

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO UTILIZANDO OPERADORES
PSEUDO-ACÚSTICOS EM MEIOS TRANSVERSALMENTE ISOTRÓPICOS

Razec Cezar Sampaio Pinto da Silva Torres

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Leandro Di Bartolo

Rio de Janeiro
Março de 2020

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO UTILIZANDO OPERADORES
PSEUDO-ACÚSTICOS EM MEIOS TRANSVERSALMENTE ISOTRÓPICOS

Razec Cezar Sampaio Pinto da Silva Torres

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM GEOFÍSICA.

Examinada por:

Dr. Leandro Di Bartolo

Dr. André Wiermann

Dr. Wagner Moreira Lupinacci

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2020

Sampaio Pinto da Silva Torres, Razec Cezar

Migração Reversa no Tempo utilizando operadores pseudo-acústicos em Meios Transversalmente Isotrópicos/Razec Cezar Sampaio Pinto da Silva Torres. – Rio de Janeiro: ON, 2020.

??, 52 p.: il.; 29,7cm.

Orientador(a): Leandro Di Bartolo

Dissertação (mestrado) – ON/Programa de Pós-graduação em Geofísica, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 48 – 50.

1. Migração Reversa no Tempo. 2. Anisotropia. 3. TTI. I. , . II. Observatório Nacional, Programa de Pós-graduação em Geofísica. III. Título.

Dedicatória.

Dedico este trabalho aos meus pais por todo apoio, dedicação e carinho.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a minha mãe Maria Sampaio e meu pai Cezar Roberto por todo apoio incondicional que foi me dado durante os meus estudos. Agradeço ao Leandro Di Bartolo pela paciência e conhecimento passado a mim durante a orientação do mestrado. Também agradeço aos meus amigos Nicolas, Simony, Plícida e Levy por toda a ajuda e momentos de alegria que fazem desta jornada algo mais leve. Por fim agradeço o Observatório Nacional por toda infraestrutura e suporte ao meu trabalho e a Capes pelo apoio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Observatório Nacional como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Geofísica.

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO UTILIZANDO OPERADORES PSEUDO-ACÚSTICOS EM MEIOS TRANSVERSALMENTE ISOTRÓPICOS

Razec Cezar Sampaio Pinto da Silva Torres

Março/2020

A reversa no tempo (RTM, do inglês, *reverse-time migration*) apresenta grandes vantagens em relação as outras técnicas de imageamento sísmico, principalmente, quando o meio geológico é de alta complexidade. Este, por exemplo, é o caso de sistemas petrolíferos compostos e influenciados pela dinâmica do sal. Tais alvos são difíceis de serem imageados por métodos convencionais, em especial, aqueles que utilizam aproximações do traçado do raio para descrever o comportamento físico da onda. Neste contexto, a migração RTM pré-empilhamento produz uma imagem sísmica com maior qualidade. As principais vantagens da RTM são: a capacidade de imagear corretamente os diversos caminhos e a mudança de fase das ondas, não apresentar limite em relação ao ângulo do refletor, permitir imagear eventos como “*overtuned reflections*” e algumas formas de múltiplas e reflexões prismáticas. Estas vantagens são possíveis devido a RTM usar uma equação da onda completa para modelar propagação de ondas. Este trabalho objetiva desenvolver algoritmos de RTM pré-empilhamento para meio com isotropia transversa (TI, do inglês, *transversely isotropic*), no qual representa meios com simetria de rotação orientados sob um eixo de simetria inclinado. Além disso, este projeto investigou a influência da anisotropia TI no imageamento sísmico via a aplicação da migração RTM em meios isotrópicos e anisotrópicos, de modo a evidenciar as principais diferenças nas imagens obtidas. Para isto, foi elaborado quatro estudos de casos, sendo eles: modelo homogêneo, modelo calha, modelo anticlinal e modelo benchmark BP TTI 2007 (TTI, do inglês, *tilted transversely isotropic*). Através destes experimentos notou-se que algoritmos isotrópicos não são suficientes para produzir resultados confiáveis em meios com anisotropia. Portanto considerar a anisotropia sísmica é de extrema importância para o imageamento sísmico, evitando erros de posicionamento dos refletores e outras distorções, gerando assim imagens sísmicas de maior qualidade.

Abstract of the Dissertation presented to the National Observatory's Graduate Program in Geophysics as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Geophysics.

REVERSE-TIME MIGRATION USING PSEUDOACOUSTIC OPERATORS IN TRANSVERSELY ISOTROPIC MEDIA

Razec Cezar Sampaio Pinto da Silva Torres

March/2020

Reverse-time migration (RTM) has great advantages over other seismic imaging techniques, especially when the geological environment presents high complexity. This, for example, is the case for petroleum systems composed and influenced by the salt dynamics. Such targets are difficult to be migrated by conventional methods, especially those that use approximations of the ray tracing to describe the physical behavior of the wave. In this context, the pre-stack RTM migration produces a higher quality seismic image. The main advantages of RTM are: It correctly handles the multi-arrivals of the wave, It has no dip limitation about the reflector position, enables imaging of overturned waves and some forms of multiples (prismatics reflections). These advantages are possible because RTM uses a full wave equation to model wave propagation. Thus, this project aims the implementation and development of the pre-stack RTM technique for tilted transverse isotropic media, in which it contains rotation symmetry oriented by a tilted symmetry axis. In addition, this project investigated the influence of TTI anisotropy on seismic imaging via the application of RTM migration in isotropic and anisotropic media, in order to enhance the main differences in the images. For this, four case studies were prepared, namely: homogeneous model, calha model, anticlinal model and benchmark BP TTI 2007 model. Through these experiments it was noted that isotropic algorithms are not enough to produce reliable results in anisotropic media. Therefore, considering seismic anisotropy is extremely important for seismic imaging because it avoids errors in positioning the reflectors and distortions produced when we disregard the anisotropy, therefore generating more interpretable seismic images.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xi
1 Introdução	1
1.1 Revisão Bibliográfica	3
1.2 Estrutura do trabalho	4
2 Meios anisotrópicos	6
2.1 Equação da onda acústica	6
2.2 Relações constitutivas	9
2.3 Meios transversalmente isotrópicos	11
2.4 Parâmetros de Thomsen	13
2.5 Equações pseudo-acústicas para meios VTI	14
2.6 Equação pseudo-acústica para meios TTI	16
2.7 Critérios de estabilidade para meios TTI	18
3 Modelagem numérica	19
3.1 Equação da onda acústica discretizada	21
3.2 Equações pseudo-acústicas VTI discretizada	23
3.3 Equação pseudo-acústica TTI discretizada	23
3.4 Não-dispersão e estabilidade das soluções	23
3.5 Condições iniciais e de contorno	24
3.6 Fonte sísmica	25
4 Migração reversa no tempo	27
4.1 Propagação do campo da fonte	28
4.2 Depropagação do campo dos receptores	28
4.3 Condição de imagem	29
5 Resultados e discussão	31
5.1 Estudo de caso 1	31

5.2	Estudo de caso 2: modelo calha	34
5.3	Estudo de caso 3: modelo anticlinal	37
5.4	Estudo de caso 4: Benchmark BP TTI 2007	40
6	Conclusões e perspectivas	46
	Referências Bibliográficas	48
A	Solução da equação de Christoffel para o meio VTI	51

Lista de Figuras

2.1	Volume V contendo um fluido em movimento, no qual S é a superfície do volume e \vec{n} é o vetor normal a superfície.	6
2.2	Esquema mostrando o fluxo de massa através da superfície de um volume. A intensidade do fluxo é descrita através do produto escalar entre o vetor fluxo de massa e a normal. O fluxo máximo de entrada no volume acontece quando os vetores são antiparalelos.	7
2.3	Subgrupos do meio TI: VTI e TTI. Meios caracterizados principalmente pela invariância da propriedade física sob rotação e a orientação do meio em relação a um eixo de simetria. No meio VTI há um eixo vertical de simetria enquanto para o TTI este apresenta um ângulo de inclinação.	12
2.4	Interpretação física dos parâmetros de Thomsen. (Modificado de TS-VANKIN (2012))	14
2.5	Instantâneos de onda para meio homogêneo isotrópico (indicado como “iso”) e anisotrópico VTI (indicado como “VTI”) . Os parâmetros usados foram $v = 3000 \text{ m/s}$, $\epsilon = 0.24$ e $\delta = 0.1$. É possível notar o artefato de onda qSV no formato de diamante para o meio VTI. . . .	16
3.1	Malha regular de diferenças finitas.	21
3.2	Assinatura da fonte sísmica modelada: <i>wavelet</i> de Ricker no domínio do tempo e da frequência, $f_{corte} = 60\text{Hz}$, fonte (DI BARTOLO <i>et al.</i> , 2017)	26
4.1	Representação da interação de uma onda sísmica com uma interface, para um caso acústico. Uma onda sísmica incidente (I) ao encontrar meios com impedâncias diferentes ($Z_1 e Z_2$), parte é refletida (onda refletida (R)) e parte é transmitida (onda transmitida (T)). A energia refletida é registrada no receptor.	29

5.1	Instantâneos de frentes de ondas no tempo $0,4s$ para um modelo VTI e TTI homogêneo com a fonte sísmica posicionada no centro do modelo. Os parâmetros usados foram: $v_{pz} = 3000 \text{ m/s}$, $\epsilon = 0,24$, $\delta = 0,1$. Na linha superior as figuras para o meio VTI com e sem v_{sz} e igualmente para o meio TTI na linha inferior.	32
5.2	Modelo duas camadas plano paralelo	33
5.3	<i>snapshots</i> de onda-P em meios VTI	33
5.4	Modelo calha com os parâmetros: Vp , ϵ , δ e θ	34
5.5	Imagem RTM isotrópica modelo calha	36
5.6	Imagem RTM TTI modelo calha.	36
5.7	Modelo anticlinal com os parâmetros: Vp , θ , ϵ e δ	38
5.8	Imagem RTM isotrópica anticlinal	39
5.9	Imagem RTM TTI anticlinal	39
5.10	Modelo BP TTI 2007 com os parâmetros: Vp , ϵ , δ e θ	40
5.11	Imagem RTM isotrópica - 20 tiros.	42
5.12	Imagem RTM TTI - 20 tiros.	42
5.13	Imagem RTM isotrópica - 100 tiros.	43
5.14	Imagem RTM TTI - 100 tiros.	43
5.15	Modelo real velocidade onda-P.	44
5.16	Imagem isotrópica: detalhe.	44
5.17	Imagem RTM TTI: detalhe.	45

Lista de Tabelas

3.1	Coeficientes da série de Taylor para derivada primeira	22
3.2	Coeficientes da série de Taylor para derivada segunda	22
5.1	Parâmetros utilizados no modelo calha	35
5.2	Parâmetros utilizados no modelo anticlinal	37

Capítulo 1

Introdução

O método sísmico é um método geofísico indireto que utiliza as propriedades elásticas das ondas para investigar o interior da terra sem a necessidade de um contato direto com o meio, permitindo assim, a localização, identificação e descrição das rochas na subsuperfície. Do ponto de vista da escala sísmica, pode variar de metros até centenas de quilômetros, com aplicações no estudo de terremotos, desastres ambientais e interesses comerciais. Nesta última, é uma ferramenta amplamente utilizada pela indústria de óleo e gás para imagear estruturas geológicas.

De forma geral, o método sísmico pode ser dividido em três principais etapas: aquisição dos dados, processamento e interpretação. A primeira etapa consiste na aplicações de onda elásticas no interior da Terra, advindas de uma fonte artificial. À medida que a onda se propaga no meio e encontra diferença propriedades elásticas entre as rochas, parte dela é refletida de volta à superfície e a outra parte continua se propagando até que, novamente, encontre um meio com propriedades elásticas distintas e repita o fenômeno até a perda total de energia.

As ondas que retornam a superfície são captadas por um conjunto de receptores que gravam o sinal em função do tempo, dado este conhecido como sismograma. Tal dado, contém diversas informações das composições e estruturas da geologia do meio, porém é necessário preservar as informações geológicas e atenuar o máximo possível os ruídos. Esta etapa é conhecido como processamento dos dados sísmicos e nela aplica-se uma série de rotinas nos dados, cujo o principal objetivo é produzir uma imagem da subsuperfície, que posteriormente é possível interpretar-lá atribuindo vínculos geológicos e identificando as principais estruturas.

A etapa responsável por gerar uma imagem da subsuperfície, no processamento, é a migração dos dados sísmicos. Essa técnica tem por finalidade reposicionar corretamente a energia sísmica na posição dos refletores, ou seja, “migrar” a energia para a posição correta em profundidade. Existem diversas técnicas de migração e, geralmente, são escolhidas de acordo com o grau de complexidade do meio e o custo computacional de sua implementação. Considerando métodos de imageamento pré-

empilhamento, isto é, migra-se o dado antes de empilhar, meios com geometria mais horizontalizada e baixa variação lateral de velocidade, a migração Kirchhoff é um método bastante eficaz. Isto é devido a relativa precisão das imagens obtidas, rapidez de implementação e baixo custo computacional. Entretanto se tratando de um meio geológico mais complexo, ou seja, meios que apresentem estruturas com falhas, domos de sal, feições anti e sinclinais, métodos convencionais de migração não conseguem produzir uma imagem boa qualidade (ZHU e LINES, 1998).

Em virtude de uma exploração mais eficaz de reservatórios de petróleo pré-existentes, somados a estruturas geológicas complexas na descoberta e novos campos, como é o caso de típicos campos do Pré-sal no Brasil, a demanda por imagens com alta qualidade aumenta com o passar do tempo. Portanto cria-se a necessidade de utilizar métodos de imageamento que produzam imagens com mais detalhes das feições geológicas, de forma a prover uma melhor interpretação dos eventos. Neste contexto, o método da migração reversa no tempo (RTM) torna-se uma ferramenta bastante útil e eficaz, quando comparado aos métodos convencionais de imageamento.

A superioridade da RTM, em parte, é devido ao método se basear na equação da onda completa. De fato, este tipo de abordagem permite modelar de maneira mais real o comportamento físico da onda, possibilitando assim a descrição de vários fenômenos ondulatórios: reflexão, refração, difração, eco, dispersão, etc. As principais vantagens da RTM são: a independência em relação ao ângulo em que a interface se encontra em subsuperfície, capacidade de imagear com mais precisão o multicaminho da onda sísmica, reflexões prismáticas e estruturas geológicas complicadas (FOWLER *et al.*, 2010).

Os algoritmos de RTM geralmente são divididos em formulações acústicas ou elásticas, isotrópicas ou anisotrópicas. Se tratando de meios anisotrópicos, é natural pensar em uma abordagem para a propagação de ondas no regime elástico, porém há algumas dificuldades de se implementar, sendo elas: dificuldade na separação dos diferentes modos de onda, custo computacional elevado e complexidade das soluções da equações da onda elástica (FOWLER *et al.*, 2010). Neste sentido, é possível buscar boas aproximações das soluções por meio de equações pseudo-acústicas, no qual, a princípio considera-se apenas as ondas P.

O principal objetivo deste trabalho é investigar a influência da anisotropia no imageamento sísmico via o método da migração reversa no tempo em meios com características específicas. O tipo de meio a ser investigado é o isotrópico transversal inclinado (do inglês, *tilted transverse isotropic*, *TTI*), no qual é principalmente caracterizado pela inclinação do meio em relação há um eixo de simetria. Além deste, será estudado o meio vertical transversal isotrópico (do inglês, *vertical transverse isotropic*, *VTI*) e o isotrópico, com a finalidade de distinguir as principais diferenças

no imageamento para esses modelos.

1.1 Revisão Bibliográfica

O primeiro a propor equações pseudo-acústicas para meios VTI foi o trabalho do ALKHALIFAH (2000), no qual ele considera apenas aproximações acústicas da onda (onda P). A equação de Alkhalifah é baseada na relação de dispersão para meios transversalmente isotrópicos (TI), no qual resulta em uma equação diferencial de quarta ordem. Objetivando implementações mais simples, as equações são reduzidas para sistemas acoplados de equações, tornando assim menor o custo computacional. A principal característica da equação de Alkhalifah é condicionar que a velocidade de onda S é nula no eixo de vertical de simetria, abordagem esta que resulta em artefatos de onda S na modelagem sísmica (GRECHKA *et al.* (2004)). Embora tal equação fosse capaz de modelar com precisão a cinemática de onda P, os artefatos produzidos causam instabilidades em algoritmos que utilizam a modelagem direta da onda, como é o caso da RTM.

Baseado na ideia da aproximação acústica para meios VTI, outros autores também propuseram equações pseudo-acústicas acopladas, no qual são fundamentadas na relação de dispersão proposta por Alkhalifah, como por exemplo os trabalhos desenvolvidos por (KLÍE e TORO, 2001), ZHOU *et al.* (2006), DU *et al.* (2008), DUVENECK *et al.* (2008). Até no trabalho de FOWLER *et al.* (2010) é possível concluir que todas as possibilidades de equações pseudo-acústicas acopladas de segunda ordem derivam de uma análise da relação de dispersão como um sistema de autovalores, isto é, são equações equivalentes. Neste contexto, Fowler propôs a sua equação objetivando a máxima eficiência em implementações que envolvam aplicações via o método das diferenças finitas. Tal equação permite anular a velocidade de onda S, similar a lógica de Alkhalifah, entretanto, este procedimento pode tornar instável a modelagem para algumas combinações de parâmetros anisotrópicos. Este problema pode ser atenuado considerando uma quantidade finita de onda S para evitar a instabilidade (FOWLER *et al.*, 2010).

Para meios TTI, podemos considerar o trabalho de FLETCHER *et al.* (2009) como uma extensão do caso VTI desenvolvido por Fowler. Neste caso, inclinar o eixo de simetria em relação ao eixo de coordenadas não adiciona nenhuma física nova ao problema, apenas torna as equações mais complexas matematicamente. A equação de Fletcher também se baseia na relação de dispersão de Alkhalifah e leva em consideração a velocidade de onda S em suas expressões com o objetivo de estabilizar a modelagem. A quantidade de onda S é controlada por meio do parâmetro sigma, no qual controla a cinemática de tal onda em meios TTI. O parâmetro sigma é capaz de remover as triplicações de frente onda S e, além disso, controla o coeficiente de

reflexão da onda S para meios com anisotropia fraca (FLETCHER *et al.*, 2009).

Outros trabalhos também foram desenvolvidos em meios TI, como é o caso de PESTANA *et al.* (2011), ZHAN *et al.* (2012) e ZHAN *et al.* (2013), onde exploram formulações no domínio do espaço-frequência com ondas qP puras, isto é, sem os remanescentes de onda-qSV na modelagem numérica. Além deles, XU e ZHOU (2014) desenvolveram equação de onda desacoplada, apenas utilizando o modo de onda-qP, porém com formulações no domínio do espaço-tempo.

De maneira geral, os algoritmos de modelagem e RTM em meios TI propõem tais formulações no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Embora no domínio da frequência, seja mais eficiente o desacoplamento do modo de onda qP do modo -qSV, há um acréscimo no custo computacional devido a necessidade de realizar uma transformada de Fourier na modelagem. Neste trabalho será adotado a formulação de equações pseudo-acústicas acopladas proposta no trabalho de FOWLER *et al.* (2010) para meios TTI.

