

DIVISÃO DE PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CARACTERIZAÇÃO DA BACIA DE SÃO FRANCISCO:  
INTEGRAÇÃO GEOFÍSICA E INVERSÃO CONJUNTA  
DE DADOS MT, SÍSMICOS, MAGNÉTICOS E  
GRAVIMÉTRICOS**

Flora Ferreira Solon

Orientador

Sergio L. Fontes

Rio de Janeiro

2013

"CARACTERIZAÇÃO DA BACIA DE SÃO FRANCISCO INTEGRAÇÃO GEOFÍSICA E  
INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS MT, SÍSMICOS, MAGNÉTICOS E  
GRAVIMÉTRICOS"

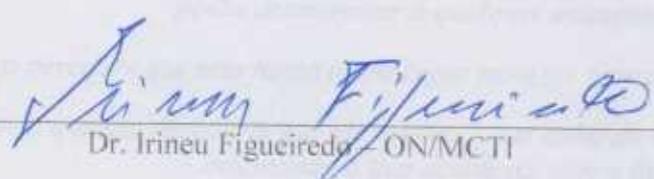
FLORA FERREIRA SOLON

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRA  
EM GEOFÍSICA.

Aprovada por:

  
Dr. Sérgio Luiz Fontes – ON/MCTI (orientador)

  
Dr. Marco Polo Pereira Buonora – Petrobras

  
Dr. Irineu Figueiredo – ON/MCTI

RIO DE JANEIRO – BRASIL

24 DE MAIO DE 2013

CARACTERIZAÇÃO DA BACIA DE SÃO FRANCISCO: INTEGRAÇÃO GEOFÍSICA E  
INVERSÃO CONJUNTA DE DADOS MT, SÍSMICOS, MAGNÉTICOS E GRAVIMÉTRICOS

Flora Ferreira Solon

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM GEOFÍSICA.

Aprovada por:

---

Dr. Sergio L. Fontes (orientador)

---

Dr. Marco Polo Pereira Buonora

---

Dr. Irineu Figueiredo

---

Dr. Marcelo Banik (Suplente)

---

Dr. Emanuelle Francesco La Terra (Suplente)

RIO DE JANEIRO - BRASIL  
2013

*“Era uma vez um equilibrista.*

*Vivia em cima de um fio, sobre um abismo.*

*Tinha nascido numa casa construída sobre o fio, e já tinha sido avisado de que a casa  
podia desmoronar a qualquer momento.*

*Mas logo percebeu que não havia outro lugar para ele morar.*

*O equilibrista ainda era bem jovem quando descobriu que ele mesmo é que tinha de ir  
inventando o que acontecia com o fio.*

...

*Respeitáveis outras pessoas!*

*Esta vida de equilibrista é perigosa, mas muito interessante. Por mim, fiz o que podia  
e achei que valeu a pena.”*

Trechos do livro “O equilibrista” de Fernanda Lopes Almeida.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha mãe e ao meu pai pelo amor e apoio incondicional. Também pelas histórias, canções, cenas e trovas que soam desde a meninice;

Às minhas irmãs Nina e Clara que colorem com suas ciências humanas a minha ciência exata, e que preenchem minha vida com suas experiências, pensamentos e amizade;

Ao Vanderrrei que caminhou comigo nesses dois anos de duas formas diferentes e igualmente extraordinárias. As brincadeiras, as danças e as descobertas contam histórias que estão marcadas nas entrelinhas deste trabalho;

Aos meus amigos das Terças da Alegria e para toda hora (em ordem alfabética) Diego, Leo, Miquelutti, Patty, Rodrigo e Saulo cuja presença em cada mesa de bar e cantoria me fez sentir o companheirismo, carinho e conforto;

Aos amigos do México (em ordem alfabética) Armando, Clemente, Lenin e Nancy, que apesar recentes, a situação fez com que se tornassem grandes;

Ao meu orientador Sergio Fontes por estimular e confiar em minha capacidade de seguir com a pesquisa;

Ao Dr. Luis Gallardo que contribuiu muito para a realização deste trabalho e sempre esteve disposto e acessível para esclarecer minhas dúvidas;

Aos membros da banca, professor Dr. Irineu Figueiredo e Dr. Marco Polo por aceitarem revisar e contribuir com a conclusão deste trabalho.

Ao Observatório Nacional que ofereceu todas as condições possíveis para a realização deste trabalho;

Ao CNPq pelo auxílio financeiro em forma de bolsa;

## SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	4
RESUMO .....	7
ABSTRACT.....	8
1. INTRODUÇÃO .....	9
2. CONTEXTO GEOLÓGICO .....	12
2.1. EMBASAMENTO .....	16
2.2. SUPERSEQUÊNCIA RIFTE .....	19
2.3. SUPERSEQUÊNCIA INTRACRATÔNICA .....	20
2.4. SUPERSEQUÊNCIA INTRACRATÔNICA/ANTEPAÍS.....	21
2.5. SUPERSEQUÊNCIA SANFRANCISCANA .....	21
3. DADOS GEOFÍSICOS.....	22
3.1. DADOS DE POÇO .....	23
3.2. DADOS MAGNETOTELÚRICOS.....	23
3.3. DADOS SÍSMICOS .....	25
3.4. DADOS GRAVIMÉTRICOS.....	29
3.5. DADOS MAGNETOMÉTRICOS.....	30
4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS UTILIZADOS .....	32
4.1. INVERSÃO MT.....	34
4.2. INVERSÃO CONJUNTA .....	36
4.2.1. O vínculo <i>cross-gradients</i> .....	43
4.2.2. Otimização.....	47
5. METODOLOGIA.....	52
5.1. AVALIAÇÃO DO ESTUDO MT .....	52
5.1.1. Construção dos modelos de inversão 2-D e abordagem de avaliação .....	54
5.2. MODELAGEM GRAVIMÉTRICA .....	57
5.3. INVERSÃO CONJUNTA .....	57
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	59

6.1. INVERSÃO 2D MT E COMPARAÇÃO COM A SÍSMICA DE REFLEXÃO .....	59
6.2. RESULTADOS DA INVERSÃO CONJUNTA .....	66
6.2.1. Inversão conjunta de dados gravimétricos e magnetométricos.....	66
6.2.2. Inversão conjunta de dados gravimétricos, magnetométricos e MT .....	74
6.2.3. Comparação entre modelos de densidade e magnetização .....	87
6.2.4. MT1 vs. GVMGMT03 .....	88
6.2.5. Comparação entre inversão conjunta e separada .....	93
6.2.6. Inversão conjunta de gravimetria, magnetometria, MT e sísmica .....	96
7. CONCLUSÕES.....	99
8. REFERÊNCIAS.....	102
APÊNDICE A .....	109
A.1. Problema Inverso .....	109

## RESUMO

Foi realizado um estudo para localizar o embasamento cristalino fraturado e um antigo reservatório carbonático de gás na bacia do São Francisco, Brasil, utilizando o método magnetotelúrico (MT) e uma metodologia de inversão conjunta. A caracterização de rochas carbonáticas é um problema na exploração de petróleo e gás quando se utiliza o método sísmico, já que a rocha apresenta altos valores para a velocidade sísmica. Propõe-se que a integração de diferentes métodos geofísicos irá fornecer informações acerca da distribuição de diferentes propriedades físicas em subsuperfície e caracterizar as rochas carbonáticas. No presente estudo, foram analisadas 43 sondagens MT colocadas ao longo de 4 linhas sísmicas previamente obtidas na região central da bacia do São Francisco no Brasil. As sondagens MT cobriram uma faixa de frequência de 0,01 a 100 Hz, sondando a estrutura resistividade até uma profundidade máxima de cerca de 15 km. Os dados das 4 linhas foram invertidos usando um algoritmo de inversão regularizada MT 2D. Para a avaliação do modelo MT analisaram-se perfis geofísicos do poço 1-RF-1MG e uma seção sísmica coincidente com um dos perfis MT. Para a abordagem de inversão conjunta utiliza-se a metodologia de inversão conjunta empregando um vínculo estrutural (Gallardo e Meju, 2004) aplicando a quatro conjuntos de dados: de reflexão sísmica terrestre, MT, gravimetria e magnetometria ao longo de um perfil de 100 km. É necessário determinar os parâmetros de processamento e inversão apropriados para melhor estimar a contribuição individual de cada tipo de dados geofísicos. Dessa forma, foram realizados diversos experimentos de inversão conjunta usando dois conjuntos de dados, três e, finalmente, os quatro conjuntos de dados. O desenvolvimento dos diversos modelos interpretativos durante os processos de inversão conjunta mostrou que a solução é principalmente controlada pelo incremento de características estruturais comuns em todos os modelos. Os resultados mostram que os grupos estratigráficos identificados na seção sísmica estão de acordo com as características estruturais reveladas pela inversão 2D MT. Foi também possível definir o embasamento compartimentado neste setor da Bacia do São Francisco, que não era claro na seção sísmica. Ao integrar todas as informações disponíveis, foi possível mapear o Grupo Bambuí, particularmente as formações carbonáticas Lagoa do Jacaré e Sete Lagoas, consideradas rochas fontes e rochas reservatório na história exploratória passada desta bacia.

**PALAVRAS CHAVE:** *Exploração de bacias sedimentares, reservatórios carbonáticos, inversão conjunta, imageamento magnetotelúrico, interpretação integrada.*

## ABSTRACT

An attempt is made to locate fractured crystalline basement and overlying carbonate reservoir underneath thick overburden at São Francisco basin in Brazil using the magnetotelluric (MT) technique and a cross-gradient joint inversion methodology. This is a major problem in oil and gas exploration in this basin using seismic reflection and it is proposed that MT will provide useful complimentary information. Besides, exploring the combined use of different geophysical methods will enhance the structural resemblance in the images that each one provides. In the present study, I analyzed 43 MT soundings collocated along 4 seismic survey lines in the central region of São Francisco basin in Brazil. The MT soundings covered a frequency range of 0.01 to 100 Hz, probing the subsurface resistivity structure down to a maximum depth of about 15 km. Data from all the 4 lines were inverted using a regularised 2D inversion algorithm. For model appraisal, I analyzed well log data as well as seismic and gravity lines coincident with one MT line passing through the well. For the joint inversion approach I used a two-dimensional structured-coupled joint inversion from Gallardo and Meju (2004) applying to four data sets: land seismic reflection, magnetotelluric MT, gravity and magnetic data sets along a 100 km profile. It is necessary to determine the appropriate processing parameters to better estimate the individual contribution from each geophysical data type. For this it is necessary doing several experiments using two data, three and finally four data sets. The evolution of the joint inversion showed that the solution is mostly controlled by the development of common features in all models. It is shown that the stratigraphic groups identified in the seismic reflection image are in agreement with structural features revealed by 2-D MT resistivity imaging. It was also possible to define the compartmentalized basement in this sector of São Francisco Basin, not clear in the seismic section. By integrating all available information, I successfully mapped the Bambuí Group, particularly the two carbonate member-formations, Lagoa do Jacaré and Sete Lagoas formations, considered both the source and reservoir rocks in past exploratory history of this basin.

**KEYWORDS:** *Basin exploration, carbonate reservoirs, joint inversion, magnetotelluric imaging, integrated interpretation.*

## 1. INTRODUÇÃO

Na exploração de bacias sedimentares medidas de reflexão sísmica são comumente utilizadas já que fornecem informação de alta resolução sobre as sequências sedimentares. No entanto, muitas vezes essas informações dependem de outros dados geofísicos para resolver algumas características específicas, tais como saturação de fluidos. Um exemplo de unidade geológica considerada hoje um desafio são os reservatórios carbonáticos. Eles são difíceis de caracterizar uma vez que a porosidade, permeabilidade e saturação de fluidos (três propriedades básicas de um reservatório) pode variar aleatoriamente nos carbonatos e rochas clásticas.

Vale ressaltar que a propriedade física de materiais subsuperficiais mais afetadas por alterações no conteúdo de fluido é a resistividade elétrica. Assim, informações importantes e, em muitos aspectos, única sobre alvos de reservatório pode ser deduzida a partir das medições da sua resistividade elétrica e da aplicação de metodologias que incorporem essa informação a outras de diferentes naturezas. Similarmente, para mapear adequadamente formações sedimentares e embasamento cristalino fraturado, é necessário utilizar outros tipos de dados geofísicos como: gravimétricos, magnetométricos e eletromagnéticos. Isso requer também o domínio na aplicação de técnicas de processamento específicas.

Um método que tem sido amplamente empregado em estudos de bacias sedimentares terrestres e marinhas no Brasil é o magnetotelúrico (MT) (Porsani, 1991; Lugão e Fontes, 1991; Travassos, 1999, Fontes *et al.*, 2009). Em estudos desenvolvidos na Bacia de São Francisco, como Porsani e Fontes (1992), Porsani (1993), utilizam o método MT como uma ferramenta de investigação em conjunto com a sísmica de reflexão em diversas campanhas exploratórias. O método MT apresenta um acréscimo substancial de informações onde a sísmica não é eficiente. Pode identificar zonas de heterogeneidades geoeletricas e dessa forma caracterizar porções intemperizadas ou geoquimicamente alteradas de carbonatos maciços.

Os resultados geofísicos são geralmente sintetizados em modelos geofísicos que representam a distribuição da propriedade física em subsuperfície detectada por um método geofísico particular. No entanto, estes modelos geofísicos exigem um passo mais interpretativo para transformá-los em modelos geológicos significativos. Para fazer inferências confiáveis geológicas ou petrofísicas, é necessário o uso de técnicas de modelagem e inversão precisas e uma forma de avaliar a sua precisão. Uma questão

fundamental é como gerar tais modelos precisos de inversão geofísica. Teoricamente, a diversidade e abundância de dados geofísicos reduzem a incerteza sobre os modelos geofísicos. No entanto, o comportamento não linear de alguns campos geofísicos e a ambiguidade do modelo associado limita os benefícios da redundância de dados. Exemplos disso é o problema de detecção de zonas ocultas de baixa velocidade (ou sombra), em experimentos de refração sísmica (por exemplo, Dobrin e Savit, 1988, Kearey e Brooks, 1991) e da ambiguidade de modelos magnéticos e gravimétricos (por exemplo, Blakely, 1995).

A necessidade de um estudo detalhado e caracterização da subsuperfície conduzem ao desenvolvimento de diversas estratégias capazes de combinar diversos tipos de dados geofísicos. (Auken et al., 2006; Heincke et al., 2006; Kowalsky et al., 2006; Bedrosian, 2007; Colombo e De Stefano, 2007; Alpak et al., 2008; Gallardo e Meju, 2011; Moorkamp et al., 2011). Apesar do aumento da utilização de dados não sísmicos em estudos de bacia, existem apenas algumas abordagens que objetivamente integram toda esta informação disponível na forma de inversão conjunta. Entre os poucos algoritmos de inversão conjunta que incorporam dados sísmicos de reflexão estão (Gallardo e Meju, 2004, Heincke et al., 2006, Colombo e De Stefano, 2007, Hu et al., 2009, Newman e Commer, 2010, Gallardo et al., 2012).

Este trabalho é um exemplo prático que ilustra como diversos dados geofísicos podem ser objetivamente integrados para produzir uma interpretação concisa e unificadora da região do Remanso do Fogo, na bacia de São Francisco. Essa região possui espessas camadas de rochas carbonáticas e um embasamento bastante metamorfisado.

É apresentada aqui uma revisitação de um levantamento Magnetotelúrico (MT) realizado na Bacia de São Francisco por Porsani & Fontes (1993, 2001) que realizaram um estudo de modelagem unidimensional (1D). Os dados MT deste levantamento foram anteriormente processados e interpretados por Porsani e Fontes (1993) e Porsani (1993). A interpretação foi realizada através da inversão 1-D de Occam, que supõe a variação da resistividade elétrica somente em profundidade. Este método consiste em minimizar o grau de irregularidade do modelo através da técnica dos mínimos quadrados. Posteriormente, os dados foram reinterpretados por Rodrigues (2002) utilizando um algoritmo de inversão 2-D (Mackie *et al.*, 1997) que permite observar as mudanças laterais de resistividade elétrica.

