $r(t, \vec{x})$ é obtido na etapa de depropagação, ou seja, numericamente começando em $t = T_{max}$ até $t = 0$.

Uma estratégia para implementação destes algoritmos é a de armazenar na memória todos os campos de pressões (*snapshots*) em cada passo de tempo da modelagem direta e na etapa de depropagação acessá-los no laço de aplicação da condição de imagem. Conseqüentemente, esta estratégia requer uma boa memória computacional para gravar todos os *snapshots* da propagação direta no tempo.

Uma solução para diminuir o uso de memória seria armazenar somente em determinados intervalos de passos de tempo estes *snapshots* e os campos de ondas nestes intervalos intermediários poderiam posteriormente ser calculados através de interpolações ou extrapolações (SYMES (2007)).

Capítulo 3

Metodologia

Este capítulo é dedicado a descrever a metodologia utilizada para o desenvolvimento desta dissertação.

3.1 Modelagem direta

Nas duas primeiras etapas de propagação e depropagação dos campos de ondas a partir, respectivamente, da fonte e dos receptores será necessária a realização de uma modelagem direta a partir de um modelo de velocidades. Portanto, a equação completa da onda acústica (Eqs. 2.1- 2.2) deverá ser implementada computacionalmente. Para isto, o método das diferenças finitas (MDF) será utilizado.

O MDF é um método que aproxima numericamente as equações diferenciais através de uma aproximação por diferenças finitas em um determinado tipo de malha. Nesta dissertação foram utilizados sistemas de malhas simples (*non-staggered grids* - NSG) e de malhas intercaladas (*standard staggered grids* - SSG).

No contexto do MDF, existem ainda outros tipos de esquemas de malhas como em DI BARTOLO *et al.* (2012), SAENGER *et al.* (2000) e LISITSA e VISHNEVSKIY (2010). Além disso, existem linhas de pesquisas que visam a otimização dos coeficientes de diferenças finitas utilizados, encontrados em LIU (2014) e DE SOUZA SILVA (2014). Cada tipo de esquema apresenta particularidades que possuem vantagens e desvantagens em suas aplicações. Cabe ressaltar também que para qualquer esquema de malhas é necessário levar em consideração e respeitar os critérios de estabilidade e dispersão numérica adequados à cada tipo de malha para se obter uma boa solução das equações diferenciais.

As equações de diferenças finitas considerando um campo genérico f podem ser obtidas a partir da expansão em Série de Taylor da função derivada em torno de um determinado ponto x_i da malha, como mostra a equação abaixo.

$$f_{i\pm l} = f(x_i \pm lh) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \Big|_{x=x_i(\pm lh)^n}. \quad (3.1)$$

Nesta dissertação serão utilizados esquemas explícitos e de diferenças centrais para a obtenção dos operadores do MDF.

3.1.1 Malhas Simples - NSG

O sistema de malhas simples é representado por um grid onde as propriedades físicas desejadas são aproximadas em pontos de grid regularmente espaçados e não há intercalamento entre as malhas (BOORE (1972), KELLY *et al.* (1976))(Fig. 3.1). Considerando a densidade ρ constante ao longo do modelo e realizando algumas operações algébricas para omitir o termo de velocidades de deslocamento de partículas nas equações (2.1- 2.2), obtém-se a equação 3.2 abaixo, que foi utilizada para a implementação da equação acústica da onda em meios isotrópicos e com densidades constantes em malhas simples.

$$\frac{1}{v^2(\vec{x})} \frac{\partial^2 p(t, \vec{x})}{\partial t^2} = \nabla^2 p(t, \vec{x}) + \frac{\partial^2 i_V(t, \vec{x})}{\partial t^2}, \quad (3.2)$$

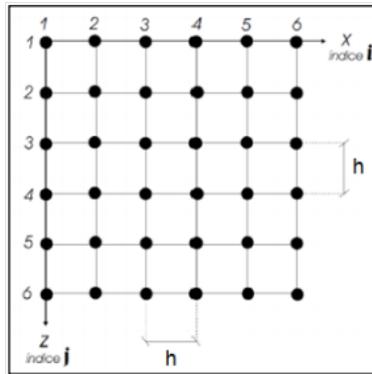


Figura 3.1: Esquema de malha de diferenças finitas simples. Fonte: Modificado de BARTOLO (2013).

Para obter os operadores de diferenças finitas neste tipo de malha basta realizar a expansão em Série de Taylor em diferentes pontos $x = x_i + lh$, onde $l = 1 + k$, $k \in \mathbb{Z}$ e h é o espaçamento entre dois pontos consecutivos da malha, em torno de x_i ou z_i .

Neste trabalho foram utilizados operadores de 2ª ordem no tempo e 4ª ordem no espaço para aproximar as derivadas parciais na equação da onda (Equação 3.2). Uma demonstração mais detalhada da obtenção destes operadores pode ser encontrada no apêndice A deste trabalho. A equação abaixo ilustra a equação final acústica discretizada obtida neste trabalho para o caso da malha simples após

substituição dos operadores de diferenças finitas calculados.

$$P_{i,j}^{k+1} = 2P_{i,j}^k - P_{i,j}^{k-1} + \frac{\Delta t^2 c_{i,j}^2}{12h^2} (-P_{i-2,j}^k + 16P_{i-1,j}^k - 60P_{i,j}^k + 16P_{i+1,j}^k - P_{i+2,j}^k - P_{i,j-2}^k + 16P_{i,j-1}^k + 16P_{i,j+1}^k - P_{i,j+2}^k) + \Delta t^2 c_{i,j}^2 \rho_{i,j} s_{i,j}^k \quad (3.3)$$

Na equação 3.3, $P_{i,j}$ representa o campo de pressões, Δt representa o intervalo de amostragem em tempo, h representa o espaçamento entre dois pontos sucessivos da malha nas direções x e z , $\rho_{i,j}$ é a densidade do meio, $c_{i,j}$ representa a velocidade de propagação do meio e $s_{i,j}$ representa o termo fonte. Os índices k, i e j referem-se ao tempo, posição ao longo do eixo x e posição ao longo do eixo z (profundidade) da malha, respectivamente.

3.1.2 Malhas Intercaladas - SSG

Outro tipo de esquema de malhas muito utilizado no MDF é o esquema de malhas intercaladas (*staggered grids*) proposto por VIRIEUX (1986). Estes esquemas são utilizados para casos mais gerais como na propagação de ondas elásticas. A equação utilizada neste tipo de malha é a equação mais geral da onda (Eqs. 2.1- 2.2). Para o caso bidimensional, as equações finais utilizadas podem ser visualizadas nas equações 3.4- 3.6.

$$\frac{1}{\kappa(\vec{x})} \frac{\partial p(t, \vec{x})}{\partial t} + \frac{\partial v_x(t, \vec{x})}{\partial x} + \frac{\partial v_z(t, \vec{x})}{\partial z} = \frac{\partial i_V(t, \vec{x})}{\partial t} \quad (3.4)$$

$$\rho(\vec{x}) \frac{\partial v_x(t, \vec{x})}{\partial t} + \frac{\partial p(t, \vec{x})}{\partial x} = 0, \quad (3.5)$$

$$\rho(\vec{x}) \frac{\partial v_z(t, \vec{x})}{\partial t} + \frac{\partial p(t, \vec{x})}{\partial z} = 0. \quad (3.6)$$

Diferente da malha simples, este esquema possui 3 malhas, para $p(t, \vec{x})$, $v_x(t, \vec{x})$ e $v_z(t, \vec{x})$, e as duas últimas são intercaladas em relação a malha de $p(t, \vec{x})$ nas direções x e z , respectivamente (Fig. 3.2).

Para obter os operadores de diferenças finitas nestes esquemas, pode-se considerar o mesmo raciocínio utilizado na malha simples mas alterando o espaçamento da malha para $l = \frac{1}{2} + k$, $k \in \mathbb{Z}$ na equação 3.1. Para maiores detalhes ver o apêndice A.

Neste trabalho serão utilizados operadores de diferenças centrais de 2^a ordem no tempo e 4^a ordem no espaço, assim como no caso da malha simples. As equações finais discretizadas para o caso acústico 2D ficam da seguinte forma:

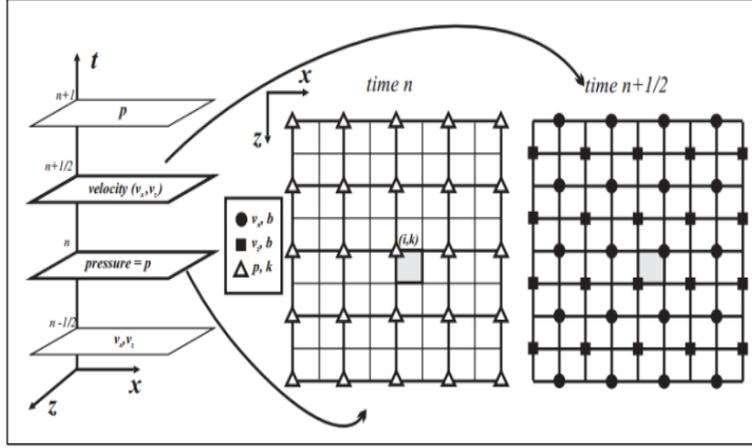


Figura 3.2: Esquema de malha de diferenças finitas intercalada. Fonte: DI BAR-TOLO *et al.* (2012).

$$P_{i,j}^{k+1} = P_{i,j}^k - \frac{\Delta t \rho_{i,j}}{24h} [(U_{i-3/2,j}^{k+1/2} - 27U_{i-1/2,j}^{k+1/2} + 27U_{i+1/2,j}^{k+1/2} - U_{i+3/2,j}^{k+1/2}) + (V_{i,j-3/2}^{k+1/2} - 27V_{i,j-1/2}^{k+1/2} + 27V_{i,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j+3/2}^{k+1/2})] - \Delta t \rho_{i,j} c_{i,j}^2 S_{i,j} \quad (3.7)$$

$$U_{i+1/2,j}^{k+1/2} = U_{i+1/2,j}^{k-1/2} - \frac{\Delta t}{24h \rho_{i,j}} (P_{i-1,j}^k - 27P_{i,j}^k + 27P_{i+1,j}^k - P_{i+2,j}^k) \quad (3.8)$$

$$V_{i,j+1/2}^{k+1/2} = V_{i,j+1/2}^{k-1/2} - \frac{\Delta t}{24h \rho_{i,j}} (P_{i,j-1}^k - 27P_{i,j}^k + 27P_{i,j+1}^k - P_{i,j+2}^k) \quad (3.9)$$

Nas equações acima, h é o espaçamento da malha em ambas direções (x, z), $\rho_{i,j}$ e $c_{i,j}$ correspondem a densidade e velocidade de propagação da onda nos meios, Δt é o intervalo de tempo entre passos consecutivos de tempo, $S_{i,j}$ é o termo fonte e (P, U, V) são o campo de pressões e as componentes do vetor velocidade em x e em z , respectivamente.

3.1.3 Fonte Sísmica

No esquema de diferenças finitas implementado utilizando malha simples, o termo fonte escolhido foi a segunda derivada da função gaussiana, também conhecida como fonte *Ricker*. Já no esquema de malhas intercaladas é necessária a utilização de outra fonte, que é a primeira derivada da função gaussiana.

Em termos de frequência máxima da fonte, para cada migração realizada este valor precisa ser calculado em função dos parâmetros de não-dispersão e estabilidade numérica vinculados aos operadores de diferenças finitas de 2ª ordem no tempo e 4ª ordem no espaço. Estes parâmetros variam muito em função das velocidades

mínima e máxima de cada modelo a ser migrado, como será mais discutido na seção de resultados desta dissertação.

3.1.4 Critérios de Estabilidade e Dispersão Numérica

Na teoria da propagação acústica, as ondas sísmicas de corpo são ondas não-dispersivas nas quais todas as bandas de frequência propagam-se com a mesma velocidade. No entanto, a partir do momento em que esta propagação é simulada em um domínio discreto, a velocidade da onda passa a depender do espaçamento utilizado na malha (h) e das frequências do sinal.

Portanto, condições de estabilidade e dispersão numérica precisam ser respeitadas para que não haja problema nas etapas de modelagem realizadas no presente trabalho. O primeiro critério referente ao espaçamento da malha de diferenças finitas é dado por:

$$h \leq \frac{v_{min}}{\alpha f_c}. \quad (3.10)$$

Essa equação é função da frequência de corte da fonte (f_c), da velocidade mínima presente no modelo de velocidades (v_{min}) e de um parâmetro empírico α , que define a quantidade mínima de amostras necessárias para amostrar corretamente um único comprimento de onda.

A estabilidade da solução também é dependente das velocidades presentes no modelo, já que refere-se a análise do crescimento dos erros numéricos ao longo das iterações de tempo. A partir disto, existe uma formulação para determinar o maior espaço de tempo (Δt) possível para que o método se mantenha estável, sendo este relacionado com o número de Courant. A relação dada a seguir garante a estabilidade e uma precisão numérica adequada para as modelagens neste trabalho.

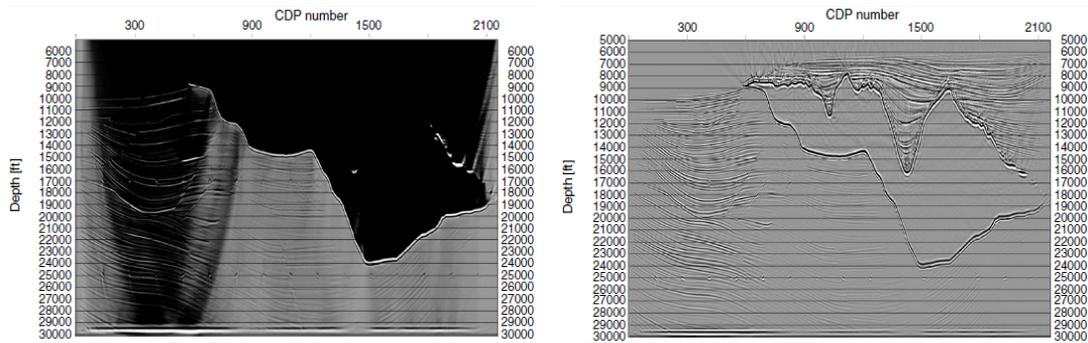
$$\Delta t \leq \frac{h}{\beta v_{max}}. \quad (3.11)$$

Essa equação é função do espaçamento h definido anteriormente, da velocidade máxima presente no modelo de velocidades (v_{max}) e de um parâmetro empírico β , que refere-se a amostragem mínima por comprimento de onda. Os parâmetros α e β podem assumir diversos valores dependendo da formulação numérica utilizada. Neste trabalho, por serem utilizados coeficientes de 2ª ordem no tempo e 4ª ordem no espaço na resolução das equações de diferenças finitas, os valores ideais utilizados foram de $\alpha = 5$ e $\beta = 4$ (ALFORD *et al.* (1974)).

3.2 Condição de imagem utilizando decomposição dos campos de ondas

A condição de imagem que utiliza decomposição dos campos de ondas foi proposta por LIU *et al.* (2011) e pode ser encarada como uma adaptação da condição de correlação cruzada. Em primeiro lugar, é necessário entender o motivo pelo qual esta condição foi proposta.

Ao utilizar a condição de imagem dada pela equação 2.3 a migração RTM gera ruídos de baixa frequência e alta amplitude na imagem final, como pode ser visualizado na Figura 3.3(a), onde a imagem dos refletores superiores está completamente prejudicada por estes ruídos. Estes ruídos são mais significativos quando existem modelos geológicos onde os campos de ondas são refletidos em interfaces com alto contraste de velocidades de propagação.



(a) Imagem obtida após utilização da condição de imagem de correlação cruzada. (b) Imagem obtida após filtragem passa-banda utilizando correlação cruzada.

Figura 3.3: (a) Ruídos gerados pela migração RTM após a aplicação da condição de imagem por correlação cruzada e (b) após aplicação de filtro passa-banda. Fonte: LIU *et al.* (2011).

É verdade que estes ruídos possuem majoritariamente componentes de baixa frequência, ou seja, pode-se aplicar um filtro passa-banda na imagem final obtida para melhoria da mesma (Fig. 3.3(b)). No entanto, ainda após aplicação do filtro, estes ruídos não são completamente removidos da imagem.

Para entender como estes ruídos são formados vamos observar os campos de ondas gerados pela fonte na figura 3.4. Ao longo de sua propagação, esta onda se divide em duas partes quando incide (**I**) em uma interface geológica: uma parte é transmitida (**T**) para a próxima camada e outra parte é refletida (**R**). A equação completa da onda acústica (Eq. 2.1) consegue modelar adequadamente estas ondas transmitidas e refletidas. Na segunda etapa da RTM, o campo de ondas extrapolado do receptor irá percorrer exatamente o mesmo caminho em subsuperfície que a onda extrapolada da fonte percorreu antes de ter sido registrada nos receptores.