1.2 Estrutura do trabalho

Após a introdução, este trabalho está dividido em cinco capítulos. No primeiro capítulo são descritos os conceitos físicos e matemáticos relacionados as equações isotrópicas e anisotrópicas da onda. Inicialmente, é abordado e demonstrado a equação da onda acústica de primeira ordem, em função dos campos de velocidade e de pressão, e segunda ordem, no qual corresponde a equação clássica da onda. Posteriormente detalha-se a respeito das relações constitutivas e alguns conceitos de meios anisotrópicos e as principais características discutidas na literatura. Seguidamente é apresentado as equações pseudo-acústicas para meios VTI e TTI.

No capítulo três, descreve-se os fundamentos relacionados ao método numérico das diferenças finitas usado para solucionar as equações pseudo-acústicas e suas respectivas equações discretizadas no domínio do espaço e do tempo. Além disso, analisa-se os critérios numéricos adotados nos esquemas de diferenças finitas para garantir a estabilidade e precisão dos operadores. Por se tratar de um problema vinculado a propagação de ondas, também é estabelecido as condições iniciais e de contorno do modelo, assim como a fonte responsável por gerá-las. No capítulo quatro é explicado os aspectos teóricos relacionados ao método RTM. Objetivando elucidar da melhor maneira os conceitos, optou-se por dividir este capítulo em três seções, sendo: propagação do campo da fonte, depropagação do campo dos receptores e, por último, a condição de imagem.

Uma vez que os principais fundamentos foram explicados, apresenta-se no capítulo cinco os resultados obtidos na implementação da RTM isotrópica e anisotrópica. Ao todo foi performando quatro estudos de caso em dados sintéticos 2D,

sendo elas: modelo homogêneo, modelo calha, modelo anticlinal e, por fim, modelo benchmark BP TTI 2007. Finalizando o trabalho, no capítulo seis conclui-se sobre resultados obtidos e as características das imagens quando é levado em consideração a influência da anisotropia no imageamento sísmico, baseado na comparação entre as imagens através da RTM isotrópica e anisotrópica.

Capítulo 2

Meios anisotrópicos

Neste capítulo é apresentado os principais fundamentos teóricos relacionados à propagação de onda sísmicas em meios anisotrópicos. Primeiramente, descreve-se as equações isotrópicas e acústica da onda de primeira e segunda ordem, posteriormente, detalha-se sobre as relações constitutivas e a relação tensão deformação para a onda por meio equação do movimento. Após isto, é explicado os principais conceitos sobre meios transversalmente isotrópicos e suas respectivas equações, e por fim, é abordado os critérios de estabilidade para meios TTI. Os conceitos descritos neste capítulo são baseados nos trabalhos de BERKHOUT (2012) e TSVANKIN (2012).

2.1 Equação da onda acústica

Considerando um fluido em movimento dentro de um volume (V) contornado por uma superfície (S) (figura 2.1), a lei de conservação de massa declara que a taxa de variação de massa de volume ao longo do tempo é dado por um fluxo de massa chegando ao volume através da superfície mais a taxa de variação de uma injeção de massa ao longo do tempo, ideia esta expressa na equação:

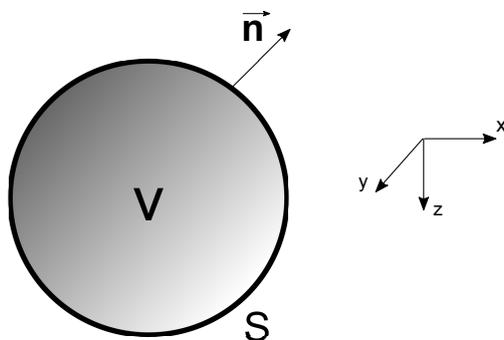


Figura 2.1: Volume V contendo um fluido em movimento, no qual S é a superfície do volume e \vec{n} é o vetor normal a superfície.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \underbrace{\oint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS}_{\text{Fluxo de massa}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V i_m dV}_{\text{fonte de massa}}, \quad (2.1)$$

no qual ρ é a densidade do fluido, \vec{v} é a velocidade da partícula e i_m é fonte de injeção de massa. O fluxo de massa, indicado na equação 2.1, é dado pelo produto escalar entre o vetor normal à superfície (\vec{n}) e o vetor fluxo de massa ($\rho\vec{v}$). Se estes vetores são antiparalelos então há um fluxo máximo de massa que “entra” no volume, indicado pelo sinal negativo na expressão, caso apresente um ângulo entre eles o fluxo de massa é dado por $\rho\vec{v}\cos(\theta)$, como mostrado na figura 2.2.

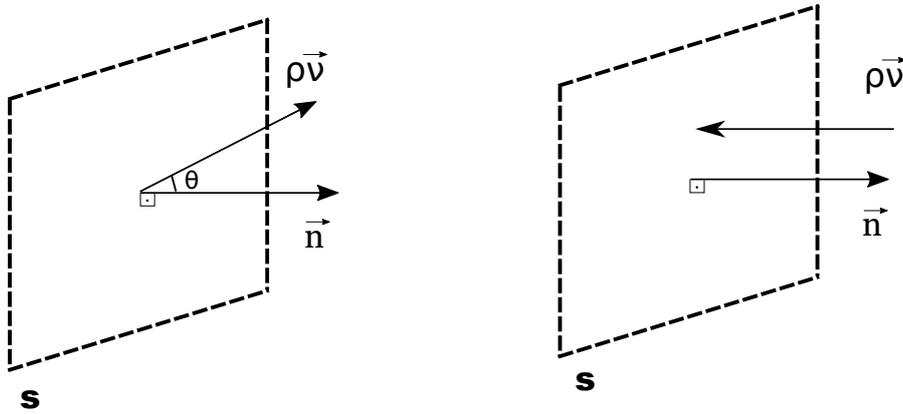


Figura 2.2: Esquema mostrando o fluxo de massa através da superfície de um volume. A intensidade do fluxo é descrita através do produto escalar entre o vetor fluxo de massa e a normal. O fluxo máximo de entrada no volume acontece quando os vetores são antiparalelos.

Aplicando o teorema da divergência na equação 2.1, obtem-se:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \int_V \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV + \int_V \frac{\partial i_m}{\partial t} dV. \quad (2.2)$$

Como a equação 2.2 é válida para todo o volume, ela pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \frac{\partial i_m}{\partial t}. \quad (2.3)$$

A expressão 2.3 é conhecida como equação da continuidade não linearizada.

Novamente, considerando o volume na figura 2.1, a lei da conservação do momento declara que a taxa de variação do momento das partículas ao longo do tempo é igual ao fluxo de momento “entrando” em V mais a resultante das forças agindo em V , conceito este mostrado a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{v} dV = - \oint_S (\rho \vec{v}) \vec{v} \cdot \vec{n} dS + \vec{F}(V), \quad (2.4)$$

onde

$$\vec{F}(V) = - \int_S p \cdot \vec{n} dS + \int_V \vec{f} dV,$$

no qual p é a pressão e \vec{f} são as forças externas. Deste modo, aplicando o teorema da divergência na equação 2.4, obtêm-se:

$$\int_V \frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} dV = - \int_V [\vec{v}\nabla \cdot \rho\vec{v} + (\rho\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}] dV + \vec{F}(V), \quad (2.5)$$

onde

$$\vec{F}(V) = - \oint_V \nabla p dV + \int_V \vec{f} dV.$$

Uma vez que a equação 2.5 é válida em toda a região do volume, chega-se na seguinte relação:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \vec{v}\nabla \cdot \rho\vec{v} + (\rho\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} + \nabla p = \vec{f}, \quad (2.6)$$

cujas equação 2.6 é conhecida como a equação do movimento não linear.

Para linearizar as formulações 2.3 e 2.6, é necessário usar a equação de estado de um fluido ideal e algumas condições, para mais detalhes vide o trabalho de WAPENAAR (2014). Considerando que estejam linearizadas, obtemos a equação da continuidade

$$\frac{1}{k(\vec{r})} \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\partial i_v(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.7)$$

e do movimento

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial \vec{v}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla p(\vec{r}, t) = \vec{f}(\vec{r}, t). \quad (2.8)$$

As expressões 2.7 e 2.8 são equações de primeira ordem e descrevem o fenômeno da onda em função dos campos pressão (p) e velocidade (\vec{v}) das partículas e, também, em função das propriedades da densidade (ρ) e o módulo de compressão adiabática (K) do fluido. É interessante notar que o vetor fluxo de massa na equação 2.8, para um meio acústico e linear, é irrotacional ($\nabla \times \rho\vec{v} = \vec{0}$, em regiões onde $\vec{f} = 0$), isto é, as partículas do meio não rotacionam, caracterizando coerentemente uma onda se propagando em fluido.

Manipulando algebricamente o sistema de equações (2.7,2.8) é possível deduzir a equação da onda acústica:

$$\rho\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) - \frac{\rho}{K} \frac{\partial^2 P(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -s(\vec{r}, t), \quad (2.9)$$

onde a fonte é dada por

$$s = \rho \frac{\partial^2 i_v}{\partial t^2} - \rho\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{f} \right). \quad (2.10)$$

A equação 2.9 trata-se de uma equação diferencial parcial hiperbólica não-

homogênea, no qual, uma vez estabelecida as condições iniciais e a condição de borda, descreve a propagação do campo de pressão (p) variando no espaço ($\vec{r} = r_x, r_y, r_z$) e tempo (t). No caso de um fluido com densidade constante, a equação da onda acústica pode ser reescrita como:

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\rho \vec{s}(\vec{r}, t), \quad (2.11)$$

no qual $c_0^2 = \frac{k}{\rho}$ é a velocidade da partícula.

2.2 Relações constitutivas

Aplicando a segunda lei de Newton para um volume (equivalente ao da figura 2.1, porém desprezando o fluido em movimento) dentro de um meio contínuo e considerando as forças de contato que agem sobre a superfície do volume (tensão - τ_{ij}), temos:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = f_i, \quad (2.12)$$

no qual $u_i = (u_1, u_2, u_3)$ é o vetor deslocamento, f_i são as forças externas e τ_{ij} é a tensão do meio. Na equação 2.12 duas variáveis são desconhecidas, sendo elas: o deslocamento da partícula e a tensão. Então para resolver a equação 2.12, é necessário recorrer a relação constitutiva entre tensão e deformação do meio (TS-VANKIN, 2012). Assim, considerando o comportamento elástico de uma onda, no regime linear, a relação tensão-deformação é descrita pela lei de Hooke generalizada, no qual é descrito através da seguinte equação tensorial:

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} E_{kl}, \quad (2.13)$$

no qual, E_{kl} é a deformação do meio e C_{ijkl} é o tensor de rigidez elástica. Considerando o caso de pequenas deformações, tal qual as partículas das rochas experimentam ao propagar ondas sobre as mesmas, a equação 2.13 descreve como o meio responde, isto é, deforma-se quando este é submetido a uma força de tensão. A deformação do meio é dada pela seguinte equação:

$$E_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right). \quad (2.14)$$

Responsável por conter as características elásticas do meio, o tensor de rigidez (C_{ijkl}) é um tensor de quarta ordem e possui um total de 81 componentes ($3^4 = 81$). Uma maneira simplificada de representar tensor de rigidez é através da notação de

Voigt, no qual os índices podem ser reduzidos pela seguinte relação:

$$p = i\delta_{ij} + (9 - i - j)(1 - \delta_{ij}). \quad (2.15)$$

Desta maneira, por meio da equação 2.15 é possível representar o tensor de quarta ordem através de uma matriz ($C_{ijkl} = C_{IJ}$). A seguir é mostrado as combinações possíveis para cada par de índices do tensor C_{ijkl} :

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 22 \\ 33 \\ 23 \\ 13 \\ 12 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

O tensor de rigidez é um tensor simétrico ($C_{ijkl} = C_{ijlk} = C_{jikl}$) e baseado nesta propriedade é possível reduzir o número de componentes independentes para um total de 21, como mostrado a seguir:

$$C_{IJ} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

Considerando a lei de Hooke generalizada (2.13) podemos substituir o tensor (τ_{ij}) na equação 2.12, de forma a obter:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_l} = f_i. \quad (2.18)$$

Assumindo que a contribuição das forças externas no sistema é fraca a tal ponto que podemos desprezá-las ($f_i = 0$), a equação 2.18 torna-se:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_l} = 0. \quad (2.19)$$

A equação 2.19 trata-se da equação do movimento da onda e descreve as relações de tensão-deformação em qualquer tipo de meio (anelástico, elástico, viscoelástico, isotrópico, etc.) em função de suas propriedades (ρ, C_{ijkl}).

Partindo da solução de onda plana:

$$u_k = U_K e^{i\omega(n_j x_j / V - t)}, \quad (2.20)$$

onde U_k são as componentes do vetor de polarização, ω é a frequência angular, V é a velocidade de propagação da onda (normalmente chamada velocidade de fase) e n é o vetor vazarosidade da frente de onda plana, podemos substituir a solução na equação 2.19 nos levando a um problema de autovetor e autovalor, conhecido como equação de Christoffel:

$$(G_{ik} - \rho V^2 \delta_{ik}) U_k = 0, \quad (2.21)$$

onde V é o autovalor, $U_k = (U_1, U_2, U_3)$ são os autovetores, $G_{ik} = C_{ijkl} n_j n_l$ é a matriz de Christoffel, δ_{ik} é a função delta de Dirac. Na forma matricial a equação 2.21 pode ser representada da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} G_{11} - \rho V^2 & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} - \rho V^2 & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} - \rho V^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = 0. \quad (2.22)$$

A solução da equação de Christoffel fornece os modos de propagação. Por exemplo, no caso de meios isotrópicos, ela fornece três soluções: duas relativas a ondas P e SV (acopladas) e uma relativa a onda SH.

2.3 Meios transversalmente isotrópicos

Em meios anisotrópicos, se este apresenta simetria de rotação em relação a um determinado eixo, então é classificado como meio isotrópico transverso ou meio TI (do inglês, *transverse isotropic*). Estes meios são caracterizados pela simetria de rotação em torno de um eixo qualquer, isto é, a velocidade de propagação é invariante sob rotação em torno de um eixo que pode ser vertical ou inclinado (figura 2.3).

Em ambientes geológicos como bacias sedimentares a tendência da deposição dos sedimentos é no sentido horizontal, ou seja, formando camadas aproximadamente horizontais, plano paralelas em relação a superfície. Assim um bom modelo para este tipo de ambiente é o modelo conhecido como isotrópico transverso vertical, ou VTI (do inglês, *vertical transverse isotropic*), no qual o eixo de simetria é vertical. Em alguns casos, por exemplo devido ao tectonismo (TSVANKIN, 2012), pode ocorrer uma inclinação no meio, formando assim um ângulo no eixo de simetria que neste caso é chamado de meio isotrópico transverso inclinado, ou TTI (do inglês, *tilted transverse isotropic*), como mostrado na figura 2.3.

Por meio da solução da equação de Christoffel obtemos os três modos de pro-

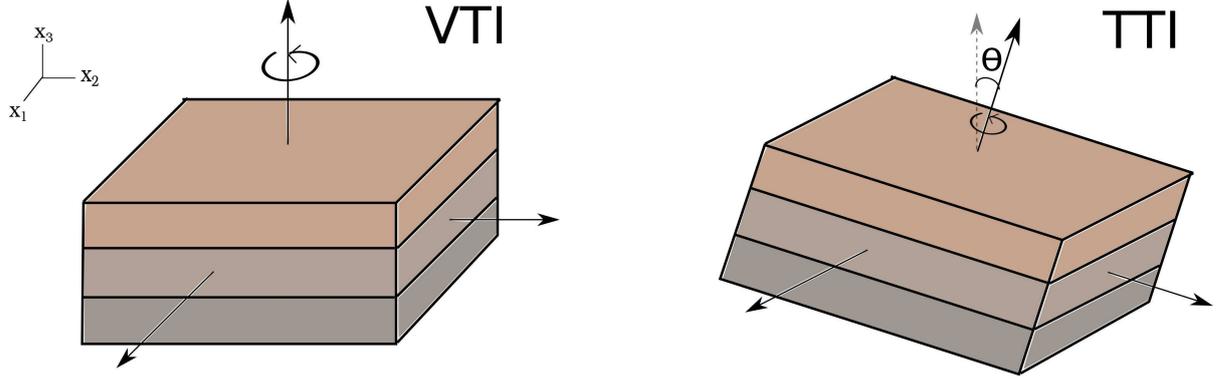


Figura 2.3: Subgrupos do meio TI: VTI e TTI. Meios caracterizados principalmente pela invariância da propriedade física sob rotação e a orientação do meio em relação a um eixo de simetria. No meio VTI há um eixo vertical de simetria enquanto para o TTI este apresenta um ângulo de inclinação.

pagação das ondas em meios TI: onda qP e onda qSV, modos acoplados similar ao caso isotrópico, e onda qSH, desacoplado; no apêndice-A é demonstrado com mais detalhes a solução da equação de Christoffel. Desta forma, nota-se que em meios TI a onda S é dividida em duas, onda qSV e onda qSH. Embora as componentes do vetor U_k sejam mutualmente ortogonais entre si, nenhum deles é totalmente paralelo ou perpendicular ao vetor vazarosidade (n), portanto não há ondas “totalmente” longitudinais ou cisalhantes em meios anisotrópicos e a isto se deve o nome de “quasi-P (qP)”, “quasi-SV (qSV)” e “quasi-SH (qSH)” (TSVANKIN, 2012).

Como mencionado, a principal característica desses modelos é a invariância sob rotação em relação ao eixo de simetria, isto é, se rotacionarmos o meio em torno deste eixo, as propriedades elásticas da onda (módulos de elasticidade, velocidades, etc.) permanecem inalteradas. Embora existam outros tipos de meio anisotrópicos mais gerais, neste trabalho aborda-se apenas a anisotropia VTI e, em geral, TTI. Podemos considerar o meio VTI como um caso particular do TTI, no qual o ângulo de inclinação é zero.

Para o caso VTI, a matriz de rigidez elástica é dada por:

$$C^{(VTI)} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} - 2C_{66} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

onde possui um total de 5 componentes independentes ($C_{11}, C_{33}, C_{55}, C_{66}$ e C_{13}). Nota-se que a matriz de rigidez mostrada é uma matriz simétrica. Além do mais, para solucionar a matriz de Christoffel e, assim determinar as velocidades de fase

(demonstrado no apêndice-A), é necessário conhecer a matriz de rigidez para o caso VTI (mostrado na equação 2.23). O caso TTI é similar.

2.4 Parâmetros de Thomsen

Descrever e interpretar a anisotropia do meio apenas em função das componentes elásticas do tensor C_{ijkl} não é uma tarefa simples, pois não é intuitivo extrair informações sobre a anisotropia das propriedades elásticas do meio. Nesse contexto, uma forma de caracterizar e quantificar a anisotropia para um determinado meio é considerar os parâmetros anisotrópicos desenvolvidos no trabalho de THOMSEN (1986).