Neste trabalho pretendeu-se avaliar o potencial da técnica MT na caracterização da heterogeneidade geológica de um antigo reservatório de carbonatos. Para isto aplica-se a técnica de inversão de dados MT proposta por Rodi e Mackie (2001) que encontra soluções regularizadas para o problema inverso bidimensional usando o método de gradientes conjugados não lineares. Os resultados obtidos com a inversão MT foram comparados com informações de poço e sísmica e foram capazes de caracterizar as formações carbonáticas do Grupo Bambuí na Bacia de São Francisco. As profundidades dessas formações geológicas foram corretamente identificadas através desta metodologia de interpretação conjunta.

Outro objetivo deste trabalho foi aplicar a metodologia de inversão conjunta de dados gravimétricos, magnetométricos, MT e sísmicos proposta por Gallardo et al., (2012). Essa abordagem adapta o algoritmo de inversão conjunta de Gallardo (2007) para utilizar dados de tempos de reflexão, MT, gravimétricos e magnetométricos. Este algoritmo baseia-se na utilização de um vínculo estrutural chamado *cross-gradients* que mede a similaridade estrutural entre modelos geofísicos distintos (Gallardo e Meju, 2003, 2004) e fornece estimativas de densidade, magnetização, resistividade e velocidade sísmica que ressaltam estruturas comuns a todos estes métodos.

Com isso pretendeu-se verificar se esta metodologia é capaz de fornecer informações adequadas sobre as rochas do embasamento e sedimentares, e em particular carbonáticas, na bacia do São Francisco. Acredita-se que isto constitui uma contribuição significativa para a forma de estudar as bacias sedimentares, bem como distinguir estruturas de difícil caracterização, como o caso das rochas carbonáticas.

## 2. CONTEXTO GEOLÓGICO

A bacia proterozóica de São Francisco cobre uma área de 350.000 Km<sup>2</sup>, e localiza-se no interior do Brasil, sobre o Cráton do São Francisco, englobando regiões dos estados de Minas Gerais, Bahia, Goiás, Tocantins e Distrito Federal (figura 1). É uma bacia intracratônica policíclica pouco deformada na parte central e deformada em suas bordas, flanqueadas pelas faixas móveis compressionais Brasília (a oeste) e Araçuaí (a leste) (Zalan & Romeiro-Silva, 2007).

A extensa exploração por hidrocarbonetos e minérios e sua localização privilegiada na região central do Brasil justifica o amplo estudo que existe a cerca desta bacia. Tem sido pesquisada por diferentes gerações de geocientistas e sua definição espacial e geológica ainda é controversa. Braun *et al.* (1990) define a bacia de São Francisco ou simplesmente bacia do Bambuí como sendo a região que compõe os sedimentos Proterozóicos do Grupo Bambuí. Campos e Dardenne (1997) consideram que a bacia é subdividida nas sub-bacias Abaeté ao sul e Urucuia a norte se estendendo para a região central. Também consideram que estas sub-bacias são separadas pelo alto estrutural de Paracatu.

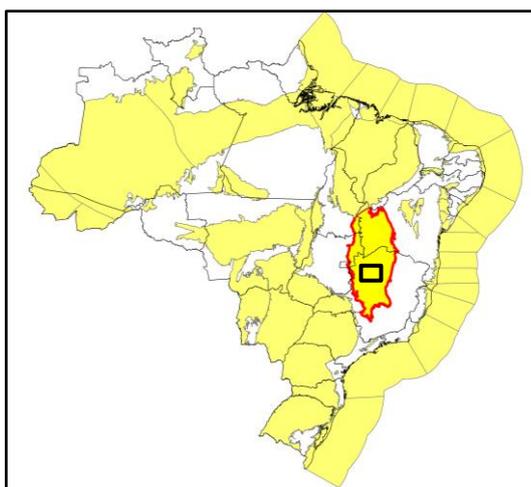
Sgarbi *et al.* (2001) utilizam o termo bacia Sanfranciscana para área de ocorrência dos depósitos fanerozóicos compostos pelas rochas permo-carboníferas do Grupo Santa Fé, rochas eo-cretáceas do Grupo Areado, rochas vulcânicas neo-cretáceas do Grupo Mata da Corda e arenitos do Grupo Urucuia.

Alckmin e Martins-Neto (2001) descrevem que a bacia de São Francisco é composta por sucessivas sub-bacias desenvolvidas a partir do Mesoproterozóico. A bacia é composta pelos Grupos Canastra e Paranoá (Meso/Neoproterozoico) e Supergrupo São Francisco (Neoproterozóico) parcialmente coberto por depósitos fanerozoicos. Limita-se a leste pela Serra do Espinhaço, composta ao sul pela Faixa dobrada Araçuaí e a norte pelo Corredor de deformação Paramirim; ao sul o contato da bacia é estratigráfico; a oeste é limitada pela Faixa Brasília; e a nordeste pelo Arco de São Francisco.

Os limites considerados neste trabalho foram os descritos por Zalán e Romeiro-Silva (2007a), que separaram os principais grupos sedimentares em três supersequências: Supersequência Rifte, Supersequência Intracratônica e Intracratônica/Antepaís e Supersequência Sanfranciscana. A carta estratigráfica da bacia de São Francisco é mostrada na Figura 2.1.

Uma série de estudos geofísicos foi realizada e os dados foram individualmente interpretados a fim de caracterizar a arquitetura e compartimentação da bacia e do embasamento. Apontam-se estudos realizados a partir de perfilagem de poço pela CPRM – Serviço Geológico do Brasil e Petrobras (Brandalise 1980); levantamentos aéreos gravimétricos e magnetométricos (Bosun 1973, Lesquer *et al.* 1981,; sísmica de reflexão pela Petrobras e MT (Porsani e Fontes 1993, 2001, Solon *et al.* 2011). Diversas colunas estratigráficas também foram produzidas durante as últimas décadas, desde a publicação das linhas sísmicas regionais (Zalán e Romeiro-Silva, 2007). A coluna estratigráfica proterozóica da Bacia do São Francisco tem sido rotineiramente dividida em três grandes pacotes ou seqüências. Teixeira *et al.*, (1993) definiram as Seqüências Espinhaço (proterozóica média, Rifeano), Macaúbas e Bambuí (proterozóicas superiores, Vendiano). Alkmim e Martins-Neto (2001) apresentaram o Supergrupo Espinhaço (paleo/ mesoproterozóico), o Grupo Macaúbas (neo-proterozóico) e o Grupo Bambuí (neoproterozóico). A coluna mostrada na Figura 2.2 e utilizada neste trabalho segue basicamente esse esquema tripartite.

A área investigada neste trabalho é conhecida como Remanso do Fogo por suas antigas emanções de gás. Localiza-se na porção central da bacia e compreende depósitos pouco deformados emoldurados pelo embasamento fraturado de formações gnáissicas, graníticas e granulíticas arqueanas (Teixeira *et al.* 1993).



**Figura 1.** Mapa de localização das bacias sedimentares brasileiras. Em destaque vermelho, a Bacia de São Francisco e em destaque preto a região do remanso do fogo.

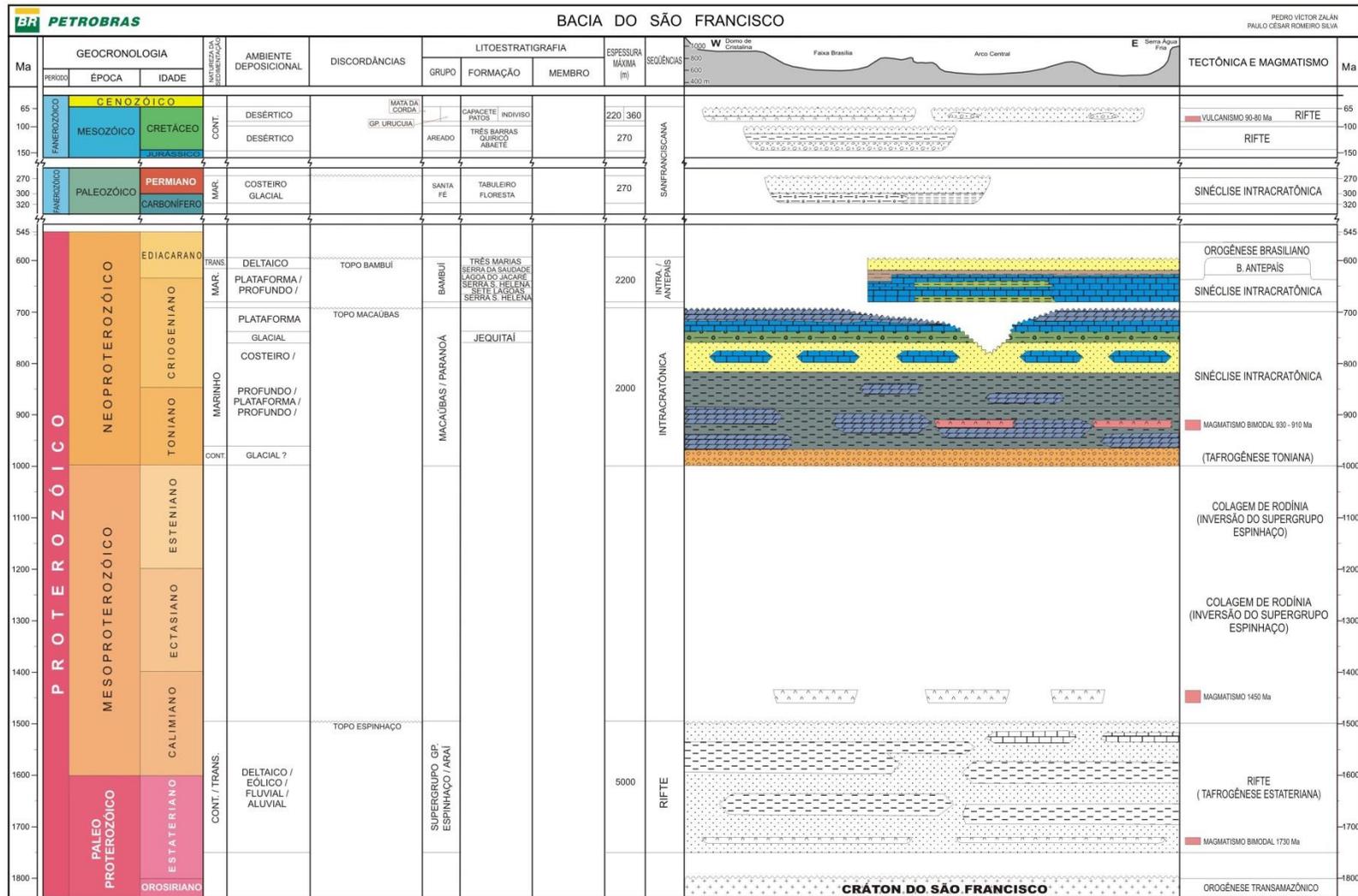
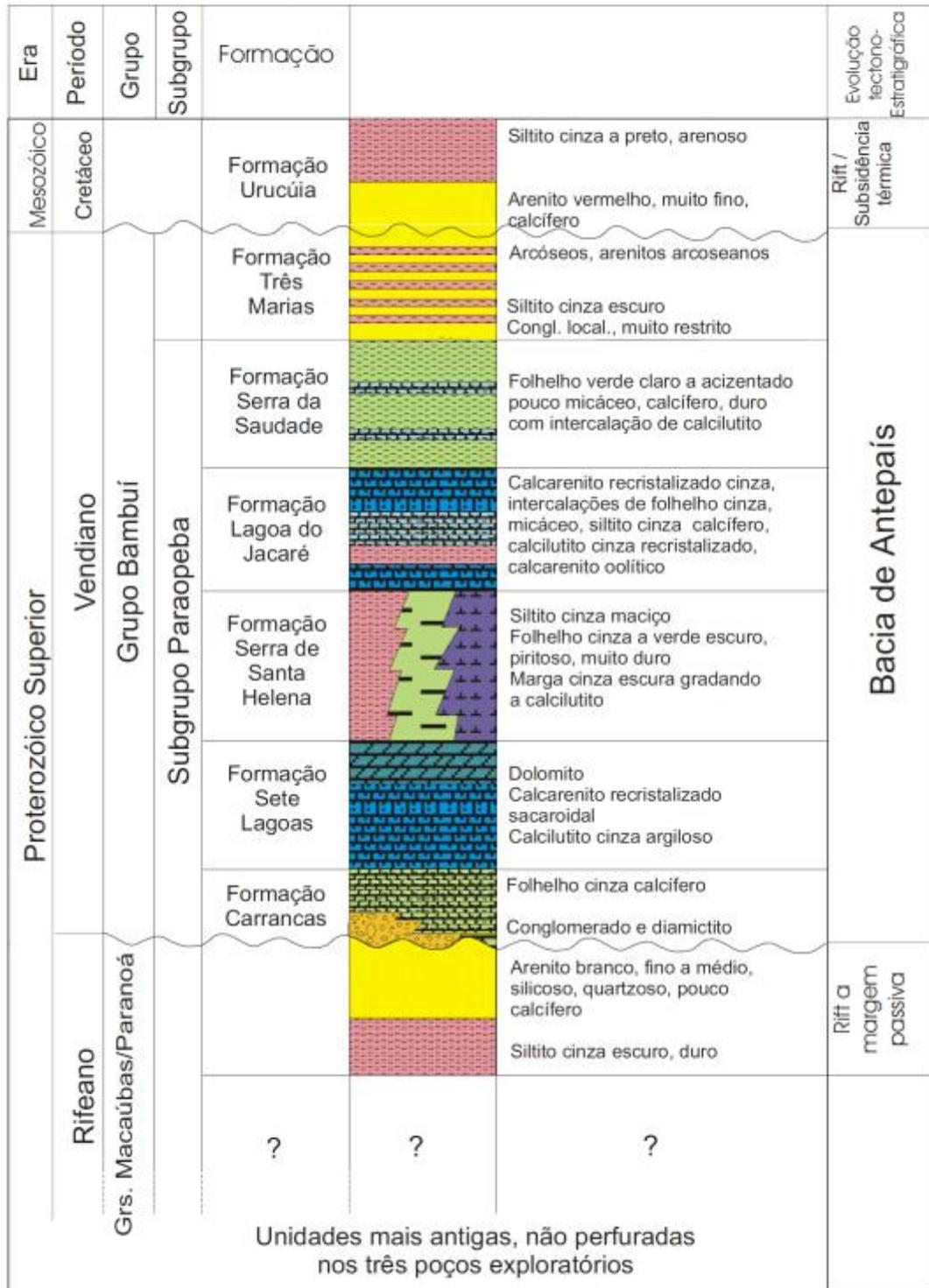


Figura 2.1. Carta estratigráfica da Bacia de São Francisco (Zalán e Romeiro-Silva, 2007b).



## CARTA ESTRATIGRÁFICA DA BACIA DO SÃO FRANCISCO SÃO FRANCISCO BASIN STRATIGRAPHIC CHART



**Figura 2.2.** Coluna estratigráfica da Bacia do São Francisco com base nos poços perfurados (modificada de Braun et al., 1990).

## 2.1. EMBASAMENTO

O embasamento tectônico da Bacia de São Francisco é constituído essencialmente pelo Cráton de São Francisco, formado por rochas arqueanas e paleoproterozóicas que faziam parte da formação do supercontinente Atlântica (Alkmim e Martins-Neto, 2001). Segundo Almeida (1977), o cráton fez parte dos processos orogênicos do Evento Brasileiro. A definição de Romeiro-Silva e Zalán (2005), através da observação de linhas sísmicas regionais, sugerem que o Cráton de São Francisco deve ter como limite faixas dobradas marginais brasileiras (Figura 2.1.1).