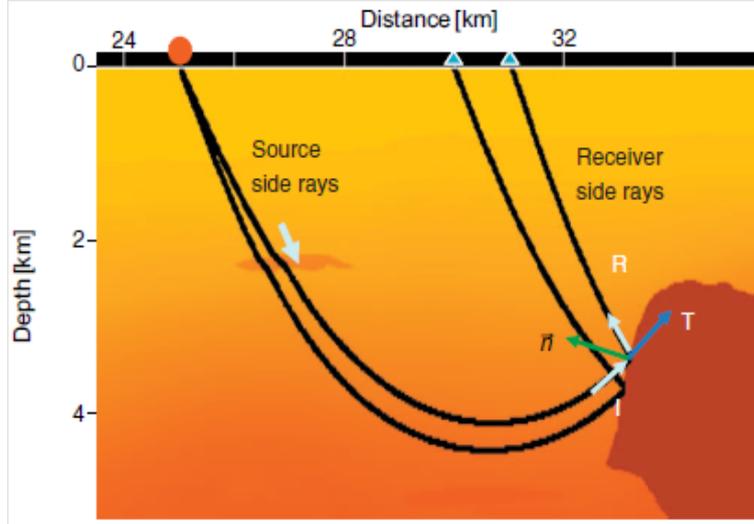


Figura 3.4: Exemplos de caminhos percorridos pelos campos de ondas extrapolados a partir da fonte e do receptor. Fonte: LIU *et al.* (2011).

Portanto, a correlação cruzada destes dois campos de onda não vai produzir amplitudes somente na posição dos refletores. Ela também vai gerar amplitudes em todos os outros pontos ao longo do percurso pelo qual as ondas se propagaram. Este fato constrói os ruídos de baixa frequência quando a integração completa ao longo do tempo é realizada através da equação 2.3.

Para evitar a geração destes ruídos de baixa frequência, LIU *et al.* (2011) propuseram uma nova condição de imagem baseada na decomposição dos campos de ondas. Observando a figura 3.4 é possível notar que os campos de ondas extrapolados a partir da fonte e do receptor possuem a mesma direção de propagação a menos que estejam em um ponto de reflexão. Nestes pontos, a direção do campo de ondas proveniente da fonte é diferente da direção do campo de ondas proveniente dos receptores com relação ao vetor normal \vec{n} da interface geológica.

Além disso, a projeção das ondas incidentes \mathbf{I} e refletidas \mathbf{R} com relação a normal \hat{n} possuem sentidos opostos. Isso funciona considerando-se ambas as extrapolações do campo de ondas, tanto a partir do refletor quanto a partir da fonte. Conseqüentemente, a correlação da decomposição destes campos de onda quando os mesmos possuem sentidos opostos de propagação vai gerar imagens apenas nos pontos de reflexão. Nenhuma imagem será construída nos outros pontos porque ao menos uma das duas componentes do campo de ondas será nula.

Para encontrar a expressão que constrói a imagem a partir desta condição é preciso primeiro decompor os campos de onda nas suas duas componentes ascendentes e descendentes:

$$s(t, \vec{x}) = s_d(t, \vec{x}) + s_u(t, \vec{x}) \quad (3.12)$$

e

$$r(t, \vec{x}) = r_d(t, \vec{x}) + r_u(t, \vec{x}), \quad (3.13)$$

onde $s_d(t, \vec{x})$, $s_u(t, \vec{x})$ e $r_d(t, \vec{x})$, $r_u(t, \vec{x})$ representam os campos de onda descendentes e ascendentes extrapolados a partir da fonte e do receptor, respectivamente. Em seguida é realizada a substituição das equações 3.12 e 3.13 na equação 2.3.

$$I(\vec{x}) = \int_0^{T_{max}} s_d(t, \vec{x})r_u(t, \vec{x})dt + \int_0^{T_{max}} s_u(t, \vec{x})r_d(t, \vec{x})dt \\ + \int_0^{T_{max}} s_d(t, \vec{x})r_d(t, \vec{x})dt + \int_0^{T_{max}} s_u(t, \vec{x})r_u(t, \vec{x})dt. \quad (3.14)$$

Como visto anteriormente, a correlação das componentes que tem mesmo sentido de propagação é responsável pela geração dos artefatos de baixa frequência na imagem gerada. Estes termos são então desconsiderados da equação, fazendo com que uma nova equação para aplicação da construção da imagem seja gerado, possuindo a seguinte forma:

$$I_{ud}(\vec{x}) = \int_0^{T_{max}} [s_d(t, \vec{x})r_u(t, \vec{x}) + s_u(t, \vec{x})r_d(t, \vec{x})]dt. \quad (3.15)$$

3.3 Separação dos campos de ondas

Como visto na seção anterior, a condição de imagem que será implementada nesta dissertação necessita que haja uma separação dos campos de ondas propagados a partir da fonte e a partir dos receptores em suas componentes unidirecionais (*one-way*).

Existem algumas formas de se atingir essa separação como por exemplo transformando o domínio dos campos de pressões através da aplicação de uma transformada rápida de Fourier (*fast fourier transform - FFT*) (MCMECHAN e HU (1987)), onde é realizada uma decomposição no domínio $f - k$ e posterior aplicação de uma transformada inversa para obtenção dos painéis de campos de ondas já separados. No entanto, aplicar a FFT e sua inversa para cada passo de tempo durante as duas principais etapas da RTM é bastante caro computacionalmente em termos de memória e tempo de processamento.

Outra abordagem para realizar esta decomposição é utilizando o conceito do vetor de Poynting, nomeado em homenagem a John Henry Poynting. O vetor de Poynting, também chamado de vetor de densidade de fluxo de energia, foi primeiramente utilizado na teoria eletromagnética para calcular o fluxo de energia –quantidade de energia transferida por unidade de área, em Watts por metro quadrado (W/m^2)– de

um campo eletromagnético. Ele é obtido através do produto vetorial entre campo elétrico e o campo magnético (Eq. 3.16). A direção do vetor de Poynting aponta para a direção de propagação da onda eletromagnética.

$$\vec{P}_V = \vec{E} \times \vec{H} \quad (3.16)$$

O primeiro trabalho utilizando este vetor para a realização da decomposição dos campos de ondas na área da sísmica de exploração surgiu com YOON e MARFURT (2006), onde foi realizada a proposição de que o vetor de Poynting é proporcional ao negativo do produto entre o vetor de deslocamento das partículas \vec{v} e o campo de pressões P (Eq. 3.17).

$$\vec{P}_V(t, \vec{x}) \approx -\vec{v}(t, \vec{x})P(t, \vec{x}) \quad (3.17)$$

A partir do primeiro trabalho de YOON e MARFURT (2006), outros trabalhos utilizando o vetor foram desenvolvidos como REN *et al.* (2015) e TING e BING-SHOU (2014). Como no caso das ondas eletromagnéticas, a direção do vetor de Poynting indicará a direção de propagação das ondas acústicas e, portanto, fornece a ferramenta matemática necessária para que a decomposição seja realizada.

Como esta dissertação trabalha no caso acústico bidimensional, será necessário então obter as matrizes de velocidades de deslocamento das partículas nas direções de propagação da onda x e z , bem como o campo de pressões P para cada instante de tempo. Todas estas matrizes são obtidas de maneira natural ao utilizar um esquema de malhas intercaladas na etapa de modelagem direta.

Para cada passo de tempo neste esquema, as matrizes de velocidade horizontal (v_x) e vertical (v_z) são obtidas, bem como a matriz dos campos de pressões. Portanto, este esquema será utilizado para a construção do algoritmo de decomposição de campos de ondas nesta dissertação.

Na seção anterior foram definidos os campos extrapolados a partir da fonte como $s(t, \vec{x})$ e os campos extrapolados a partir dos receptores como $r(t, \vec{x})$. Portanto suas respectivas componentes de propagação unidirecionais são $s_u(t, \vec{x}), r_u(t, \vec{x})$ e $s_d(t, \vec{x}), r_d(t, \vec{x})$ representando os campos ascendentes e descendentes, respectivamente.

Para obter estes campos, é realizada uma análise do sinal da matriz correspondente ao vetor de Poynting. A onda sísmica é ascendente quando o vetor for positivo ou igual a zero, indicando que a onda está se propagando para cima. Já quando o vetor for negativo, o mesmo indicará que a onda acústica está se propagando para baixo, ou seja, é descendente. Então, para cada passo de tempo durante a modelagem direta será gerada uma matriz \mathbf{P}_V e uma análise baseada no sinal do vetor de Poynting será realizada e, conseqüentemente, as matrizes referentes a extrapolação

dos campos de pressões serão divididas em quatro novas matrizes correspondentes às componentes ascendentes e descendentes da seguinte forma:

$$s_u(t, \vec{x}) = \begin{cases} s(t, \vec{x}), & \text{se } P_V \geq 0, \\ 0, & \text{se } P_V < 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

$$s_d(t, \vec{x}) = \begin{cases} 0, & \text{se } P_V \geq 0, \\ s(t, \vec{x}), & \text{se } P_V < 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

A decomposição acima é exatamente a mesma realizada para o campo $r(t, \vec{x})$ extrapolado a partir dos receptores na segunda etapa da RTM e, portanto, será omitida. Após a obtenção destas matrizes, a condição de imagem proposta por LIU *et al.* (2011) poderá ser finalmente implementada. Um fluxograma exemplificando a metodologia utilizada nesta dissertação pode ser visualizado na figura 3.5.

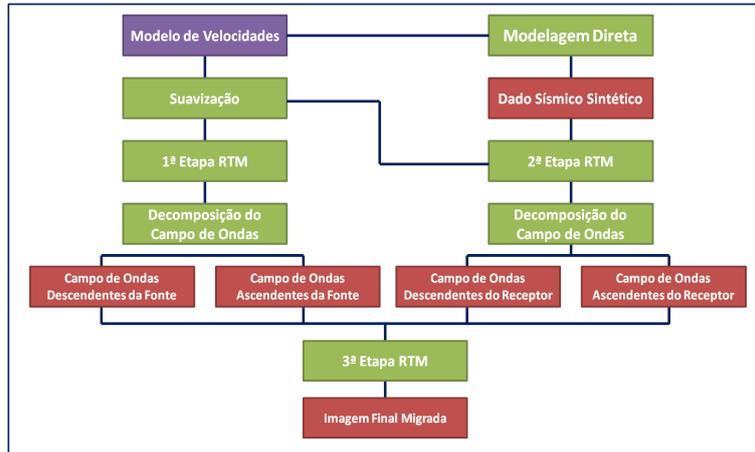


Figura 3.5: Fluxograma exemplificando metodologia utilizada nesta dissertação.

Capítulo 4

Resultados e Discussão

4.1 Validação em Modelo Simples

Em primeiro lugar, para a análise dos artefatos gerados pela aplicação da condição de imagem de correlação cruzada na RTM, um algoritmo de propagação de ondas acústicas bidimensional foi desenvolvido. Tendo em vista que o esquema de malha intercalada já fornece os campos de velocidade de deslocamento das partículas em x e em z , necessários para a decomposição de campo de ondas, este esquema foi escolhido para a implementação dos algoritmos de propagação de ondas e migração.

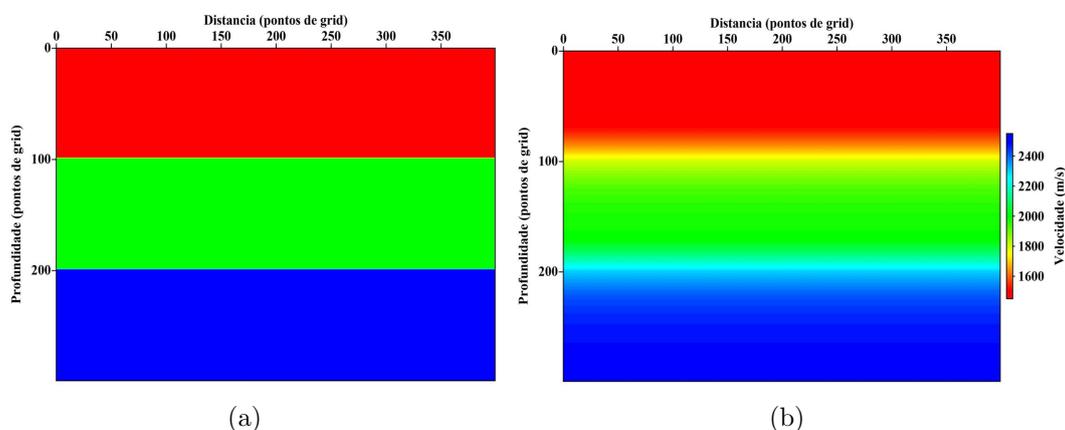


Figura 4.1: Modelos de velocidades sintéticos utilizados para validação dos algoritmos implementados neste trabalho. Em (a) o modelo utilizado para geração dos sismogramas sintéticos e em (b) o mesmo modelo suavizado para a RTM.

O sistema de equações 3.4 - 3.6 foi discretizado utilizando-se um esquema explícito de diferenças finitas centrais de quarta ordem no espaço e segunda ordem no tempo, como mostram as equações 3.7 - 3.9. Para validação da modelagem direta, um modelo de 3 camadas geológicas plano-paralelas foi utilizado (Fig. 4.1). As velocidades de propagação das ondas compressoriais dos meios são, de cima para baixo, $1500m/s$, $2000m/s$ e $2500m/s$.

Pode-se observar na figura 4.2 um painel de *snapshots* referentes a diferentes instantes de tempo ao utilizar este modelo de velocidades como entrada para o algoritmo de propagação de ondas acústicas - utilizando um esquema de malhas intercaladas - desenvolvido neste projeto. Pode-se observar o campo de pressões P e os campos de velocidade de deslocamento das partículas tanto em $x(V_x)$, quanto em $z(V_z)$. Estes últimos serão utilizados para obtenção do vetor de Poynting.

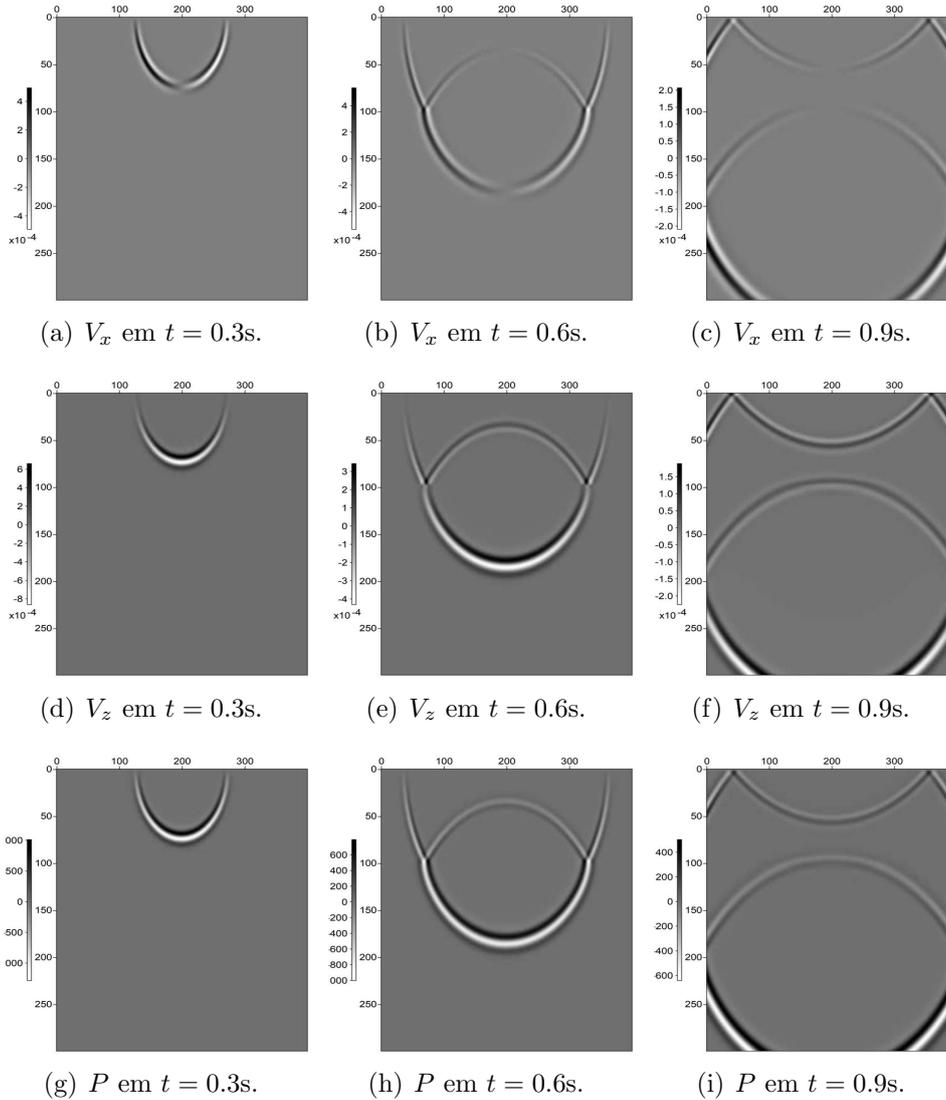


Figura 4.2: Painel de *snapshots* de pressões e velocidades obtidos após implementação do esquema acústico 2D em malha intercalada; (a)-(c) representam os campos V_x , (d)-(f) representam os campos V_z e (g)-(i) representam os campos de pressões P .