Os cinco parâmetros de Thomsen utilizados para descrever a anisotropia de onda P e S, são:

$$V_{P0} \equiv \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}, \quad (2.24)$$

$$V_{S0} \equiv \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}}, \quad (2.25)$$

$$\epsilon \equiv \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{11}}, \quad (2.26)$$

$$\delta \equiv \frac{(C_{13} + C_{55})^2 - (C_{33} - C_{55})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{55})}, \quad (2.27)$$

$$\gamma \equiv \frac{C_{66} - C_{55}}{2C_{55}}. \quad (2.28)$$

Todos os parâmetros são dados em função das componentes do tensor de rigidez elástica para meios VTI. O parâmetro ϵ mede a diferença entre a velocidade de fase para a onda qP entre a direção vertical e horizontal, enquanto que γ tem a mesma definição para a onda qSH. O parâmetro δ significa a derivada segunda da velocidade de fase da onda qP em relação a um ângulo de incidência normal da onda no meio. Os parâmetros de Thomsen são parâmetros adimensionais e são iguais a zero quando o meio é isotrópico, sendo assim fornece uma estimativa se o meio apresenta anisotropia forte ou fraca. Uma interpretação física dos parâmetros é mostrada na figura 2.4, onde para valores positivos do parâmetro ϵ a frente de onda P anisotrópica VTI, viaja mais rápido que a frente de onda isotrópica na direção horizontal, e para valores negativos de δ a frente de onda isotrópica viaja mais rápida que frente de onda anisotrópica na direção vertical.

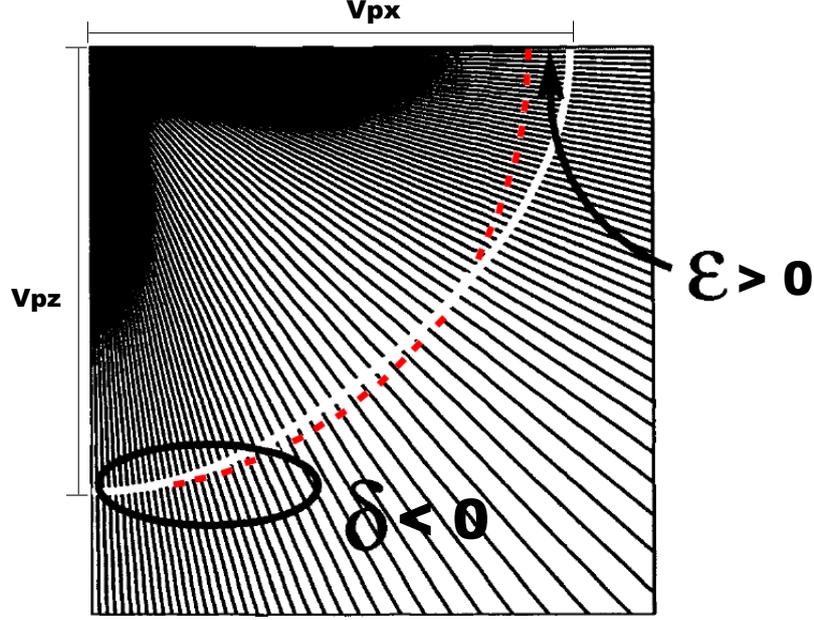


Figura 2.4: Interpretação física dos parâmetros de Thomsen. (Modificado de TS-VANKIN (2012))

2.5 Equações pseudo-acústicas para meios VTI

Embora meios anisotrópicos normalmente sejam descritos por equações elásticas, é muito comum encontrar na literatura aplicações de algoritmos de modelagem sísmica que envolvam aproximações acústicas. O porquê reside em dois aspectos: elevado custo computacional e a dificuldade da separação dos modos acoplados de onda qP e qSV (FOWLER *et al.*, 2010). O primeiro a propor uma equação para meios VTI foi o trabalho do ALKHALIFAH (2000), no qual é desenvolvido um modelo acústico em que velocidade de onda qSV é nula no eixo de simetria vertical.

Alkhalifah propôs sua equação baseado na relação de dispersão da propagação de onda qP e qSV em meios VTI, no qual é dada por:

$$\begin{aligned}
0 = & \omega^4 p - [(v_{px}^2 + v_{sz}^2)(k_x^2 + k_z^2) + (v_{pz}^2 + v_{sz}^2)k_z^2] \omega^2 p \\
& + [v_{px}^2 v_{sz}^2 (k_x^2 + k_y^2)^2 + v_{pz}^2 v_{sz}^2 k_z^4 + [v_{pz}^2 (v_{px}^2 - v_{pn}^2) \\
& + v_{sz}^2 (v_{pz}^2 - v_{pn}^2)] (k_x^2 + k_y^2) k_z^2] p.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

No qual ω é frequência temporal, k_x ; k_y e k_z são as componentes do vetor número de onda, v_{pz} é a componente vertical da velocidade para onda qP, $v_{px} = v_{pz} \sqrt{1 + 2\epsilon}$ é a componente horizontal para a onda qP, $v_{pn} = v_{pz} \sqrt{1 + 2\delta}$ é a velocidade *normal moveout* para a onda qP, v_{sz} é a componente vertical da velocidade para a onda qSV, ϵ e δ são os parâmetros de Thomsen usados, implicitamente na equação 2.29, para parametrizar a velocidade de fase.

Configurando a velocidade de onda qSV igual a zero e aplicando a propriedade

da derivada da transformada de Fourier, resulta na equação acústica de Alkhalifah para meios VTI:

$$0 = \frac{\partial^4 p}{\partial t^4} - v_{px}^2 \left(\frac{\partial^4 p}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 p}{\partial y^2 \partial t^2} \right) - v_{pz}^2 \frac{\partial^4 p}{\partial z^2 \partial t^2} + v_{pz}^2 (v_{px}^2 + v_{pn}^2) \left(\frac{\partial^4 p}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 p}{\partial y^2 \partial z^2} \right). \quad (2.30)$$

A equação 2.30 é uma equação diferencial parcial de quarta ordem e contém derivadas cruzadas, o que acaba elevando o custo computacional em implementações numéricas. Objetivando implementações mais simples, é possível manipular a expressão 2.30 em equações acopladas de segunda ordem. Assim, obtemos a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= v_{px}^2 \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \right) - v_{pz}^2 \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} - v_{pz}^2 (v_{px}^2 - v_{pn}^2) \\ &\times \left(\frac{\partial^4 r}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 r}{\partial y^2 \partial z^2} \right), \\ \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} &= q. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Embora a equação 2.31 seja capaz de descrever precisamente a cinemática das ondas em meios VTI, ela gera eventos espúrios (formato de “diamante”, figura 2.5) na frente de onda sísmica. Posteriormente o trabalho de GRECHKA *et al.* (2004) indicaram que tais artefatos estavam associados a remanescentes de onda qSV. Por este motivo o termo mais adequado para este tipo de equação é pseudo-acústica.

Diversos autores também propuseram equações pseudo-acústicas acopladas para meios VTI, (ZHOU *et al.* (2006), DU *et al.* (2008) e DUVENECK *et al.* (2008)). Até que no trabalho desenvolvido por FOWLER *et al.* (2010) demonstraram que todas as equações que foram proposta na literatura são equações equivalentes, pois todas derivam da relação de dispersão e podem ser estimadas através de um problema de autovetor e autovalor. Deste modo, Fowler propõem a equação pseudo-acústica mais eficiente para implementações com diferenças finitas, como explicitado a seguir

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= v_{px}^2 \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \right) + v_{sz}^2 \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} + (v_{pz}^2 - v_{sz}^2) \frac{\partial^2 r}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} &= (v_{pn}^2 - v_{sz}^2) \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \right) + v_{sz}^2 \left(\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} \right) + v_{pz}^2 \frac{\partial^2 r}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

A equação 2.32 permite configurar a velocidade de onda qSV igual a zero em meios TI, tornando, assim, a implementação mais simples. Porém algumas combinações de parâmetros anisotrópicos pode tornar a modelagem instável (FOWLER

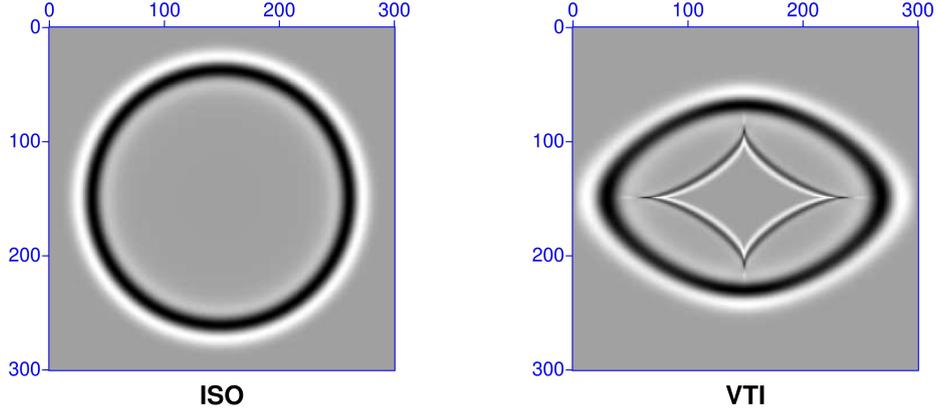


Figura 2.5: Instantâneos de onda para meio homogêneo isotrópico (indicado como “iso”) e anisotrópico VTI (indicado como “VTI”) . Os parâmetros usados foram $v = 3000 \text{ m/s}$, $\epsilon = 0.24$ e $\delta = 0.1$. É possível notar o artefato de onda qSV no formato de diamante para o meio VTI.

et al., 2010). Neste contexto, uma maneira de tornar a modelagem mais estável, é assumir a condição $\epsilon > \delta$ e considerar uma quantidade finita de onda qSV no modelo.

Segundo DUVENECK *et al.* (2008) e DI BARTOLO *et al.* (2017), os campos q e r na equação 2.32 podem ser descritos em termos das componentes do campo de tensão. Portanto, podemos reescrever a equação da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau_H}{\partial t^2} &= v_{px}^2 \left(\frac{\partial^2 \tau_H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_H}{\partial y^2} \right) + v_{sz}^2 \frac{\partial^2 \tau_H}{\partial z^2} + (v_{pz}^2 - v_{sz}^2) \frac{\partial^2 \tau_V}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial^2 \tau_V}{\partial t^2} &= (v_{pn}^2 - v_{sz}^2) \left(\frac{\partial^2 \tau_H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_H}{\partial y^2} \right) + v_{sz}^2 \left(\frac{\partial^2 \tau_V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_V}{\partial y^2} \right) + v_{pz}^2 \frac{\partial^2 \tau_V}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (2.33)$$

no qual τ_H é a componente horizontal e τ_V a componente vertical do campo de tensão. Neste caso além da equação 2.33 ser descrita em relação a apenas um único campo, ela agora possui um claro significado físico.

2.6 Equação pseudo-acústica para meios TTI

A equação pseudo-acústica para meios TTI também advém da relação de dispersão, no caso 2D é dado por (FLETCHER *et al.*, 2009):

$$\begin{aligned} 0 &= \omega^4 - [(v_{px}^2 + v_{sz}^2)(k_x^2 + k_z^2) + (v_{pz}^2 + v_{sz}^2)k_z^2] \omega^2 \\ &+ [v_{px}^2 v_{sz}^2 k_x^4 + v_{pz}^2 v_{sz}^2 k_z^4 + [v_{pz}^2 (v_{px}^2 - v_{pn}^2) + v_{sz}^2 (v_{pz}^2 - v_{pn}^2)] k_x^2 k_z^2], \end{aligned} \quad (2.34)$$

no qual \mathbf{k} ,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{k}_x \\ \mathbf{k}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_x \\ k_z \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

ou na forma vetorial,

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_x &= k_x \cos \theta - k_z \sin \theta \\ \mathbf{k}_z &= k_x \sin \theta + k_z \cos \theta \end{aligned}$$

é o vetor número de onda em um sistema de coordenadas rotacionado, sendo θ o ângulo de rotação. Reescrevendo a equação 2.34 de maneira a torna-la mais simples,

$$\begin{aligned} \omega^4 &= ((v_{px}^2 + v_{sz}^2)f_2 + (v_{pz}^2 + v_{sz}^2)f_1)\omega^2 - v_{px}^2 v_{sz}^2 f_2 \cdot f_2 \\ &- v_{pz}^2 v_{sz}^2 f_1 \cdot f_1 + ((v_{pz}^2(v_{pn}^2 - v_{px}^2) - v_{sz}^2(v_{pn}^2 + v_{pz}^2))f_1 \cdot f_2, \end{aligned} \quad (2.36)$$

no qual,

$$\begin{aligned} f_1 &= k_x^2 \sin^2 \theta + k_z^2 \cos^2 \theta + k_x k_z \sin 2\theta \\ f_2 &= k_x^2 + k_z^2 - f_1. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Multiplicando ambos os lados da equação 2.36 com o campo $p(\omega, k_x, k_z)$ e introduzindo uma um campo auxiliar $q(\omega, k_x, k_z)$ parametrizado por α , obtemos:

$$q = \frac{(v_{pn}^2 - v_{sz}^2)f_2}{\alpha(\omega^2 - v_{sz}^2 f_2 - v_{pz}^2 f_1)}, \quad (2.38)$$

cuja a equação 2.38 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \omega^2 p &= v_{px}^2 f_2 p + v_{sz}^2 f_1 p + v_{sz}^2 f_1 p + v_{sz}^2 f_1 p \\ &+ \alpha(v_{pz}^2 - v_{sz}^2) f_1 q. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Deste modo se aplicarmos a transformada inversa de fourier ($k_x \leftrightarrow -i\frac{\partial}{\partial x}, k_z \leftrightarrow -i\frac{\partial}{\partial z}$) na expressão 2.39 e 2.36, obtemos a equação pseudo-acústica para meios TTI proposta por FLETCHER *et al.* (2009):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= v_{px}^2 H_2 p + \alpha v_{pz}^2 H_1 q - v_{sz}^2 H_1 (p - \alpha q) \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} &= \frac{v_{pn}^2}{\alpha} H_2 p + v_{pz}^2 H_1 q - v_{sz}^2 H_1 \left(\frac{1}{\alpha} p - q\right), \end{aligned} \quad (2.40)$$

no qual, H_1 e H_2 são os operadores diferenciais, dados por:

$$\begin{aligned} H_1 &= \sin^2 \theta \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \cos^2 \theta \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \sin 2\theta \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ H_2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - H_1, \end{aligned} \quad (2.41)$$

no qual θ é o ângulo medido no eixo de simetria vertical. A equação 2.40 é equivalente as equações pseudo-acústicas para o meio VTI, porém, devido ao parâmetro θ , apresenta mais complexidade matemática.

2.7 Critérios de estabilidade para meios TTI

Equivalente a equação proposta por Fowler, quando anulamos a componente vertical da velocidade da onda S surge artefatos na frente de onda. Estes eventos podem tornar a modelagem sísmica instável, principalmente em meios onde há uma variação abrupta no eixo vertical de simetria. Além disso outros fatores também influenciam na instabilidade, são eles: forte contraste nos parâmetros anisotrópicos e a condição $\epsilon < \delta$ (FLETCHER *et al.*, 2009).

Assim, uma maneira de tornar a modelagem mais estável é considerar um valor finito de onda qSV na equação 2.40. Fletcher controla a quantidade da velocidade de onda qSV através do parâmetro σ , sendo este mostrado a seguir:

$$\sigma = \frac{v_{pz}^2}{v_{sz}^2} (\epsilon - \delta). \quad (2.42)$$

O parâmetro σ determina a cinemática da onda qSV em meios TTI (TSVANKIN, 2012) e é capaz de remover as triplicações na frente de onda qSV para valores menores que 0.8. Deste modo, é possível representar a frente de onda qSV de forma mais coerente, resultando assim em propagações de ondas mais estáveis. O coeficiente de reflexão da onda qSV de uma interface entre dois meios meio anisotrópicos TI é dado em função dos parâmetros sigma de cada meio, que é dado por:

$$R_{aniso,SV}(\theta) \approx \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin^2 \theta, \quad (2.43)$$

no qual σ_1 e σ_2 são os parâmetros definidos na 2.42 para o meio acima e abaixo da interface, respectivamente (TSVANKIN, 2012). Nota-se que escolhendo um valor suficientemente alto para v_{sz} garante que σ assumira um valor constante de modo que, em modelos heterogêneos, o coeficiente de reflexão para a onda qSV seja próxima de zero.

Capítulo 3

Modelagem numérica

Neste trabalho as equação pseudo-acústicas foram solucionadas numericamente por meio do método das diferenças finitas (MDF). Esta técnica é bastante útil e implementada em modelagem sísmica devido a relativa acurácia e boa precisão em descrever o fenômeno da propagação de ondas sísmica e, também, na dificuldade de encontrar soluções analíticas para geometrias complexas em subsuperfície (ALFORD *et al.*, 1974). Esta técnica consiste em aproximações das equações diferenciais através de equações discretizadas em pontos em uma malha. Tas aproximações podem ser obtidas através da série de Taylor de modo a representar aproximadamente as derivadas parciais contidas nas equações.

Assumindo uma função contínua $f(x)$, em que x é uma variável arbitrária, é possível representar sua derivada por meio série de Taylor, como mostrada a seguir:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n f(x)}{dx^n} \Big|_{x=x_i} (x - x_0)^n. \quad (3.1)$$

Expandindo a série em diferentes pontos, sendo $x = x_i + l\Delta x$, no qual $l \in Z$ em torno de x_i , obtemos:

$$f(i \pm l) = f(x = x_i \pm l\Delta x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n f(x)}{dx^n} \Big|_{x=x_i} (\pm l\Delta x)^n. \quad (3.2)$$

Considerando $l = \pm 1$, a equação 3.2 torna-se:

$$f_{i+1} = f_i + \frac{\Delta x}{1!} \frac{df_i}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f_i}{dx^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{d^3 f_i}{dx^3} + \frac{\Delta x^4}{4!} \frac{d^4 f_i}{dx^4} + \frac{\Delta x^5}{5!} \frac{d^5 f_i}{dx^5} + \dots \quad (3.3)$$

$$f_{i-1} = f_i - \frac{\Delta x}{1!} \frac{df_i}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2 f_i}{dx^2} - \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{d^3 f_i}{dx^3} + \frac{\Delta x^4}{4!} \frac{d^4 f_i}{dx^4} - \frac{\Delta x^5}{5!} \frac{d^5 f_i}{dx^5} + \dots, \quad (3.4)$$

no qual $\frac{df_i}{dx}$ é a derivada no ponto $x = x_i$.