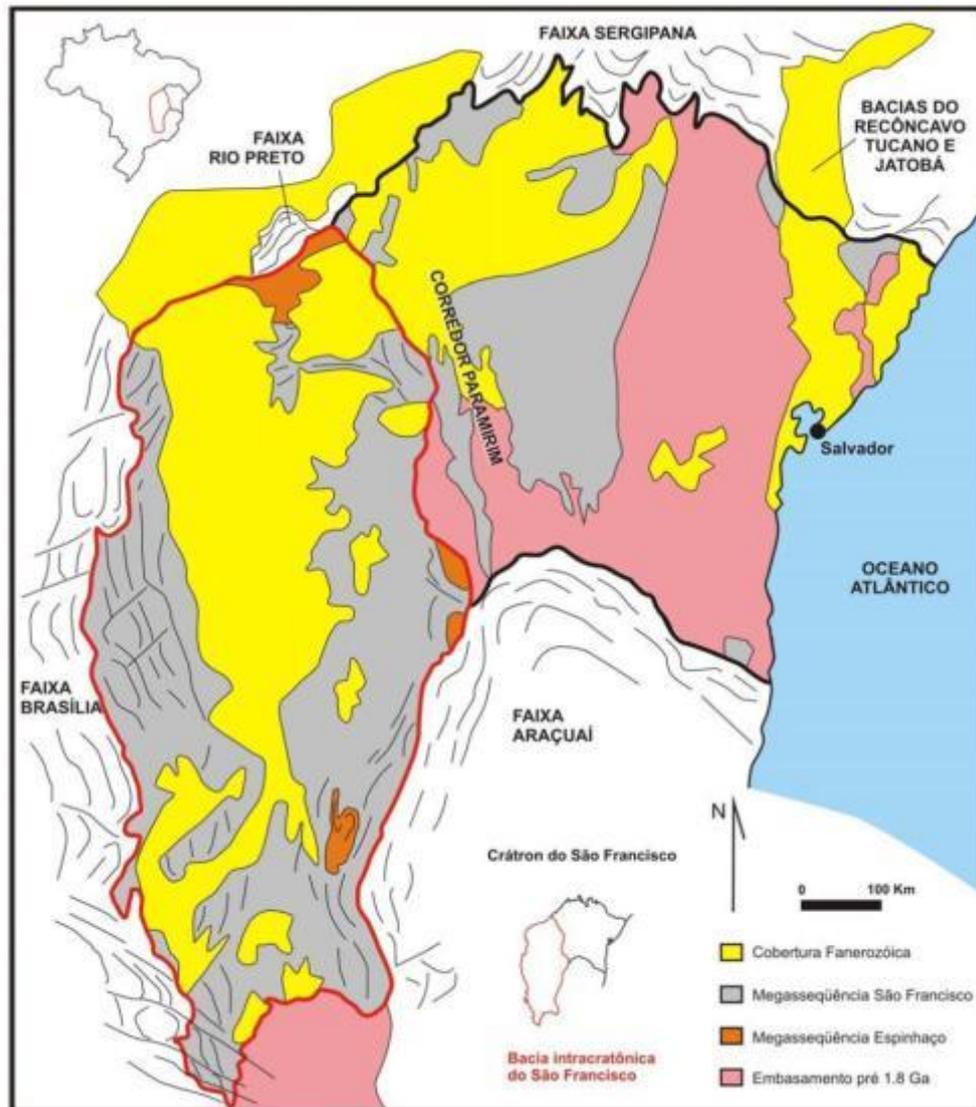
A Bacia de São Francisco é estruturalmente afetada por grandes falhas correlatas ao Ciclo Brasileiro durante o Neoproterozóico (Alvarenga e Dardenne, 1978). Thomaz Filho *et al.* (1998) propuseram um modelo de evolução geotectônica no qual a sedimentação do Grupo Bambuí é ligada à fase compressiva do Ciclo Brasileiro. A sedimentação teria ocorrido em uma bacia de antepaís, originada a partir de processos orogênicos de compressão da Faixa de Dobramentos Brasília sobre o Cráton do São Francisco, entre 750 e 500 Ma.

Nas linhas sísmicas regionais, da Faixa Araçuaí, o embasamento sob a supersequência mais basal apresenta sismo-fácies típicas de rochas cristalinas (Romeiro-Silva e Zalán, 2005). Dessa forma, supõe-se que o embasamento da bacia de São Francisco deve ser constituído por gnaisses, granitos e rochas metamórficas de alto grau, com idades superiores a 1,8 Ga (Alkmim e Martins-Neto, 2001).

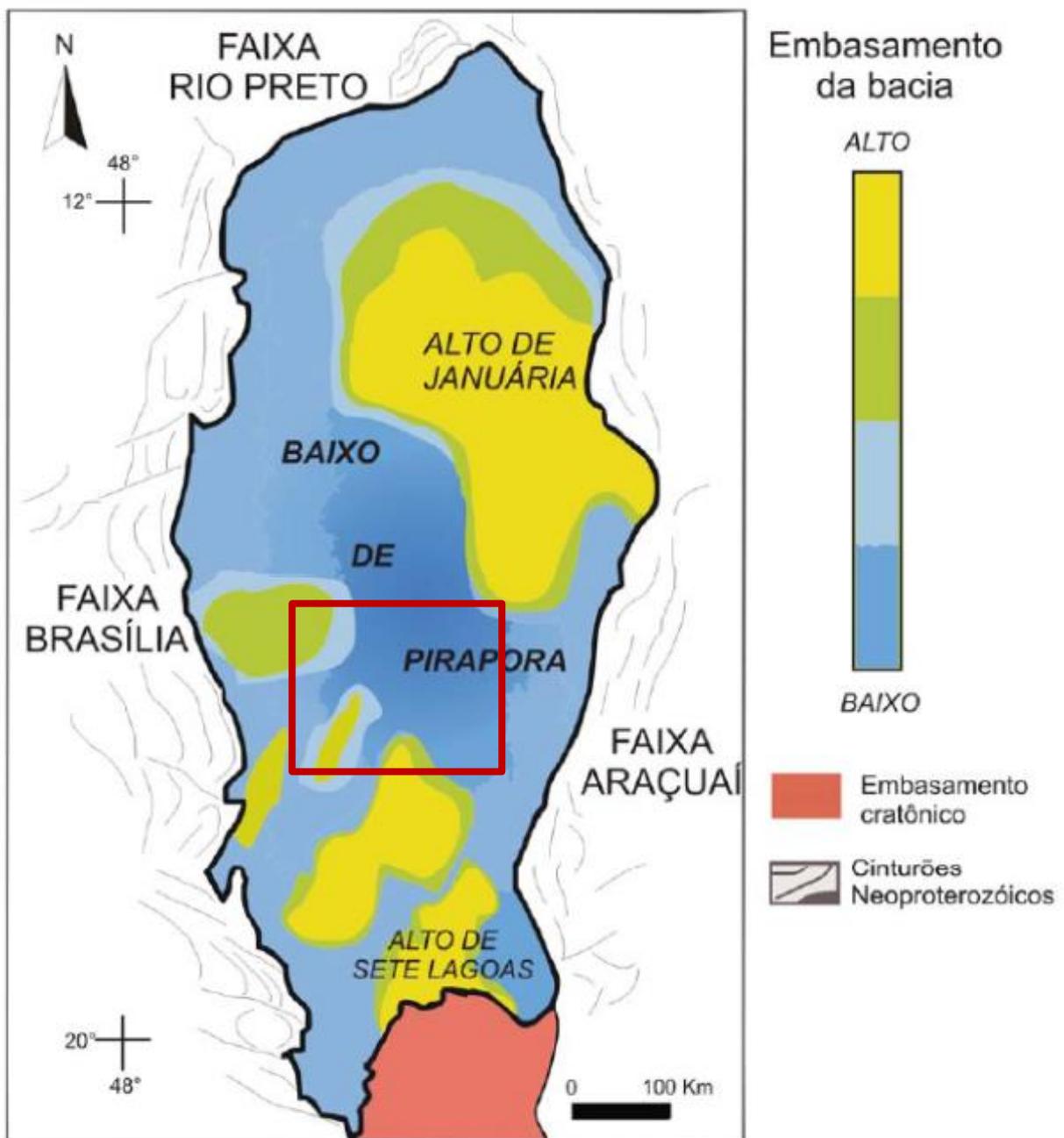
Estudos regionais mostram a presença de deformações no embasamento crustal da bacia caracterizadas por altos regionais: Arco do Alto Parnaíba reconhecido por diversos autores (Costa 1963, Hasui 1968), marcado por rochas proterozóicas e separa as bacias de São Francisco da Bacia do Paraná; Alto do Paracatu, representado por uma elevação regional do embasamento que segmenta a bacia em duas sub-bacias; e Arco de São Francisco, identificado por Hasui *et al.*, 1991 e posteriormente por Martins *et al.*, (1993), representa um divisor entre a porção sul da Bacia do Parnaíba e a porção norte da Bacia de São Francisco.

Lesquer *et al.* (1981) apontam para as anomalias gravimétricas negativas ao sul da latitude 14°S. São anomalias com direção N35E rodeadas por anomalias gravimétricas positivas que evidenciam os altos estruturais do embasamento, comuns para essa região do cráton. Estes altos e baixos estruturais estão representados na Figura 2.1.2. O mapa na Figura 2.1.3 mostra parcialmente a presença do baixo de Pirapora na área de estudo deste trabalho.

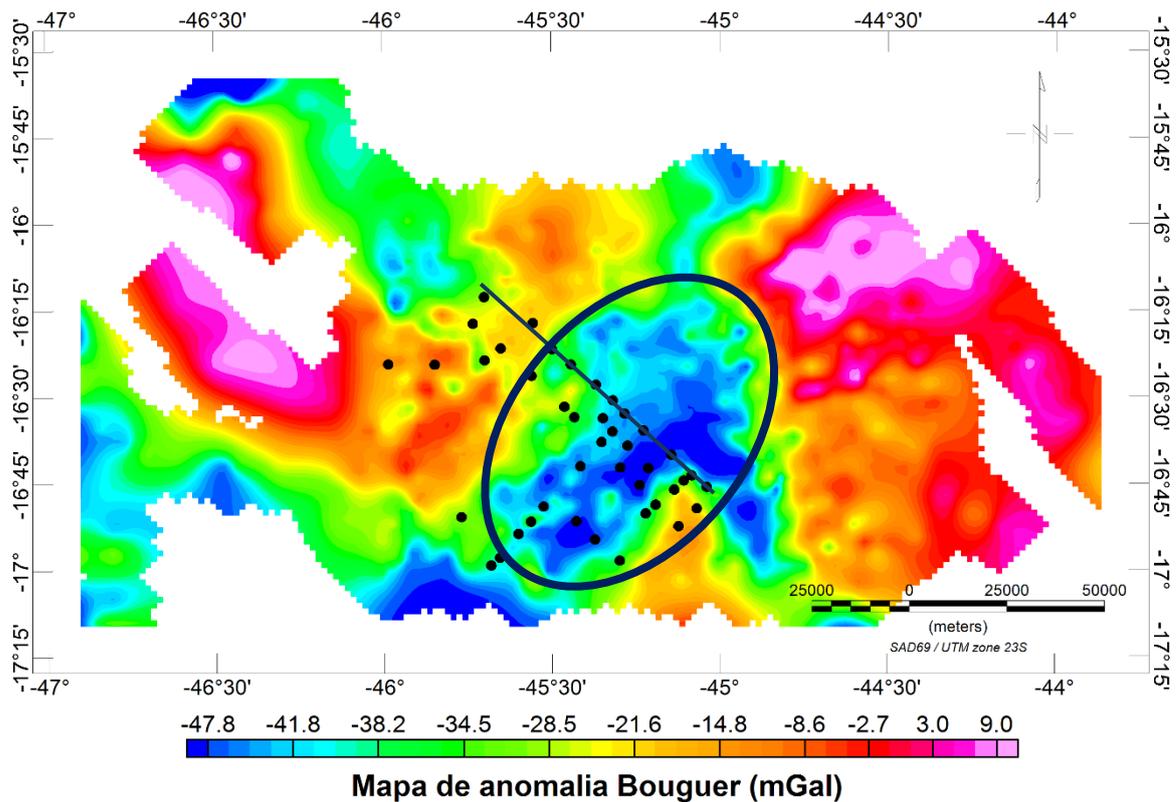
Teixeira *et al.* (1993) refere-se a esta anomalia como um depocentro controlado por uma falha normal de direção E-W enquanto Marinho (1993) interpretou profundidades de embasamento para esta região variando de 2 a 5 km. Ussami (1981) sugere, a partir da modelagem magnética e gravimétrica, a existência de um corpo coincidente retangular alongado na direção NW-SE de susceptibilidade magnética baixa.



**Figura 2.1.1:** Bacia do São Francisco no contexto do Cráton de São Francisco com as faixas móveis neoproterozóicas adjacentes, megassequências proterozóicas e coberturas fanerozóicas (Berner *et al.*, 2006 modificado de Alkmin e Martins-Neto, 2001).



**Figura 2.1.2.** Estruturação do embasamento da bacia de São Francisco. A região destacada indica a posição da área de estudo. A região do baixo de Pirapora ou gráben de Pirapora é rodeada pelos altos estruturais de Sete Lagoas e Januária (modificado de Alkmin e Martins-Neto, 2001).



**Figura 2.1.3.** Mapa de anomalia Bouguer da região do Remanso do Fogo com a posição dos dados MT (pontos). A região destacada por uma elipse caracteriza parte do Baixo de Pirapora. A linha corresponde ao perfil gravimétrico selecionado para o estudo de inversão conjunta realizado neste trabalho e mostrado em capítulo posterior. Este perfil coincide com o perfil MT1 e com a linha sísmica 0240-0060.

## 2.2. SUPERSEQUÊNCIA RIFTE

Esta sequência é caracterizada por diversos sistemas de rifte que se instalaram ao longo da bacia de São Francisco, em resposta ao relaxamento crustal que ocorreu durante o evento denominado Tafrogênese Estateriana, reconhecido em escala global entre 1,77 a 1,58 Ga (Pimentel *et al.*, 1999). Durante este período desenvolveu-se a Megassequência Espinhaço, controlada por amplos sistemas fluvio-eólicos, lacustrinos, leques aluviais e *fan* deltas, além de sistemas transicionais de planícies de maré, pequenos deltas e estuários (Martins Neto *et al.*, 2001; Domiguez, 1993). Esses sistemas eram alimentados por blocos altos do embasamento alguns sistemas de grábens e *horsts*. O aporte sedimentar foi reduzido quando houve um aplainamento no relevo durante a fase rifte e afogamento da bacia, no qual o principal controle era dado pelas variações eustáticas. No estágio de *sag basin*, os sistemas

deposicionais eram predominantemente marinhos rasos, com sedimentação essencialmente pelítica associada a contribuições carbonáticas (Dominguez, 1993).

A supersequência Rife é marcada por diversos eventos tectônicos que incluem os processos orogênicos de formação do continente Rodínia e a renovação de esforços distensivos relacionados a plumas mantélicas responsáveis pela fragmentação do supercontinente Rodínia.

### **2.3. SUPERSEQUÊNCIA INTRACRATÔNICA**

A supersequência Intracratônica tem início com o desmembramento do supercontinente Rodínia durante a Tafrogênese Toniana entre 1,0 Ga e 950 Ma, onde se formaram amplos sistemas de leques aluviais nas ombreiras dos grábens, tendo como área fonte as rochas sedimentares da megassequência Espinhaço. A deposição do Grupo Macaúbas foi acompanhada de vulcanismos bimodal, sedimentação glacial e desenvolvimento de margem passiva (Alkimim e Martins-Neto, 2001).