Cabe ressaltar que em todos os algoritmos de propagação de ondas no presente trabalho foi implementada uma técnica para evitar com que houvesse reflexões nas bordas dos modelos, visto que é impossível gerar um modelo lateralmente e verticalmente infinito para que tais reflexões espúrias não estejam presentes nos sismogramas. A técnica implementada foi proposta por CERJAN *et al.* (1985) onde é

aplicada uma função exponencial de amortecimento no campo de pressões e velocidades em uma zona pré-determinada nas bordas do modelo.

Em todas as modelagens e migrações do presente trabalho, os modelos foram lateral e verticalmente estendidos em 50 pontos e a zona de aplicação da função de Cerjan ficou limitada a esta zona de 50 pontos esticados. No entanto, em cada modelo foram testados fatores de amortecimento ideais para a função exponencial e, desta forma, esses valores variaram de modelo para modelo. Tal artifício garantiu com que dadas reflexões de borda espúrias fossem totalmente ou em grande parte atenuadas nas bordas dos modelos.

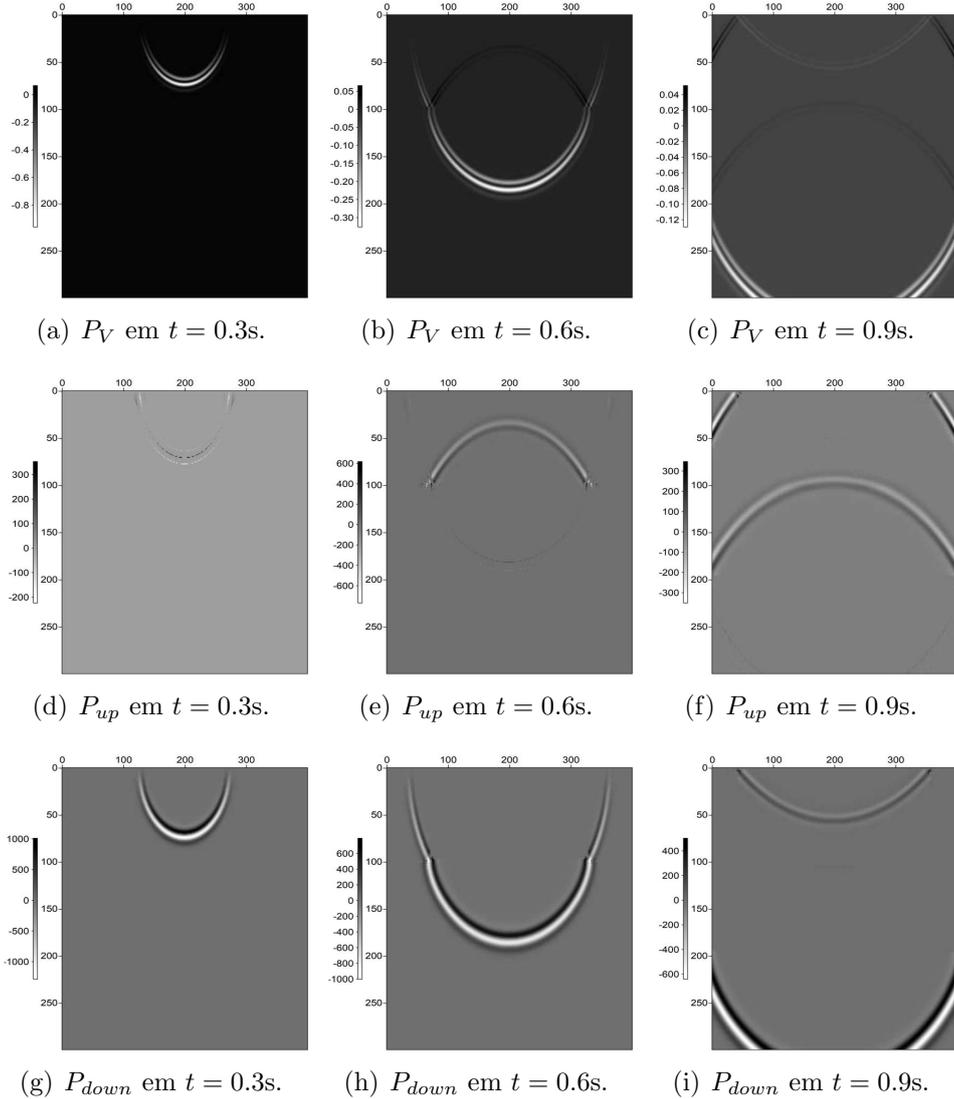


Figura 4.3: Pannel de *snapshots* do vetor de Poynting e componentes unidirecionais de propagação da onda acústica 2D; (a)-(c) representam os vetores de Poynting obtidos, (d)-(f) representam os campos de propagação ascendentes P_{up} e (g)-(i) representam os campos de propagação descendentes P_{down} .

Após validação do algoritmo de propagação de campos de ondas, os campos mencionados anteriormente foram utilizados para obtenção do vetor de Poynting para

cada instante de tempo ao longo da propagação da onda acústica. Então, a partir da equação 3.17 foi possível realizar a decomposição do campo de ondas completo em suas componentes unidirecionais de propagação ascendente e descendente para cada instante de tempo. A figura 4.3 ilustra o vetor de Poynting (P_V) para os mesmos instantes de tempo da figura 4.2, bem como as componentes unidirecionais obtidas (P_{up}, P_{down}).

Nos painéis de decomposição ilustrados na figura 4.3 é possível observar que a decomposição realizada através da utilização do vetor de Poynting não é capaz de separar completamente os campos de ondas ascendente e descendente. Principalmente nos painéis da componente ascendente é possível observar amplitudes relacionadas a componente descendente do campo de ondas. Esse fato pode fazer com que a condição de imagem proposta não apresente os melhores resultados possíveis, visto que esse resíduo será correlacionado na condição de imagem e seu valor deveria ser nulo.

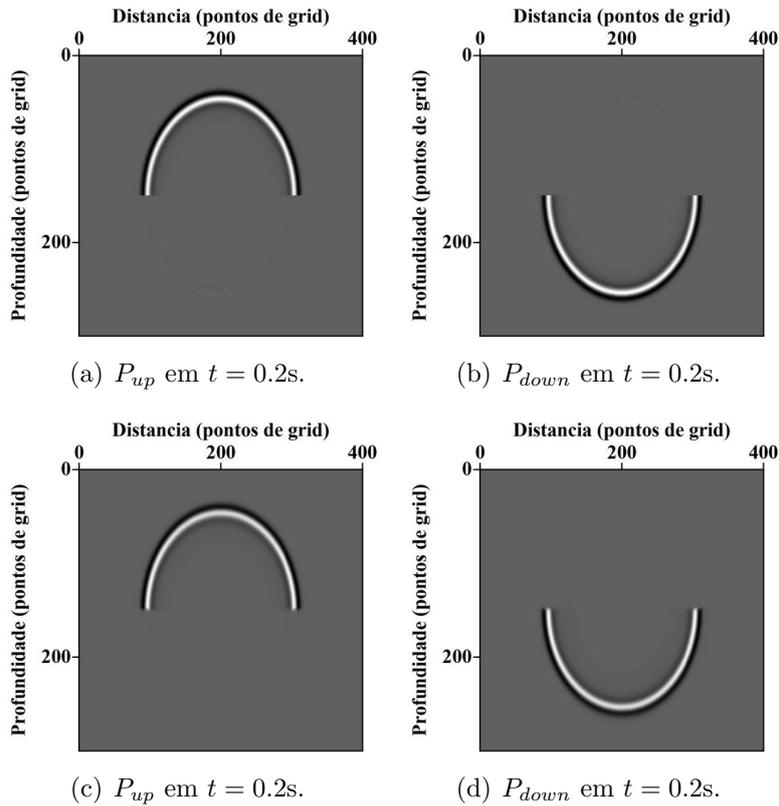


Figura 4.4: Painel de *snapshots* das componentes unidirecionais de propagação da onda acústica 2D para uma fonte pontual no centro de um modelo homogêneo; (a)-(b) representam os campos ascendentes e descendentes sem interpolação do vetor de Poynting enquanto que (c)-(d) representam os campos de propagação ascendentes e descendentes após a interpolação do vetor de Poynting.

Esse resíduo ocorre em função da localização onde os campos V_x e V_z são calculados. Por se tratar de um sistema de malhas intercaladas, estas componentes

são calculadas em posições deslocadas com relação ao campo original de pressões P . Esta diferença causa uma mudança na fase dos campos V_x e V_z com relação ao campo de pressões P .

Para corrigir isto, uma interpolação nos campos referentes aos vetores de Poynting P_V é realizada a fim de se deslocar estes componentes para o mesmo ponto da malha onde foram calculados os pontos de pressão. É possível verificar a diferença da decomposição através do resultado com e sem esta interpolação na figura 4.4, onde é colocada uma fonte pontual no centro de um modelo homogêneo e a decomposição é realizada com e sem a interpolação mencionada acima.

Portanto, a interpolação do vetor de Poynting na direção vertical foi implementada no algoritmo de decomposição de campos de ondas. Desta forma, o problema dos resíduos das componentes presentes na figura 4.3 é resolvido.

Finalmente, foi possível realizar uma primeira comparação entre as imagens geradas pela RTM utilizando-se a tradicional condição de imagem por correlação cruzada e a condição de imagem utilizando decomposição de campos de ondas proposta por LIU *et al.* (2011), ambas implementadas nesta dissertação (Fig. 4.5).

Para realizar esta validação, sismogramas sintéticos foram gerados para simular uma aquisição sísmica. Ao todo foram dados 80 tiros, com espaçamento de 5 pontos (ou 25 metros) entre os mesmos. Além disso, foram colocados receptores em todos os pontos da superfície do *grid* do modelo. A frequência máxima da fonte utilizada na aquisição sintética foi de 60Hz. Na tabela 4.1 é possível observar todos os parâmetros utilizados nas modelagens e migração deste modelo.

Tabela 4.1: Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de camadas plano-paralelas.

Pontos de <i>grid</i> em X	400
Pontos de <i>grid</i> em Z	300
Tempo de modelagem	3, 0s
Amostragem temporal	0, 5ms
Amostragem espacial	5, 0m
Velocidade máxima	2500, 0m/s
Velocidade mínima	1500, 0m/s
Espaçamento entre tiros	25, 0m
Espaçamento entre receptores	5, 0m
Número de tiros	80
Número de receptores	400
Frequência de corte	60, 0Hz

Na primeira etapa da RTM, uma versão suavizada do modelo de velocidades (Fig. 4.1) foi utilizado com dois propósitos principais. O primeiro é pelo fato de que o modelo de velocidades obtido após todo o fluxo de construção de modelo

de velocidades em dados sísmicos reais dificilmente obterá uma alta resolução dos refletores em subsuperfície. Ainda que se utilize técnicas de inversão altamente complexas como a FWI, o modelo final que será utilizado como entrada para os algoritmos de migração ainda terá uma baixa resolução.

Em segundo lugar, um modelo de velocidades suavizado atenua as reflexões entre camadas nesta primeira etapa da RTM, simplesmente por diminuir drasticamente o contraste de impedância acústica dependente, neste trabalho, do contraste de velocidades dos meios. Reflexões nesta etapa da RTM fazem com que os ruídos de retroespalhamento (do inglês - *backscattering noise*) sejam amplificados na imagem migrada. Cabe ressaltar que esta suavização é dada no domínio da vagarosidade, que nada mais é do que o inverso do modelo de velocidades (LOEWENTHAL *et al.* (1987)).

Na figura 4.5, onde foi gerada uma imagem referente a um tiro no ponto central do modelo, é possível verificar a atenuação dos ruídos de baixa frequência analisados no capítulo 3 e que estão presentes na imagem gerada pela aplicação da condição tradicional de correlação cruzada.

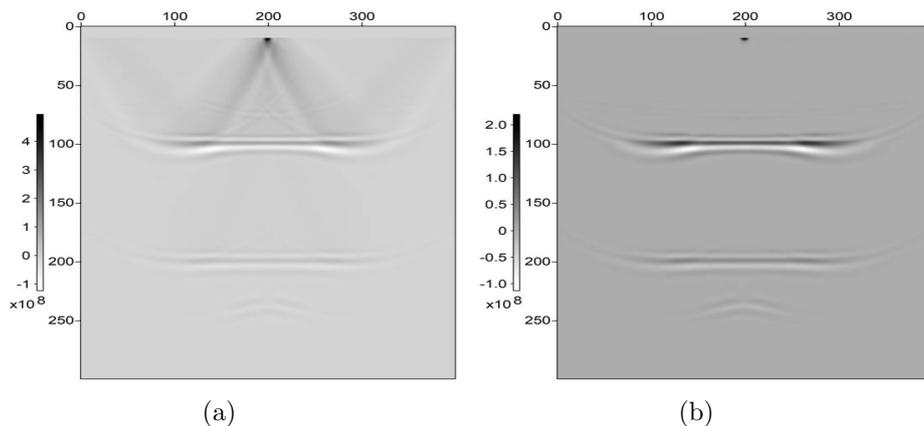


Figura 4.5: Comparação entre imagens RTM. Em (a) Imagem gerada através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem gerada através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

Neste modelo simples com apenas 3 camadas geológicas plano-paralelas, sem variações laterais de velocidades e com baixos contrastes de impedância acústica é possível afirmar que a condição de imagem que utiliza a decomposição de campos de ondas através da utilização do vetor de Poynting e correlaciona apenas as componentes que constroem imagem nos pontos de reflexão atenua quase que em sua totalidade os artefatos de migração.

Na figura 4.6 é possível observar a imagem final migrada para este modelo simples utilizando-se os parâmetros da tabela 4.1.

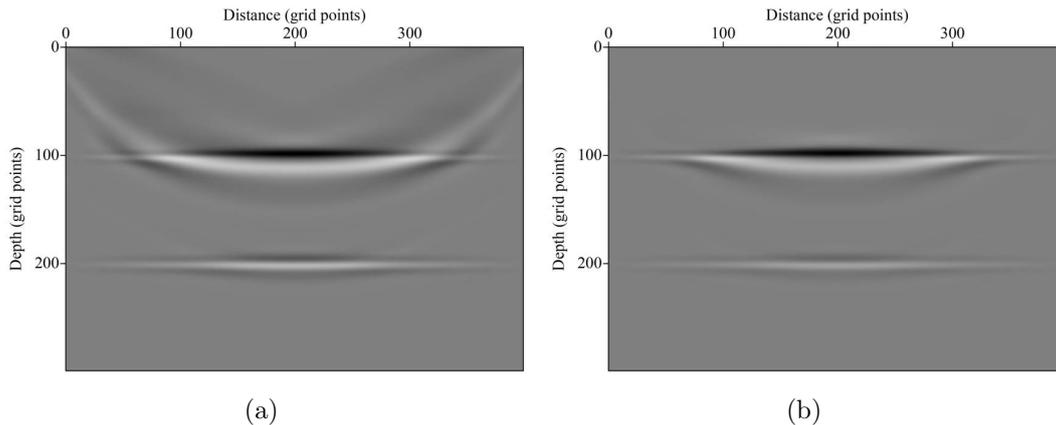


Figura 4.6: Imagens finais obtidas para o modelo geológico simples. Em (a) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

4.2 Modelo de Hess

Uma vez que os algoritmos de modelagem e migração foram validados em um modelo de velocidades simples, o segundo modelo utilizado para avaliar a performance do algoritmo foi o modelo de Hess (Fig. 4.7). Este modelo de velocidades possui originalmente 1501 pontos na direção Z e 3617 pontos na direção X e foi criado pela corporação HESS. O espaçamento em ambas as direções é de 6 metros, portanto ao utilizar o MDF com operadores de 2^a ordem no tempo e 4^a ordem no espaço, o maior valor possível para a frequência máxima da fonte durante as modelagens e migrações neste modelo é de 50Hz.

No entanto, devido a limitações principalmente de memória ao longo do desenvolvimento deste projeto, o modelo de Hess foi reamostrado de maneira proporcional para 376 pontos na direção Z e 905 pontos na direção X. O espaçamento do grid foi mantido constante em ambas as direções mas o valor foi multiplicado por 4 vezes com a finalidade de manter a mesma dimensão física do modelo original. Devido a esta reamostragem, a frequência máxima permitida para os testes no modelo de Hess neste projeto foram de 12.5 Hz.

Os parâmetros utilizados nas modelagens e migração para o modelo de Hess podem ser visualizados na tabela 4.2. Por se tratar de um modelo mais complexo, a ilustração dos *snapshots* de propagação e dos vetores de Poynting a determinados instantes de tempo não seriam didáticos e, portanto, os mesmos serão omitidos.