A aproximação de segunda ordem para a derivada primeira, é obtida subtraindo-se a equação 3.3 da 3.4, resultando em:

$$\frac{df_i}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{3!} \frac{d^3 f_i}{dx^3} - \frac{\Delta x^4}{5!} \frac{d^5 f_i}{dx^5} - \dots, \quad (3.5)$$

no qual o erro de truncamento é proporcional a ordem de Δx^2 . Para aproximações de quarta ordem considera-se um par de pontos a mais em x_i sendo necessário redefinir a equação 3.2 nos pontos $l = \pm 2$. Após estas etapas, novamente subtrai-se uma equação da outra e, isolando o termo referente a derivada primeira, obtemos:

$$\frac{df_i}{dx} = \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} - \frac{4\Delta x^2}{3!} \frac{d^3 f_i}{dx^3} - \frac{16\Delta x^4}{5!} \frac{d^5 f_i}{dx^5} - \dots \quad (3.6)$$

De modo a obter o operador com erro de truncamento na ordem de Δx^4 , é preciso anular o termo Δx^2 na equação 3.6. Com esta finalidade, multiplica-se a equação 3.5 por 4 e subtrai-se da equação 3.6, obtendo assim:

$$\frac{df_i}{dx} = \frac{4}{3} \left(\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \right) - \frac{1}{3} \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{2\Delta x} + \frac{4\Delta x^4}{5!} \frac{d^5 f_i}{dx^5} - \dots, \quad (3.7)$$

ou de forma mais compacta,

$$\frac{df_i}{dx} = \frac{-f_{i+2} + 8f_{i+1} - 8f_{i-1} + f_{i-2}}{12\Delta x} + O(\Delta^4). \quad (3.8)$$

Para aproximações de derivada segunda, soma-se as equações 3.3 e 3.4 e isola-se a a derivada segunda, obtendo assim a aproximação de segunda ordem:

$$\frac{d^2 f_i}{dx^2} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{2\Delta x^2}{4!} \frac{d^4 f_i}{dx^4} + \dots \quad (3.9)$$

Aproximação de quarta ordem é obtida utilizando o mesmo processo usado para a primeira derivada, o que resulta na equação de diferenças finitas para derivada segunda de quarta ordem:

$$\frac{d^2 f_i}{dx^2} = \frac{4}{3} \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{1}{3} \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2} + O(\Delta^4). \quad (3.10)$$

ou, na forma compacta,

$$\frac{d^2 f_i}{dx^2} = \frac{-f_{i-2} + 16f_{i-1} - 30f_i + 16f_{i+1} - f_{i+2}}{12\Delta x^2} + O(\Delta^4). \quad (3.11)$$

Neste trabalho, o operador de quarta para a derivada segunda (equação 3.11) é usado para discretizar a equação da onda acústica acústica, mostrado de maneira mais detalhada na próxima subseção.

3.1 Equação da onda acústica discretizada

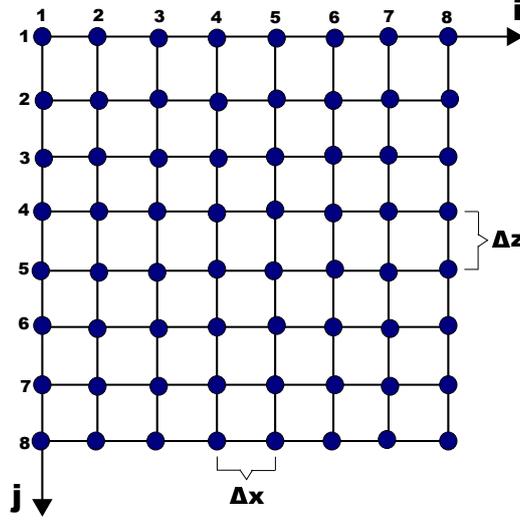


Figura 3.1: Malha regular de diferenças finitas.

Considerando uma malha uniforme e regularmente espaçada onde cada ponto na malha é representado por um par $(i\Delta x, j\Delta z)$, como na figura 3.1, as aproximações das derivadas parciais da equação 2.11, são dadas por:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \approx \frac{P_{i,j}^{n+1} - 2P_{i,j}^n + P_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2}, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \approx \frac{-P_{i-2,j}^n + 16P_{i-1,j}^n - 30P_{i,j}^n + 16P_{i+1,j}^n - P_{i+2,j}^n}{12\Delta x^2} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \approx \frac{-P_{i,j-2}^n + 16P_{i,j-1}^n - 30P_{i,j}^n + 16P_{i,j+1}^n - P_{i,j+2}^n}{12\Delta z^2} \quad (3.14)$$

Uma vez conhecido os operadores de diferenças finitas para a derivada segunda, basta substituí-los na equação 2.11 para obter a equação da onda acústica discretizada:

$$P_{i,j}^{n+1} = \frac{c_{i,j}^2}{12} \left(\frac{\Delta t}{h} \right)^2 (-P_{i-2,j}^n + 16P_{i-1,j}^n + 16P_{i+1,j}^n - P_{i+2,j}^n - P_{i,j-2}^n + 16P_{i,j-1}^n + 16P_{i,j+1}^n - P_{i,j+2}^n - 60P_{i,j}^n) + 2P_{i,j}^n - P_{i,j}^{n-1}, \quad (3.15)$$

no qual n é variável de tempo e $\Delta x = \Delta z = h$ é o espaçamento do grid na direção vertical e horizontal, no caso estão igualmente espaçados. A equação 3.15 é uma expressão de marcha explícita no tempo, ou seja, o campo de onda no tempo futuro ($P_{i,j}^{n+1}$) é calculado em função dos campos no tempo presente ($P_{i,j}^n$) e passado ($P_{i,j}^{n-1}$).

Para ordens superiores os operadores podem ser obtidos, segundo COLLATZ

(2012), através da expressão:

$$\frac{\partial\psi(x, z)}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x^2} \left[\sum_{k=1}^{N/2} a_k (\psi_{i+k,j} - \psi_{i-k,j}) \right]; \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial^2\psi(x, z)}{\partial x^2} \approx \frac{1}{\Delta x^2} \left[b_0\psi_{i,j} + \sum_{k=1}^{N/2} b_k (\psi_{i+k,j} - \psi_{i-k,j}) \right]; \quad (3.17)$$

no qual ψ é um campo arbitrário e N é a ordem da aproximação. As equações 3.16 e 3.17 são aproximações de primeira e segunda ordem, respectivamente. Os coeficientes de Taylor para derivada primeira e segunda podem ser obtidos consultando as tabela:

N	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
2	$\frac{1}{2}$				
4	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{12}$			
6	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{20}$	$\frac{1}{60}$		
8	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{4}{105}$	$-\frac{2}{280}$	
10	$\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{21}$	$\frac{5}{84}$	$-\frac{5}{504}$	$\frac{1}{1260}$

Tabela 3.1: Coeficientes da série de Taylor para derivada primeira

N	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
2	-2	1				
4	$-\frac{5}{2}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{12}$			
6	$-\frac{49}{18}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{20}$	$\frac{1}{90}$		
8	$-\frac{205}{72}$	$\frac{8}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{8}{315}$	$-\frac{1}{560}$	
10	$-\frac{5269}{1800}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{21}$	$\frac{5}{126}$	$-\frac{5}{1008}$	$\frac{1}{3150}$

Tabela 3.2: Coeficientes da série de Taylor para derivada segunda

3.2 Equações pseudo-acústicas VTI discretizada

A da equação 2.32 discretizada é obtida através da discretização das derivadas, como mostrado a seguir:

$$\frac{\partial^2 P(x, z)}{\partial t^2} \approx \frac{1}{\Delta t^2} \left[b_0 P_{i,k}^n + \sum_{m=1}^{N/2} b_m (P_{i,k}^{n+m} + P_{i,k}^{n-m}) \right], \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 P(x, z)}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2} \left[b_0 P_{i,k}^n + \sum_{j=1}^{N/2} b_j (P_{i+j,k}^n + P_{i-j,k}^n) \right], \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 P(x, z)}{\partial z^2} \approx \frac{1}{h^2} \left[b_0 P_{i,k}^n + \sum_{l=1}^{N/2} b_l (P_{i,k+l}^n + P_{i,k-l}^n) \right], \quad (3.20)$$

onde N é a ordem de discretização das derivada temporal e das derivadas espaciais e h é o parâmetro para o espaçamento da malha ($\Delta x = \Delta z = h$). O termo b_i é os valores para os coeficientes para o MDF e $P_{i,k}^n$ representa o campo de pressão para um passo de tempo n na posição da malha (i, j) . Para as formulações VTI foram usados aproximações de segunda ordem no tempo e oitava ordem para o espaço, respeitando os critérios de não-dispersão e estabilidade.

3.3 Equação pseudo-acústica TTI discretizada

Para o caso TTI, a equação pseudo-acústica 2.40 na forma discretizada é obtida através dos operador adicional:

$$\frac{\partial^2 P(x, z)}{\partial x \partial z} \approx \frac{1}{h^2} \left[b_0 P_{i,k}^n + \sum_{j=1}^{N/2} \sum_{l=1}^{N/2} a_j a_l (P_{i+j,k+l}^n - P_{i+j,k-l}^n + P_{i-j,k-l}^n - P_{i-j,k+l}^n) \right]. \quad (3.21)$$

As demais aproximações são análogas as utilizadas para o meio VTI.

3.4 Não-dispersão e estabilidade das soluções

As aproximações adotadas neste trabalho para meios isotrópico, VTI e TTI são elaboradas para esquemas explícitos de marcha no tempo. De modo a garantir a precisão e acurácia das soluções numéricas nos esquemas de diferenças finitas, é necessário adotar valores específicos para o espaçamento da malha e a taxa de amostragem no tempo. Com o valor adequado para o espaçamento da malha (h) é possível evitar a dispersão numérica, no qual isto ocorre devido as ondas com diferentes

frequências viajarem com diferentes velocidades (STRIKWERDA, 2004). Da mesma forma, para a garantir que o esquema seja estável, ou seja, que os erros numéricos não se acumulem a medida que a onda se propaga no tempo (STRIKWERDA, 2004), se faz necessário uma escolha apropriada para o valor da taxa de amostragem no tempo (Δt).

Deste modo, para garantir o critério de não-dispersão numérica, é estabelecida uma relação entre a velocidade mínima (v_{min}) do modelo, a frequência de corte (f_{corte}) associada a fonte sísmica, e α que significa a quantidade de pontos por comprimento de onda no modelo, onde tal relação é dada por:

$$h \leq \frac{v_{min}}{\alpha f_{corte}}. \quad (3.22)$$

Uma vez determinado espaçamento do grid, o critério de estabilidade leva em consideração o h escolhido na equação 3.22, a velocidade máxima do modelo (v_{max}) e o parâmetro β que significa o número de interações para levar a informação de um ponto a outro, que é dado por:

$$\Delta t = \frac{h}{\beta v_{max}}, \quad (3.23)$$

onde, para o caso anisotrópico, a maior velocidade do modelo é dada pela componente horizontal da velocidade de onda qP em relação ao eixo de simetria, dada por $vp_x = vp_z \sqrt{1 + 2\epsilon}$.

3.5 Condições iniciais e de contorno

Devido o fenômeno da propagação de ondas sísmicas ser modelado por meio de uma equação diferencial, é inerente ao problema determinar as condições de iniciais e de contorno do sistema. Assim, em relação as condições iniciais é utilizado as seguintes condições:

$$p(\vec{r}, t = 0) = 0, \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial p(\vec{r}, t = 0)}{\partial t} = 0. \quad (3.25)$$

Desta forma garante-se que antes da fonte sísmica ser acionada no modelo, todo o campo de onda é nulo, respeitando assim a casualidade do problema. Para as condições de contorno, objetiva-se simular um meio semi-infinito, isto é, meio onde a onda sísmica propague-se, teoricamente, indefinidamente no modelo sem a influência das bordas. Com este objetivo, para evitar que as ondas sejam refletidas

da borda aplicou-se um procedimento conhecido como camadas de amortecimento, implementado e desenvolvido por CERJAN *et al.* (1985). Deste modo, as bordas do modelo são estendidas em uma determinada quantidade de pontos e aplica-se um fator de decaimento exponencial ao campo de onda, de modo a atenuá-lo, como mostrado a seguir:

$$G(i) = \exp [-\gamma(pts - i)^2], \quad (3.26)$$

no qual γ é o coeficiente de amortecimento e pts é a quantidade de pontos usados para formar a camada.

3.6 Fonte sísmica

A fonte sísmica é a responsável por gerar as ondas em uma aquisição sísmica, seja ela terrestre ou marítima. Em aquisições terrestres é usado artifícios para produzir vibrações na superfície da Terra, que podem ser: Impacto de martelo no solo, plataforma de uma caminhão acoplado ao solo produzindo vibrações, explosões controladas através de dinamites. Para o caso marítimo é muito comum utilizar o *airgun*, que corresponde a um canhão de ar comprimido capaz produzir ondas sísmicas na lâmina d'água. Para nossos experimentos, a fonte sísmica é modelada pela derivada segunda de uma injeção de massa gaussiana no sistema, que é conhecida como a *wavelet* de Ricker. O termo fonte ($S(t)$) é dado por:

$$S(t) = \frac{\partial^2 i_v}{\partial t^2}, \quad (3.27)$$

sendo i_v a taxa de injeção de massa por variação de volume. Definindo i_v como uma distribuição gaussiana, tem-se:

$$i_v = \frac{A}{2\pi(\pi f_c)^2} \exp [-\pi(\pi f_c t_d)^2], \quad (3.28)$$

com

$$f_c = \frac{f_{corte}}{3\sqrt{\pi}}, \quad (3.29)$$

$$t_d = t - t_0, \quad (3.30)$$

$$t_0 = \frac{2\sqrt{\pi}}{f_{corte}}. \quad (3.31)$$

no qual f_c é um parâmetro associado a frequência de corte, t_d é o tempo defasado, usado para deslocar o máximo da função da posição zero, e t_0 é a posição no tempo onde a fonte é deslocada e A é a amplitude da fonte. Assim, a *wavelet* de Ricker

corresponde a derivada segunda de i_V , resultando em:

$$S(t) = A [2\pi(\pi f_c t_d)^2 - 1] \exp[-\pi(\pi f_c t_d)^2]. \quad (3.32)$$

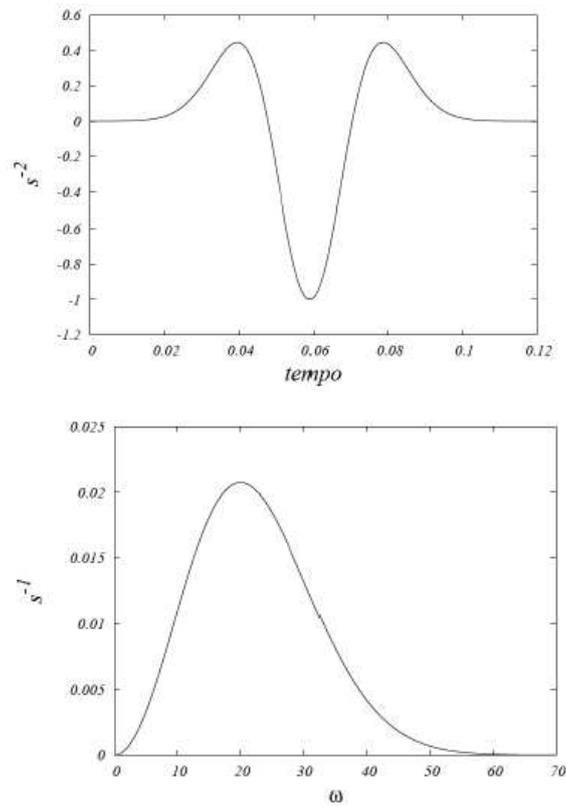


Figura 3.2: Assinatura da fonte sísmica modelada: *wavelet* de Ricker no domínio do tempo e da frequência, $f_{corte} = 60Hz$, fonte (DI BARTOLO *et al.*, 2017)

Capítulo 4

Migração reversa no tempo

O método de Migração Reversa no Tempo, ou, na forma abreviada RTM (do inglês, *Reverse Time Migration*), proposto inicialmente por BAYSAL *et al.* (1983), trata-se de uma técnica de migração dos dados sísmico via extrapolação do campo de ondas em profundidade usando equação da onda completa. É um método capaz de obter imagens de alta resolução das estruturas geológicas em subsuperfície. Além disso, é uma ferramenta bastante utilizada pela indústria de óleo e gás para a exploração de hidrocarbonetos, atuando como um ótimo indicador das possíveis acumulações de petróleo dentre outras aplicações.

A migração dos dados sísmicos é uma das etapas realizada no processamento dos dados, onde geralmente corresponde ao último estágio do processo, tendo como produto final uma imagem (YILMAZ, 2001). Ela pode ser realizada posteriormente ou anteriormente a fase do empilhamento do dado, sendo portanto denominada de migração pré- ou pós empilhamento, respectivamente. Os experimentos de RTM conduzidos neste trabalho foram todos elaborados considerando a lógica da migração pré-empilhamento, chamada de RTM pré-empilhamento, ou do inglês, RTM *pre stack*, isto é, a imagem é formada tiro-a-tiro na modelagem, sendo empilhada no final do processo.

As principais vantagens que a RTM apresenta relação aos outros métodos, tal como métodos baseados no traçado do raio, são: não limitação quanto ao ângulo dos refletores para o imageamento, permite imagear eventos sísmicos específicos como as *turning waves* e *prismatic waves* e, por fim, capaz de imagear estruturas geológicas complexas (FOWLER *et al.*, 2010).

Em suma, neste capítulo é detalhado conceitos fundamentais para o entendimento da migração RTM. Cabe enfatizar também que neste trabalho foram realizados experimentos com dados sintéticos, logo não há a necessidade de realizar outros procedimentos tal como análise do modelo de velocidade e outros, ou seja, os dados sísmicos estão “prontos” para a migração. Para demonstrar os conceitos de RTM de forma mais didática, as etapas do imageamento foram divididas da seguinte ma-

neira: propagação do campo da fonte, depropagação do campo dos receptores e a condição de imagem.

4.1 Propagação do campo da fonte

O fenômeno de uma onda sísmica se propagando em um meio heterogêneo é governado pela lei de Snell, que estabelece uma relação entre o ângulo e a velocidade de meios distintos (IKELLE e AMUNDSEN, 2018). Para um caso acústico, a lei de Snell estabelece a seguinte relação:

$$\frac{\text{sen}(\phi_1)}{v_1} = \frac{\text{sen}(\phi_2)}{v_2}, \quad (4.1)$$

onde ϕ_1, v_1 e ϕ_2, v_2 são os ângulos e as velocidades de meios diferentes entre uma interface, representado na figura 4.1. A equação 4.1 dita como o raio sísmico da onda incidente irá “desviar” sua trajetória, se aproximando ($v_1 < v_2$) de uma reta normal ou se afastando ($v_1 > v_2$), em função propriedades elásticas do outro meio.

A primeira parte de um algoritmo sintético de RTM pré-empilhamento consiste na modelagem do problema direto, cujo o objetivo é modelar a propagação das ondas sísmicas em um determinado meio. Uma vez que a fonte sísmica esteja acionada, as ondas iram se propagar no modelo até que, ao encontrar meios com impedâncias¹ diferentes, parte da energia é refletida e retorna à superfície sendo então registrada nos receptores, e a outra parte é transmitida e continua se propagando e interagindo com o meio até que a energia chegue ao fim.