O Grupo Macaúbas foi instalado na bacia do São Francisco em um ambiente intracratônico correlatos da margem passiva oriental do cráton. Não apresenta afloramentos expressivos, coincidindo com áreas de afloramentos do Supergrupo Espinhaço (Alkimim e Martins-Neto, 2001). De acordo com Romeiro-Silva e Zalán (2005), o Grupo Macaúbas atravessa toda a bacia e aflora na borda oeste sob a forma de arenitos do Grupo Paranoá. É constituído de diamictitos, pelitos e arenitos, representando depósitos glácio-continentais proximais e distais (Martins-Neto e Alkimim, 2001). Também são encontrados neste grupo rochas carbonáticas na região de Jequitinhonha. Scholl, (1976) descreveu a presença de rochas estromatólitos no Grupo Macaúbas como um marco de tempo (1000 Ma), para determinar a idade máxima da supersequência intracratônica.

## **2.4. SUPERSEQUÊNCIA INTRACRATÔNICA/ANTEPAÍIS**

O estágio de sinéclise intracratônica é resultado do afundamento progressivo da bacia, predominando a subsidência flexural. Zalán e Romeiro-Silva (2007) afirmam que essa fase é marcada pelo Grupo Bambuí e tem sua sedimentação associada a diversas mudanças eustáticas durante esse período. Essas variações eustáticas são evidenciadas pela intercalação de sedimentos glácio-marinhos e carbonáticos.

O sistema de mar alto é marcado pela formação de rampas carbonáticas (Martins-Neto e Alkimim, 2001; Valeriano *et al.*, 1988) intedigitadas da base para o topo pelos pelitos, caracterizando a Formação Santa Helena, estromatólitos escuros caracterizando a Formação Sete Lagoas, seguidos de nova intercalação de pelitos da Formação Santa Helena, cobertos por calcarenitos oolíticos da Formação Lagoa do Jacaré (Martins, 1999).

O sistema de mar baixo caracteriza-se por um significativo incremento no conteúdo de sedimentos siliciclásticos terrígenos. Essa fase é caracterizada pela Formação Serra da Saudade, que é seguida pela Formação Três Marias, composta exclusivamente por arenitos arcoseanos arroxeados, impuros, micáceos (Zalán e Romeiro-Silva, 2007).

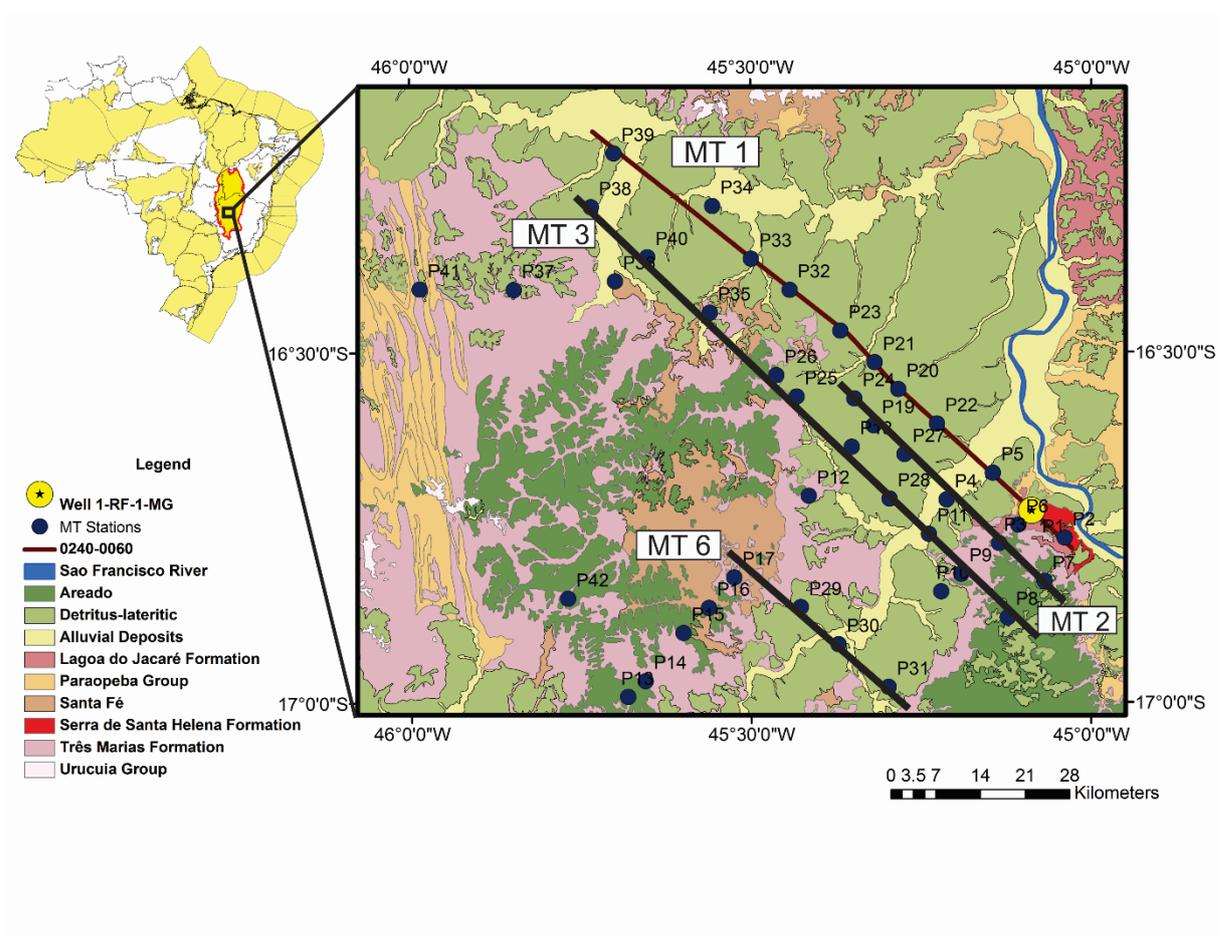
## **2.5. SUPERSEQUÊNCIA SANFRANCISCANA**

A sequência sanfranciscana está associada a todo registro sedimentar vulcânico fanerozóico da Bacia de São Francisco, que foi descrito por Sgarbi *et. al.*, (2001). Como grupo remanescente erosional paleozóico de coberturas intracratônicas (Zalán e Romeiro-Silva, 2007), está o Grupo Santa Fé, constituído por diamictitos, tilitos, fácies tilóides e folhelhos.

Segundo Zalán e Romeiro-Silva (2007), três unidades cretácicas de natureza continental têm sua formação ligada ao quebramento do Supercontinente Gondwana. Também fazem parte dessa supersequência o Grupo Areado (Eocretáceo), caracterizado por lamitos, arenitos flúvio-deltaicos, fluviais e eólicos. O Grupo Mata da Corda (Neocretáceo) é caracterizado por extrusões de rochas vulcânicas coincidentes com o início do magmatismo alcalino da região sudeste do Brasil (87-52 Ma) (Zalán, 2004). A seguir vem o Grupo Urucua (Neocretáceo), de natureza predominantemente arenosa.

### 3. DADOS GEOFÍSICOS

A bacia de São Francisco tem sido estudada por diferentes gerações de geocientistas, mas sua definição ainda permanece controversa. A necessidade de aperfeiçoar a caracterização das suas unidades geológicas e gerar interpretações consistentes motivou a agregar-se uma vasta quantidade de dados geofísicos (Figura 3.1) e aplicar metodologias que integram as diferentes informações que cada método é capaz de fornecer. Os dados geofísicos aplicados neste trabalho foram dados de poço, MT, sísmicos, gravimétricos e aeromagnetométricos. Os tipos de correções e processamentos aplicados em cada conjunto de dados serão descrito a seguir.



**Figura 3.1.** Mapa geológico da região estudada e localização das estações magnetotelúricas. Os quatro perfis MT estudados estão numerados em MT1, MT2, MT3 e MT6. A estrela vermelha indica a posição do poço perfurado pela Petrobras 1-RF-1MG. A linha sísmica 0240-0060 coincide com o perfil MT1.

### 3.1. DADOS DE POÇO

Os dados do poço (1-RF-1MG) foram obtidos na Agência Nacional de Petróleo, Gas Natural e Biocombustíveis (ANP). Foram utilizados neste trabalho perfil de raio Gama (GR) que fornece medidas de radioatividade total da formação geológica contribuindo para identificação da litologia, identificação de minerais radioativos e para o cálculo do volume de argilas ou argilosidades; perfil de resistividade; perfil neutrônico (NPHI) que indica a porosidade das rochas e perfil sônico, que é baseado na propagação das vibrações elásticas compressionais através da formação e dos fluidos presentes, medindo a velocidade de propagação de uma onda na formação geológica. Utiliza-se para estimativas de porosidade, litologia e detecção de hidrocarbonetos leves.

Os perfis geofísicos do poço em questão foram registrados até uma profundidade de 1848 m permitindo obter registros das formações geológicas do Grupo Bambuí.

### 3.2. DADOS MAGNETOTELÚRICOS

Os dados magnetotelúricos (MT) estimam a distribuição da condutividade elétrica na subsuperfície da Terra (Cagniard, 1953). As principais fontes dos sinais utilizadas pelo método são variações de campos eletromagnéticos naturais que se propagam na Terra. Estas variações fazem com que os campos eletromagnéticos penetrem no solo e induzam correntes no interior da Terra, que são as chamadas correntes telúricas que, por sua vez, constituem uma fonte de campos magnéticos secundários. Componentes dos campos elétrico e magnético são então medidas na superfície da Terra.

As medidas são efetuadas no domínio do tempo e transformadas no domínio da frequência, onde as relações envolvendo a amplitude e a fase entre as componentes horizontais do campo elétrico  $\mathbf{E}(\omega)$  e o campo magnético  $\mathbf{H}(\omega)$  para uma determinada frequência estão associadas à distribuição da condutividade em subsuperfície. Os dados MT são comumente apresentados em termos de resistividades aparentes  $\rho_a$  e fases  $\phi$ , que são grandezas derivadas das razões entre as intensidades do campo elétrico e do campo magnético, conhecida como tensor de impedância,  $\mathbf{Z}$ .

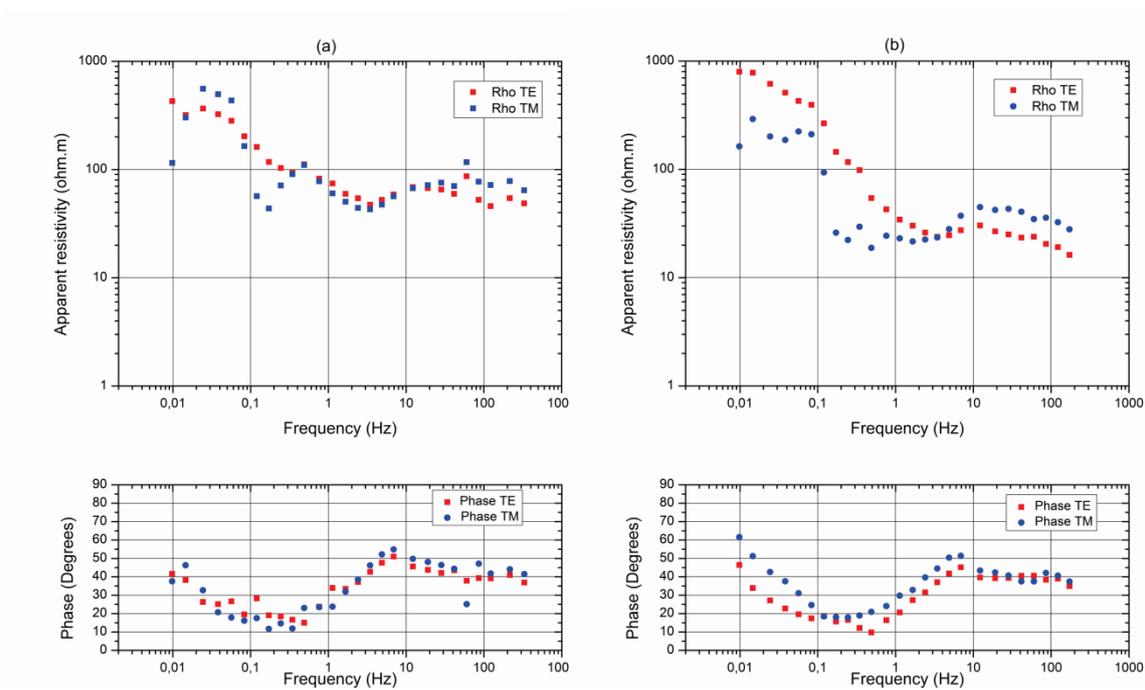
O processamento de dados MT é realizado no domínio da frequência onde posteriormente os elementos do tensor de impedância e as curvas de resistividade aparente e

fase são obtidas através de diversos procedimentos do processamento existentes, como por exemplo, processamento robusto de Egbert & Eisel (2000).

A resistividade aparente e a fase não são quantidades independentes, mas são de fato relacionadas entre si. A curva de variação da fase pode ser deduzida a partir da curva de variação da resistividade aparente enquanto que somente a forma da curva de resistividade aparente pode ser deduzida a partir da curva de fase.

Os dados MT na porção central da bacia de São Francisco, utilizados nesse trabalho, foram adquiridos na década de 90 pelo Observatório Nacional em convênio com CENPES/Petrobras. As sondagens magnetotélúricas foram levantadas na parte central da bacia sedimentar de São Francisco, região norte do estado de Minas Gerais (Figura 3.1), totalizando quarenta e três estações ao longo de oito perfis MT. A localização das estações MT foi baseada em um levantamento sísmico realizado anteriormente do qual consistia em dez linhas sísmicas, cobrindo uma área de 11.000 Km<sup>2</sup>.

O processamento dos dados MT da bacia de São Francisco utiliza o procedimento descrito por Gamble *et al.* (1979). A estimativa dos erros é baseada em Pedersen (1982). As curvas de resistividade foram analisadas por Porsani (1993), que mostra que as curvas sofreram efeito de deriva estática. Esse efeito foi corrigido através da comparação entre a resistividade aparente da estação MT #1 e da curva de resistividade fornecida através da modelagem direta 1-D utilizando dados de poço. Mais detalhes sobre esta análise é mostrada em uma seção posterior. Curvas típicas de resistividade e fase deste levantamento são mostradas na Figura 3.2.1.



**Figura 3.2.1.** Curvas típicas de resistividade aparente e fase do levantamento MT realizado na Bacia de São Francisco. (a) representa a estação #01 que é coincidente com o poço 1-RF-IMG. (b) representa a estação #33 localizada próxima à extremidade oeste do perfil. Observe o caráter 1-D nas duas estações para as frequências mais altas, ilustrando pouca deformação nas rochas sedimentares mais superficiais da área estudada.

### 3.3. DADOS SÍSMICOS

Os dados sísmicos registram as reflexões provenientes das diversas interfaces em subsuperfície. O método de reflexão sísmica consiste em gerar ondas sísmicas artificiais e medir sua propagação pelo interior da terra. A onda é parcialmente refletida ao encontrar interfaces entre camadas que apresentem contraste significativo de propriedades elásticas. Os tempos de chegada de cada reflexão são relacionados às velocidades de propagação da onda sísmica em cada camada. Em primeira aproximação, a amplitude registrada está relacionada ao contraste de impedância acústica, produto entre velocidade compressional e densidade das camadas que definem a interface. A medida registrada em um receptor, que é função do tempo de ida e volta da onda, é chamada de traço sísmico, e o conjunto de traços gravados para cada onda gerada é chamado de perfil sísmico. Quando a aquisição sísmica é realizada através de uma única linha, o tiro sísmico resulta em uma imagem bidimensional, chamada também de seção sísmica. A seção sísmica é resultado de um processamento específico do

sinal sísmico com o objetivo de realçar alguma característica de interesse. Procedimentos usuais de análise e processamento sísmicos são detalhadamente descritos em Yilmaz (2000).