Por se tratar de uma migração de dados sintéticos, em primeiro lugar foi necessário realizar a modelagem dos dados a serem migrados nesta dissertação. Para isso, foi desenvolvido um algoritmo de aquisição sísmica onde o arranjo fonte-receptor se move da esquerda para a direita ao longo de todo o modelo bidimensional. A

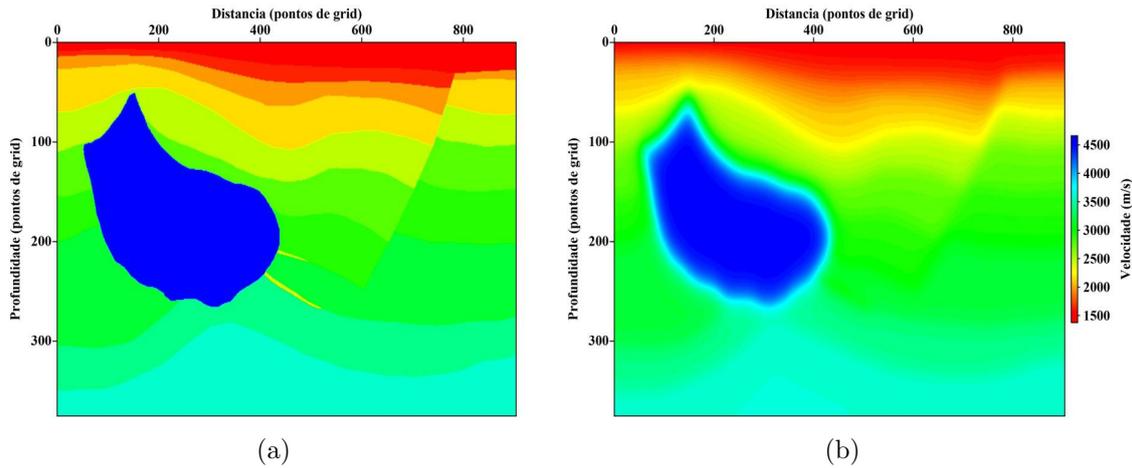


Figura 4.7: Modelos de velocidades de Hess utilizados neste trabalho. Em (a) Modelo bruto utilizado na geração dos sismogramas e (b) Modelo após suavização das vagarosidades utilizado na primeira etapa e segunda etapas da RTM.

Tabela 4.2: Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de Hess.

Pontos de <i>grid</i> em X	905
Pontos de <i>grid</i> em Z	376
Tempo de modelagem	7, 2s
Amostragem temporal	0, 3ms
Amostragem espacial	24, 0m
Velocidade máxima	4514, 0m/s
Velocidade mínima	1540, 0m/s
Espaçamento entre tiros	72, 0m
Espaçamento entre receptores	24, 0m
<i>Offset</i> mínimo	120, 0m
Número de tiros	244
Número de receptores	170
Frequência de corte	12, 5Hz

figura 4.8 representa 6 tiros neste modelo, onde o primeiro tiro está localizado na posição 4992,0m do modelo e o espaçamento entre cada um dos 6 tiros é de 2880,0m.

Como neste modelo há a presença de um grande corpo de sal, uma migração a partir do modelo bruto de velocidades também foi gerado para comparação com a migração utilizando-se o modelo suavizado. Ao utilizar a condição convencional de correlação cruzada, os ruídos de retroespalhamento se fazem presentes nas imagens finais, em especial naquela onde não há suavização do modelo de vagarosidades (Fig. 4.9).

Logo, para comparação com a nova metodologia de migração que faz uso da decomposição de campos de ondas será utilizada a imagem migrada a partir do modelo de vagarosidades suavizado, visto que o mesmo apresenta uma imagem com menor nível de ruído de retroespalhamento.

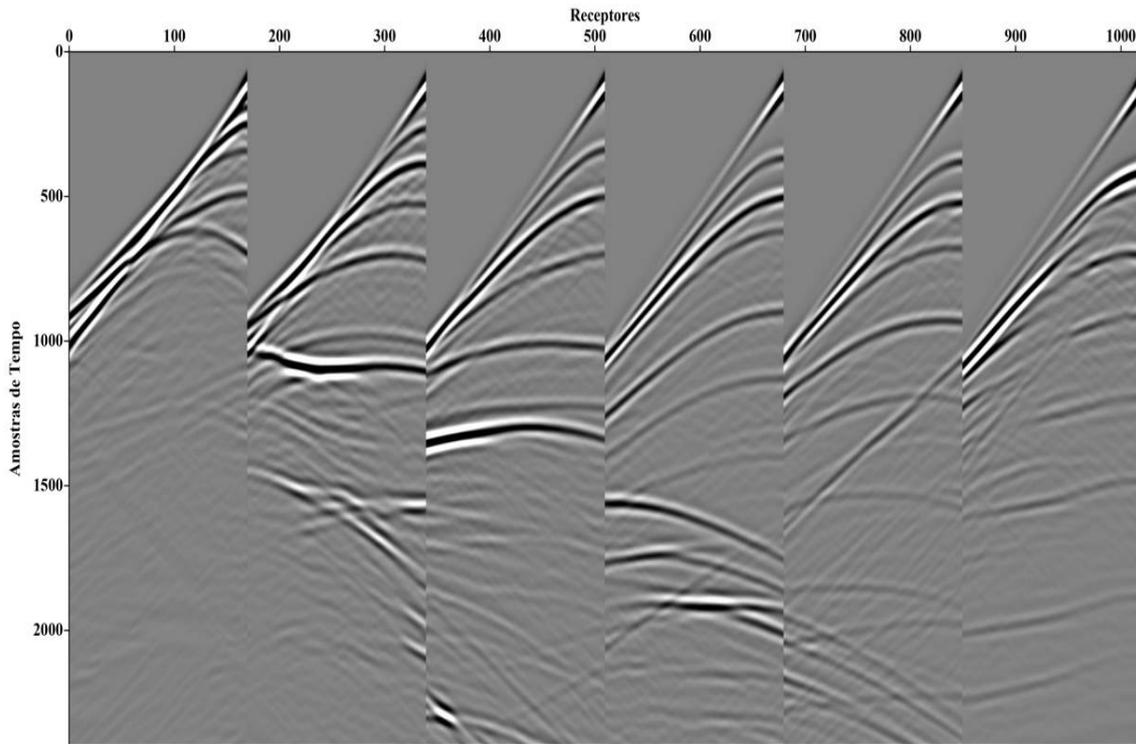


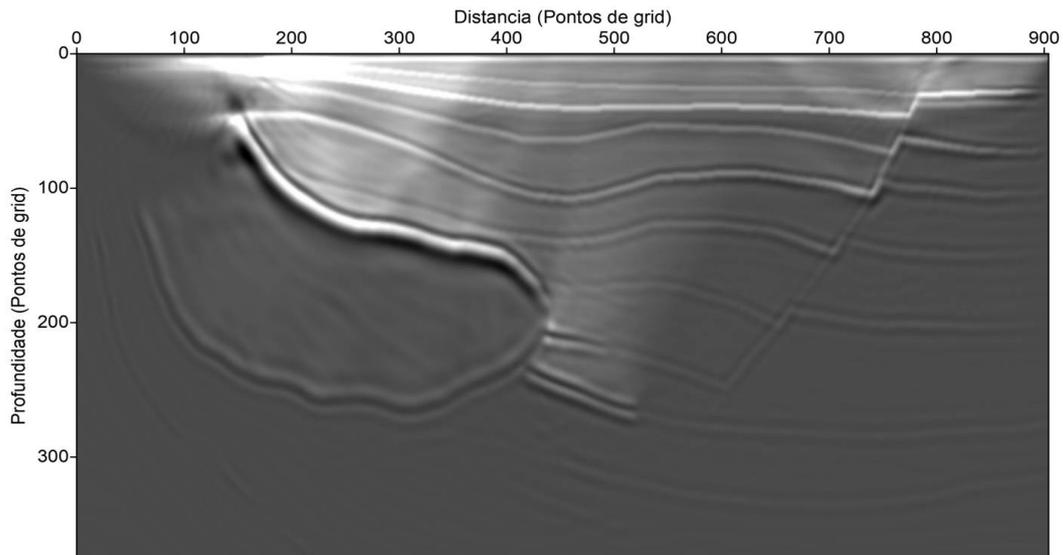
Figura 4.8: Exemplo sismograma contendo 6 tiros no modelo de Hess utilizados neste trabalho. O espaçamento entre cada tiro é de 2880,0 metros.

Na figura 4.10 as imagens finais geradas para este modelo podem ser visualizadas. Nota-se que ao utilizar a nova condição de imagem implementada neste trabalho, os artefatos de migração são melhores atenuados e em linhas gerais, a imagem obtida utilizando-se esta condição fornece resultados superiores com relação a aplicação da condição de imagem tradicional de correlação cruzada.

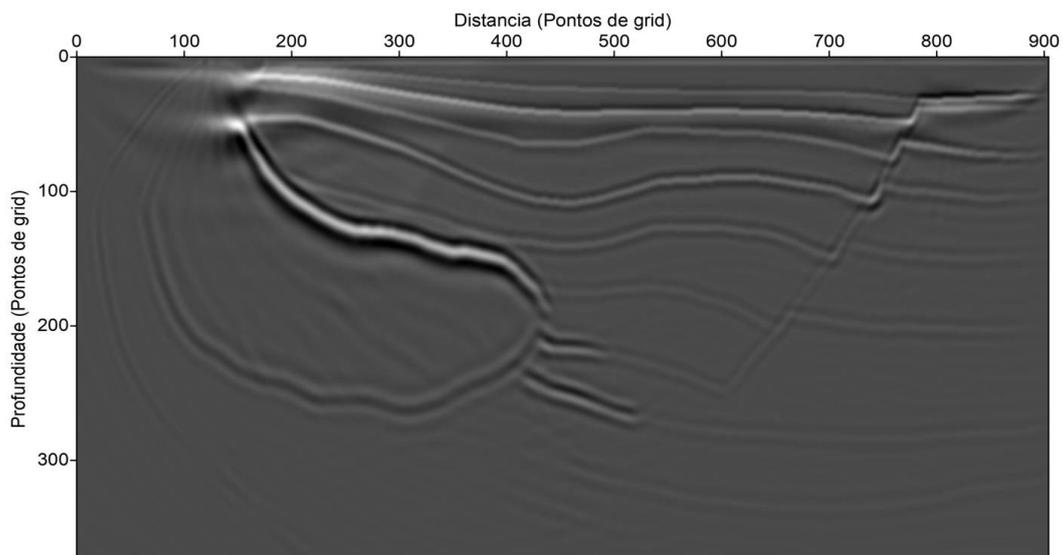
Para gerar estas imagens migradas foram realizados os mesmos procedimentos descritos anteriormente. Em primeiro lugar o modelo de vagarosidades foi suavizado e então foram executadas as 3 etapas da RTM como descritas neste trabalho: (a) propagação direta no tempo a partir das posições da fonte; (b) propagação reversa no tempo a partir dos receptores e (c) aplicação da condição de imagem (correlação cruzada convencional ou através da decomposição dos campos de ondas).

Cabe ressaltar que na geração dos dados sintéticos para a migração deste modelo não foi considerada uma condição de borda absorviva na superfície superior e, portanto, o dado contém todas as múltiplas relacionadas a superfície do mar. Estas múltiplas ficam evidentes especialmente no interior do corpo de sal nas imagens geradas.

Além disso, por conta da própria geometria de aquisição definida neste trabalho é possível verificar uma baixa qualidade nos refletores próximos a borda esquerda das imagens, isto porque não há receptores suficientes naquela região para que a reconstrução da imagem naquela região pudesse ser feita de maneira adequada. No



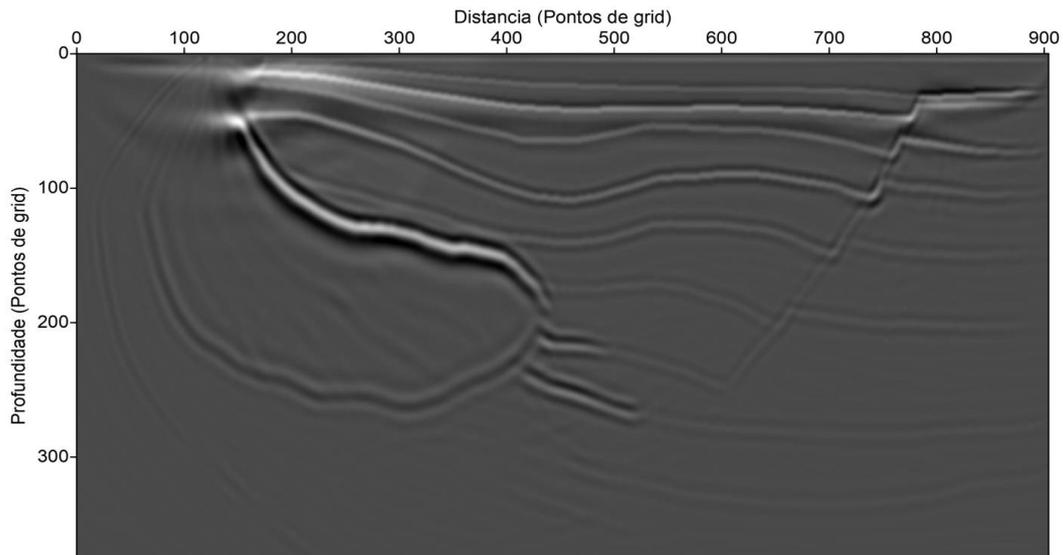
(a)



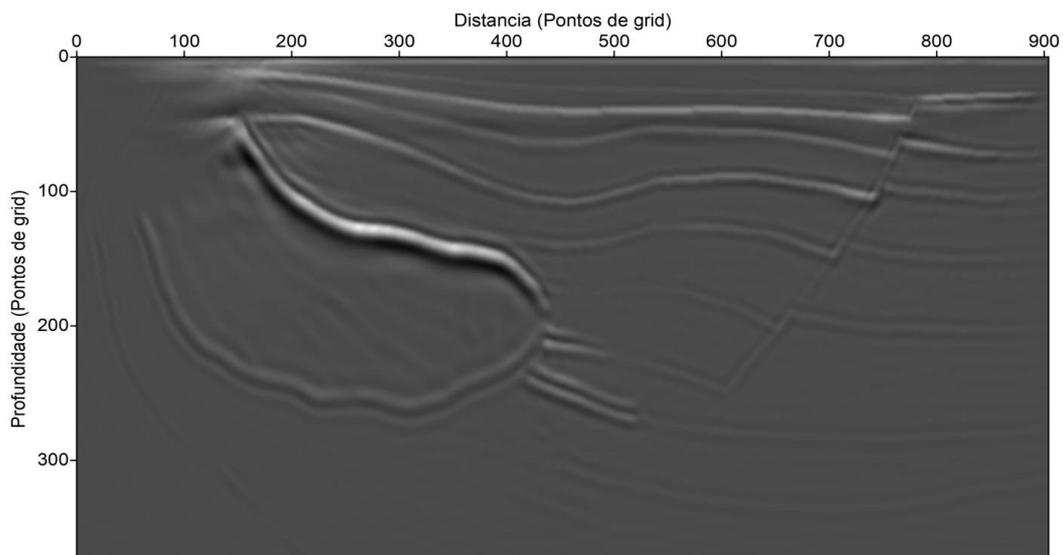
(b)

Figura 4.9: Imagens migradas geradas para o modelo de Hess utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada convencional. Em (a) Modelo de vagarosidades bruto e (b) Modelo após suavização das vagarosidades.

entanto, nas outras regiões do modelo não houve dificuldades na resolução das interfaces geológicas, especialmente no reservatório que está truncado no corpo salino.



(a)



(b)

Figura 4.10: Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Hess. Em (a) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

4.3 Modelo de Marmousi

Outro modelo utilizado neste trabalho é o modelo de Marmousi (Fig. 4.11). Este modelo foi criado em 1988 pelo *Institui Français de Ptrole* - IFP e é baseado em um perfil geológico traçado na bacia de Cuanza. Este modelo foi criado para simular um ambiente sísmico complexo no qual avançadas técnicas de imageamento poderiam ser testadas e validadas com a finalidade de produzir uma imagem correta de subsuperfície.

O modelo consiste de 158 camadas horizontais com diferentes propriedades acústicas, uma série de falhas normais e estruturas em dobramento que complicam o imageamento do mesmo. Possui 2301 pontos na direção X e 751 pontos na direção Z , além de uma camada de água pequena, caracterizando um ambiente marinho raso.

Nesta dissertação foram gerados resultados para o modelo original e para um modelo menor reamostrado. O espaçamento original do modelo é de 4 metros em ambas direções X e Z . Portanto, ao se respeitar as condições de estabilidade e não-dispersão numérica, o valor máximo de frequência da fonte possível para o MDF é de 75 Hz para o modelo original.