As ondas que chegam à superfície são gravadas nos receptores em função do tempo, cujo o nome do dado sísmico é sismograma. Além disso, na modelagem direta salva-se o campo de onda propagado em todo o modelo, no qual foi originado pela fonte sísmica durante todo o tempo de modelagem. Este procedimento é necessário para posteriormente ser utilizado na condição de imagem.

4.2 Depropagação do campo dos receptores

O próximo estágio do algoritmo de RTM é a modelagem da onda sísmica no sentido inverso do tempo. O objetivo desta etapa é reinjetar no modelo a energia que foi registrada nos receptores durante a modelagem direta. O procedimento é feito depropagando o campo dos receptores reversamente no tempo para as devidas posições dos refletores em profundidade, desde o tempo final até o tempo inicial da modelagem. Este artifício é fundamentado no princípio da reversibilidade temporal. O princípio da reversibilidade temporal declara que a propriedade física e matemática

¹propriedade que corresponde ao produto entre a velocidade e a densidade do meio.

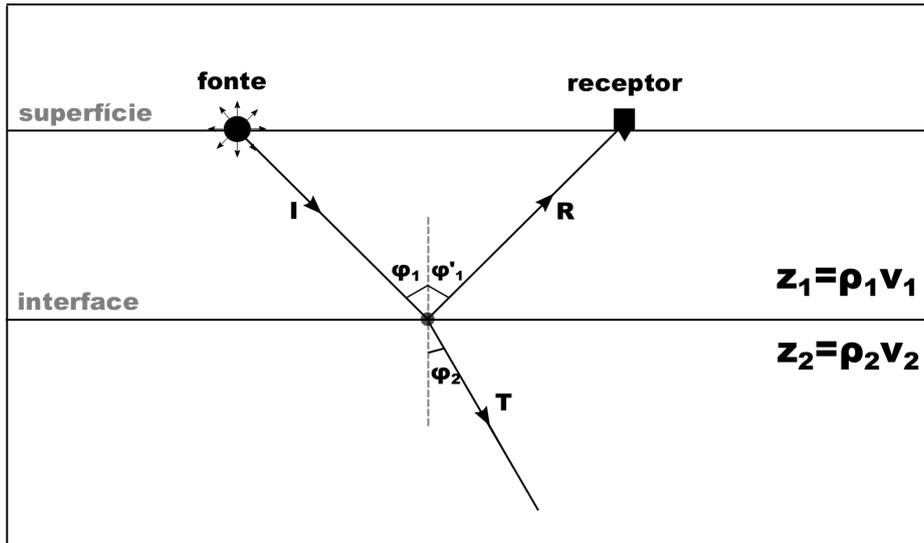


Figura 4.1: Representação da interação de uma onda sísmica com uma interface, para um caso acústico. Uma onda sísmica incidente (I) ao encontrar meios com impedâncias diferentes (Z_1 e Z_2), parte é refletida (onda refletida (R)) e parte é transmitida (onda transmitida (T)). A energia refletida é registrada no receptor.

da propagação de ondas é válida para um tempo reverso, ou seja, o campo de onda é simétrico em relação ao tempo (ZHU, 2014). Outro fundamento para a depropagação do campo dos receptores é o teorema da reciprocidade. Dentro de certas condições, o teorema afirma que elaborar um experimento sísmico com a propagação de ondas para um arranjo fonte e receptor numa determinada posição, e depois trocar a posição entre a fonte e o receptor, para a mesma posição anterior, não altera o campo de onda (RAMÍREZ e WEGLEIN, 2009). Deste modo é possível obter o sinal no sentido inverso do tempo que é utilizado num passo seguinte do imageamento, a aplicação da condição de imagem.

4.3 Condição de imagem

A condição de imagem é a parte crucial do imageamento sísmico, pois é nela em que a imagem é formada. Para este propósito, existem alguns métodos capazes de imagear a subsuperfície, como por exemplo a condição de imagem por tempo de excitação (CHANG e MCMECHAN, 1986). Neste tipo de condição o refletor é determinado devido a coincidência dos tempos de trânsitos propagado a partir da fonte e do campo depropagado preescrevendo o dado sísmico registrado nos respectivos receptores, sob a condição do critério de amplitude máxima (BULCÃO, 2004).

Outro método de condição de imagem é baseado no princípio de imageamento proposto por CLAERBOUT (1971). Este princípio propõem que é possível construir uma imagem através da multiplicação dos campos da fonte e do receptor juntos em

cada passo de tempo da propagação da onda (JONES, 2014). Em outras palavras forma-se uma imagem por meio da correlação cruzada entre o campo da fonte e do receptor para cada passo de tempo na modelagem, no qual este procedimento é chamado de condição de imagem por correlação cruzada com *lag-zero*. Tal condição, para um caso $2D$, é dada por:

$$I(x, z) = \int_{t=0}^{\infty} S(x, z, t) \cdot R(x, z, t) dt, \quad (4.2)$$

no qual S é o campo da fonte sísmica, R é o campo dos receptores, I é imagem formada. Empregando a equação 4.2 espera-se que na posição dos refletores a correlação cruzada dos campos tenda a ser máxima (interferência construtiva de ondas), e nos demais espaços tenda a se anular (interferência destrutiva). Uma prática bastante adota em aplicações de RTM é dividir a equação 4.3 pela autocorrelação no lag zero do campo da fonte, tornando a condição de imagem por correlação cruzada no *lag-zero*:

$$I(x, z) = \int_{t=0}^{\infty} \frac{S(x, z, t) \cdot R(x, z, t)}{|S(x, z, t) \cdot S(x, z, t)|} dt. \quad (4.3)$$

Este procedimento é feito para dar uma compensação de amplitude na imagem final.

Embora seja possível formar uma imagem através da correlação entre os campo, este procedimento produz artefatos de baixa frequência na imagem migrada. Uma maneira de filtrar esses ruídos é aplicar o operador laplaciano na imagem final, sendo dado por:

$$I_f(x, z) = \frac{\partial^2 I(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, z)}{\partial z^2}, \quad (4.4)$$

no qual $I_f(x, z)$ é a imagem filtrada e $I(x, z)$ é a imagem obtida no imageamento.

Capítulo 5

Resultados e discussão

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos através da migração dos modelos isotrópicos e anisotrópicos pseudo-acústicos. Ao todo foram analisados quatro estudos de casos, levando em consideração uma ordem crescente no grau de complexidade dos modelos, sendo eles: modelo homogêneo e de duas camadas, modelo calha, modelo anticlinal e modelo *benchmark* BP TTI 2007. Com exceção do modelo homogêneo, em cada estudo de caso objetiva-se comparar qualitativamente as imagens obtidas entre os casos acústicos e anisotrópicos e deste modo evidenciar as principais diferenças entre as duas abordagens.

Ressalta-se que, neste trabalho, foram utilizados operadores de diferenças finitas com aproximações de oitava ordem no espaço e segunda no tempo para as formulações anisotrópicas. O porquê disto é devido a maior estabilidade para aplicação dos operadores e, também, para evitar a dispersão da onda. Para o caso acústico, todos os operadores utilizados foram aproximações de quarta ordem no espaço e segunda ordem no tempo. Em todos os estudos de casos foram utilizados modelos bidimensionais, ou seja, nas dimensões x e z .

5.1 Estudo de caso 1

No primeiro estudo de caso, primeiro foi analisada a propagação das ondas em um modelo homogêneo e anisotrópico. O objetivo desta aplicação não é obter uma imagem do meio e sim entender as principais características da cinemática da onda qP e qSV. O modelo criado contém um total de $3.612Km$ em ambas dimensões (x e z) e o modelo de velocidade de onda P (v_p) é igual a $3000m/s$ em todo o meio. Os parâmetros anisotrópicos utilizados foram $\epsilon = 0,24$ e $\delta = 0,1$. O ângulo de inclinação do eixo de simetria foi $\theta = \pi/4$ rad = 45° no caso TTI.

O experimento foi elaborado considerando a velocidade de onda-qSV igual a zero e com um valor finito, primeiro considerando o meio VTI (linha superior na figura 5.1), ou seja, $\theta = 0$. Na sequência, considerou-se o meio com TTI (linha inferior na

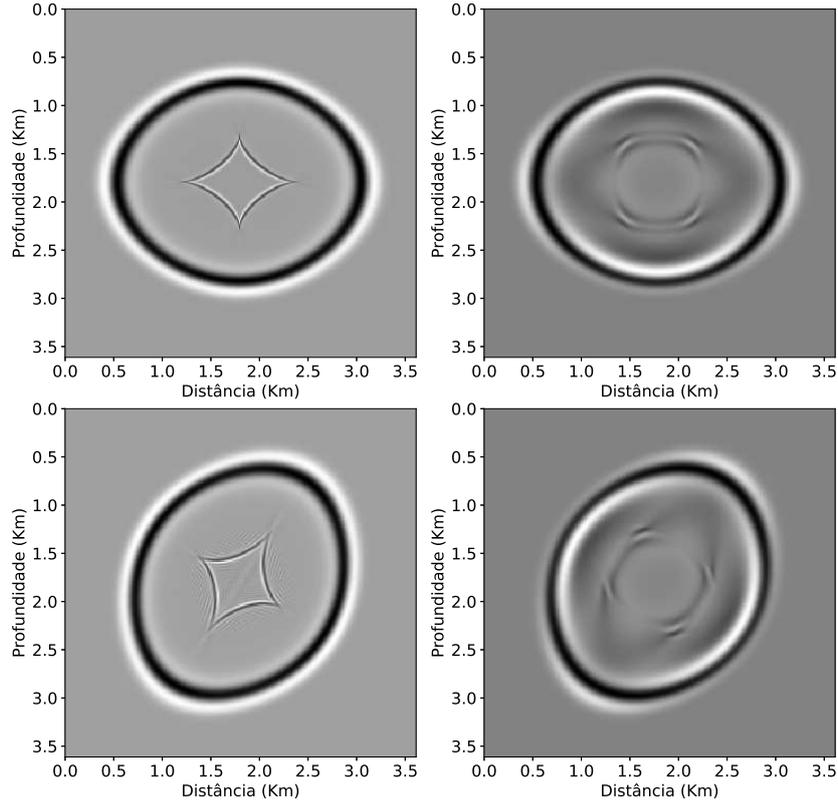


Figura 5.1: Instantâneos de frentes de ondas no tempo $0,4s$ para um modelo VTI e TTI homogêneo com a fonte sísmica posicionada no centro do modelo. Os parâmetros usados foram: $v_{pz} = 3000 \text{ m/s}$, $\epsilon = 0,24$, $\delta = 0,1$. Na linha superior as figuras para o meio VTI com e sem v_{sz} e igualmente para o meio TTI na linha inferior.

figura 5.1), com o ângulo mencionado anteriormente. A fonte sísmica foi posicionada no centro do modelo, sendo registrados os instantâneos de onda no tempo igual $0,4 \text{ s}$.

Os valores escolhidos para a onda-qSV foram baseados no parâmetro sigma (σ), no qual foi escolhido um valor de 0.7 . Nota-se na figura 5.1 que, com base neste valor e para ambos os casos (VTI e TTI), é possível remover as triplicações da frente onda-qSV. Este procedimento é útil pois é capaz de estabilizar a modelagem sísmica principalmente quando o meio apresenta uma forte variação no ângulo em relação ao eixo de simetria. Além disso, esta medida torna a frente de onda qSV um pouco mais realista para uma propagação de onda, no qual é totalmente diferente quando zeramos o valor para a onda qSV.

Além do modelo homogêneo, foi realizado o estudo de caso para um modelo heterogêneo com uma única interface horizontal, mantendo a primeira camada como a do modelo anterior e acrescentando uma segunda camada, como mostrado na figura 5.2. As dimensões do modelo são de 7.525 km em ambas direções, sendo as propriedades das camadas dadas por $\epsilon = 0,15$ e $\delta = 0,1$, bem como o ângulo do eixo de simetria igual a zero. O parâmetro $\sigma = 0,7$ foi mantido na segunda camada.

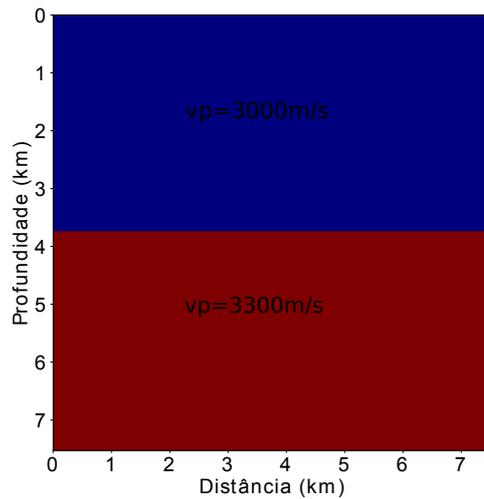


Figura 5.2: Modelo duas camadas plano paralelo

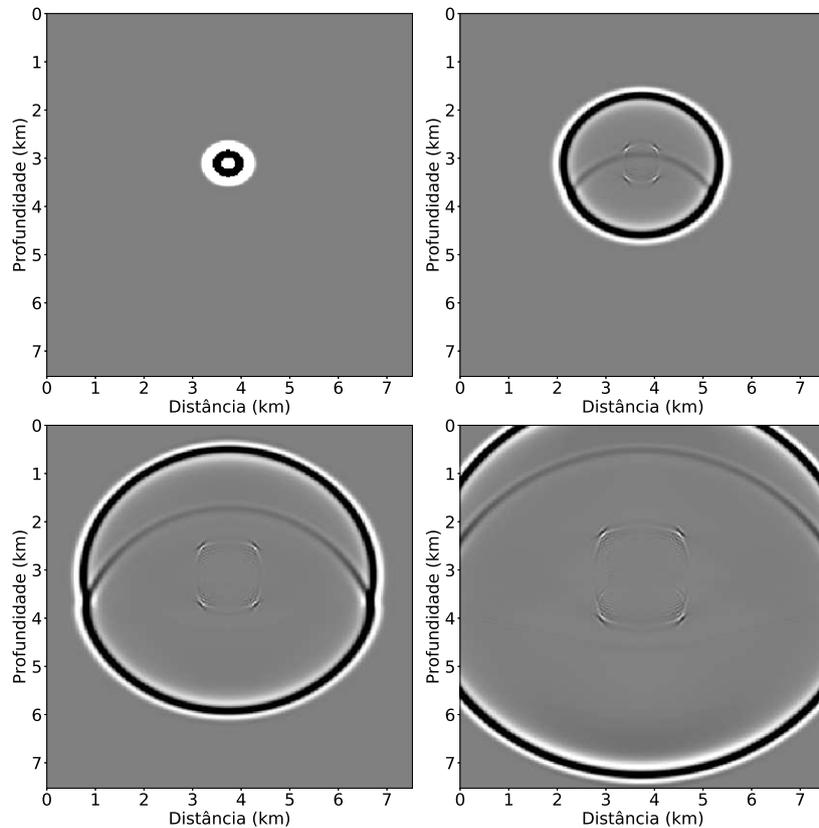


Figura 5.3: *snapshots* de onda-P em meios VTI

É possível nas figuras 5.3 que, uma vez mantido o parâmetro $\sigma = 0,7$ nas duas camadas, é possível remover, além das triplicações da frente onda-qSV, a reflexão de onda qSV, como previsto pela relação descrita na equação 2.43. Portanto em meios heterogêneos o parâmetro σ é capaz de atenuar as reflexões da onda qSV, evitando a poluição dos campos de onda com as suas reverberações.

5.2 Estudo de caso 2: modelo calha

A princípio, com o estudo de caso 2 objetiva-se aplicar a RTM TTI pseudo-acústica para um caso simples, validando o algoritmo de RTM proposto neste trabalho. Para isto foi construído um modelo com complexidade baixa, isto é, com refletores com geometria mais horizontalizada e apresentando algumas inclinações.

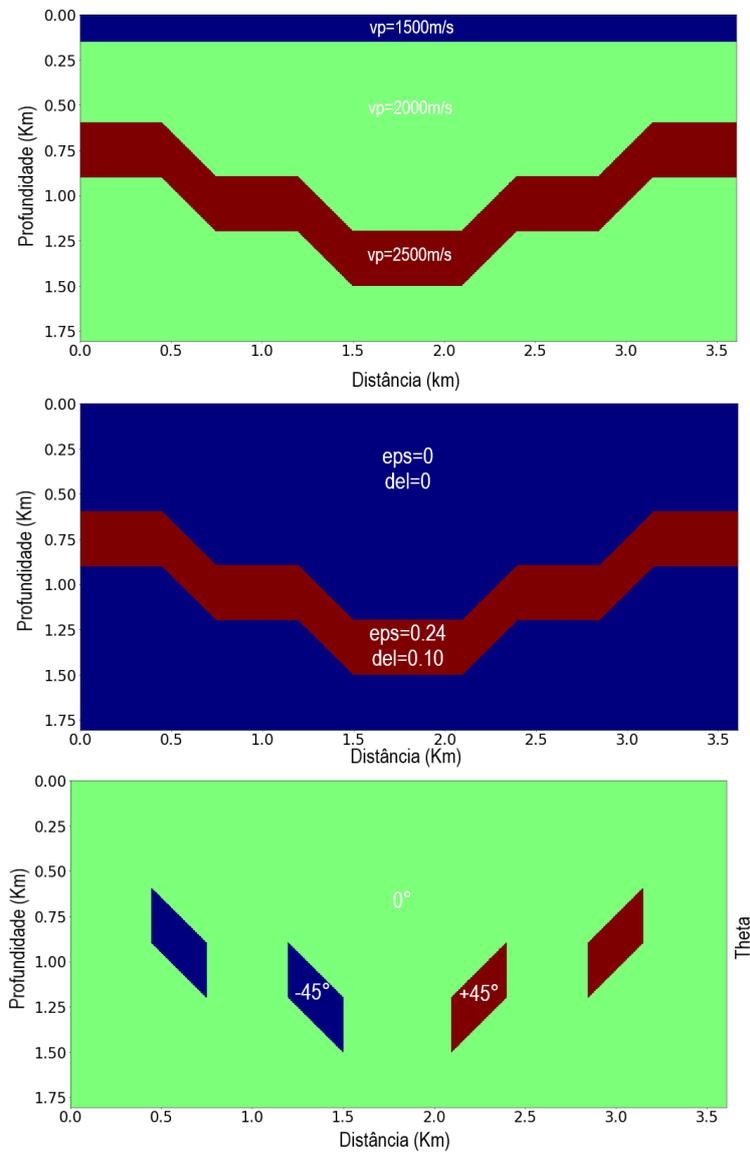


Figura 5.4: Modelo calha com os parâmetros: Vp , ϵ , δ e θ

A figura 5.4 mostra o modelo calha utilizado. Este modelo simula um ambiente anisotrópico que contenha inclinações em sentidos opostos e que necessariamente não tem uma correlação geológica totalmente realista, mas que como citado é útil para garantir o funcionamento da modelagem utilizando os operadores pseudo-acústicos. Este modelo foi criado com comprimento de 1.806 Km na direção z e 3.606 Km na direção x . Em relação ao modelo de velocidade da onda P, a primeira camada representa a lâmina d'água com velocidade igual a 1500 m/s , a velocidade de fundo

é igual a $2000m/s$ e na estrutura com a forma de uma calha tem valor de $2500 m/s$. A única parte do modelo que é anisotrópica é a camada com a geometria semelhante a uma “calha”, no qual apresenta inclinações de $+45$ graus e -45 graus e todo resto é zero em relação ao ângulo de inclinação do meio (parâmetro θ). Os parâmetros ϵ e δ tem os valores de 0.24 e 0.1, respectivamente, como mostrado.