Para este trabalho foram utilizados dados sísmicos de reflexão obtidos na ANP e consistem em uma seção sísmica de 100 km de comprimento (240-RL-060), parte de uma campanha exploratória realizada pela Petrobras na década de 90. Todo o processamento convencional foi realizado pela ANP. Alguns procedimentos importantes realizados durante o processamento sísmico são: demultiplexação (reorganização dos dados), geometria da aquisição, edição, aplicação de filtros (de frequência, espacial e outros), deconvolução, análise de velocidade e migração (Yilmaz, 2000). Os dados foram entregues empilhados. Para migração pós-empilhamento foi utilizado o aplicativo comercial ProMAX da Landmark Graphics Corporation. A migração aplicada, do tipo Kirchhoff (Schneider, 1978), baseia-se na soma ou espalhamento ponderado de amplitudes ao longo de curvas de tempo de trânsito de difração ou curvas isócronas, respectivamente. A migração em profundidade é firmada em modelos de velocidade intervalar que fornecem a posição dos refletores em unidades de comprimento.

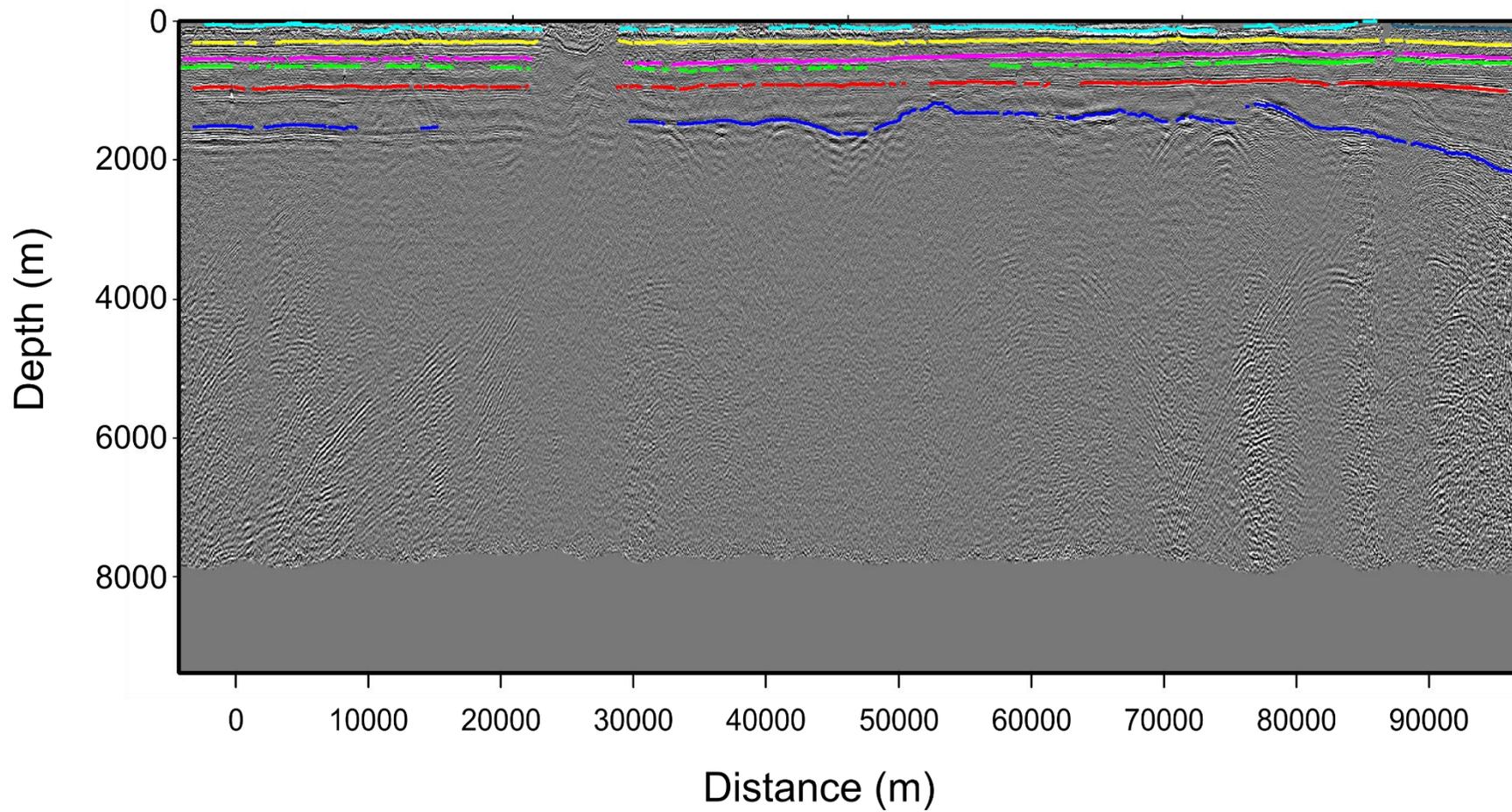
Como não haviam sido fornecidas as velocidades intervalares estimadas, para realizar a migração em profundidade foi necessário utilizar o modelo de velocidade intervalar estimado pelo VSP-SAT cuja informação esta contida no Relatório Geológico de Poço (Toledo, 1988). A tabela 3.3.1 mostra o modelo de velocidades intervalares utilizado para migração.

Depois de obtida a seção sísmica em profundidade, cinco refletores sísmicos que representam as unidades geológicas do Grupo Bambuí foram selecionados. A interpretação foi realizada correlacionando com o poço 1-RF-1MG. A Figura 3.3.1 mostra a seção sísmica interpretada em profundidade. Os horizontes demarcados foram associados às formações geológicas (de cima para baixo): Serra da Saudade, Lagoa do Jacaré, Serra de Santa Helena, Sete Lagoas e Jequitaiá. Depois se seleciona os tempos e as profundidades desses refletores que servirão de dados de entrada utilizados na inversão conjunta.

<b>Unidade Geológica</b>	<b>Profundidade topo (m)</b>	<b>Velocidade Intervalar (m/s)</b>
Serra da Saudade	24	4470
Lagoa do Jacaré	307	4800
Serra de Santa Helena	673	5116
Sete Lagoas	956	5238
Jequitaiá	1775	6000
Espinhaço	2003	6300

**Tabela 3.3.1.** Velocidades intervalares utilizadas na migração sísmica. Os valores foram baseados no quadro de interpretação VSP realizado no poço 1-RF-IMG contido no Relatório Geológico do Poço (Petrobras). O erro associado a essas velocidades não é conhecido.

Seguindo Gallardo (2012), as velocidades sísmicas entre os refletores selecionados são calculados a partir de análise de velocidade através da transformação das velocidades *moveout* para velocidades intervalares usando a equação Dix. Algumas profundidades preliminares para as interfaces de reflexão são calculados usando as velocidades intervalares estimadas. Para reduzir a influência de difração em arestas menores do que o tamanho do *grid*, os refletores foram suavizados. A precisão limitada da seleção do tempo de chegada pode produzir refletores cruzados fictícios, que foram ajustados para evitar violações de causalidade na modelagem direta e para dar continuidade a suas interfaces associadas. Para levar em consideração o erro dos tempos de chegada, desvios padrão de 2% foram atribuídos aos refletores identificados.



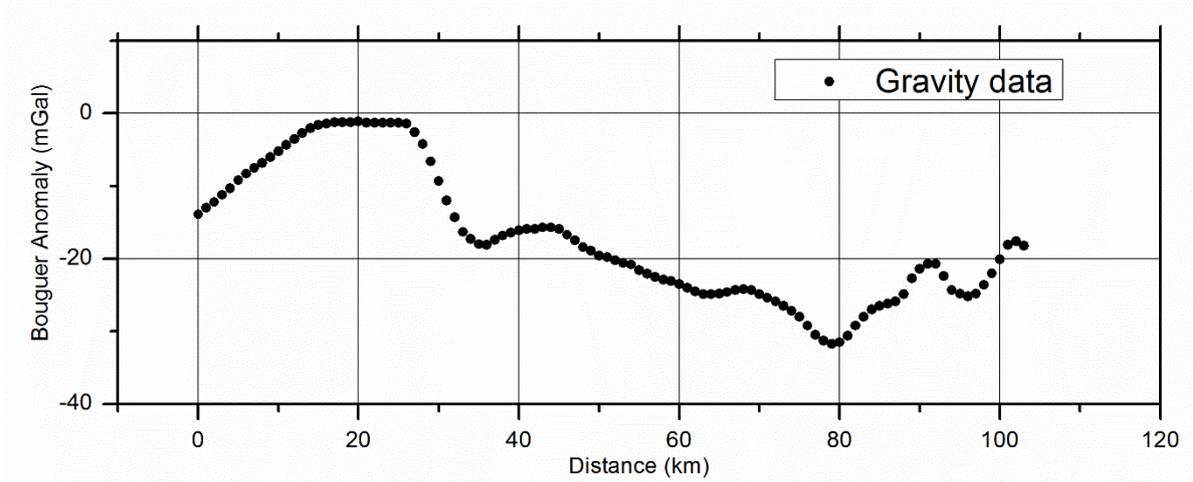
**Figura 3.3.1.** Seção sísmica migrada em profundidade (representada em metros) com refletores sísmicos interpretados associados às principais formações geológicas do Grupo Bambuí. De cima para baixo: Serra da Saudade, Lagoa do Jacaré, Serra de Santa Helena, Sete Lagoas e Jequitaiá.

### 3.4. DADOS GRAVIMÉTRICOS

O método gravimétrico baseia-se nas medições e interpretação das variações do campo gravitacional terrestre resultante das diferenças de densidade entre as rochas em subsuperfície. A anomalia gravimétrica é causada por variações do campo ou aceleração da gravidade resultante do contraste de densidade entre os meios geológicos. Através da curva de anomalia é possível realizar a interpretação quantitativa para determinar algumas características físicas da fonte causadora, como profundidade, extensão lateral e contraste de densidade.

Para este trabalho foram utilizados dados de anomalia Bouguer, que é resultado do efeito combinado de distribuição de massas em escala regional e corpos rasos residuais. Para obter uma curva de anomalia Bouguer, os dados passam por uma série de etapas de processamento, como calibração do instrumento, correção de terreno, reduções *free-air* e Bouguer, que são bem descritas em Blakely (1995). A interpretação do campo perturbador torna-se mais complicada devido ao fato de que a observação contém o efeito integral de todas as massas da Terra. Com o auxílio de informações topográficas, geológicas e geofísicas, as influências das massas conhecidas podem ser removidas através de reduções. Em particular, procedimentos de filtragem são utilizados para separar os grandes comprimentos de onda (campo regional) e os curtos comprimentos de onda (campo residual) das anomalias (Torge, 1989). A separação da componente regional da anomalia Bouguer é um passo importante para interpretação gravimétrica e estudos de geofísica rasa.

Para este estudo, foram utilizados dados de anomalia Bouguer adquiridos e processados pela ANP utilizando procedimentos usuais de processamento gravimétrico descritos anteriormente. Foram interpolados em um grid regular espaçado de 1 km. Para obter a anomalia Bouguer residual removeu-se uma função polinomial de primeira ordem dos dados gravimétricos. O mapa de anomalia Bouguer residual da área estudada já foi mostrado na Figura 2.1.3. Este mapa evidencia a presença do graben de Pirapora (Souza Filho 1995). A anomalia Bouguer residual foi reamostrada a cada quilômetro sobre um perfil, coincidente com a linha sísmica mostrada na Figura 3.3.1. Esses dados foram utilizados na modelagem gravimétrica e inversão conjunta. O perfil gravimétrico residual é mostrado na Figura 3.4.1.



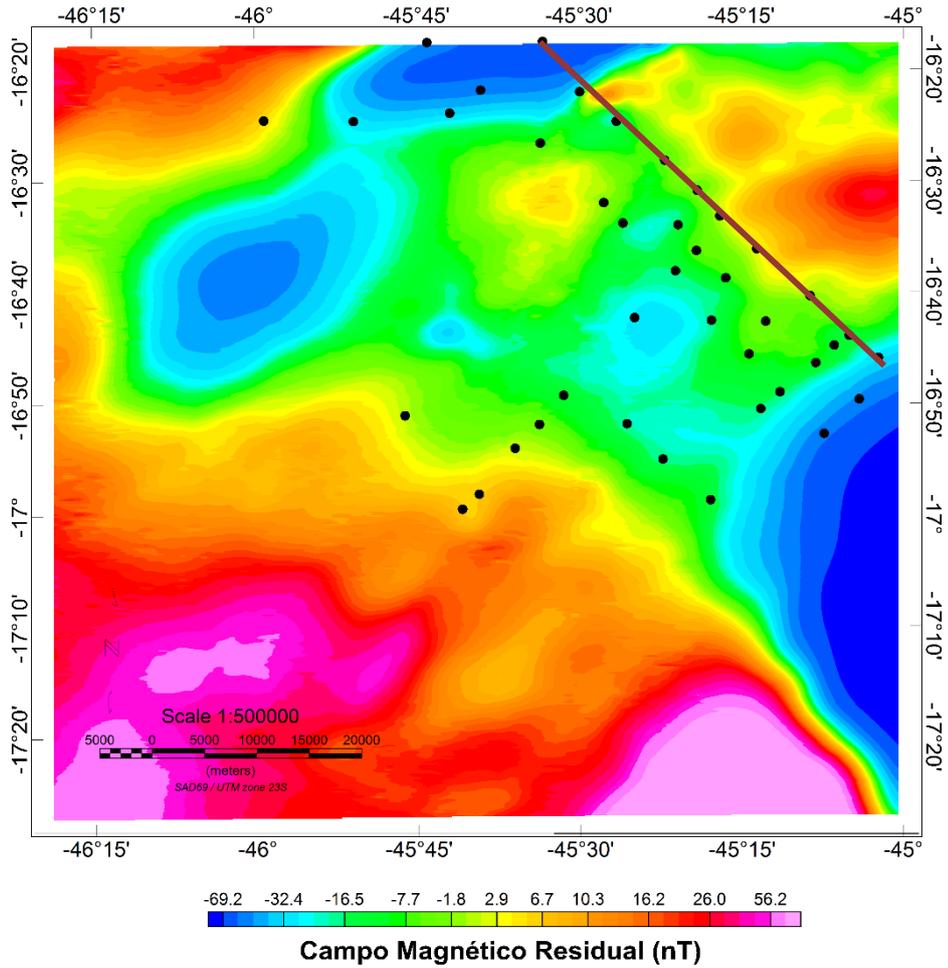
*Figura 3.4.1. Anomalia Bouguer residual para o perfil estudado.*

### 3.5. DADOS MAGNETOMÉTRICOS

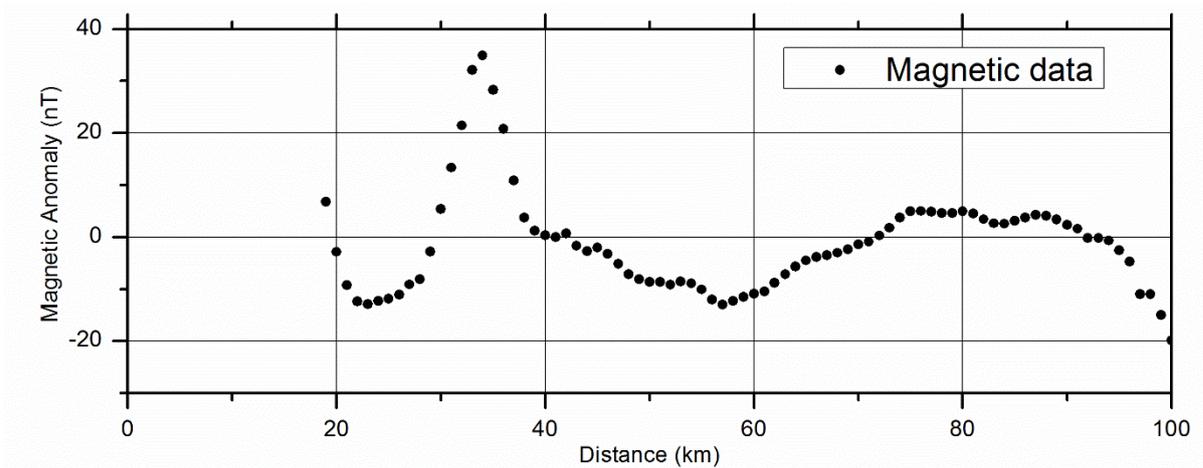
O método magnetométrico baseia-se na medida de anomalias do campo magnético da Terra com o objetivo de fornecer informações da geologia de superfície e subsuperfície. As anomalias magnéticas são produzidas por materiais ou rochas que contêm minerais magnéticos e que adquiriram uma magnetização na direção do campo ou magnetização remanente.