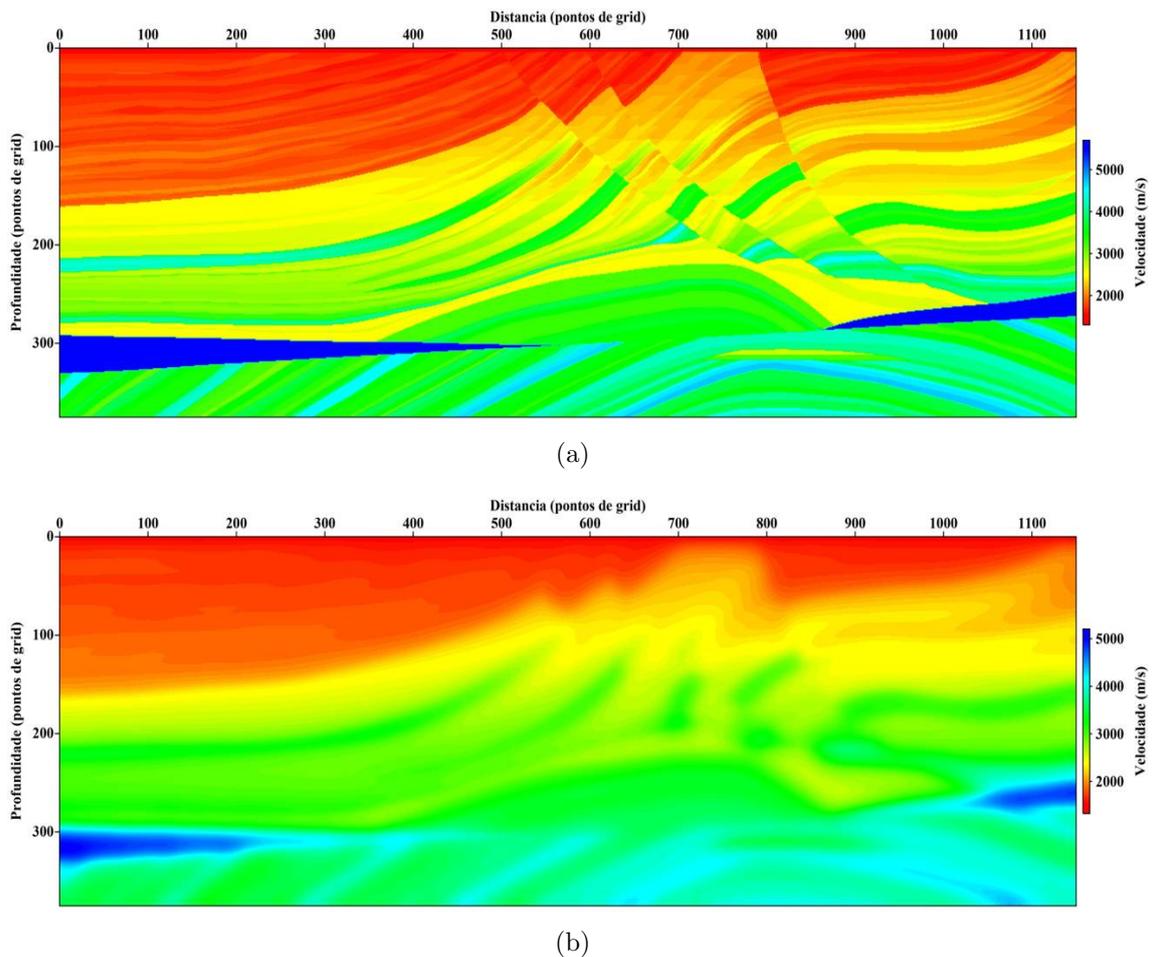


Figura 4.11: Modelos de velocidades de Marmousi utilizados neste trabalho. Em (a) Modelo bruto utilizado na geração dos sismogramas e (b) Modelo após suavização das vagarosidades utilizado na primeira etapa e segunda etapas da RTM.

Uma reamostragem proporcional em ambas direções do modelo de velocidades original foi realizada de forma que uma nova geometria de 1151 pontos em X e 376 pontos em Z fosse alcançada. Essa reamostragem se fez necessária para que o tempo de execução dos algoritmos de migração fosse diminuído, bem como a quantidade de memória exigida.

Portanto, a fim de se manter as mesmas dimensões físicas do modelo original, o espaçamento do grid de diferenças finitas foi multiplicado por 2 e conseqüentemente a maior frequência possível para estes resultados foi de 37.5Hz. Os parâmetros utilizados na modelagem e na migração deste modelo reamostrado podem ser visualizados na tabela 4.3.

Tabela 4.3: Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de Marmousi reamostrado.

Pontos de <i>grid</i> em X	1151
Pontos de <i>grid</i> em Z	376
Tempo de modelagem	3, 0s
Amostragem temporal	0, 2ms
Amostragem espacial	8, 0m
Velocidade máxima	5500, 0m/s
Velocidade mínima	1500, 0m/s
Espaçamento entre tiros	24, 0m
Espaçamento entre receptores	16, 0m
<i>Offset</i> mínimo	104, 0m
Número de tiros	254
Número de receptores	188
Frequência de corte	37, 5Hz

O mesmo algoritmo que simula uma aquisição sísmica no caso do modelo de Hess foi utilizado no modelo de Marmousi, onde o arranjo fonte-receptor é movimentado da esquerda para a direita do modelo. Um exemplo de 6 tiros do sismograma sintético gerado é ilustrado na figura 4.12, onde é possível observar a variação de reflexões em diferentes pontos de tiro. Cabe ressaltar que o espaçamento entre cada tiro desta figura é de 960, 0 metros e o primeiro tiro ilustrado na imagem é referente a posição 3752, 0 metros na superfície do modelo.

Na figura 4.13 a mesma comparação feita no modelo de Hess entre a imagem obtida utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada convencional com o modelo de velocidades bruto e suavizado pode ser visualizada.

Neste modelo, não há a presença de uma camada geológica que impõe uma grande variação vertical de propriedades físicas, no entanto existem diversos contatos laterais entre camadas com diferentes velocidades de propagação em função do alto número de falhamentos presente, em especial na parte direita do modelo.

Ao analisar a imagem gerada utilizando-se o modelo de velocidades suavizado em comparação com a imagem obtida através do modelo bruto, nota-se que os artefatos de baixa frequência são atenuados ao custo de alguma perda esperada na resolução de alguns refletores.

Ao comparar este resultado com o resultado obtido para o modelo de velocidades

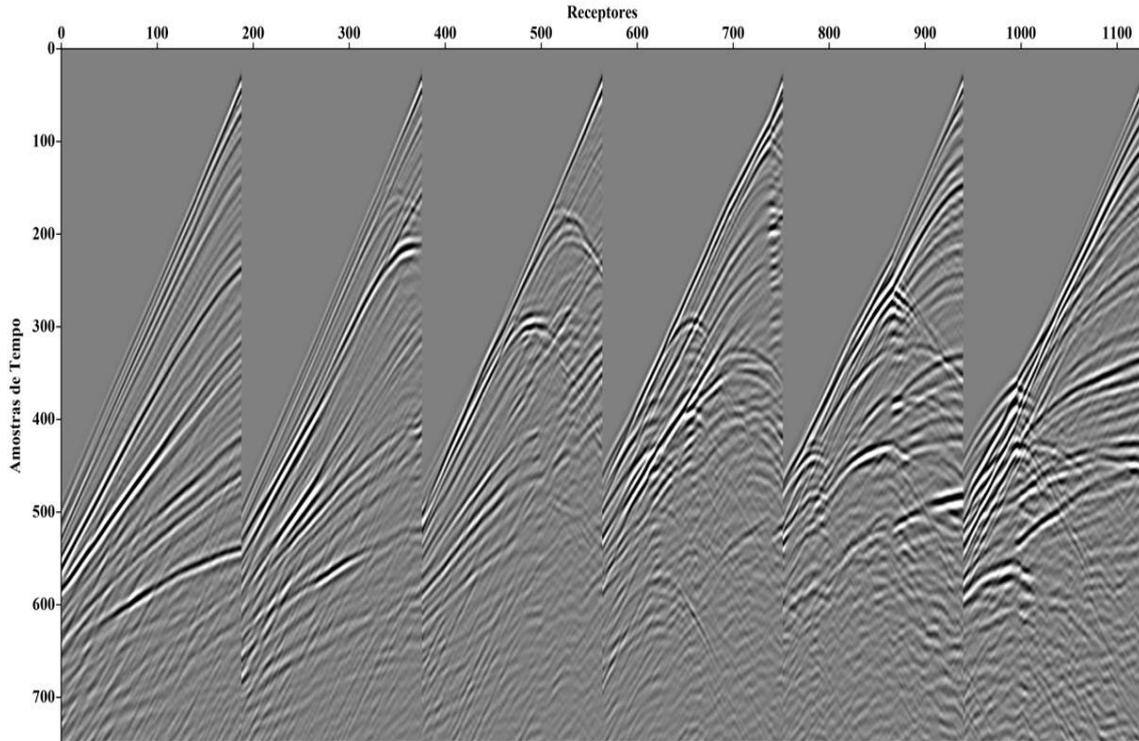
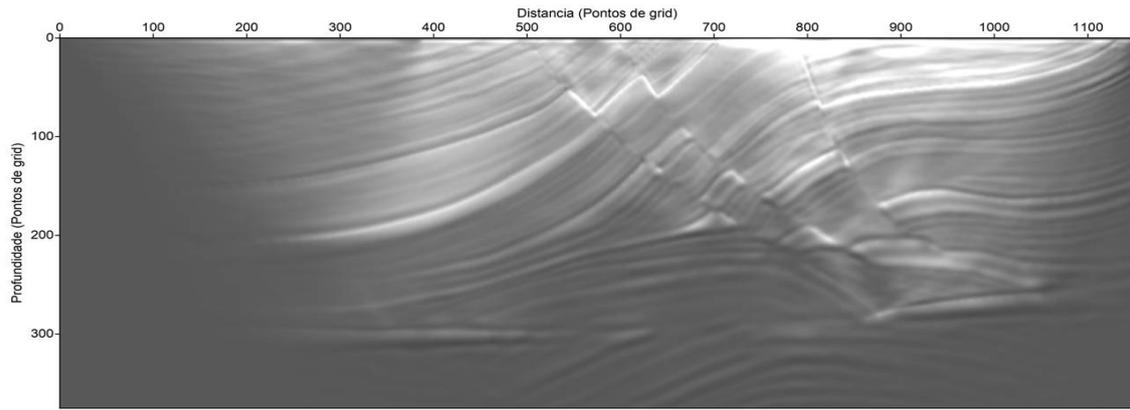


Figura 4.12: Exemplo de 6 tiros presentes no sismogramas obtido na aquisição sintética do modelo de Marmousi.

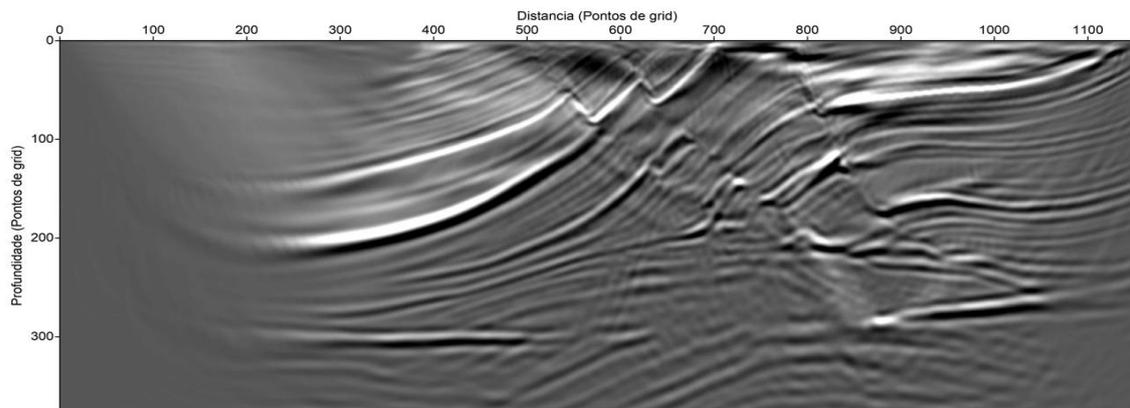
de Hess, nota-se que a imagem do modelo de Hess está bem mais contaminada pelos ruídos da RTM que a imagem gerada para o modelo de Marmousi. Isso é explicado pelo fato de que no modelo de Hess há uma grande variação de velocidades de propagação em ambas direções do modelo causada pelo domo de sal, fazendo com que o ruído de retroespalhamento seja intensificado. Portanto, conclui-se que em modelos com baixos contrastes de velocidades a diferença entre migrar um modelo bruto e um modelo com as vagarosidades suavizadas é menor do que em situações onde não existe essas grandes variações, como no Marmousi.

Em seguida, a migração utilizando-se a condição de imagem de decomposição de campos de onda foi realizada (Fig. 4.14). Como esta condição de imagem é construída de modo que os ruídos de retroespalhamento não sejam incorporados na imagem final, é evidente que uma suavização no modelo de vagarosidades seja prejudicial para a qualidade da imagem. Portanto, uma menção às técnicas de FWI é válida, visto que a mesma fornece modelos de velocidades de alta resolução, o que é extremamente vantajoso para o algoritmo de migração baseado em decomposição de campos de ondas utilizado neste trabalho.

Ao analisar os resultados gerados pela aplicação da nova condição de imagem, foi possível observar um artefato de alta frequência sobre os refletores sísmicos nas imagens finais. Esses artefatos foram justificados pela separação abrupta entre as componentes ascendentes e descendentes obtidas pela aplicação do critério do sinal



(a)



(b)

Figura 4.13: Imagens migradas geradas para o modelo de Marmousi utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada convencional. Em (a) Modelo de vagarosidades bruto e (b) Modelo após suavização das vagarosidades.

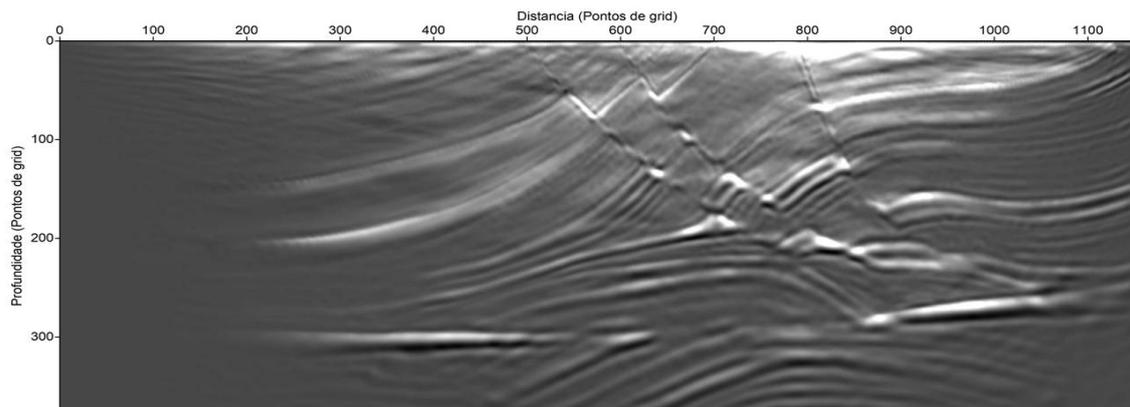


Figura 4.14: Imagem do modelo de Marmousi obtida pela condição de imagem baseada na decomposição de campos de ondas.

do vetor de Poynting.

Para evitar a presença deste artefato, foi preciso implementar uma espécie de *taper* na etapa de separação desses campos de ondas. O artifício utilizado neste

trabalho foi de aplicar um filtro de suavização média móvel após a separação dos campos ascendentes e descendentes, fazendo com que houvesse uma transição suave de uma componente para outra.

Na figura 4.15 duas regiões da figura 4.14 foram ampliadas para a análise da aplicação desta solução. Além disso, a escala de cores foi comprimida de forma que as amplitudes nas imagens fiquem mais realçadas. Nota-se que o artefato é devidamente atenuado da imagem quando da aplicação da solução proposta. Portanto, os resultados finais obtidos pelo algoritmo de migração baseado em decomposição de campos de ondas para todos os modelos de velocidades deste trabalho já contemplam a solução encontrada do *taper*.