Parâmetro	Definição	Valor
Nx, Nz	Dimensão do eixo x e z	601,301 pontos
h	Espaçamento da malha em x e z	6 pontos
Δt	Taxa de amostragem no tempo	$0.5ms$
f_{corte}	Frequência de corte	$30Hz$
$kobs, kzf$	Profundidade dos receptores e da fonte	3,3 pontos
Nt	Quantidade de passos de tempo	4000 pontos
$Nshot$	Quantidade total de tiros	100
$dshot$	Espaçamento entres os tiros	6 pontos
$Nrec$	Quantidade de receptores	601

Tabela 5.1: Parâmetros utilizados no modelo calha

Para este modelo o sismograma sintético foi gerado por meio da equação 2.40. Em relação a geometria de aquisição, foi simulado um levantamento com *spread* fixo, ou seja, os receptores ficam parados e apenas a fonte sísmica se desloca. Ao todo na modelagem foram dados um total de 100 tiros, espaçados a cada $6m$ no modelo e com uma profundidade de $18m$. Os receptores foram posicionados ao longo de todo o modelo na dimensão x , com profundidade de $18m$. Todos os parâmetros da modelagem e da RTM podem ser consultados na tabela 5.1.

Neste experimento a RTM foi aplicada a dois casos, sendo eles: isotrópico e TTI. Cada imagem foi obtida por meio da aplicação do algoritmo de RTM pré-empilhamento, discutido no capítulo 4. As imagens foram obtidas parcialmente, tiro-a-tiro, de modo que no final todas as imagens parciais foram somadas. Os resultados obtidos são mostrados nas figuras 5.5 e 5.6.

Em relação as imagens, 5.5 e 5.6, é possível notar que por mais que o modelo criado seja simples, é nítido a diferença entre as duas imagens quando se considera a anisotropia do meio. Percebe-se que a energia é melhor focalizada na imagem produzida utilizando o operador pseudo-acústico TTI ao invés do operador isotrópico. Outro detalhe importante é o posicionamento incorreto dos refletores em profundidade, no qual constata-se este fato na imagem produzida pela RTM isotrópica. Todos esses efeitos indesejados é devido ao uso de um operador não apropriado para o meio no qual se quer imagear. Quando é levado em consideração a anisotropia do meio, no caso TTI, além de a velocidade de propagação da onda ser estimada mais precisamente durante a modelagem, considera-se também o ângulo do eixo de simetria do meio, conseqüentemente, resultando em um imageamento mais preciso das estruturas em subsuperfície.

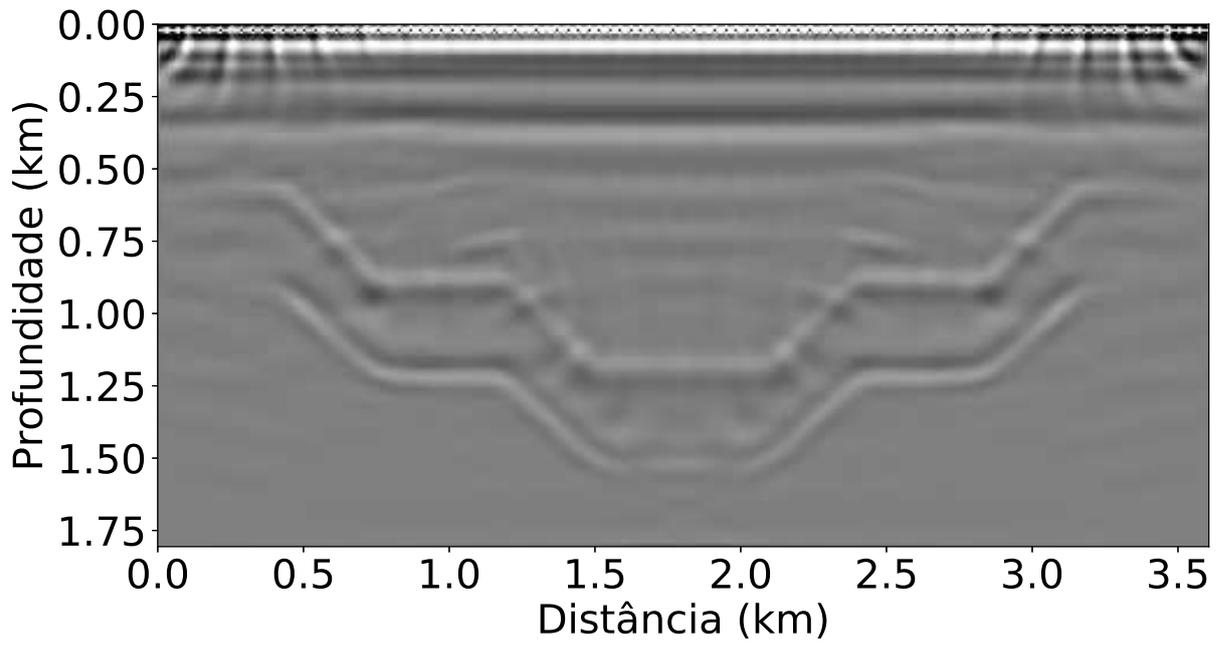


Figura 5.5: Imagem RTM isotrópica modelo calha

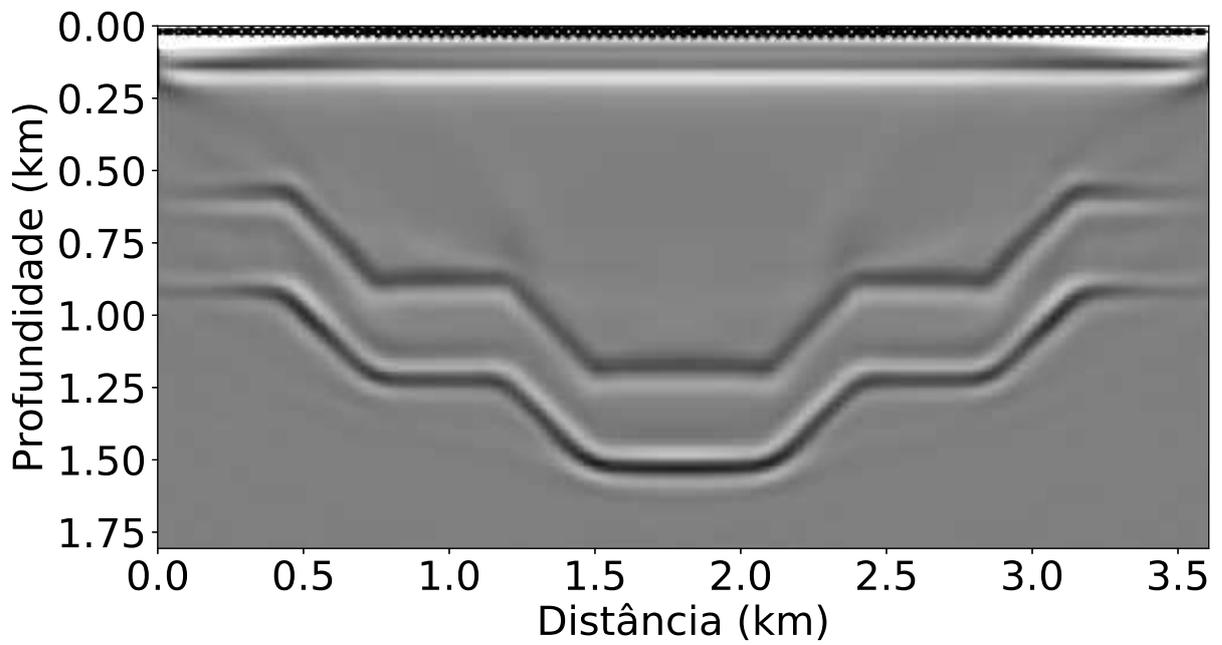


Figura 5.6: Imagem RTM TTI modelo calha.

5.3 Estudo de caso 3: modelo anticlinal

O estudo de caso 3 corresponde a aplicação da RTM em um modelo com geometria anticlinal. Formações geológicas com feições anticlinais são uma das componentes para uma armadilha estrutural de petróleo, no qual é provocada pelo tectonismo do meio ou em decorrência do movimento do sal na subsuperfície; diapirismo (CAI-NENG *et al.*, 2015). Assim, criou-se um modelo simulando um reservatório de petróleo contendo apenas uma camada anisotrópica TTI, cujo o ângulo de inclinação do meio estão em sentidos oposto de $+35$ graus e -35 graus.

O modelo criado possui $7.206Km$ na dimensão x por $3.606Km$ na dimensão z . Em relação ao modelo de velocidade de onda P, inicialmente contém uma lâmina d'água com velocidade de $1500m/s$, após isso a velocidade aumenta $500m/s$ em cada camada, a não ser pelo corpo de sal com velocidade de $4500m/s$, o embasamento de $5000m/s$ e a velocidade do óleo de $1325m/s$. Na camada anisotrópica acima do sal os valores de ϵ , δ e θ são de 0.15, 0.1 e ± 35 graus, respectivamente. Todos os modelos podem ser consultado no conjunto de figuras 5.7.

Pra aplicação da RTM foi utilizado um modelo de velocidade suavizado através da aplicação de uma média móvel no dado de vagarosidade¹ e depois retornou-se para o modelo de velocidade. O dado de tiro sintético foi gerado com o operador pseudo-acústico TTI e ao todo foram dados 100 tiros no modelo. A geometria de aquisição utilizada foi igual ao utilizado no caso 2, com *spread* fixo e movimentando apenas a fonte sísmica. Todos os parâmetros utilizados são mostrados na tabela 5.2 e as imagens obtidas são mostradas nas figuras 5.8 e 5.9.

Parâmetro	Definição	Valor
Nx, Nz	Dimensão do eixo x e z	1201,601 pontos
h	Espaçamento da malha em x e z	6 pontos
Δt	Taxa de amostragem no tempo	0.3ms
f_{corte}	Frequência de corte	30Hz
$kobs, kzf$	Profundidade dos receptores e da fonte	5,5 pontos
Nt	Quantidade de passos de tempo	12000 pontos
$Nshot$	Quantidade total de tiros	100
$dshot$	Espaçamento entres os tiros	12 pontos
$Nrec$	Quantidade de receptores	1201

Tabela 5.2: Parâmetros utilizados no modelo anticlinal

No estudo de caso 3 foram aplicados duas migrações, sendo elas uma para o caso acústico e uma para o TTI. Em ambas as aplicações os parâmetros da modelagem e da RTM permaneceram o mesmo, mudando apenas os operadores de DF. Primeiramente, nota-se que a qualidade da imagem produzida na RTM TTI é superior

¹inverso da velocidade

a imagem RTM isotrópica. Na figura 5.8 é possível reparar nos erros de posicionamento das camadas quando comparado ao modelo de velocidade original. Isto ocorre devido ao uso de um operador acústico para a migração de um dado sísmico TTI, pois equação da onda acústica considera que o campo de onda P propaga-se isotropicamente no meio. Por outro lado, o operador TTI é capaz de posicionar corretamente a energia da onda sísmica na posição correta dos refletores, pois o mesmo considera a anisotropia do meio.

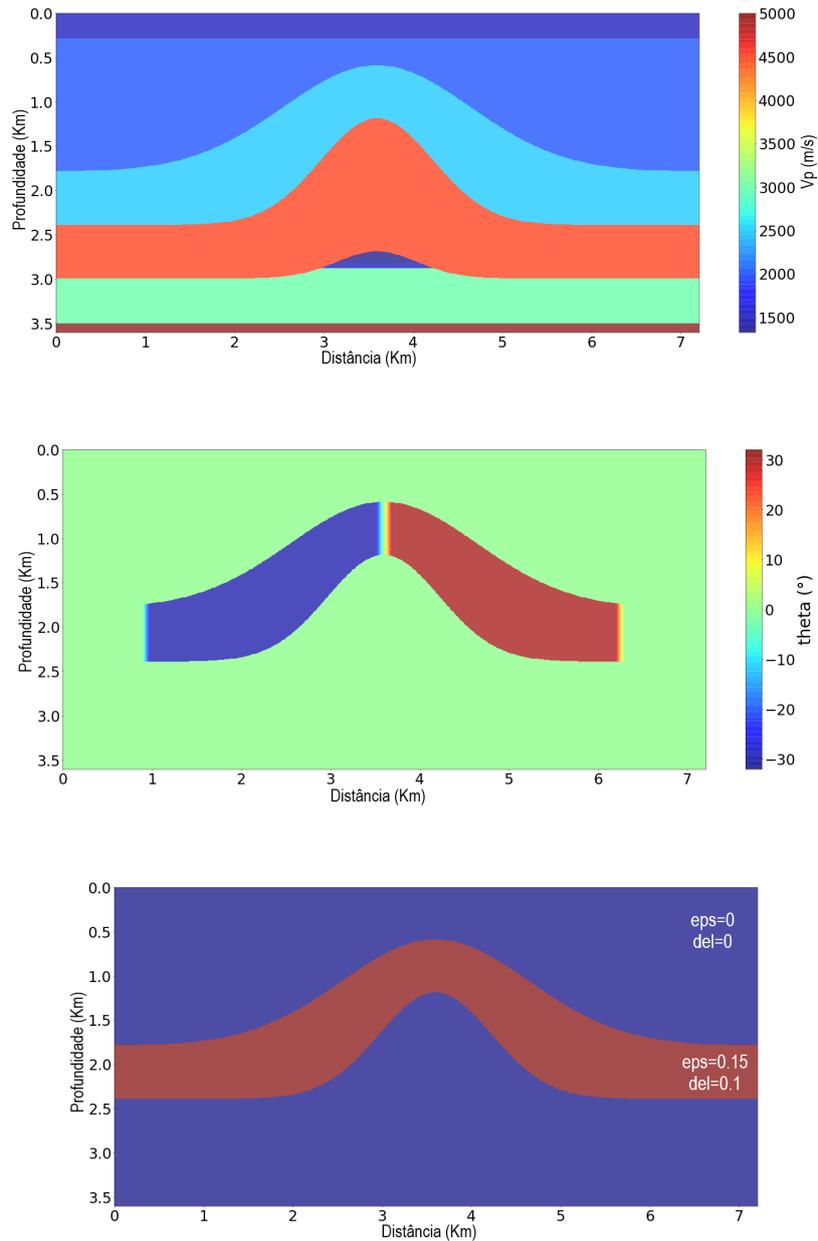


Figura 5.7: Modelo anticlinal com os parâmetros: V_p , θ , ϵ e δ

Outra característica notável nas imagens é a anomalia de alta amplitude na região superior do reservatório. Isto é devido ao alto contraste de impedância acústica na interface que separa o sal e o óleo, isto é, a onda é transmitida de um meio

de alta velocidade (sal) para um meio com baixa velocidade (óleo). Este tipo de característica pode é usado como um atributo sísmico, no qual pode ser um indicador da presença de hidrocarbonetos em reservatórios.

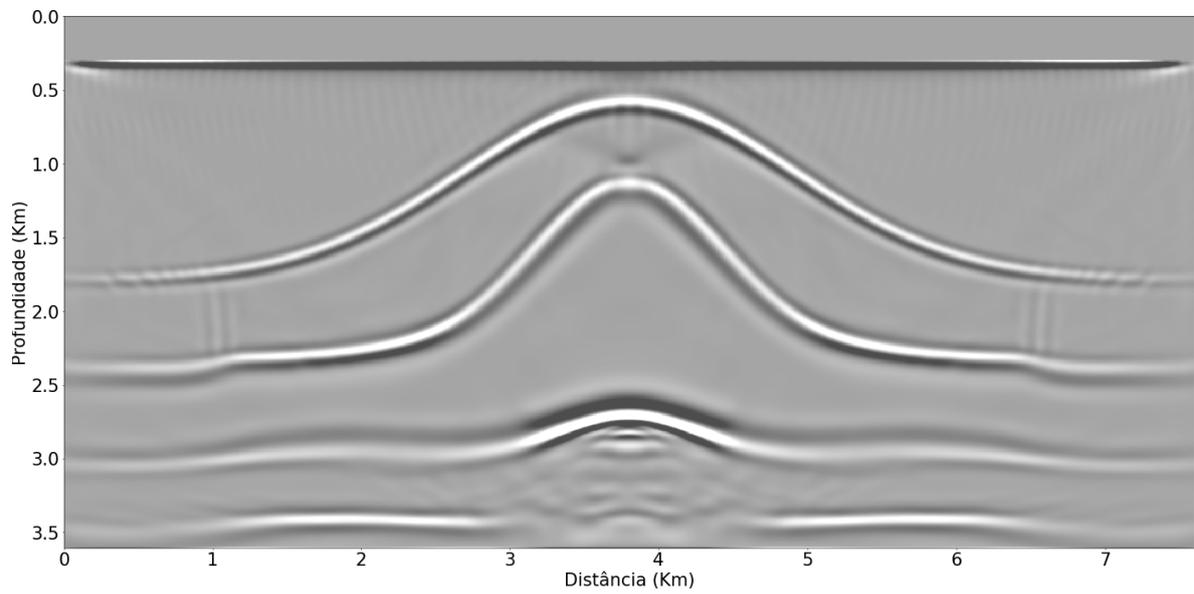


Figura 5.8: Imagem RTM isotrópica anticlinal

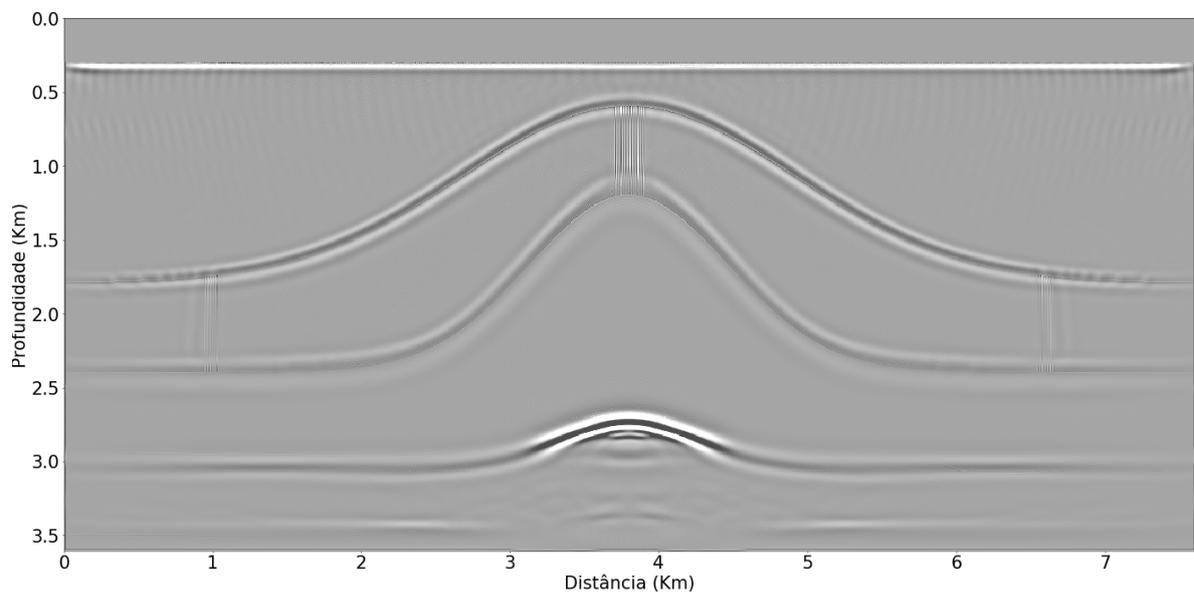


Figura 5.9: Imagem RTM TTI anticlinal

5.4 Estudo de caso 4: Benchmark BP TTI 2007

No estudo de caso 4 foi migrado parte do modelo *benchmark* BP TTI 2007. Este modelo foi criado por Hemang Shah através de uma modelagem elástica de diferenças finitas e foi disponibilizado através de um dos websites da SEG² como cortesia pela *BP Exploration Operation Company Limited* (“BP”). O dado Benchmark BP TTI 2007 é um dado que embora apresente uma geologia complexa, é bastante utilizado com a finalidade de migração devido a sua alta similaridade com um dado real. A