Os dados de aeromagnetometria de alta resolução com linhas de voo e controle espaçadas de 500m e 4000m com direção preferencial de voo N-S e altura de voo de 100m sobre o terreno foram obtidos através da ANP. O campo magnético anômalo para cada um dos pontos foi obtido pela subtração do valor do IGRF (2005) calculado para cada ponto.

O campo magnético residual foi obtido removendo uma função polinomial de terceira ordem dos dados magnéticos. Isso foi realizado para remover uma tendência regional presente nos dados. O mapa de anomalia magnética residual foi obtido utilizando método de interpolação de mínima curvatura. A anomalia residual magnética foi também reamostrada a cada quilômetro sobre o perfil de interesse. O mapa magnético residual é mostrado na Figura 3.5.1 e o perfil magnético é mostrado na Figura 3.5.2.



**Figura 3.5.1 :** Campo magnético residual e posição das estações MT. A declinação e inclinação do campo magnético da Terra neste local do mapa são dadas respectivamente por  $-21^\circ$  e  $-27,42^\circ$ . A linha corresponde ao perfil magnético selecionado para o estudo de inversão conjunta realizado neste trabalho. Este perfil coincide com o perfil MT1 e com a linha sísmica 0240-0060 mostrados na Figura 3.1.



*Figura 3.5.2. Anomalia magnética residual para o perfil estudado.*

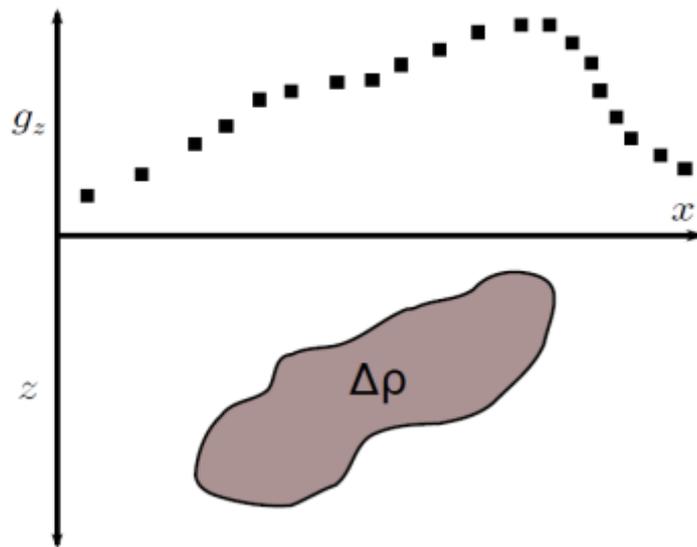
#### **4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS UTILIZADOS**

Em geofísica, assim como em qualquer ciência aplicada, quando se estuda um fenômeno físico algumas questões que devem ser levadas em consideração, são: como estudar tal fenômeno, que tipo de informações existe a cerca deste fenômeno e fornecer hipóteses, e por fim como tratar esta informação.

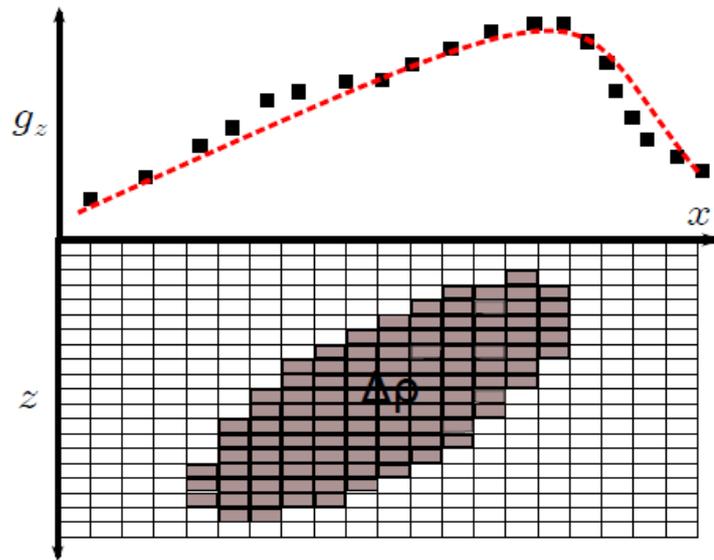
A forma de estudar tal fenômeno físico começa com a realização de observações de uma determinada grandeza física que seja causada por um sistema físico a ser estudado. Exemplos de sistemas físicos são: propagação de ondas elásticas em meios geológicos, teoria do potencial, difusão de ondas eletromagnéticas, dentre outros. Os tipos de dados geofísicos utilizados neste trabalho foram apresentados na seção anterior. Agora é necessário aplicar metodologias específicas para que com esse conjunto de observações, ou conjunto de dados, seja possível explicar o sistema físico. Um exemplo de um sistema físico caracterizado por medidas observacionais é dado na Figura 4.1

A primeira maneira de tentar explicar o sistema físico é testar se o conjunto de observações pode ser explicado por uma determinada hipótese. Matematicamente, é preciso gerar dados preditos que tenham sido causados pela hipótese em questão e encontrar uma função que relaciona os dois. Ou seja, estabelecer uma relação funcional entre parâmetros físicos que descrevem um modelo e dados preditos. Assim descreve-se o problema direto. A

modelagem direta é feita quando se fornecem os parâmetros e comparam-se os respectivos dados preditos com os dados observados (Figura 4.2). O passo seguinte é estimar os parâmetros a partir dos dados observados de forma automática, e de forma que os dados preditos sejam os mais próximos possíveis aos dados observados. Nesse contexto define-se o problema inverso.



**Figura 4.1.** Exemplo de sistema físico que caracteriza um levantamento gravimétrico. Neste caso o sistema envolve o efeito gravitacional causado por um contraste de densidade anômalo  $\Delta\rho$ . A grandeza física que podemos observar é a anomalia da gravidade  $g_z$  (Oliveira Jr. e Uieda, 2011).



**Figura 4.2.** Exemplo de parametrização de uma hipótese que descreve o sistema físico caracterizado na Figura 4.1. Nesse caso a hipótese é descrita em termos dos parâmetros  $\Delta\rho_1, \Delta\rho_2, \dots, \Delta\rho_m$  que representam os contrastes de densidade de cada célula. Esta hipótese produz o dado predito representado pela linha pontilhada vermelha (Oliveira Jr. e Uieda, 2011).

Neste trabalho o conceito de problema direto e principalmente o problema inverso é aplicado algumas vezes. Nesta seção pretende-se explicar com um pouco mais de detalhes a inversão dos dados MT e especificamente a inversão conjunta dos diversos dados geofísicos que basicamente compõem a metodologia utilizada neste estudo.

#### 4.1. INVERSÃO MT

No problema inverso em MT procura-se estimar uma distribuição de resistividade da terra com base em observações reais dos dados MT. As respostas são dadas em locais e frequências específicas. Dessa forma, resolver o problema inverso MT envolve encontrar um ou mais modelos de resistividade cujos dados preditos sejam os mais próximos possíveis dos dados observados.

Na maioria dos casos existe uma ampla quantidade de modelos de resistividade que fornecem ajustes aceitáveis para um conjunto de observações MT. Isso ocorre porque as soluções para o problema inverso não são únicas, tornando necessária a imposição de vínculos adicionais no modelo.

Um modelo de resistividade é descrito por um vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  cujas componentes do vetor  $m_j$  variam de  $j = 1, \dots, M$ . Os parâmetros podem ser valores de resistividade ou alguma função de resistividade, como  $\log \rho$ .

Dado um conjunto de  $N$  observações, feitas em diferentes posições e frequências, definimos um vetor  $\mathbf{d}$  de dados observados. De forma análoga define-se um vetor de dados preditos  $\mathbf{d}^p$ . Tais notações são comumente utilizadas para qualquer tipo de problema inverso, seja ele aplicado em dados potenciais, sísmicos ou MT. Os dados preditos de qualquer natureza são descritos por uma função dos parâmetros  $f(\mathbf{m})$  que no caso MT é definida implicitamente por um algoritmo que resolve as equações de Maxwell e converte a solução para uma grandeza apropriada que define  $\mathbf{d}$ .

Dessa forma, o problema inverso em MT pode ser posto da seguinte maneira:

$$\mathbf{d}^p = f(\mathbf{m}) \quad (4.1.1)$$

onde  $f(\mathbf{m})$  é a função que descreve os dados preditos  $\mathbf{d}^p$  para valores de  $\mathbf{m}$  dados. O problema inverso é resolver a equação 4.1.1 para valores de  $\mathbf{m}$  desconhecidos. O problema inverso consiste então em encontrar um vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  que produza o vetor de dados preditos  $\mathbf{d}^p$  mais próximos possíveis do vetor de dados observados  $\mathbf{d}$ . Para determinar a proximidade entre os dados observados e os dados preditos, é necessário quantificar a distância entre eles. Isto é normalmente feito utilizando o quadrado da norma euclidiana do vetor de resíduos  $\mathbf{d} - f(\mathbf{m})$ . Dessa forma, define-se o ajuste, que é também uma função escalar dos parâmetros:

$$\phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d} - f(\mathbf{m})\|^2 \quad (4.1.2)$$

Como dito anteriormente, duas abordagens de inversão foram aplicadas neste trabalho. Na primeira, descrita nesta seção, os dados MT foram invertidos separadamente para obter um modelo de distribuição de resistividade no perfil MT1 na bacia de São Francisco (Figura 3.1). Na segunda abordagem, descrita na próxima seção, foi aplicada inversão conjunta dos diversos dados disponíveis.

A rotina de inversão MT utilizada na primeira abordagem foi desenvolvida por Rodi e Mackie (2001). Nesta rotina o modelo inicial de resistividade é aproximado por blocos retangulares bidimensionais de dimensões variáveis, cada um com um valor de resistividade constante. As equações de Maxwell são aproximadas por equações de diferenças finitas. As

equações de Maxwell são desacopladas em duas polarizações: transversa elétrica (TE) e transversa magnética (TM).

O vetor de dados é composto pela resistividade aparente ou fase logarítmicas da resposta MT para uma polarização (ou modo) TE ou TM em uma determinada estação e determinada frequência.

O vetor de parâmetros  $\mathbf{m} = [m^1 \ m^2 \ \dots \ m^M]^T$  define a função  $f$  de resistividade.  $M$  é o número de blocos e cada  $m_j, j = 1, \dots, M$ , é o  $\log$  de resistividade para um único bloco. O problema inverso é resolvido utilizando o método de gradientes conjugados e uma regularização de Tikhonov de segunda ordem. O problema inverso consiste em minimizar a função objetiva:

$$\Phi(\mathbf{m}) = (\mathbf{d} - f(\mathbf{m}))^T \mathbf{V}^{-1}(\mathbf{d} - f(\mathbf{m})) + \lambda \mathbf{m}^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{m} \quad (4.1.3)$$

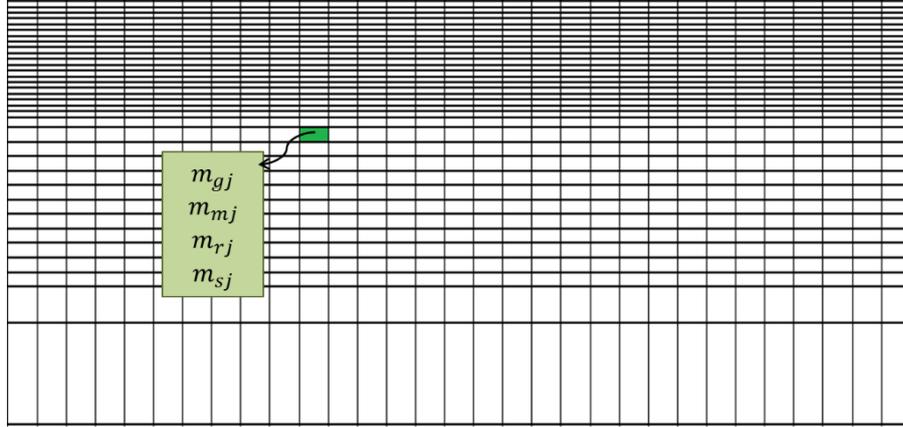
onde  $\lambda$  é o parâmetro de regularização,  $\mathbf{V}$  é uma matriz de covariância dos erros, e o segundo termo de  $\Phi$  é a função que define a regularização de segunda ordem de Tikhonov.

## 4.2. INVERSÃO CONJUNTA

Seja  $\mathbf{d}_g$  um vetor  $Ng$  dimensional que contém todas as observações  $d_{gi}, i = 1, \dots, Ng$  com desvio padrão  $\sigma_{gi}$ , da anomalia de gravidade do perfil mostrado na Figura 3.4.1.  $\mathbf{d}_m$  é um vetor  $Nm$  dimensional que contém todas as observações  $d_{mi}, i = 1, \dots, Nm$  com desvio padrão  $\sigma_{mi}$ , da anomalia de campo total do perfil mostrado na Figura 3.5.2.  $\mathbf{d}_s$  é um vetor  $Ns$  dimensional que contém todas as observações  $d_{si}, i = 1, \dots, Ns$  com desvio padrão  $\sigma_{si}$ , de tempo de transito das ondas sísmicas refletidas mostrada no sismograma da Figura 3.3.1. Finalmente,  $\mathbf{d}_r$  é um vetor  $Nr$  dimensional que contém todas as observações  $d_{ri}, i = 1, \dots, Nr$  com desvio padrão  $\sigma_{ri}$ , de resistividade aparente e a fase para todas as frequências, nos modos TE e TM (exemplificadas na Figura 3.2.1) de todas as estações MT mostradas na Figura 3.1.

Os 4 conjuntos de dados foram produzidos por uma distribuição de propriedade física em subsuperfície discretizada segundo a abordagem de Gallardo e Meju (2004) em células retangulares bidimensionais, em uma malha que é mais fina na região mais rasa e mais espessa em regiões profundas. A distribuição de propriedade física na subsuperfície é então

caracterizada pelos vetores de parâmetros  $\mathbf{m}_g$ ,  $\mathbf{m}_m$ ,  $\mathbf{m}_r$  e  $\mathbf{m}_s$  e está exemplificada na Figura 4.2.1.



**Figura 4.2.1.** Exemplo de modelo interpretativo formado por um grid irregular de  $M$  células justapostas na direção horizontal e vertical. A  $j$ -ésima célula (retângulo verde),  $j = 1, \dots, M$ , possui um valor de densidade  $m_{gj}$ , um valor de intensidade de magnetização  $m_{mj}$ , um valor de resistividade  $m_{rj}$  e um valor de velocidade sísmica  $m_{sj}$ . Estes valores são, respectivamente, os  $j$ -ésimos elementos dos vetores  $M$ -dimensionais de parâmetros  $\mathbf{m}_g$ ,  $\mathbf{m}_m$ ,  $\mathbf{m}_r$ ,  $\mathbf{m}_s$ .