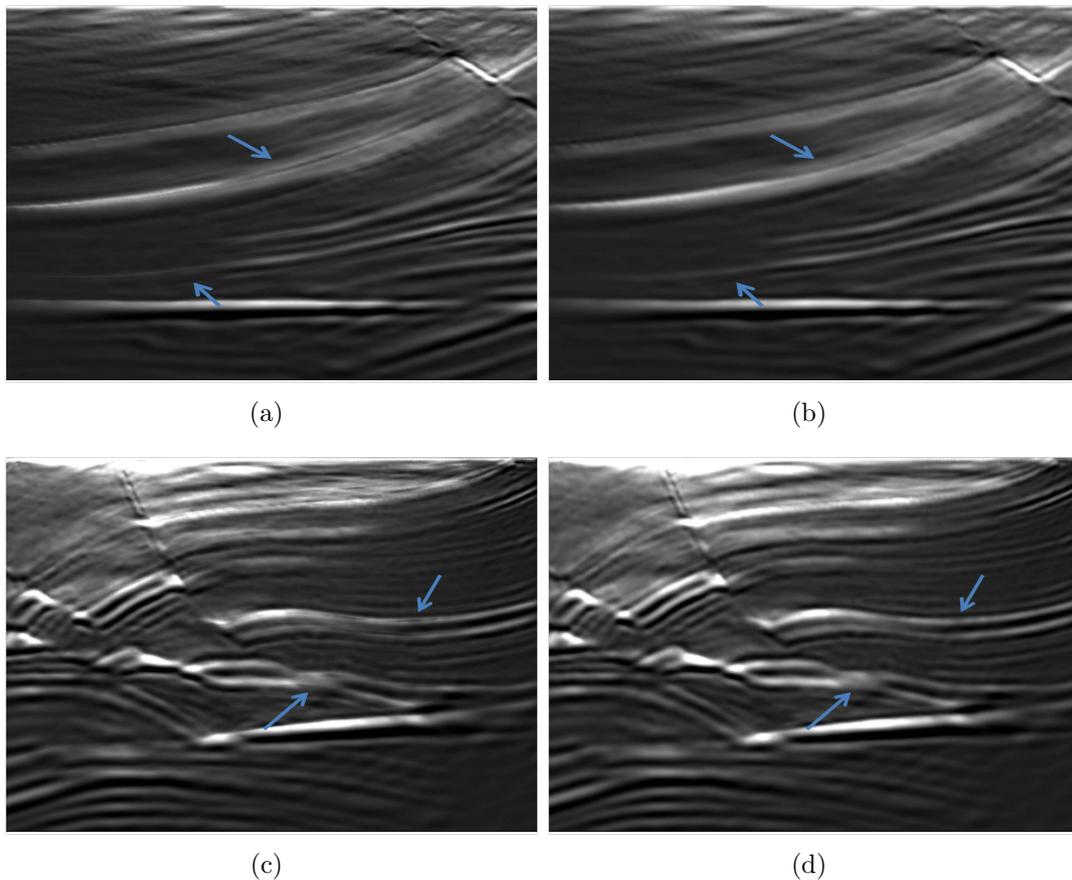


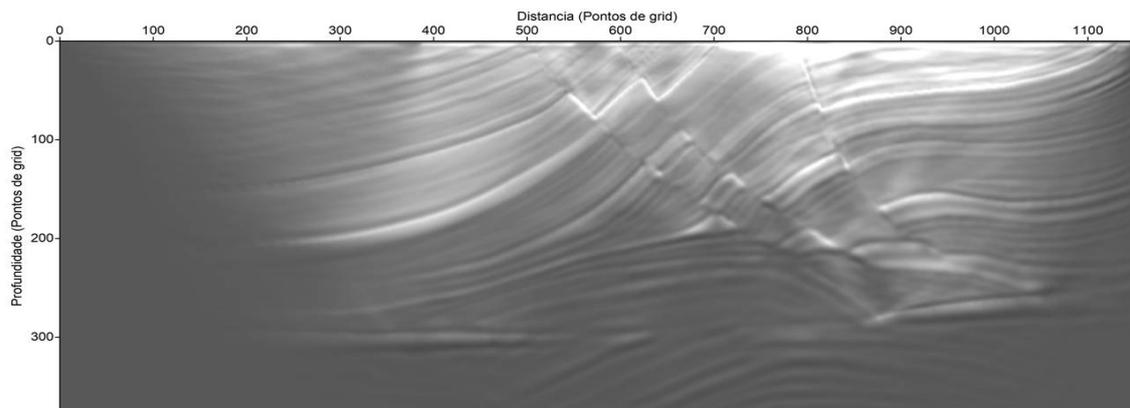
Figura 4.15: Comparação entre as imagens migradas do modelo de Marmousi com a nova condição de imagem com e sem a implementação da solução de transição entre as componentes decompostas. As subfiguras (a) e (c) representam duas porções ampliadas da imagem RTM gerada sem aplicação do *taper* enquanto que as subfiguras (b) e (d) representam estas mesmas porções após aplicação da solução encontrada para remoção do artefato de alta frequência.

Finalmente, a comparação entre as imagens obtidas através da utilização dos algoritmos de RTM baseado na correlação cruzada convencional e em decomposição de campos de ondas foi realizado. Para isso o modelo de velocidades sem suavização foi utilizado, simplesmente porque ele fornece melhores imagens para este modelo.

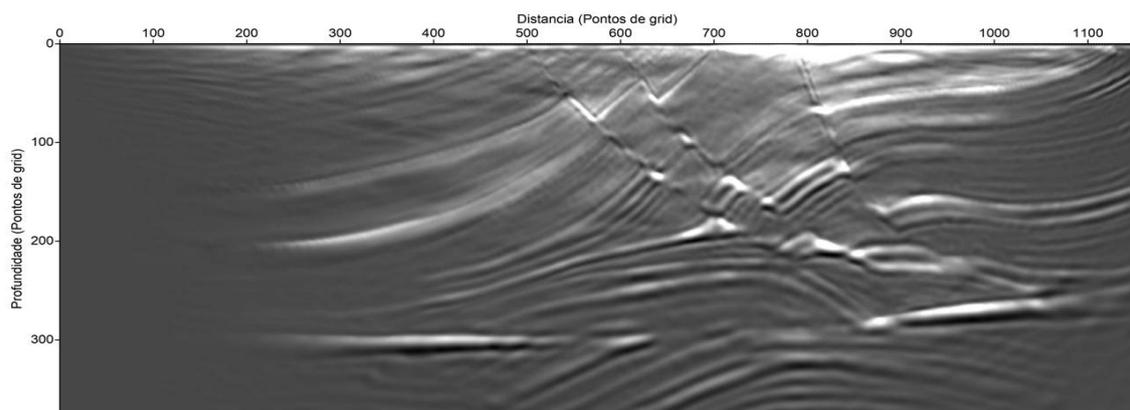
Além disso, a imagem obtida pelo algoritmo de decomposição de campos de ondas já incorpora a solução do *taper*.

A figura 4.16 ilustra esta comparação e mostra que embora não haja um grande corpo salino no modelo de Marmousi, a nova condição de imagem é capaz de retornar eventos com maior resolução e com menor nível de ruídos de retroespalhamento característicos da condição convencional de correlação cruzada na RTM.

No entanto, cabe ressaltar que ainda há espaço para melhorias nestas imagens especialmente pelo fato de que não foi realizada a decomposição das componentes de propagação horizontais neste trabalho. Como o modelo de Marmousi coloca em contato lateral diversas camadas em função das falhas de alto rejeito presente no modelo, é esperado que haja uma quantidade significativa de ruídos de retroespalhamento também nesta direção. A decomposição não foi realizada nas componentes horizontais do campo de onda completo em função da alta necessidade de memória para que o algoritmo de RTM fosse executado.



(a)

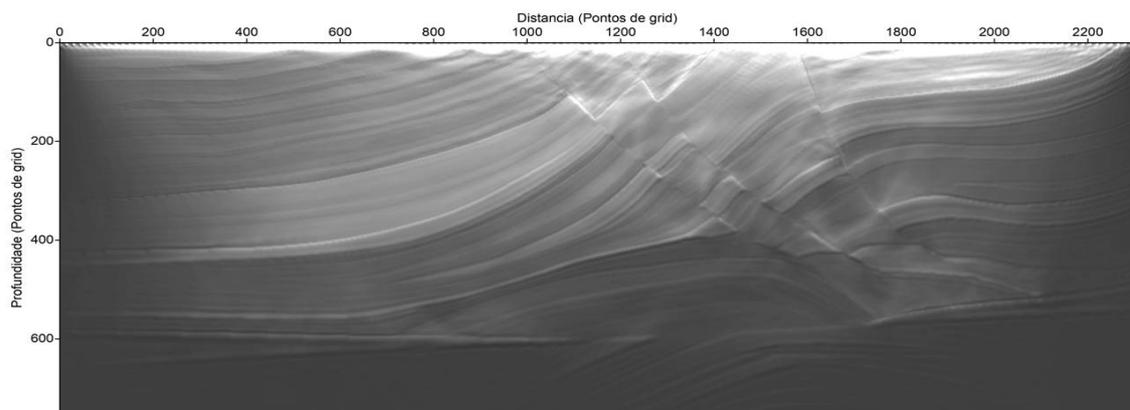


(b)

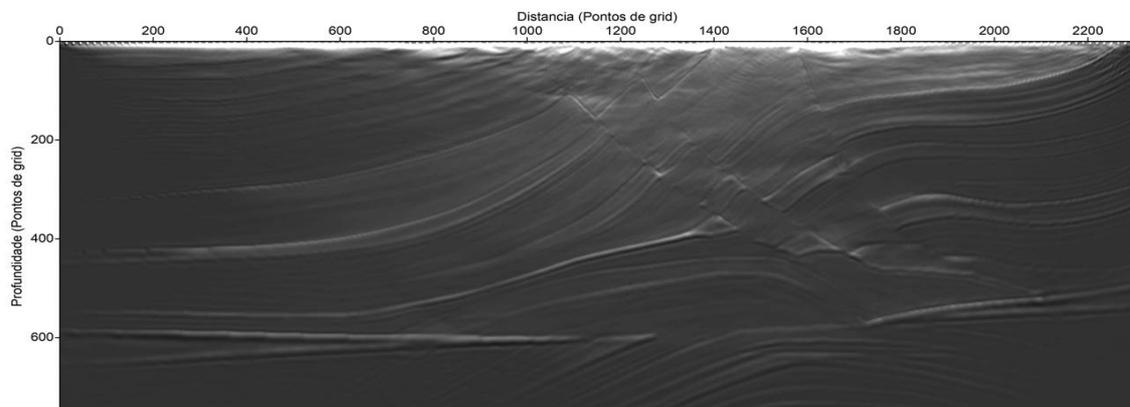
Figura 4.16: Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Marmousi. Em (a) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

Com a finalidade de obter imagens com uma resolução maior, o modelo de velocidades de Marmousi com as dimensões originais também foi migrado. Neste caso, foram colocados receptores em todos os pontos da superfície durante a etapa da aquisição sintética, de modo que não houvessem problemas de baixa cobertura que são presentes nos exemplos que simulam uma aquisição de dados realística.

É possível concluir com mais clareza que a imagem gerada pela RTM que utiliza a decomposição dos campos de ondas fornece uma imagem com menos ruídos do que a RTM que utiliza a condição de imagem convencional de correlação cruzada (Fig. 4.17).



(a)



(b)

Figura 4.17: Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Marmousi original. Em (a) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

4.4 Modelo de Sigsbee

O último modelo no qual os algoritmos da presente dissertação foram testados é o modelo de Sigsbee em sua versão *2a*. O modelo foi criado pelo consórcio SMAART,

cujos membros são a BHP Petroleum, BP, Chevron e Texaco, com o objetivo de testar algoritmos de migração desenvolvidos para regiões altamente complexas com estruturas geológicas associadas a corpos de sal.

As interfaces de reflexão são resultados de contrastes de velocidades de propagação de onda P nas camadas que variam em torno de $\pm 90m/s$, gerando refletividades em torno de $\pm 3\%$ que são suficientemente grandes para gerar reflexões mas pequenas suficientes para não destruir o gradiente de velocidades do macro modelo. As variações de velocidade das camadas de sedimentos respeitam a seguinte função:

$$V = V_0 + k * (Z - Z_{WB}), \quad (4.1)$$

onde V_0 é a velocidade da primeira camada ($1500m/s$), k é uma constante que controla o percentual de refletividade desejado (0.3), Z representa a profundidade de determinada camada abaixo do fundo do mar e Z_{WB} é a profundidade do fundo do mar.

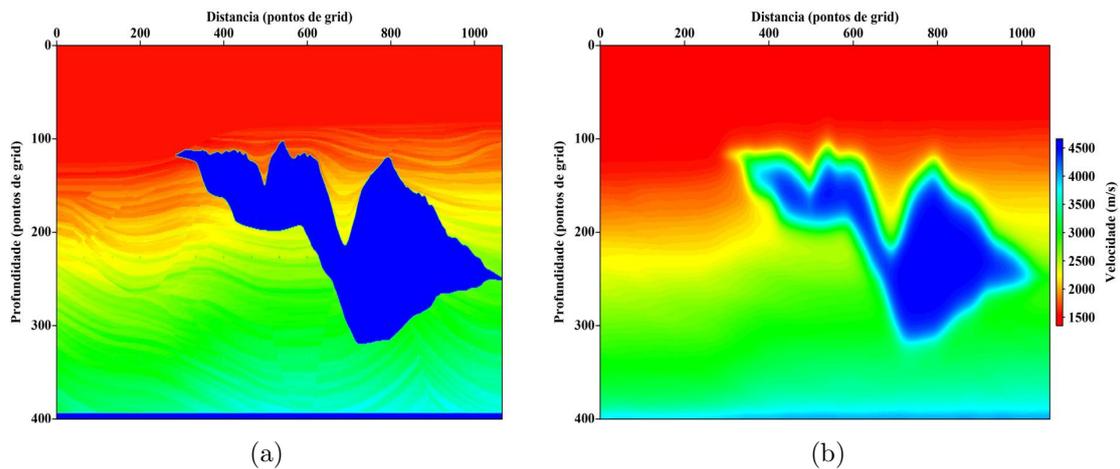


Figura 4.18: Modelos de velocidades de Sigsbee utilizados neste trabalho. Em (a) Modelo bruto utilizado para geração dos sismogramas e (b) Modelo após suavização das vagarosidades utilizado na primeira etapa e segunda etapas da RTM.

O modelo de Sigsbee possui 3201 pontos na direção X e 1201 pontos na direção Z . O espaçamento original do modelo é de 7,62 metros em ambas direções. Portanto, ao se respeitar as condições de estabilidade e não-dispersão numérica determinados pelos operadores de diferenças finitas de segunda ordem no tempo e quarta ordem no espaço, o valor máximo de frequência da fonte possível para as modelagens numéricas neste modelo é de aproximadamente 40Hz considerando-se suas dimensões originais.

Assim como nos modelos anteriores, o modelo de Sigsbee foi modificado para que as imagens migradas fossem obtidas por um custo de memória e tempo menores. Desta forma, foi realizada uma reamostragem proporcional do dado original para uma nova geometria de 1067 pontos em X e 401 pontos em Z . Portanto, a fim de se

manter o mesmo tamanho físico do modelo original o espaçamento da modelagem foi multiplicado por 3 e conseqüentemente a maior frequência possível nos testes foi de aproximadamente 13Hz. Os parâmetros utilizados na modelagem e na migração deste modelo podem ser visualizados na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Parâmetros utilizados na modelagem e migração do modelo de Sigsbee.

Pontos de <i>grid</i> em X	1067
Pontos de <i>grid</i> em Z	401
Tempo de modelagem	10, 0s
Amostragem temporal	0, 4ms
Amostragem espacial	22, 86m
Velocidade máxima	4500, 0m/s
Velocidade mínima	1500, 0m/s
Espaçamento entre tiros	60, 96m
Espaçamento entre receptores	22, 86m
<i>Offset</i> mínimo	106, 68m
Número de tiros	177
Número de receptores	200
Frequência de corte	13, 0Hz

O mesmo algoritmo que simula uma aquisição sísmica nos casos dos modelos anteriores foi utilizado no modelo de Sigsbee, onde o arranjo fonte-receptor é movimentado da esquerda para a direita do modelo. Uma amostra do sismograma sintético obtido é ilustrado na figura 4.19, onde é possível observar a variação de reflexões em 6 diferentes pontos de tiro, que estão espaçados a cada 1219, 2 metros e o primeiro tiro ilustrado da esquerda para direita representa a posição em 7056, 4 metros na superfície.

O modelo de Sigsbee é de longe o modelo mais desafiador a ser imageado neste trabalho. Este modelo combina a presença de um grande corpo de sal com altas velocidades de propagação de onda com relação as camadas circundantes com a complexidade estrutural dada pela geometria deste corpo.

Conseqüentemente, é possível verificar que mesmo utilizando-se um modelo mais suave para a realização da migração com a técnica convencional de condição de imagem o resultado ainda expõe artefatos significativos na camada sedimentar acima do corpo de sal (Fig. 4.20). No flanco direito do modelo existem duas pequenas bacias cujas camadas são totalmente mascaradas pelos ruídos de migração de baixa frequência.