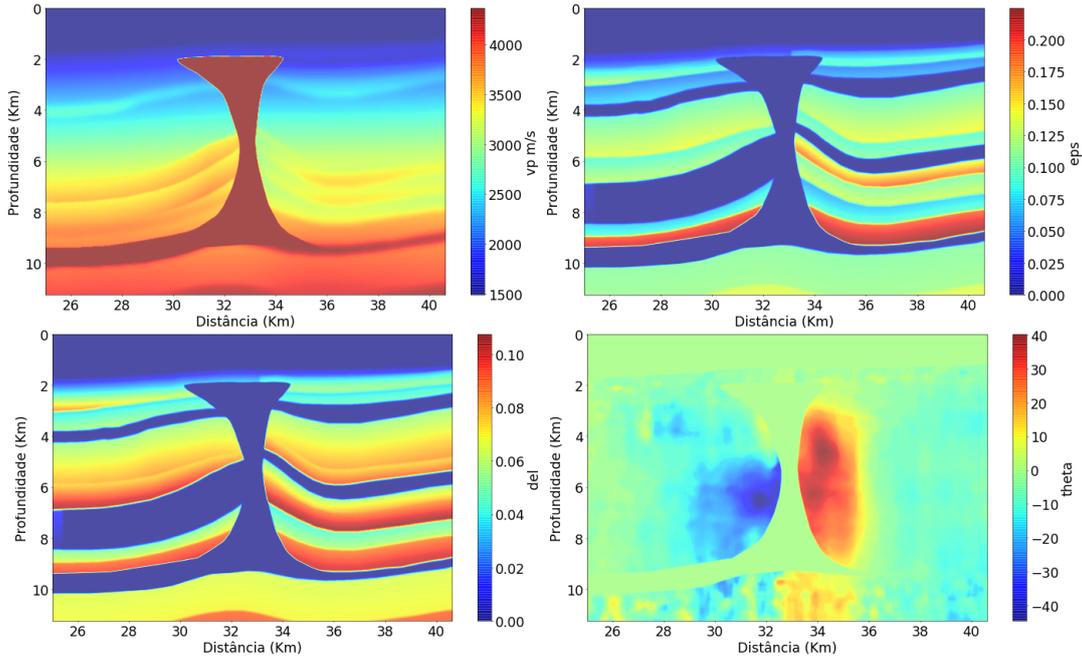


Figura 5.10: Modelo BP TTI 2007 com os parâmetros: V_p , ϵ , δ e θ

parte do modelo que foi migrada varia de 25km a $40,625\text{km}$ na direção do eixo x . O dado de tiro *benchmark* foi gerado com uma geometria de aquisição *END-ON*, onde o comprimento do *streamer* é igual a 10km e *offset* mínimo e máximo são de $37,25\text{m}$ e $10,025\text{m}$, respectivamente. A profundidade da fonte é de 6m e dos receptores é 8m . Originalmente, o intervalo entre os tiros é de 50m e foram dados um total de 1641 tiros em todo o modelo, sendo o número de receptores igual a 800 e espaçados a cada $12,5\text{m}$. O tempo total de registro dos campos no levantamento é de $9,208\text{s}$ amostrados a uma taxa de 8ms no tempo. Os parâmetros da diferença finitas usados para modelar a propagação das ondas para a RTM foram de $h = 6,25\text{m}$ e $\Delta t = 0,5\text{ms}$ com uma frequência de corte igual a 45Hz . Os operadores usados para migrar o dado foram de quarta ordem no espaço e segunda ordem no tempo para o caso isotrópico acústico e oitava ordem no espaço e segunda ordem no tempo para o caso TTI pseudo-acústico.

²*Society of exploration geophysicists*

Uma característica marcante nessa parte do modelo é a variação abrupta no ângulo em relação ao eixo de simetria do modelo θ próximo a região mais delgada do corpo do sal (figura 5.10), apresentando um variação de aproximadamente $+45$ e -45 graus. Este tipo de característica é capaz de causar instabilidade na modelagem direta, gerando nas imagens eventos espúrios que não tem haver com o modelo. Além disso, o alto contraste apresentado no parâmetros anisotrópicos ϵ e δ podem também resultar em instabilidades na modelagem. Sendo assim, foi realizada uma suavização dos parâmetros ϵ , δ e θ , pois assim evita-se que haja a presença de fortes contraste nestes parâmetros, isto é, tornando a variação de seus valores suave. No total foram realizados duas migrações, uma para o caso isotrópico e outra para o caso TTI. Em relação a quantidade de tiros foi escolhido 20 tiros para obter cada imagem. As imagens obtidas são mostradas nas figuras 5.11 e 5.12.

Na imagem 5.12 é perceptível que a RTM TTI produz uma imagem com a melhor qualidade, principalmente próximo aos flancos do sal, na parte mais delgada. Nesta parte o modelo apresenta fortes contrastes no ângulo do eixo de simetria, e a imagem produzida pela RTM TTI, foi capaz de reposicionar a energia dos refletores de maneira correta levando em consideração o ângulo correto dos refletores. Embora tenha-se dado apenas 20 tiros em todo o modelo, este experimento foi capaz de mostrar as principais diferenças nas imagens para um dado sísmico bastante complexo, como é o caso do BP TTI 2007. Em seguida foi gerada as imagens para 100 tiros distribuídos no modelo.

Com esta quantidade maior de informação, as imagens ficaram com uma maior resolução evidenciando mais os refletores e os erros de posicionamento na imagem produzida pela RTM acústica isotrópica (figura 5.13) e, por outro lado mostra de maneira mais clara a superioridade da imagem produzida pela migração RTM pseudo-acústica TTI (figura 5.14). Para uma melhor análise das imagens, foi dado um destaque para uma pequena parte do modelo BP TTI 2007, no qual corresponde dos 30 aos 33km no eixo- x e 8 aos 11km no eixo- z , mostrado na figura 5.15. Os erros de posicionamento dos refletores próximos ao flanco do sal (indicado através da seta amarela) são mais proeminentes quando as imagens 5.16 e 5.17 são comparadas.

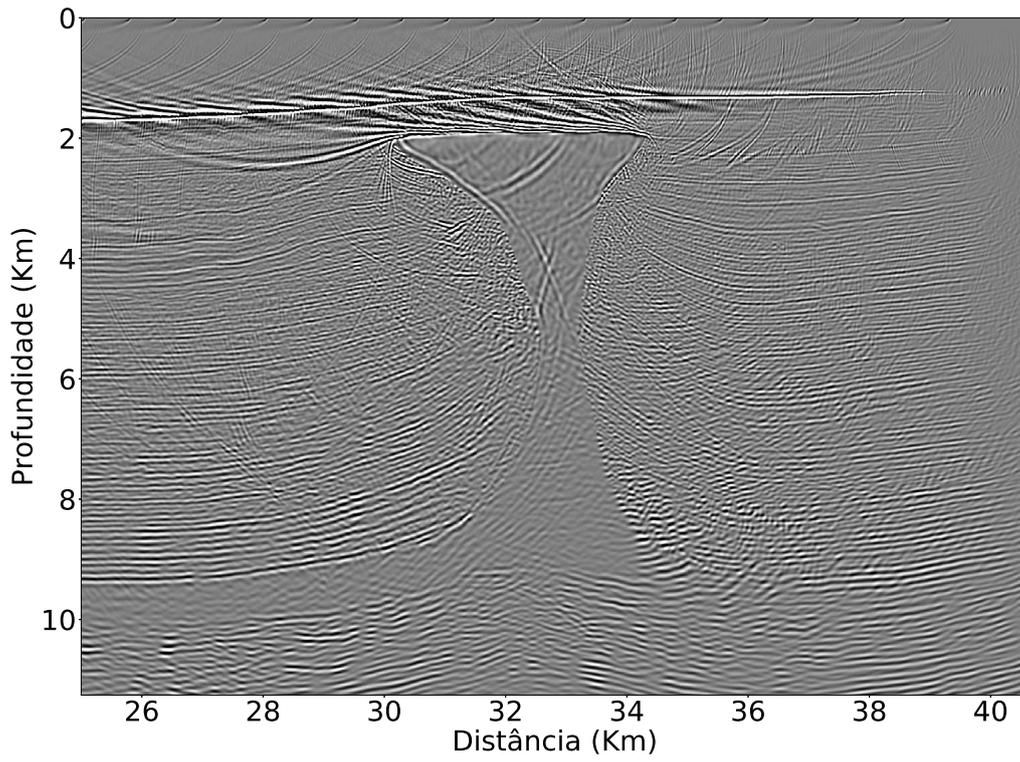


Figura 5.11: Imagem RTM isotrópica - 20 tiros.

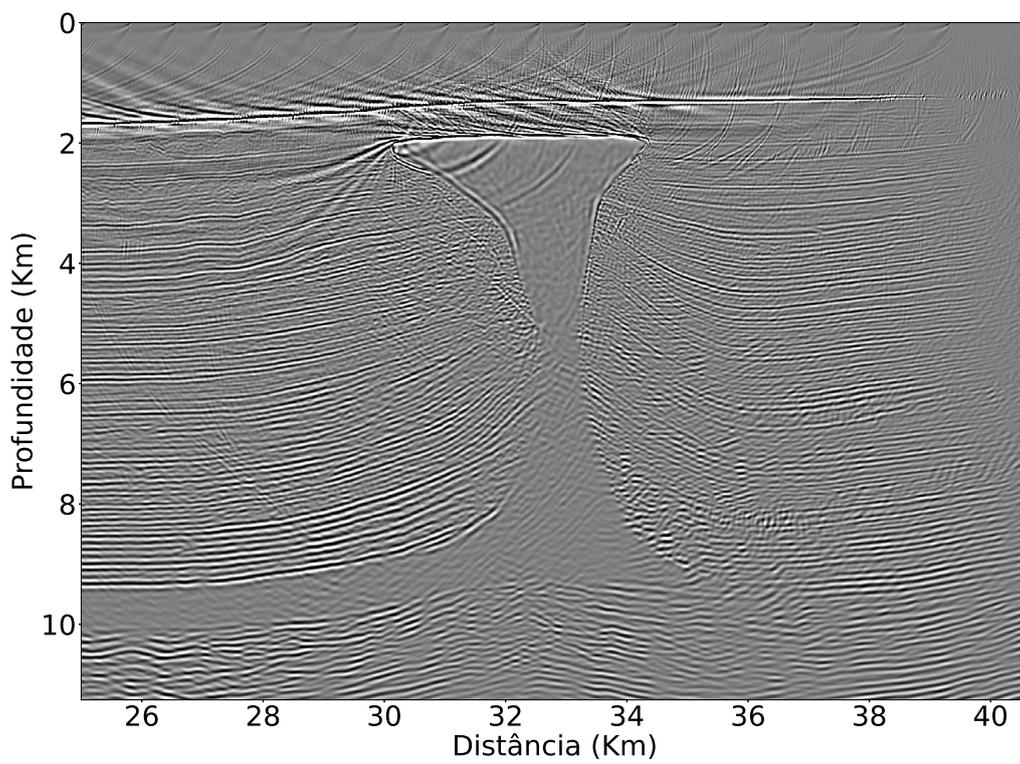


Figura 5.12: Imagem RTM TTI - 20 tiros.

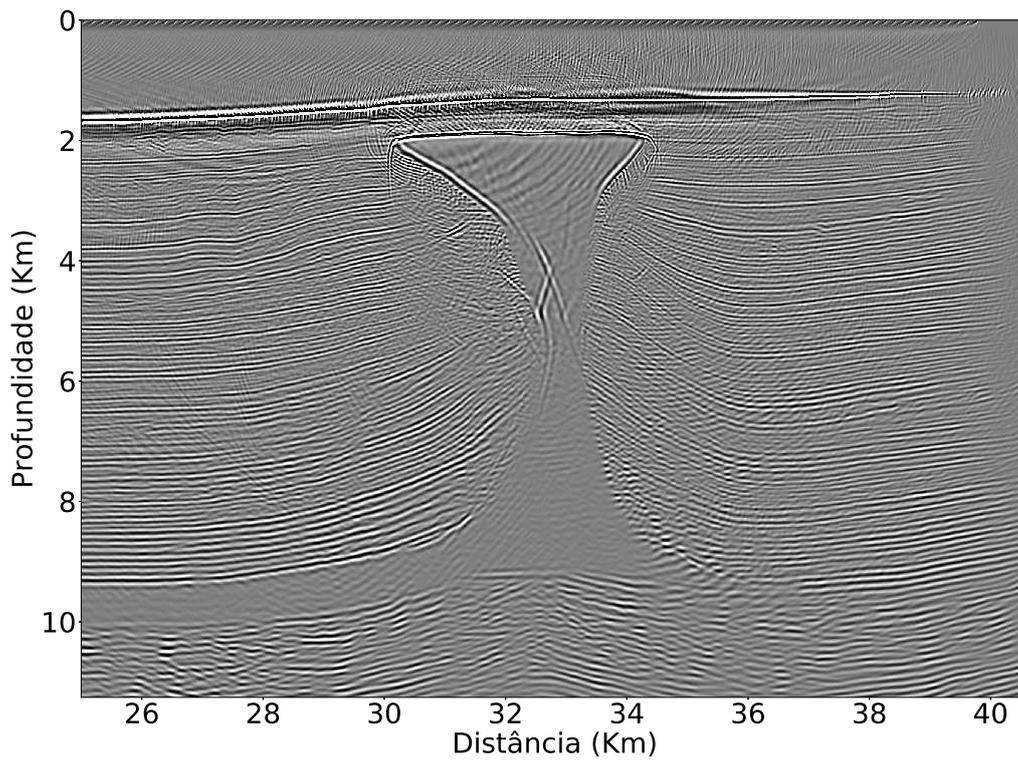


Figura 5.13: Imagem RTM isotrópica - 100 tiros.

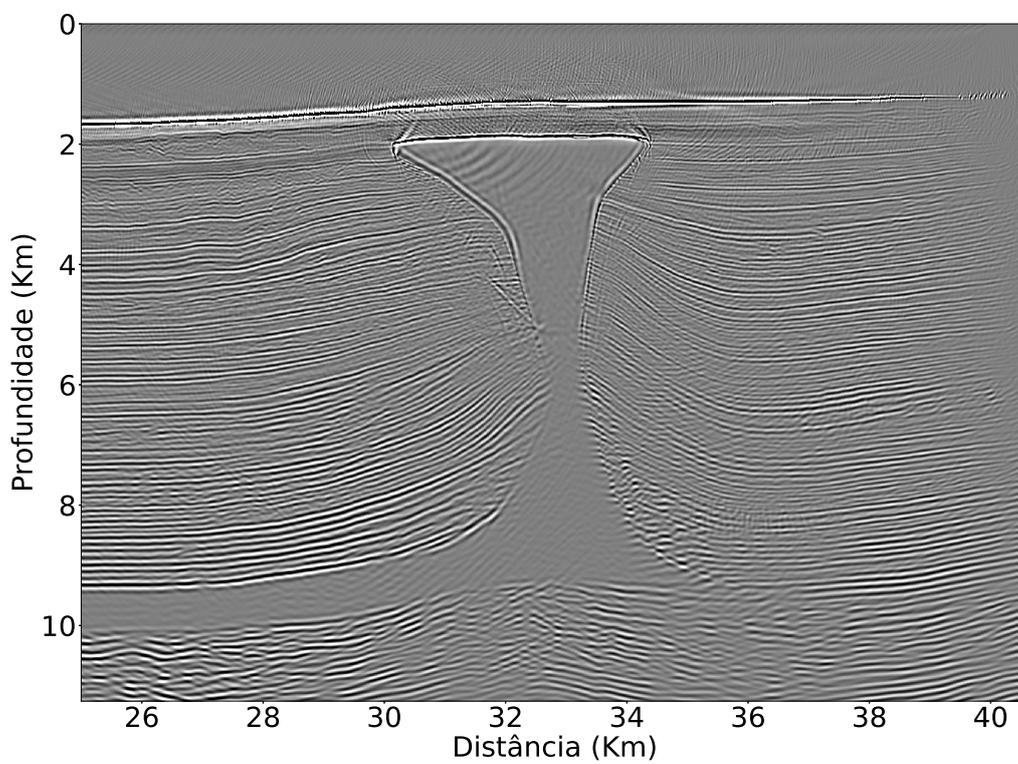


Figura 5.14: Imagem RTM TTI - 100 tiros.