O  $j$ -ésimo elemento de  $m_{gj}$ ,  $j = 1, \dots, Mg$ , do vetor  $\mathbf{m}_g$  representa a densidade da  $j$ -ésima célula do modelo interpretativo mostrado na Figura 4.2.1, assim como, o  $j$ -ésimo elemento de  $m_{mj}$ ,  $j = 1, \dots, Mm$ , do vetor  $\mathbf{m}_m$  representa a magnetização da  $j$ -ésima célula do modelo interpretativo mostrado na Figura 4.2.1, o  $j$ -ésimo elemento de  $m_{rj}$ ,  $j = 1, \dots, Mr$ , do vetor  $\mathbf{m}_r$  representa a resistividade da  $j$ -ésima célula do modelo interpretativo mostrado na Figura 4.2.1 e o  $j$ -ésimo elemento de  $m_{sj}$ ,  $j = 1, \dots, Ms$ , do vetor  $\mathbf{m}_s$  representa a velocidade sísmica da  $j$ -ésima célula do modelo interpretativo mostrado na Figura 4.2.1.

A Figura 4.2.1 mostra um modelo interpretativo composto por um conjunto de  $M$  células justapostas. Isto implica que i) a mesma discretização é utilizada para todas as propriedades físicas e ii) todos os vetores de parâmetros possuem o mesmo número de elementos  $M$ . No entanto, na prática, a discretização para os dados sísmicos e MT é maior que a utilizada para os dados gravimétricos e magnetométricos. Essa discretização diferente tem o objetivo de adequar o modelo interpretativo a maior resolução dos dados sísmicos e MT em

relação aos dados gravimétricos e magnetométricos (para maiores detalhes ver Gallardo, 2004).

A anomalia de gravidade observada é aproximada pela anomalia de gravidade produzida pelo modelo interpretativo, de forma que o vetor  $\mathbf{d}_g$  é aproximado pelo vetor  $Ng$  dimensional de dados preditos  $\mathbf{f}_g(\mathbf{m}_g)$ . O  $i$ -ésimo elemento  $f_{gi}(\mathbf{m}_g)$ ,  $i = 1, \dots, Ng$ , desse vetor é uma função que depende do vetor  $\mathbf{m}_g$ , que contém as densidades do modelo interpretativo (Figura 4.2.1). Na abordagem de Gallardo e Meju (2004),  $\mathbf{f}_g(\mathbf{m}_g)$  é definido utilizando a formulação analítica proposta por Banerjee e Gupta (1977) e é dado pela expressão linearizada:

$$\mathbf{f}_g(\mathbf{m}_g) = \mathbf{f}_g(\mathbf{m}_{g0}) + \mathbf{A}_g(\mathbf{m}_g - \mathbf{m}_{g0}), \quad (4.2.1)$$

em que  $\mathbf{m}_{g0}$  é o vetor de parâmetros em torno do qual o vetor de dados preditos foi linearizado.  $\mathbf{f}_g(\mathbf{m}_{g0})$  é o vetor de dados preditos avaliado em  $\mathbf{m}_{g0}$  e  $\mathbf{A}_g$  é uma matriz  $Ng \times M_g$  que contém as derivadas dos dados preditos em relação aos parâmetros avaliados em  $\mathbf{m}_{g0}$ . Essa matriz é comumente chamada de matriz de sensibilidade ou Jacobiana.

De forma análoga, a anomalia magnética é aproximada pela anomalia magnética produzida pelo modelo interpretativo, de forma que o vetor  $\mathbf{d}_m$  é aproximado pelo vetor  $Nm$  dimensional de dados preditos  $\mathbf{f}_m(\mathbf{m}_m)$ . O  $i$ -ésimo elemento  $f_{mi}(\mathbf{m}_m)$ ,  $i = 1, \dots, Nm$ , desse vetor é uma função que depende do vetor  $\mathbf{m}_m$ , que contém as densidades do modelo interpretativo (Figura 4.2.1). Segundo Gallardo e Meju (2004),  $\mathbf{f}_m(\mathbf{m}_m)$  é computado pela formulação analítica proposta por Bhattacharyya (1964) e é dado pela expressão linearizada:

$$\mathbf{f}_m(\mathbf{m}_m) = \mathbf{f}_m(\mathbf{m}_{m0}) + \mathbf{A}_m(\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_{m0}), \quad (4.2.3)$$

onde  $\mathbf{m}_{m0}$  é o vetor de parâmetros em torno do qual o vetor de dados preditos foi linearizado.  $\mathbf{f}_m(\mathbf{m}_{m0})$  é o vetor de dados preditos avaliado em  $\mathbf{m}_{m0}$  e  $\mathbf{A}_m$  é a matriz de sensibilidade

$NmXMm$  dimensional que contém as derivadas dos dados preditos em relação aos parâmetros avaliados em  $\mathbf{m}_{m0}$ .

A resistividade é aproximada pela resistividade produzida pelo modelo interpretativo, de forma que o vetor  $\mathbf{d}_r$  é aproximado pelo vetor  $Nr$  dimensional de dados preditos  $\mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r)$ . O  $i$ -ésimo elemento  $f_{ri}(\mathbf{m}_r)$ ,  $i = 1, \dots, Nr$ , desse vetor é uma função que depende do vetor  $\mathbf{m}_r$ , que contém as densidades do modelo interpretativo (Figura 4.2.1). Na abordagem de Gallardo e Meju (2004),  $\mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r)$  é computado utilizando a formulação matemática proposta por Smith e Booker (1991) e é dado pela expressão linearizada:

$$\mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r) \cong \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_{r0}) + \mathbf{A}_r(\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{r0}), \quad (4.2.2)$$

em que  $\mathbf{m}_{r0}$  é o vetor de parâmetros em torno do qual o vetor de dados preditos foi linearizado.  $\mathbf{f}_r(\mathbf{m}_{r0})$  é o vetor de dados preditos avaliado em  $\mathbf{m}_{r0}$  e  $\mathbf{A}_r$  é a matriz de sensibilidade  $NrXM_r$  dimensional que contém as derivadas dos dados preditos em relação aos parâmetros avaliados em  $\mathbf{m}_{r0}$ .

E finalmente, a anomalia de velocidade sísmica é aproximada pela anomalia de velocidade sísmica produzida pelo modelo interpretativo, de forma que o vetor  $\mathbf{d}_s$  é aproximado pelo vetor  $Ns$  dimensional de dados preditos  $\mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s)$ . O  $i$ -ésimo elemento  $f_{si}(\mathbf{m}_s)$ ,  $i = 1, \dots, Ns$ , desse vetor é uma função que depende do vetor  $\mathbf{m}_s$ , que contém as densidades do modelo interpretativo (Figura 4.2.1). Na abordagem de Gallardo e Meju (2004),  $\mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s)$  é computado pela formulação analítica proposta por Vidale (1988) e é dado pela expressão linearizada:

$$\mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s) \cong \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_{s0}) + \mathbf{A}_s(\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{s0}), \quad (4.2.4)$$

onde  $\mathbf{m}_{s0}$  é o vetor de parâmetros em torno do qual o vetor de dados preditos foi linearizado.  $\mathbf{f}_s(\mathbf{m}_{s0})$  é o vetor de dados preditos avaliado em  $\mathbf{m}_{s0}$  e  $\mathbf{A}_s$  é a matriz de sensibilidade  $NsXM_s$  dimensional que contém as derivadas dos dados preditos em relação aos parâmetros avaliados em  $\mathbf{m}_{s0}$ .

Para determinar uma distribuição de propriedade física, que explique os 4 conjuntos de dados observados (gravimétrico, magnetométrico, MT e sísmico), Gallardo e Meju (2004) propuseram um método iterativo que consiste em determinar os 4 vetores de parâmetros ( $\mathbf{m}_g$ ,  $\mathbf{m}_m$ ,  $\mathbf{m}_r$  e  $\mathbf{m}_s$ ) que minimizam a função objetiva dada por:

$$\begin{aligned} \min \left\{ \phi_L(\mathbf{m}) = \frac{1}{\beta^2} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)]^T \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)] \right. \\ \left. + [\mathbf{D}\mathbf{m}]^T [\mathbf{D}\mathbf{m}] + [\mathbf{m} - \mathbf{m}_R]^T \mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}} [\mathbf{m} - \mathbf{m}_R] \right\} \\ \text{sujeito a } \boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{B}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

em que  $\mathbf{d}$  contém todos os vetores de dados observados, dado por:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_g \\ \mathbf{d}_m \\ \mathbf{d}_r \\ \mathbf{d}_s \end{bmatrix} \quad (4.2.6)$$

$\mathbf{C}^{-\frac{1}{2}}$  é uma matriz definida por :

$$\mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_g^{-\frac{1}{2}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_m^{-\frac{1}{2}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_r^{-\frac{1}{2}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_s^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}, \quad (4.2.7)$$

em que  $\mathbf{C}_v^{-\frac{1}{2}}$ ,  $v = g, m, r, s$  são matrizes diagonais  $Nv \times Mv$ , cujo  $j$ -ésimo elemento,  $j = 1, \dots, Nv$  é dado pelo inverso do desvio padrão do  $j$ -ésimo dado.

$\mathbf{m}_0$  contém todos os vetores de parâmetros em torno dos quais os dados foram linearizados. É dado por:

$$\mathbf{m}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{0g} \\ \mathbf{m}_{0m} \\ \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_{0s} \end{bmatrix} \quad (4.2.8)$$

$\mathbf{f}(\mathbf{m}_0)$  contém os vetores de dados preditos avaliados em  $\mathbf{m}_0$ , é dado por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{m}_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_g(\mathbf{m}_{g0}) \\ \mathbf{f}_m(\mathbf{m}_{m0}) \\ \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_{r0}) \\ \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_{s0}) \end{bmatrix}, \quad (4.2.9)$$

$\mathbf{A}$  contém as matrizes de sensibilidade e é dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix}, \quad (4.2.10)$$

$\mathbf{m}$  contém todos os vetores de parâmetros e é definido por:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_g \\ \mathbf{m}_m \\ \mathbf{m}_r \\ \mathbf{m}_s \end{bmatrix}, \quad (4.2.11)$$

O problema é regularizado usando uma versão discreta da regularização de Tikhonov de segunda ordem, matriz  $\mathbf{D}$ , que é dada por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \alpha_g \mathbf{D}_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha_m \mathbf{D}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha_r \mathbf{D}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha_s \mathbf{D}_s \end{bmatrix}, \quad (4.2.12)$$

$\mathbf{D}$  contém as matrizes de suavidade  $\mathbf{D}_v$ ,  $v = g, m, r, s$ , para cada conjunto de parâmetros.  $\alpha_v$  é um fator que controla a suavidade de cada conjunto de parâmetros.

$\mathbf{m}_R$  é definido como:

$$\mathbf{m}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{gR} \\ \mathbf{m}_{mR} \\ \mathbf{m}_{rR} \\ \mathbf{m}_{sR} \end{bmatrix}, \quad (4.2.13)$$

em que  $\mathbf{m}_{Rv}$ ,  $v = g, m, r, s$  é o vetor de parâmetros de referência definidos com base na informação a priori.

$\mathbf{C}_R^{-1/2}$  é uma matriz definida por :

$$\mathbf{C}_R^{-1/2} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{Rg}^{-1/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rm}^{-1/2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rr}^{-1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rs}^{-1/2} \end{bmatrix}, \quad (4.2.14)$$

onde  $\mathbf{C}_{Rv}^{-1/2}$ ,  $v = g, m, r, s$  é a matriz de covariância do vetor de parâmetros de referência  $\mathbf{m}_{Rv}$ . Para detalhes, ver Gallardo e Meju (2004).

Por fim, a equação  $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{B}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) = \mathbf{0}$  é o vínculo de *cross-gradients*, linearizado em torno de  $\mathbf{m}_0$ , sendo  $\mathbf{B}$  a matriz que contém as derivadas do vínculo de *cross-gradients* em relação aos parâmetros. Esse vínculo será explicado na seção 4.2.1 (O vínculo *cross-gradients*). O termo  $\beta$ , que aparece no primeiro termo da equação 4.2.5 é um fator de amortecimento auxiliar que será explicado na seção 4.2.2 (Otimização).

A estimativa  $\mathbf{m}^*$  para o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$ , que é a solução para a equação 4.2.5, é determinada utilizando multiplicadores de Lagrange (Menke, 1984; Tarantola, 1987) e é definida como:

$$\mathbf{m}^* = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{n} - \mathbf{N}^{-1}\mathbf{B}^T\boldsymbol{\Lambda}, \quad (4.2.15)$$

em que

$$\boldsymbol{\Lambda} = (\mathbf{BN}^{-1}\mathbf{B}^T)^{-1}[\mathbf{BN}^{-1}\mathbf{n} - \mathbf{Bm}_0 + \boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0)], \quad (4.2.16)$$

é o vetor que contém os multiplicadores de Lagrange e  $\mathbf{N}$  e  $\mathbf{n}$  são definidos por:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{D}^T\mathbf{D} + \mathbf{C}_R^{-1}, \quad (4.2.17)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T\mathbf{C}^{-1}\{\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{Am}_0\} + \mathbf{C}_R^{-1}\mathbf{m}_R, \quad (4.2.18)$$

em que  $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{C}^{-1/2}$ , sendo  $\mathbf{C}^{-1/2}$  dado pela equação 4.2.7, e  $\mathbf{C}_R^{-1} = \mathbf{C}_R^{-1/2}\mathbf{C}_R^{-1/2}$ , sendo  $\mathbf{C}_R^{-1/2}$  dada pela equação 4.2.14. Os detalhes matemáticos são mostrados no Apêndice A. O primeiro termo de  $\mathbf{m}^*$  na equação 4.2.15 corresponde à solução regularizada por mínimos quadrados sem a contribuição do vínculo *cross-gradients*, ou seja, corresponde à inversão separada dos dados. O segundo termo dessa equação corresponde à contribuição do vínculo *cross-gradients*.

#### 4.2.1. O vínculo *cross-gradients*

Quando se utiliza diversos tipos de dados geofísicos sensíveis a diferentes propriedades físicas em um alvo comum, torna-se vantajoso buscar modelos interpretativos consistentes de subsuperfície gerados a partir de uma metodologia onde se aplica inversão conjunta. Esse conceito tem sido bastante utilizado na literatura (Vozzof e Jupp, 1975; Lines *et al.*, 1988; Zhang e Morgan, 1996; Haber e Oldenburg, 1997; Berge *et al.*, 2000; Gallardo-Delgado *et al.*, 2003). Neste processo, os vários conjuntos de dados geofísicos sensíveis a diferentes parâmetros físicos interagem de acordo com a sua precisão e resolução individual para produzir modelos geofísicos com atributos comuns.

Dentro deste contexto de inversão conjunta existe o conceito de similaridade ou semelhança estrutural entre os modelos. Existem também diversas abordagens que assumem que para qualquer conjunto de modelos geofísicos diferentes gerados a partir de um mesmo alvo, existe uma ou mais feições que podem ser consideradas comuns e, portanto utilizadas para executar a inversão conjunta. Estas abordagens na inversão conjunta podem ser classificadas em petrofísica e estrutural.