Além disso, o modelo suavizado não consegue colapsar de maneira razoável as difrações presentes no dado sísmico e como conseqüência os refletores das camadas profundas não estão sendo devidamente imageados. Neste caso, um modelo de velocidades com a maior resolução possível se faz necessária e o algoritmo de

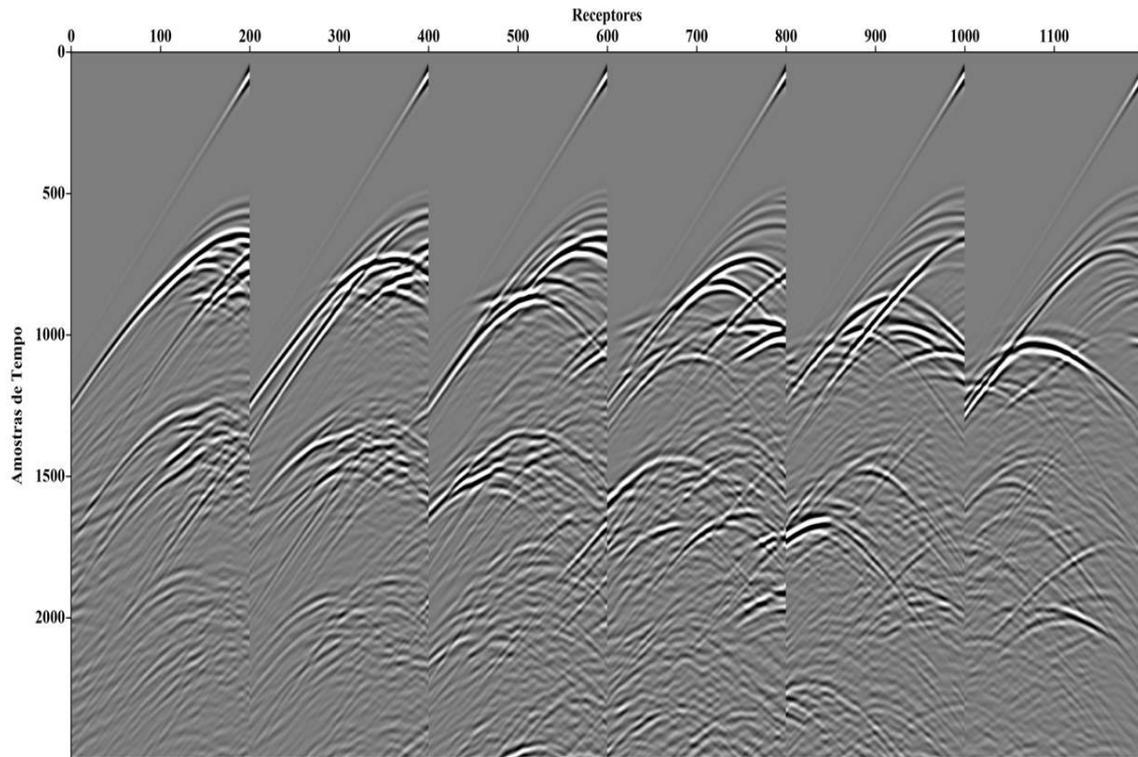


Figura 4.19: Exemplo de 6 tiros presentes no sismograma obtido na aquisição sintética do modelo de Sigsbee.

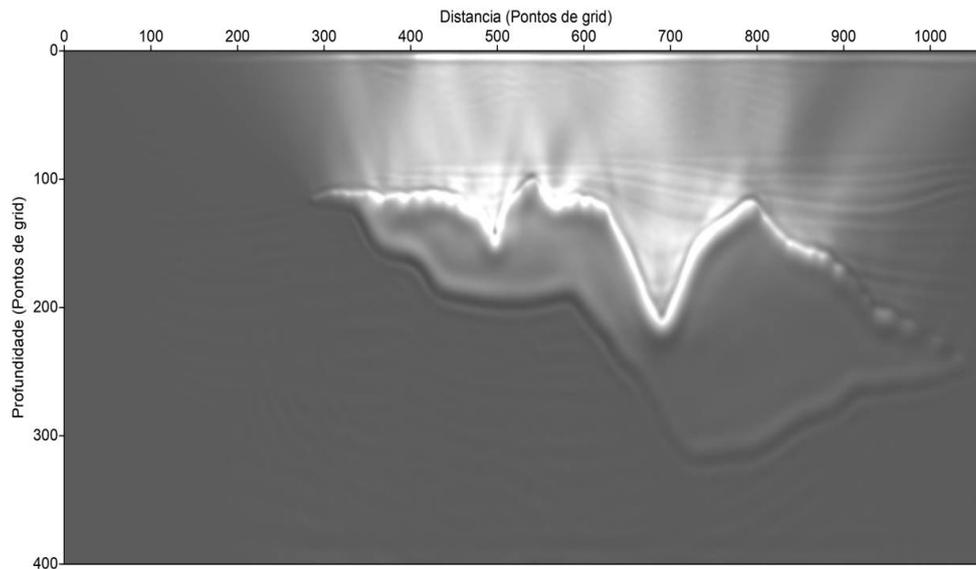
RTM baseado na decomposição de campos de ondas que não incorpora os ruídos de retroespalhamentos é também mais apropriado.

Portanto, este é o melhor modelo para se atestar a qualidade do algoritmo de migração RTM desenvolvido neste trabalho. É possível verificar na figura 4.21 as imagens finais obtidas após a aplicação das duas condições de imagens estudadas neste trabalho. Tendo em vista que a utilização do modelo bruto sem suavização forneceu o melhor resultado para ambas condições de imagem, o mesmo foi utilizado para esta comparação.

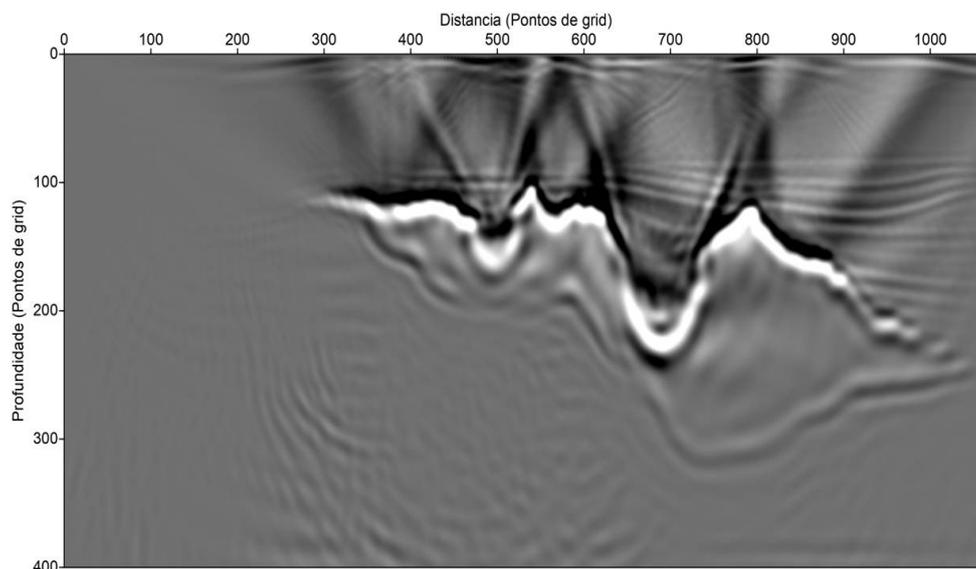
É possível claramente afirmar que a condição de imagem implementada que utiliza a correlação das componentes unidirecionais dos campos de ondas na direção vertical (ascendente e descendente) é bem sucedida na atenuação dos artefatos de baixa frequência de migração presentes na imagem gerada, especialmente na região sedimentar acima do corpo de sal extremamente complexo.

Apesar disso, como a migração foi realizada até apenas 13Hz, a resolução dos refletores nas duas imagens é precária. Todavia, é possível constatar a evidente melhora na imagem referente ao algoritmo de RTM baseado na decomposição dos campos de ondas. Outro fator que poderia auxiliar na melhoria dos resultados, assim como no modelo de Marmousi, seria a decomposição das componentes na direção horizontal (esquerda e direita) de propagação.

Com a finalidade de gerar uma imagem de melhor qualidade, o modelo de Sigsbee



(a)

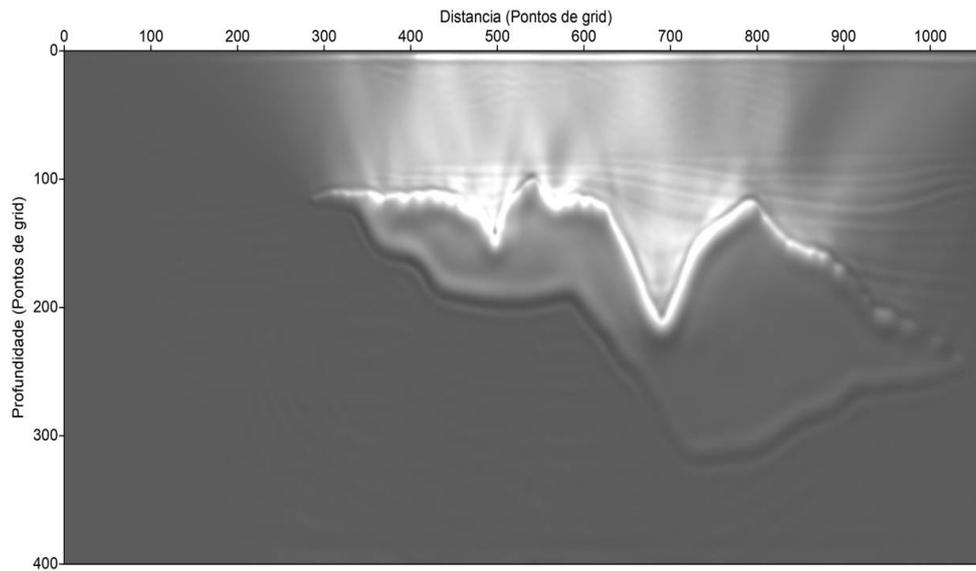


(b)

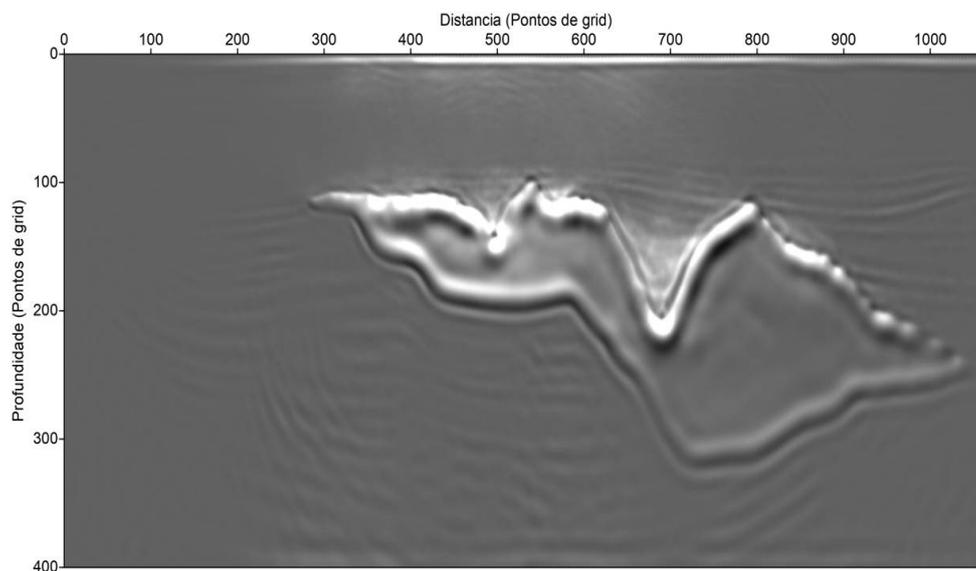
Figura 4.20: Imagens migradas do modelo de Sigsbee aplicando a condição de imagem de correlação cruzada convencional. Em (a) Modelo de vagarosidades bruto e (b) Modelo após suavização das vagarosidades.

com suas dimensões originais também foi migrado neste trabalho. Assim como no modelo de Marmousi, foram colocados receptores em todos os pontos da superfície do modelo para que não houvesse problemas de baixa cobertura na borda esquerda do modelo.

Desta forma, as imagens RTM finais obtidas com uma frequência máxima de 40Hz apresentaram melhores resoluções e permitiram uma melhor avaliação das vantagens do algoritmo de migração que utiliza a decomposição de campos de onda quando comparado à condição tradicional de correlação cruzada (Fig. 4.22). Nota-



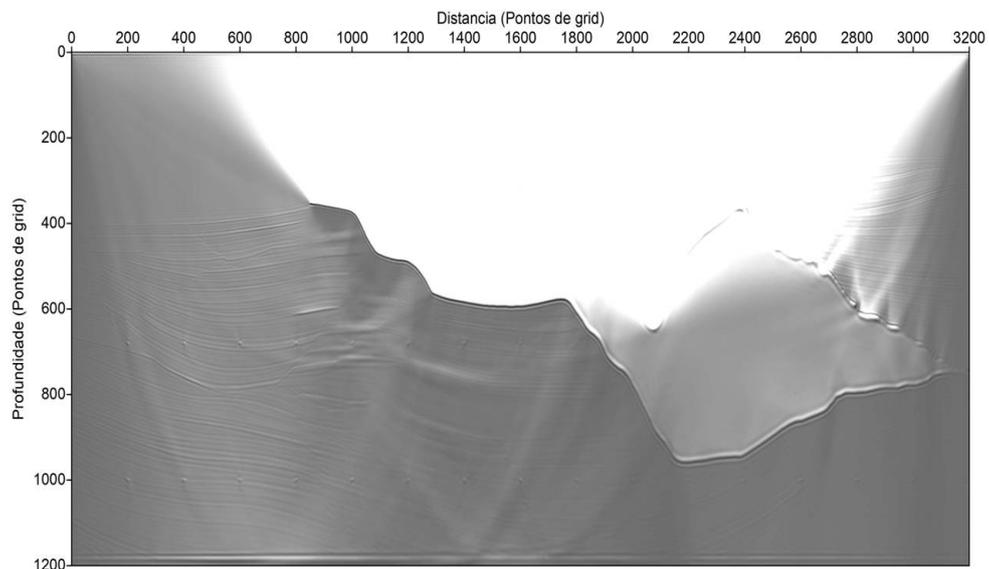
(a)



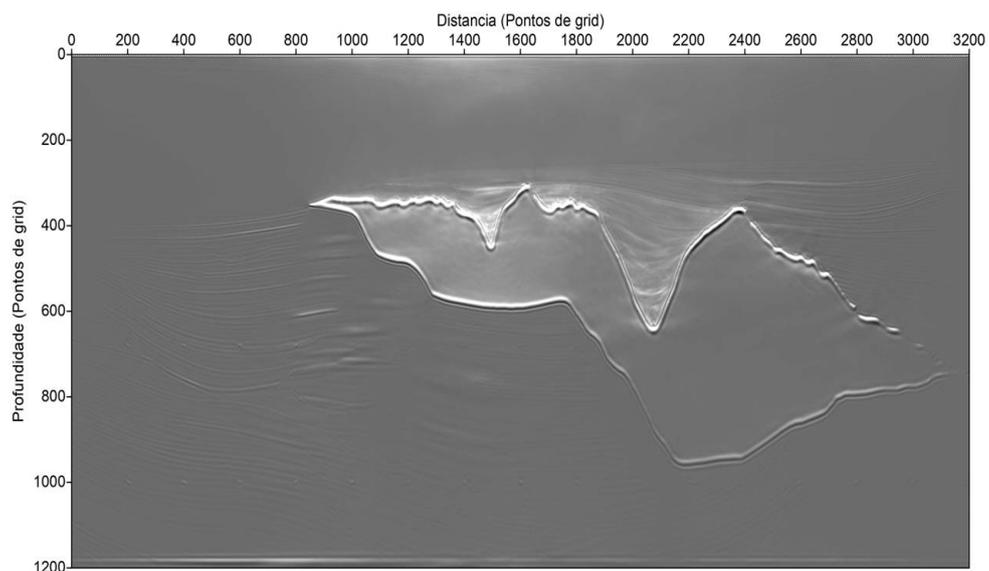
(b)

Figura 4.21: Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Sigsbee. Em (a) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

se que os ruídos de retroespalhamentos são atenuado e que os refletores acima do corpo de sal são agora melhores imageados, bem como a região mais profunda do modelo.



(a)



(b)

Figura 4.22: Imagens finais obtidas para o modelo geológico de Sigsbee com suas dimensões originais. Em (a) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem de correlação cruzada na RTM e (b) Imagem final obtida através da utilização da condição de imagem que utiliza a decomposição do campo de ondas na RTM.

Capítulo 5

Conclusões

A análise dos resultados gerados nesta dissertação mostram que a aplicação da condição de imagem proposta por LIU *et al.* (2011) utilizando-se a decomposição de campos de ondas pela aplicação do vetor de Poynting é bem sucedida na atenuação dos artefatos de migração gerados pela condição de imagem convencional de correlação cruzada.

Os resultados obtidos para os modelos simples não foram afetados pela decomposição utilizada, no entanto em modelos mais complexos como o modelo de Hess, Marmousi e especialmente no modelo de Sigsbee 2a, pôde-se concluir que a imagem gerada através do algoritmo implementado neste trabalho apresentou melhores resultados do que o algoritmo tradicional de correlação cruzada. Ainda que a implementação tenha sido realizada apenas no domínio vertical das componentes de propagação unidirecionais.

Além disso, as soluções implementadas para a correta estimativa do vetor de Poynting fazendo uso de uma interpolação e da aplicação de uma espécie de *taper* na aplicação do critério de separação dos campos de ondas foram igualmente validados através dos melhores resultados apresentados.

Capítulo 6

Trabalhos Futuros

Futuros trabalhos podem ser elaborados para melhorar as imagens geradas pela RTM que utiliza a decomposição de campos de ondas como condição de imagem através da utilização do vetor de Poynting. Uma abordagem que utiliza as componentes horizontais de propagação de ondas provavelmente retornariam melhores imagens. No entanto, o desafio fica por conta da maior necessidade de memória neste caso.

Além disso, outras técnicas de decomposição de campos de ondas como através da utilização de um campo analítico gerado pela aplicação da transformada de Hilbert no termo fonte durante a propagação direta podem se mostrar mais eficientes em termos de memória e processamento. Ou seja, a condição de imagem pode ser otimizada através da utilização destas alternativas.