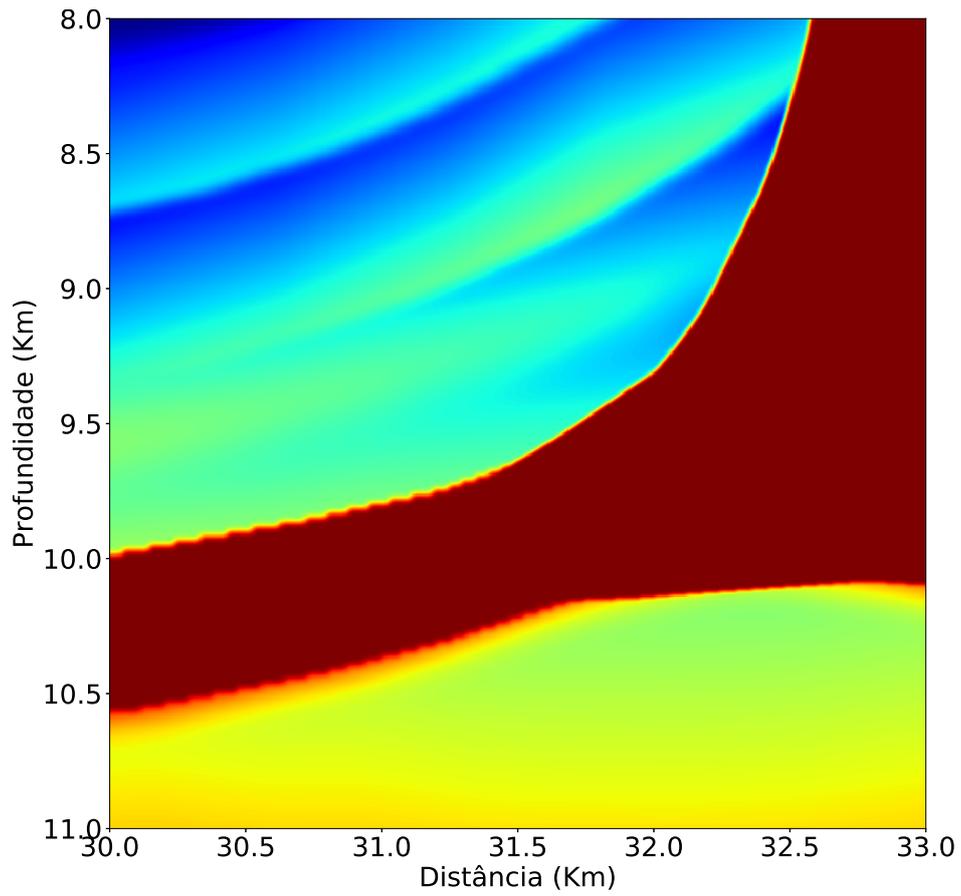


Figura 5.15: Modelo real velocidade onda-P.

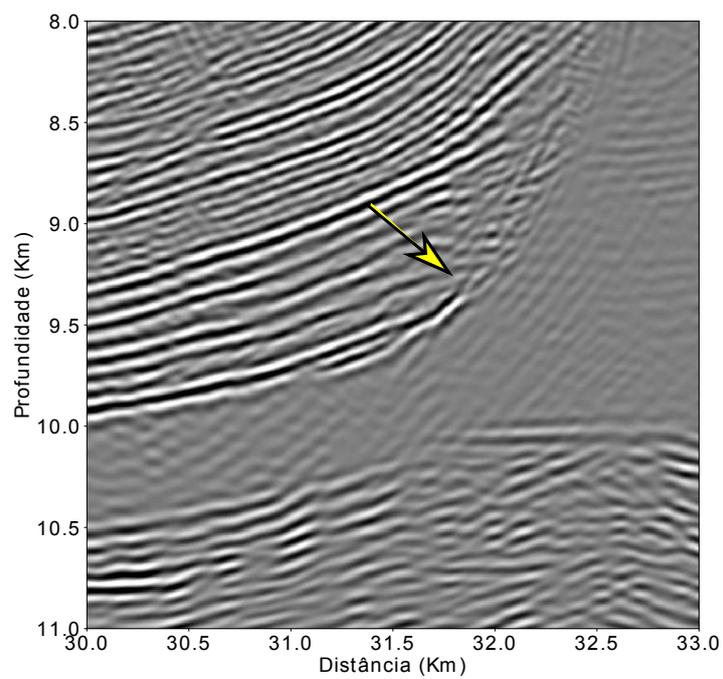


Figura 5.16: Imagem isotrópica: detalhe.

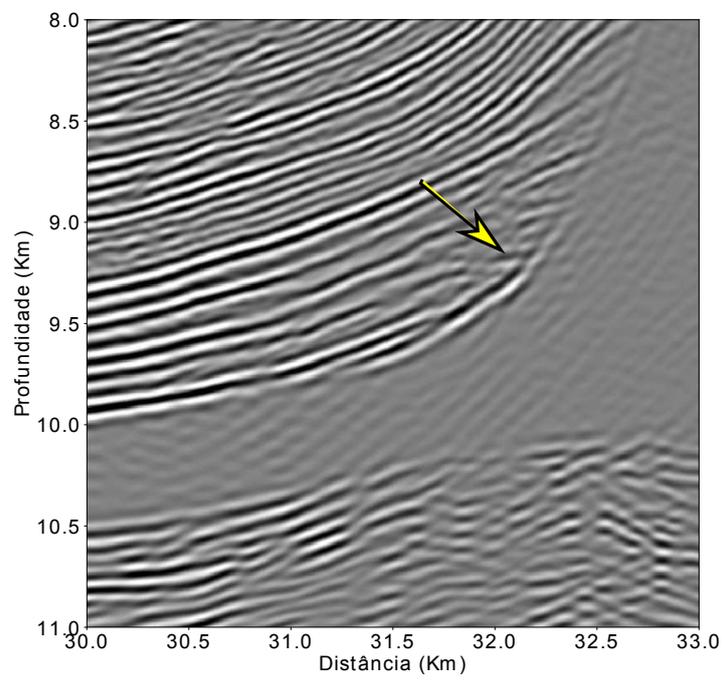


Figura 5.17: Imagem RTM TTI: detalhe.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

Neste trabalho, foram estudados e implementados algoritmos de migração RTM com o objetivo de imagear meios com simetria transversa vertical, em especial, aqueles com eixo de simetria inclinado. Os algoritmos implementados foram para o caso pré-empilhamento, aplicados tiro a tiro.

No primeiro estudo de caso, foi realizado o estudo do comportamento cinemático da onda q-SV em meios VTI e TTI através da análise dos *snapshots* das ondas em diferentes tempos em um meio homogêneo e heterogêneo de duas camadas plano paralelas. Como mencionado anteriormente, notou-se em nossos experimentos que este valor é capaz de remover as triplicações da frente de onda-qSV, e assim, é capaz de tornar a modelagem numérica mais estável. Outro ponto importante analisado é em relação ao baixo coeficiente de reflexão da onda-qSV, descrito pela equação 2.43, no qual por meio do parâmetro σ é possível atenuar a reflexão da onda-qSV no meio de modo que a sua contribuição seja a mínima na modelagem sísmica.

Os experimentos de migração RTM realizados neste trabalho foram desenvolvidos em três estudos de casos. Em cada estudo foram elaborado dois imageamentos, uma para o caso isotrópico e outra para o TTI. No primeiro estudo de caso, criou-se um modelo sintético com a geometria de uma calha, onde pode-se constatar nas imagens obtidas as principais diferenças, principalmente aquelas associada a erros de posicionamento dos refletores na camada anisotrópica do modelo. Embora este é um exemplo simples de modelo anisotrópico, foi possível notar a influência da anisotropia TTI na recuperação das principais características do modelo.

No segundo estudo de caso foi realizada a RTM no modelo anticlinal. Este modelo tem um grau de complexidade maior que o modelo calha, e tem como objetivo simular um reservatório de petróleo convencional com a forma de uma anticlinal. Novamente foi possível identificar distorções e erros na imagem obtida pelo algoritmo isotrópico. Por outro lado, a imagem RTM TTI foi capaz de recuperar as principais características do modelo anticlinal, principalmente na camada anisotrópica, e além disso, foi perceptível a presença de artefatos na imagem. Estes artefatos são produtos

da correlação de remanescentes de onda-qSV na modelagem e a baixa suavização do modelo ângulo criado, pois neste temos um forte contraste nos valores e os artefatos ocorrem exatamente nas posições onde os ângulos mudam abruptamente.

O último modelo estudado foi o BP TTI 2007, o qual apresenta alta complexidade exibindo estruturas do tipo corpos de sal e falhas geológicas. Apenas uma porção deste modelo foi migrada, no qual é a parte que contém um corpo de sal. Na imagem isotrópica, os erros de posicionamento acumularam-se especialmente na parte mais delgada do sal, na qual há a presença de um forte contraste do ângulo do eixo de simetria. Isto ocorre devido a desconsideração da anisotropia presente no dado sísmico, ou seja, o algoritmo isotrópico é incapaz de reposicionar adequadamente a energia na posição correta dos refletores. Ao analisar as duas imagens é proeminente a qualidade superior da imagem produzida pelo algoritmo TTI comparado ao isotrópico, especialmente na parte destacada do modelo na figura 5.15. Em tal parte, percebe-se que a imagem TTI recupera os contornos da geometria da base do sal, lugar este que apresenta um forte contraste de velocidade e parâmetros anisotrópicos entre o sal e os horizontes estratigráficos.

Ainda que os experimentos desenvolvidos neste trabalho foram para casos sintéticos, torna-se evidente a relevância de levar em consideração a anisotropia no imageamento sísmico. Em um caso realístico, pode representar a diferença entre perfurar um reservatório de petróleo “seco” ou com presença de hidrocarbonetos, pois quando desconsidera-se a anisotropia obtemos erros de posicionamentos dos refletores. Neste trabalho também mostrou-se as vantagens de utilizar as equações pseudo-acústicas em meios TTI, pois esta formulação apresenta soluções práticas e são menos dispendiosas computacionalmente comparados a formulações elásticas.

Além de meios TTI, existem outros tipos de meios anisotrópicos mais complexos e que são temas de contínua pesquisa, no qual é possível estender o estudo do imageamento para meios ortorrômbicos (ORT) e ortorrômbicos inclinado (T-ORT). Outra abordagem também utilizada em meios anisotrópicos, como proposto nos trabalhos de PESTANA *et al.* (2011), ZHAN *et al.* (2012) e ZHAN *et al.* (2013), é o uso de equações com modos de onda-qP puros, sem remanescentes de onda q-SV. Este tipo de equação é importante pois consegue remover possíveis influências no imageamento da correlação de onda-qSV. Por outro lado, aumenta o custo computacional já que é necessário realizar uma transformada de Fourier para propagar a onda no domínio da frequência.

Uma característica importante também a ser explorada é a utilização das formulações pseudo-acústicas de RTM em algoritmos de FWI para estimar os parâmetros elásticos, já que ambos os métodos necessitam realizar uma modelagem direta e são baseados na equação da onda.

Referências Bibliográficas

- ALFORD, R., KELLY, K., BOORE, D. M., 1974, “Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation”, *Geophysics*, v. 39, n. 6, pp. 834–842.
- ALKHALIFAH, T., 2000, “An acoustic wave equation for anisotropic media”, *Geophysics*, v. 65, n. 4, pp. 1239–1250.
- BAYSAL, E., KOSLOFF, D. D., SHERWOOD, J. W., 1983, “Reverse time migration”, *Geophysics*, v. 48, n. 11, pp. 1514–1524.
- BERKHOUT, A. J., 2012, *Seismic Migration: Imaging of Acoustic Energy by Wave Field Extrapolation: Imaging of Acoustic Energy by Wave Field Extrapolation*. Elsevier.
- BULCÃO, A., 2004, “Modelagem e migração reversa no tempo empregando operadores elásticos e acústicos”, *Tese de Doutorado-UFRJ: PEC/COPE*.
- CAINENG, Z., GUANGMING, Z., ZHANG, G., et al., 2015, “Formation, distribution, potential and prediction of global conventional and unconventional hydrocarbon resources”, *Petroleum Exploration and Development*, v. 42, n. 1, pp. 14–28.
- CERJAN, C., KOSLOFF, D., KOSLOFF, R., et al., 1985, “A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations”, *Geophysics*, v. 50, n. 4, pp. 705–708.
- CHANG, W.-F., MCMECHAN, G. A., 1986, “Reverse-time migration of offset vertical seismic profiling data using the excitation-time imaging condition”, *Geophysics*, v. 51, n. 1, pp. 67–84.
- CLAERBOUT, J. F., 1971, “Toward a unified theory of reflector mapping”, *Geophysics*, v. 36, n. 3, pp. 467–481.
- COLLATZ, L., 2012, *The numerical treatment of differential equations*, v. 60. Springer Science & Business Media.

- DI BARTOLO, L., LOPES, L., RANGEL LEMOS, L. J., 2017, “High-order finite-difference approximations to solve pseudoacoustic equations in 3D VTI media”, *Geophysics*, v. 82, n. 5, pp. T225–T235.
- DU, X., FLETCHER, R., FOWLER, P., 2008, “A new pseudo-acoustic wave equation for VTI media”. In: *70th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2008*.
- DUVENECK, E., MILCIK, P., BAKKER, P. M., et al., 2008, “Acoustic VTI wave equations and their application for anisotropic reverse-time migration”. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*, Society of Exploration Geophysicists, pp. 2186–2190.
- FLETCHER, R. P., DU, X., FOWLER, P. J., 2009, “Reverse time migration in tilted transversely isotropic (TTI) media”, *Geophysics*, v. 74, n. 6, pp. WCA179–WCA187.
- FOWLER, P. J., DU, X., FLETCHER, R. P., 2010, “Coupled equations for reverse time migration in transversely isotropic media”, *Geophysics*, v. 75, n. 1, pp. S11–S22.
- GRECHKA, V., ZHANG, L., RECTOR III, J. W., 2004, “Shear waves in acoustic anisotropic media”, *Geophysics*, v. 69, n. 2, pp. 576–582.
- IKELLE, L. T., AMUNDSEN, L., 2018, *Introduction to petroleum seismology*. Society of Exploration Geophysicists.
- JONES, I., 2014, “Tutorial: migration imaging conditions”, *First Break*, v. 32, n. 12, pp. 45–55.
- KLÍE, H., TORO, W., 2001, “A new acoustic wave equation for modeling in anisotropic media”. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2001*, Society of Exploration Geophysicists, pp. 1171–1174.
- PESTANA, R. C., URSIN, B., STOFFA, P. L., 2011, “Separate P-and SV-wave equations for VTI media”. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*, Society of Exploration Geophysicists, pp. 163–167.
- RAMÍREZ, A. C., WEGLEIN, A. B., 2009, “Green’s theorem as a comprehensive framework for data reconstruction, regularization, wavefield separation, seismic interferometry, and wavelet estimation: A tutorial”, *Geophysics*, v. 74, n. 6, pp. W35–W62.
- STRIKWERDA, J. C., 2004, *Finite difference schemes and partial differential equations*, v. 88. Siam.

- THOMSEN, L., 1986, “Weak elastic anisotropy”, *Geophysics*, v. 51, n. 10, pp. 1954–1966.
- TSVANKIN, I., 2012, *Seismic signatures and analysis of reflection data in anisotropic media*. Society of Exploration Geophysicists.
- WAPENAAR, C. P. A., 2014, *Elastic wave field extrapolation: Redatuming of single-and multi-component seismic data*, v. 2. Elsevier.
- XU, S., ZHOU, H., 2014, “Accurate simulations of pure quasi-P-waves in complex anisotropic media”, *Geophysics*, v. 79, n. 6, pp. T341–T348.
- YILMAZ, Ö., 2001, *Seismic data analysis: Processing, inversion, and interpretation of seismic data*. Society of exploration geophysicists.
- ZHAN, G., PESTANA, R. C., STOFFA, P. L., 2012, “Decoupled equations for reverse time migration in tilted transversely isotropic media”, *Geophysics*, v. 77, n. 2, pp. T37–T45.
- ZHAN, G., PESTANA, R. C., STOFFA, P. L., 2013, “An efficient hybrid pseudospectral/finite-difference scheme for solving the TTI pure P-wave equation”, *Journal of Geophysics and Engineering*, v. 10, n. 2, pp. 025004.
- ZHOU, H., ZHANG, G., BLOOR, R., 2006, “An anisotropic acoustic wave equation for VTI media”. In: *68th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2006*.
- ZHU, J., LINES, L. R., 1998, “Comparison of Kirchhoff and reverse-time migration methods with applications to prestack depth imaging of complex structures”, *Geophysics*, v. 63, n. 4, pp. 1166–1176.
- ZHU, T., 2014, “Time-reverse modelling of acoustic wave propagation in attenuating media”, *Geophysical Journal International*, v. 197, n. 1, pp. 483–494.

Apêndice A

Solução da equação de Christoffel para o meio VTI

Neste apêndice é demonstrado a solução da equação de Christoffel para meios VTI afim de se obter os autovalores da equação 2.21, ou seja, as velocidades de fase. Será demonstrado a equação apenas para o plano $[x_1 - x_3]$, onde há os modos de onda qP e qSV.

Uma vez conhecida a matriz de rigidez elástica para o meio VTI, a matriz de Christoffel ($G_{ik} = C_{ijkl}n_jn_l$) torna-se:

$$G_{11} = C_{11}n_1^2 + C_{66}n_2^2 + C_{55}n_3^2, \quad (\text{A.1})$$

$$G_{22} = C_{66}n_1^2 + C_{11}n_2^2 + C_{55}n_3^2, \quad (\text{A.2})$$

$$G_{33} = C_{55}(n_1^2 + n_2^2) + C_{33}n_3^2, \quad (\text{A.3})$$

$$G_{12} = (C_{11} - C_{66})n_1n_2, \quad (\text{A.4})$$

$$G_{13} = (C_{13} + C_{55})n_1n_3, \quad (\text{A.5})$$

$$G_{23} = (C_{13} - C_{55})n_2n_3. \quad (\text{A.6})$$

Para obtermos a velocidade de fase é necessário aplicar o determinante na equação 2.21. Considerando o plano $[x_1 - x_3]$, ou seja ($U_2 = 0$), e $n_1 = \sin(\theta)$, $n_3 = \cos(\theta)$ a equação de Christoffel torna-se:

$$\begin{pmatrix} C_{11}\sin(\theta) - C_{55}\cos(\theta) - \rho V^2 & (C_{13} + C_{55})\sin(\theta)\cos(\theta) \\ (C_{13} + C_{55})\sin(\theta)\cos(\theta) & C_{55}\sin(\theta) - C_{33}\cos(\theta) - \rho V^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_3 \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (\text{A.7})$$

Para uma onda viajando ao longo do eixo de simetria ($\theta = 0$) obtemos a velocidade de fase para a onda qP polarizada na direção de propagação

$$V_{qP} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}; \quad U_1 = 0, U_3 = 1 \quad (\text{A.8})$$

e para onda qSV polarizada no plano horizontal

$$V_{SV} = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}}; \quad U_1 = 1, U_3 = 0. \quad (\text{A.9})$$

Agora considerando uma onda viajando no plano ($\theta = 90^\circ$), temos:

$$V_{qP} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}; \quad U_1 = 0, U_3 = 1 \quad (\text{A.10})$$

e para onda qSV polarizada no plano horizontal

$$V_{SV} = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}}; \quad U_1 = 1, U_3 = 0. \quad (\text{A.11})$$

As equações descritas mostram que a velocidade de onda qP é diferente na direção vertical e horizontal enquanto para a onda qSV, são iguais. Para uma viajando sob qualquer ângulo a equação da velocidade de fase é descrita como:

$$\begin{aligned} 2 \quad \rho V^2(\theta) &= (C_{11} + C_{55}) \sin^2 \theta + (C_{11} + C_{55}) \cos^2 \theta \\ &\pm \sqrt{[(C_{11} - C_{55}) \sin^2 \theta - (C_{33} - C_{55}) \cos^2 \theta]^2 + 4(C_{11} + C_{55})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

no qual o sinal na frente do termo da raiz quadrada é positivo para onda qP e negativo para a onda qSV. A equação A.12 fornece pouca noção física na relação entre a velocidade de fase e as propriedades elásticas do meio. Neste contexto a notação de Thomsen atribui um claro significado físico em relação aos parâmetros anisotrópicos.