Cabe ressaltar que, como esta condição de imagem é beneficiada por um modelo de velocidades com maior resolução, futuros trabalhos que combinem esta metodologia com a inversão completa do campo de ondas (FWI) podem se tornar interessantes linhas de pesquisa.

Referências Bibliográficas

- ALFORD, R. M., BOORE, D. M., KELLY, K. R., 1974, “Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation”, *Geophysics*, v. 39, pp. 834–841.
- BARTOLO, L. D., 2013, *Introdução a Modelagem Sísmica utilizando o MDF*. IV Semana de Inverno de Geofísica [s.n.], Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo.
- BAYSAL, E., KOSLOFF, D. D., SHERWOOD, J. W. C., 1983, “Reverse time migration”, *Geophysics*, v. 48, n. 11 (nov.), pp. 1514–1524.
- BERKHOUT, A. J., 1980, “CHAPTER 4 - Wave Theory”. In: *Seismic Migration*, v. 12, *Developments in Solid Earth Geophysics*, Elsevier, pp. 61–108.
- BOORE, D. M., 1972, “Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials”, *Methods in computational physics*, v. 11, pp. 1–37.
- CERJAN, C., KOSLOFF, D., KOSLOFF, R., 1985, “A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations”, *Geophysics*, v. 50, n. 4, pp. 705–708.
- CHANG, W.-F., MCMECHAN, G. A., 1986, “Reverse-time migration of offset vertical seismic profiling data using the excitation-time imaging condition”, *Geophysics*, v. 51, n. 1 (jan.), pp. 67–84.
- CLAERBOUT, J. F., 1985, *Imaging the Earth’s Interior*. Blackwell Scientific Publications.
- DE SOUZA SILVA, B., 2014, *Avaliação de Operadores Convolucionais na Solução da Equação Acústica da Onda*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.
- DI BARTOLO, L., DORS, C., MANSUR, W. J., 2012, “A new family of finite-difference schemes to solve the heterogeneous acoustic wave equation”, *Geophysics*, v. 77, n. 5 (set.), pp. T187–T199.

- EUGENIO, L. F. C., 2016, *Estudo e Aplicação da Migração Reversa no Tempo em Dados Sísmicos Sintéticos*. Trabalho de Conclusão de Graduação [s.n.], Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro.
- FLETCHER, R. R., FOWLER, P., KITCHENSIDE, P., et al., 2005, *Suppressing artifacts in prestack reverse-time migration*. In: 75th Annual International Meeting 2049–2051, SEG, Expanded Abstracts.
- GUITTON, A., KAELIN, B., BIONDI, B., 2006, *Least-square attenuation of reverse-time migration artifacts*. In: 76th Annual International Meeting 2348–2352, SEG, Expanded Abstracts.
- KEAREY, P., BROOKS, M., HILL, I., 2009, *Geofísica de Exploração*. 1 ed. , Oficina de Textos.
- KELLY, K. R., WARD, R. W., TREITEL, S., et al., 1976, “Synthetic seismograms: a finite-difference approach”, *Geophysics*, v. 41, n. 1 (fev.), pp. 2–27.
- LISITSA, V., VISHNEVSKIY, D., 2010, “Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3D anisotropic elasticity”, *Geophysical Prospecting*, v. 58, n. 4 (jul.), pp. 619–635.
- LIU, F., ZHANG, G., MORTON, S. A., et al., 2011, “An effective imaging condition for reverse-time migration using wavefield decomposition”, *Geophysics*, v. 76, n. 1 (jan.), pp. S29–S39.
- LIU, Y., 2014, “Optimal staggered-grid finite-difference schemes based on least-squares for wave equation modelling”, *Geophysical Journal International*, v. 197, n. 2 (maio), pp. 1033–1047.
- LOEWENTHAL, D., HU, L., 1991, “Two methods for computing the imaging condition for common-shot prestack migration”, *Geophysics*, v. 56, n. 3, pp. 378–381.
- LOEWENTHAL, D., MUFTI, I. R., 1983, “Reversed time migration in spatial frequency domain”, *Geophysics*, v. 48, n. 5 (maio), pp. 627–635.
- LOEWENTHAL, D., STOFFA, P. L., FARIA, E. L., 1987, “Suppressing the unwanted reflections of the full wave equation”, *Geophysics*, v. 52, n. 7 (jul.), pp. 1007–1012.
- MCMECHAN, G. A., 1983, “Migration by extrapolation of time-dependent boundary values”, *Geophysics*, v. 31, n. 3 (jun.), pp. 413–420.

- MCMECHAN, G. A., HU, L.-Z., 1987, “Wave-field transformations of vertical seismic profiles”, *Geophysics*, v. 52, n. 3 (mar.), pp. 307–321.
- MOON, W., CARSWELL, A., TANG, R., et al., 1986, “Radon transform wave field separation for vertical seismic profiling data”, *Geophysics*, v. 51, n. 4 (abr.), pp. 889–1033.
- REN, C., SONG, G., TIAN, X., 2015, “The use of Poynting vector in wave-field decomposition imaging condition for reverse-time migration”, *Journal of Applied Geophysics*, pp. 14–19.
- REVELO, D. E., PESTANA, R. C., 2019, “Up/down acoustic wavefield decomposition using a single propagation and its application in reverse time migration”, *Geophysics*, v. 84, n. 4 (jul.), pp. S341–S353.
- SAENGER, E. H., GOLD, N., SHAPIRO, S. A., 2000, “Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid”, *Wave Motion*, v. 31, n. 1 (jan.), pp. 77–92.
- SUPRAJITNO, M., GREENHALGH, A., 1985, “Separation of upgoing and downgoing waves in vertical seismic profiling by contour-slice filtering”, *Geophysics*, v. 50, n. 6 (jun.), pp. 892–1047.
- SYMES, W. W., 2007, “Reverse time migration with optimal checkpointing”, *Geophysics*, v. 72, n. 5 (set.), pp. SM213–SM221.
- TELFORD, W. M., GELDART, L. P., SHERIFF, R. E., 1990, *Applied Geophysics*. 2 ed. , Cambridge University Press.
- TING, C., BING-SHOU, H., 2014, “A normalized wavefield separation cross-correlation imaging condition for reverse time migration based on Poynting vector”, *Applied Geophysics*, v. 11, n. 2 (jun.), pp. 158–166.
- VIRIEUX, J., 1986, “P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method”, *Geophysics*, v. 51, n. 4 (abr.), pp. 889–901.
- WANG, F., DONNO, D., CHAURIS, H., et al., 2016, “Waveform inversion based on wavefield decomposition”, *Geophysics*, v. 81, n. 6 (nov.), pp. R457–R470.
- WHITMORE, N. D., 1983, *Iterative depth migration by backward time propagation*. In: 53rd Annual International Meeting 382–385, SEG, Technical Program Expanded Abstracts.

- WUENSCHHEL, P. C., 1976, "The vertical array in reflection seismology - Some experimental studies", *Geophysics*, v. 41, n. 2 (abr.), pp. 219–232.
- YILMAZ, O., 2001, *Seismic Data Analysis. Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*, v. I. 2 ed. Tulsa, Society of Exploration Geophysicists.
- YOON, K., 2017, *Reverse time migration angle gathers using Poynting vector and pseudospectral method*. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2017 4630-4634, SEG, Expanded Abstracts.
- YOON, K., MARFURT, K. J., 2006, "Reverse-time migration using the poynting vector", *Exploration Geophysics*, v. 37, n. 1 (mar.), pp. 102–107.
- ZHANG, Y., SUN, J., 2009, "Practical issues in reverse-time migration: True amplitude gathers, noise removal and harmonic-source encoding", *First Break*, v. 27, n. 1 (jan.), pp. 53–59.

Apêndice A - Operadores de Diferenças Finitas

Obtenção dos Operadores de Diferenças Finitas para Malhas Simples

Neste apêndice, serão deduzidos os operadores de diferenças finitas utilizados para a modelagem direta realizada neste trabalho em malhas simples, onde foi utilizada a equação bidimensional acústica da onda, isto é, em fluidos ideais, onde não haja viscosidade. O mecanismo matemático é baseado em uma função contínua que, portanto, pode ser expandida em Série de Taylor em torno de um ponto x_0 . Para obter os operadores, o primeiro passo é expandir o valor da função em diferentes pontos $x = x_i + lh$, onde $l \in \mathbb{Z}$ (pontos da malha padrão), em torno de x_i e h é o espaçamento da malha. A expressão final é dada por:

$$f_{i \pm l} = f(x_i \pm lh) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \Big|_{x=x_i(\pm lh)^n}. \quad (1)$$

Embora se esteja usando a letra x para a variável independente, pode-se considerar o mesmo raciocínio tanto para as variáveis espaciais, quanto para a variável temporal. A transformação obtida pela malha é dada por conta da obtenção de expressões aproximadas para as derivadas parciais da função considerada em pontos discretos (nós), por meio de diferenças finitas, sendo tais expressões denominadas de operadores ou aproximações de diferenças finitas.

Operadores para Derivada Primeira

Para obter os operadores referentes à derivada primeira, basta realizar a expansão da equação 1 em torno de um ponto. As seguintes equações serão obtidas:

$$f_{i+l} = f_i + \frac{h}{1!} \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} + \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} + \frac{h^4}{4!} \frac{\partial^4 f_i}{\partial x^4} + \dots \quad (2)$$

$$f_{i-l} = f_i - \frac{h}{1!} \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} - \frac{h^3}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} + \frac{h^4}{4!} \frac{\partial^4 f_i}{\partial x^4} - \dots \quad (3)$$

Existem três tipos de diferenças que podem ser obtidas, denominadas de regres-

siva, central e progressiva. Na diferença regressiva (DR), é feita a diferença entre o ponto que se quer calcular com o ponto imediatamente anterior. Já na diferença progressiva (DP), é feita a diferença entre o ponto imediatamente posterior que o ponto que se quer calcular e o próprio ponto. Cabe ressaltar que os pontos precisam estar na mesma direção para realizar o procedimento.

$$\frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} + \left[\frac{h}{2!} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} + \frac{h^2}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} + \dots \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{h} + \left[\frac{h}{2!} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} - \frac{h^2}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} + \dots \right] \quad (5)$$

Os operadores de diferença regressiva e progressiva (Equações 4 - 5) de primeira ordem, dada pelo truncamento no termo h da expansão de Taylor são obtidos através do isolamento do termo referente a derivada primeira nas equações 2 -3. Esses resultados são utilizados para obtenção do operador de diferença central (DC). Esse operador é obtido pela subtração da diferença progressiva pela regressiva, resultando na seguinte equação:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} - \left[\frac{h^2}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} - \frac{h^4}{5!} \frac{\partial^5 f_i}{\partial x^5} - \dots \right] \quad (6)$$

Note que o truncamento desse operador se dá em h^2 , ou seja, a diferença central é uma aproximação de segunda ordem para a derivada analítica. Isso explica a maior proximidade da inclinação das retas de DC e analítica, quando comparadas com as retas de DR e DP, que possuem aproximação de primeira ordem.

Até agora foram vistos operadores referentes a derivada primeira, no entanto a equação acústica da onda envolve a utilização de derivadas segundas espaciais e temporais. A próxima seção analisa a obtenção dos operadores de diferenças finitas para essas respectivas derivadas.

Operadores para Derivada Segunda

Para obter os operadores referentes a derivada segunda, basta realizar a expansão da equação 1 em torno de dois pontos. As seguintes equações serão obtidas:

$$f_{i+2} = f_i + \frac{2h}{1!} \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{4h^2}{2!} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} + \frac{8h^3}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} + \frac{16h^4}{4!} \frac{\partial^4 f_i}{\partial x^4} + \dots \quad (7)$$

$$f_{i-2} = f_i - \frac{2h}{1!} \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{4h^2}{2!} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} - \frac{8h^3}{3!} \frac{\partial^3 f_i}{\partial x^3} + \frac{16h^4}{4!} \frac{\partial^4 f_i}{\partial x^4} - \dots \quad (8)$$

Agora, basta realizar o mesmo procedimento utilizado para obtenção dos operadores para a derivada primeira, isolando desta vez os termos referentes à derivada segunda nas equações 7 - 8. Feito isso, o operador obtido para diferença central

com erro de segunda ordem e que será utilizado para aproximar as derivadas parciais temporais no presente trabalho é dado por:

$$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} - O(h^2). \quad (9)$$

As derivadas segundas espaciais serão aproximadas por operadores de quarta ordem e para obtê-los será necessário considerar mais pontos discretos da malha para o cálculo da derivada. No caso da quarta ordem, são utilizados dois pontos na expansão da série de Taylor, no entanto basta considerar mais pontos para obter aproximações de ordens superiores.

$$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} = \frac{-f_{i-2} + 16f_{i-1} - 30f_i + 16f_{i+1} - f_{i+2}}{12h^2} + O(h^4). \quad (10)$$

A obtenção do operador de quarta ordem (Equação 10) é dado pelo mesmo procedimento realizado para obtenção do operador de segunda ordem, no entanto algumas operações matemáticas são realizadas para eliminar os termos com erro de truncamento em h^2 , de forma que restem apenas os termos em função de h^4 na equação de diferenças.

Equação de Diferenças Final

Após a obtenção dos operadores de segunda ordem no tempo e quarta ordem no espaço, é possível substituir na equação da onda os mesmos. Com isso, a equação final discretizada da onda acústica, que será implementada computacionalmente, é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{p_{i,j}^{k-1} - 2p_{i,j}^k + p_{i,j}^{k+1}}{\Delta t^2} = \frac{c_{i,j}^2}{12h^2} (-p_{i-2,j}^k + 16p_{i-1,j}^k - 60p_{i,j}^k + 16p_{i+1,j}^k - p_{i+2,j}^k - p_{i,j-2}^k + 16p_{i,j-1}^k + 16p_{i,j+1}^k - p_{i,j+2}^k) + c_{i,j}^2 \rho_{i,j} s_{i,j}^k \quad (11)$$

onde p representa o campo de pressões, Δt representa o intervalo de amostragem em tempo, h representa o espaçamento entre os pontos da malha em metros, ρ é a densidade do meio, s é o termo responsável pela injeção da fonte e os índices k , i e j referem-se ao tempo, posição ao longo do eixo x e posição ao longo do eixo z (profundidade) da malha, respectivamente.

Obtenção dos Operadores de Diferenças Finitas para Malhas Intercaladas

Neste apêndice, serão deduzidas as equações de diferenças finitas utilizadas para a modelagem direta realizada neste trabalho em malhas intercaladas, onde foi utilizado um caso particular do esquema proposto por VIRIEUX (1986). Este caso representa

a equação bidimensional acústica da onda, isto é, em fluidos ideais, onde não há tensões cisalhantes.

Assim como no esquema de malhas simples, os operadores serão obtidos através de diferenças centrais. Equilibrando o sistema de equações 3.4 - 3.6 de acordo com o cubo da figura 1, os operadores de segunda ordem no espaço e no tempo ficam da seguinte forma:

$$U_{i-1/2,j}^{k+1/2} = U_{i-1/2,j}^{k-1/2} - B_{i-1/2,j} \frac{\Delta t}{h} (P_{i,j}^k - P_{i-1,j}^k) \quad (12)$$

$$V_{i,j+1/2}^{k+1/2} = V_{i,j+1/2}^{k-1/2} - B_{i,j+1/2} \frac{\Delta t}{h} (P_{i,j+1}^k - P_{i,j}^k) \quad (13)$$

$$P_{i,j}^{k+1} = P_{i,j}^k - k_{i,j} \frac{\Delta t}{h} (U_{i+1/2,j}^{k+1/2} - U_{i-1/2,j}^{k+1/2} + V_{i,j+1/2}^{k+1/2} - V_{i,j-1/2}^{k+1/2}) \quad (14)$$

onde h é o espaçamento da malha em ambas direções (x e z), Δt é o intervalo de tempo entre passos consecutivos de tempo e u, v e P são as componentes do vetor velocidade em x , em z e o campo de pressões, respectivamente. B representa o inverso da densidade e k a constante de incompressibilidade do meio.

Para obtenção dos operadores utilizados neste trabalho, de quarta ordem no espaço e segunda ordem no tempo, basta utilizar mais pontos no cálculo das derivadas parciais, da mesma forma como feito no caso de malhas simples. Desta forma, são acrescentados quatro pontos no cálculo de P , dois em x e dois em z , distanciados h dos pontos extremos mostrados na figura 1, que representa o esquema do cálculo das derivadas primeiras na malha intercalada em segunda ordem no espaço e no tempo.

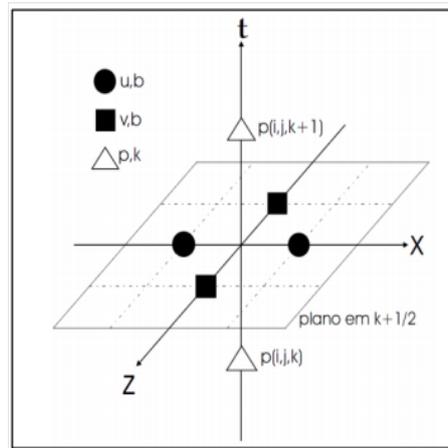


Figura 1: Stencil de diferenças finitas em malhas intercaladas. Fonte: DI BARTOLO *et al.* (2012).