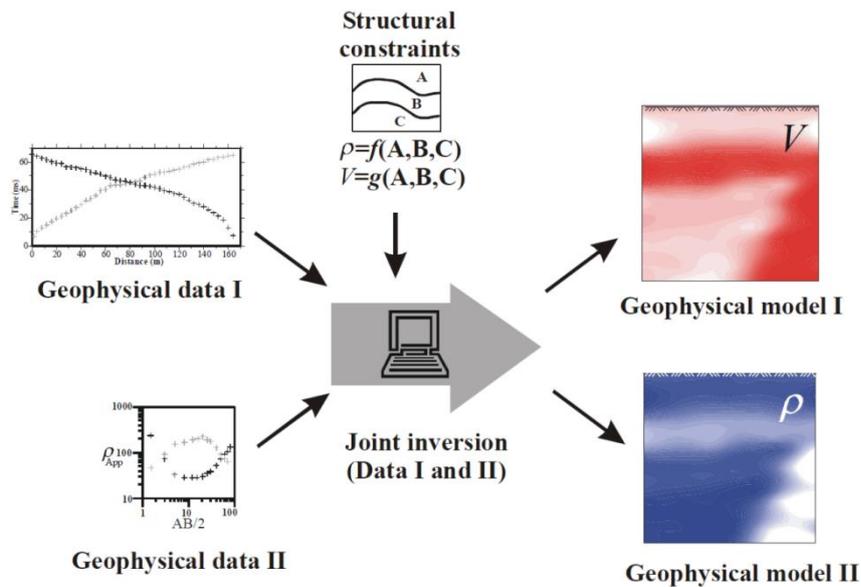
As metodologias de inversão conjunta que seguem a abordagem petrofísica baseiam-se na ideia de que, para alguns ambientes específicos geológicos, múltiplos parâmetros geofísicos podem ser correlacionados através de relações físicas ou empíricas. Exemplos de tal inversão envolvendo relações diretas entre parâmetros são a inversão conjunta dos tempos de chegada de cisalhamento e compressão de ondas sísmicas utilizando o valor da relação VS / VP (por exemplo, de Natale *et al.* 2004) e inversão conjunta de dados sísmicos e gravidade (por exemplo Roecker *et al.* 2004) com base em relações empíricas entre as velocidades

sísmicas e densidade, como aqueles derivados por Birch (1961), Gardner *et al.* (1974) ou Christensen e Mooney (1995).

A abordagem utilizada neste trabalho é a inversão conjunta utilizando vínculos estruturais proposta por Gallardo e Meju (2004). Nesta abordagem eles desenvolveram um vínculo matemático, chamado *cross-gradients*, que mede a similaridade estrutural entre modelos geofísicos distintos. Mesmo com a ausência de qualquer relação analítica entre as propriedades físicas exploradas por diferentes métodos geofísicos, existe um grau de similaridade estrutural nos modelos que eles fornecem.

Em geral as propriedades em subsuperfície variam com a posição, e essas variações podem ocorrer em qualquer direção. Dessa forma, em qualquer posição, as mudanças podem ser caracterizadas em termos de dois atributos: magnitude e direção. A semelhança na distribuição dessas mudanças determina se os modelos (de diferentes propriedades físicas) são consideradas ou não como sendo estruturalmente parecidos. Ou seja, para a abordagem estrutural, o fator de correlação é dado pela distribuição subsuperficial das propriedades físicas, que é definido como sendo de algum modo comum a todos os modelos geofísicos.

A figura 4.2.2 mostra um diagrama exemplificando a abordagem de inversão conjunta utilizando vínculos estruturais. Nesse exemplo são mostrados dois tipos de dados diferentes, velocidade sísmica e resistividade. A correlação entre os modelos é dada pela distribuição das propriedades físicas comum aos dois modelos.



**Figura 4.2.2.** Diagrama exemplificando o conceito de inversão conjunta utilizando vínculos estruturais. A estrutura do modelo é parametrizada por características comuns (A, B, C) que fornecem o link para a inversão conjunta de ambos os dados geofísicos (Gallardo, 2004).

Essas características comuns são atributos que podem ser matematicamente representados pelo campo vetorial dos gradientes dos vetores de parâmetro. Podem ser utilizados para desenvolver uma metodologia matemática generalizada que quantifica a similaridade estrutural entre modelos interpretativos de diferentes propriedades físicas que representam uma subsuperfície heterogênea comum.

Incorporando diversas combinações de dados na função de *cross-gradients* é possível utilizar mais de um modelo de propriedades físicas diferentes que representam diferentes conjuntos de dados geofísicos (Gallardo, 2007). Dessa forma, é possível buscar por modelos interpretativos estruturalmente similares gerados a partir de diferentes dados geofísicos medidos em um mesmo alvo, sensível a diversos tipos de propriedade física. Gallardo (2007) coloca o problema inverso como a busca por modelos estruturalmente semelhantes.

As diferenças estruturais entre modelos interpretativos diferentes podem ser medidas utilizando a expressão do vínculo *cross-gradients*. Para uma determinada posição  $i$ ,  $i = 1, \dots, M$ , do modelo interpretativo (célula verde destacada na figura 4.2.1), o vínculo de *cross-gradients* é definido como:

$$\boldsymbol{\tau}_i(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} \|\nabla m_{gi} \times \nabla m_{mi}\| \\ \|\nabla m_{gi} \times \nabla m_{ri}\| \\ \|\nabla m_{gi} \times \nabla m_{si}\| \\ \|\nabla m_{mi} \times \nabla m_{ri}\| \\ \|\nabla m_{mi} \times \nabla m_{si}\| \\ \|\nabla m_{ri} \times \nabla m_{si}\| \end{bmatrix}_{6 \times 1}, \quad (4.2.19)$$

em que  $m_{vi}$ ,  $v = g, m, r, s$ ,  $i = 1, \dots, M$ , é o  $i$ -ésimo elemento do vetor de parâmetros  $\mathbf{m}_v$  (equação 4.2.11). Para detalhes sobre o significado geométrico dos elementos do vetor  $\boldsymbol{\tau}_i(\mathbf{m})$ , ver Gallardo e Meju (2003) e Gallardo (2007). O vínculo de *cross-gradients* para todas as  $M$  posições (ou células) do modelo interpretativo fica definido pelo vetor particionado:

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1(\mathbf{m}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_M(\mathbf{m}) \end{bmatrix}_{(6M) \times 1}, \quad (4.2.20)$$

em que cada elemento desse vetor é dado pelo vetor definido na equação 4.2.19.

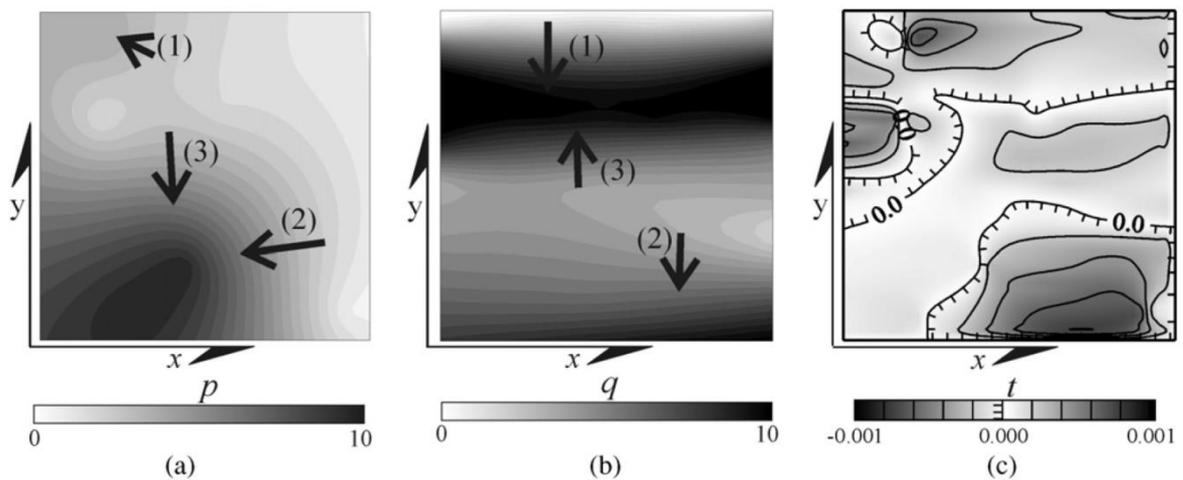
Na inversão conjunta de Gallardo e Meju (2003) a semelhança estrutural dos modelos  $\mathbf{m}$  é alcançada quando  $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}) = \mathbf{0}$ . Essa expressão é linearizada em torno de  $\mathbf{m}_0$  por meio de expansão em série de Taylor até ordem 1, resultando na seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}) \approx \boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{B}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0), \quad (4.2.21)$$

em que  $\mathbf{B}$  é uma matriz  $(6M) \times M$  que contém as derivadas primeiras do vínculo de *cross-gradients* em relação aos parâmetros e  $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0)$  é o vínculo avaliado em  $\mathbf{m}_0$ .

Para ilustrar o significado geométrico da função *cross-gradients* comparam-se dois modelos (figuras 4.2.3 (a) e (b)), que se supõe corresponder ao mesmo alvo, mas que foram geradas a partir de diferentes métodos geofísicos. As diferenças geométricas entre os modelos de acordo com a abordagem *cross-gradients* são ditadas pela magnitude das componentes perpendiculares de seus campos de gradiente, que têm um valor de zero nas regiões em que os dois gradientes são colineares. Os vetores coincidentes representam os gradientes das propriedades em zonas correspondentes. Os vetores correspondentes nas posições 1 e 2 em

ambos os modelos, têm amplitudes significativas, mas direções diferentes, implicando em nenhuma similaridade estrutural. Os vetores paralelos na posição 3 também têm amplitudes significativas e apontam em direções exatamente opostas, implicando em uma semelhança estrutural. A figura 4.2.3 (c) é o mapa correspondente dos valores de gradientes transversais calculados a partir dos modelos. Nesta figura, os maiores valores de  $\tau$  coincidem com as áreas de diferenças máximas no aspecto geométrico dos modelos interpretativos nas figuras 4.2.3 (a) e (b). Matematicamente, a coincidência completa da direção do campo de vetores dos gradientes destes modelos é refletida pelos valores de  $\tau$  igual a zero, um fato que é explorado na abordagem de Gallardo e Meju (2003, 2004).



**Figura 4.2.3.** Ilustração do conceito da similaridade geométrica entre duas imagens usando modelos esquemáticos  $p$  (a) e  $q$  (b), ambas com unidades arbitrárias entre 0 e 10. (c) é o mapa de contorno dos valores calculados na função cross-gradient para as imagens de  $p$  e  $q$ . Os maiores valores positivos ou negativos dos cross-gradient encontram-se em áreas com menor semelhança estrutural (Gallardo et al. 2005).

#### 4.2.2. Otimização

O processo de minimização é iterativo e em dois estágios (esquematisados na figura 4.2.4) que se inicia com um modelo inicial  $\mathbf{m}_0$ , preferencialmente suave, mas não necessariamente o mesmo que  $\mathbf{m}_R$ . Esse modelo inicial é atualizado a cada iteração. Esse processo é composto por um ciclo externo e um ciclo interno. O ciclo externo (índice  $k$ ), busca a redução gradual do desajuste entre os dados observados e preditos utilizando o fator de amortecimento  $\beta$ . Este fator varia gradualmente de  $\beta_{max}$  até  $\beta_{min}$ , em  $n$  iterações (Gallardo

et. al 2012), com um fator de decréscimo  $h = \left[ \frac{\beta_{max}}{\beta_{min}} \right]^{1/n-1}$ . O ciclo interno (índice  $l$ ) garante a semelhança estrutural, buscando modelos que satisfaçam as várias combinações do vínculo *cross-gradient* para um  $\beta$  constante. O critério de parada para o ciclo interno é determinado com base na variação relativa entre as estimativas obtidas para o vetor de parâmetros em duas iterações consecutivas (Gallardo e Meju, 2004). Este critério será descrito a seguir. Abaixo segue um esquema do processo de minimização em dois estágios:

1. Início da inversão. A inversão começa com os parâmetros fornecidos pelo usuário:  $\beta_{min}$ ,  $\beta_{max}$ ,  $n$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\alpha_g$ ,  $\alpha_m$ ,  $\alpha_r$ ,  $\alpha_s$  (equação 4.2.12),  $\mathbf{C}^{\frac{-1}{2}}$ ,  $\mathbf{m}_R$ ,  $\mathbf{C}_R^{\frac{-1}{2}}$  (equações 4.2.7, 4.2.13, 4.2.14) e uma aproximação inicial  $\mathbf{m}^0$  para o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$ . Esta aproximação consiste em 4 distribuições de propriedade física suave  $\mathbf{m}_g$ ,  $\mathbf{m}_m$ ,  $\mathbf{m}_r$ ,  $\mathbf{m}_s$ , fornecidas pelo intérprete com base em informação a priori.
2.  $k = 1$ ,  $\mathbf{m}^k \leftarrow \mathbf{m}^{k-1}$  e  $\beta^k = \beta_{max}$ .
3. Início do ciclo externo. O ciclo externo inicia com a inversão dos dados geofísicos separadamente. Para tanto: faça  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{0}$  (equação 4.2.15), calcule  $\mathbf{f}^k = \mathbf{f}(\mathbf{m}^k)$  (equação 4.2.9),  $\mathbf{A}$  (equação 4.2.10),  $\mathbf{N}$  (equação 4.2.17) e  $\mathbf{n}$  (equação 4.2.18). Calcule  $\mathbf{m}^k$  (equação 4.2.15)
4. Início do ciclo interno.  $l = 0$ ,  $\mathbf{m}_l^k \leftarrow \mathbf{m}^k$ ,  $l = 1$
5. Faça
  - a.  $\mathbf{m}_l^k \leftarrow \mathbf{m}_{l-1}^k$
  - b. Calcule  $\mathbf{f}_l^k = \mathbf{f}(\mathbf{m}_l^k)$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\boldsymbol{\tau}_l^k = \boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_l^k)$  (equações 4.2.9, 4.2.10 e 4.2.16)
  - c. Calcule  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{\Lambda}$  (equações 4.2.17, 4.2.18 e 4.2.16)
  - d. Calcule  $\mathbf{m}_l^k$  (equação 4.2.15)
  - e. Calcule:

$$conv_g = 100 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \frac{[(m_{gi})_l^k - (m_{gi})_{l-1}^k]^2}{[(m_{gi})_{l-1}^k]^2 + \varepsilon}}{M}},$$

$$conv_m = 100 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \frac{[(m_{mi})_l^k - (m_{mi})_{l-1}^k]^2}{[(m_{mi})_{l-1}^k]^2 + \varepsilon}}{M}},$$

$$conv_r = 100 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \frac{[(m_{ri})_l^k - (m_{ri})_{l-1}^k]^2}{[(m_{ri})_{l-1}^k]^2 + \varepsilon}}{M}},$$

$$conv_s = 100 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \frac{[(m_{si})_l^k - (m_{si})_{l-1}^k]^2}{[(m_{si})_{l-1}^k]^2 + \varepsilon}}{M}},$$

em que  $(m_{vi})_l^k$  e  $(m_{vi})_{l-1}^k$ ,  $v = g, m, r, s$ , são, respectivamente, o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\mathbf{m}_v$  que compõe o vetor  $\mathbf{m}_l^k$  e  $\mathbf{m}_{l-1}^k$ . Estes fatores quantificam a similaridade entre dois modelos de iterações consecutivas no ciclo interno.

f.  $l \leftarrow l + 1$

g. Critério de parada do ciclo interno: se  $conv_g > 2, conv_m > 2, conv_r > 2$  e  $conv_s > 2$ , inicie uma nova iteração do ciclo interno – etapa (a). Senão, siga para o etapa 6;

6.  $\mathbf{m}^k \leftarrow \mathbf{m}_l^k, \mathbf{f}^k \leftarrow \mathbf{f}_l^k$ . Plote  $\mathbf{m}^k, \mathbf{f}^k$ . Calcule:

$$rms_g = \sqrt{\frac{[\mathbf{d}_g - \mathbf{f}_g(\mathbf{m}_g^k)]^T \mathbf{C}_g^{-1} [\mathbf{d}_g - \mathbf{f}_g(\mathbf{m}_g^k)]}{M}},$$

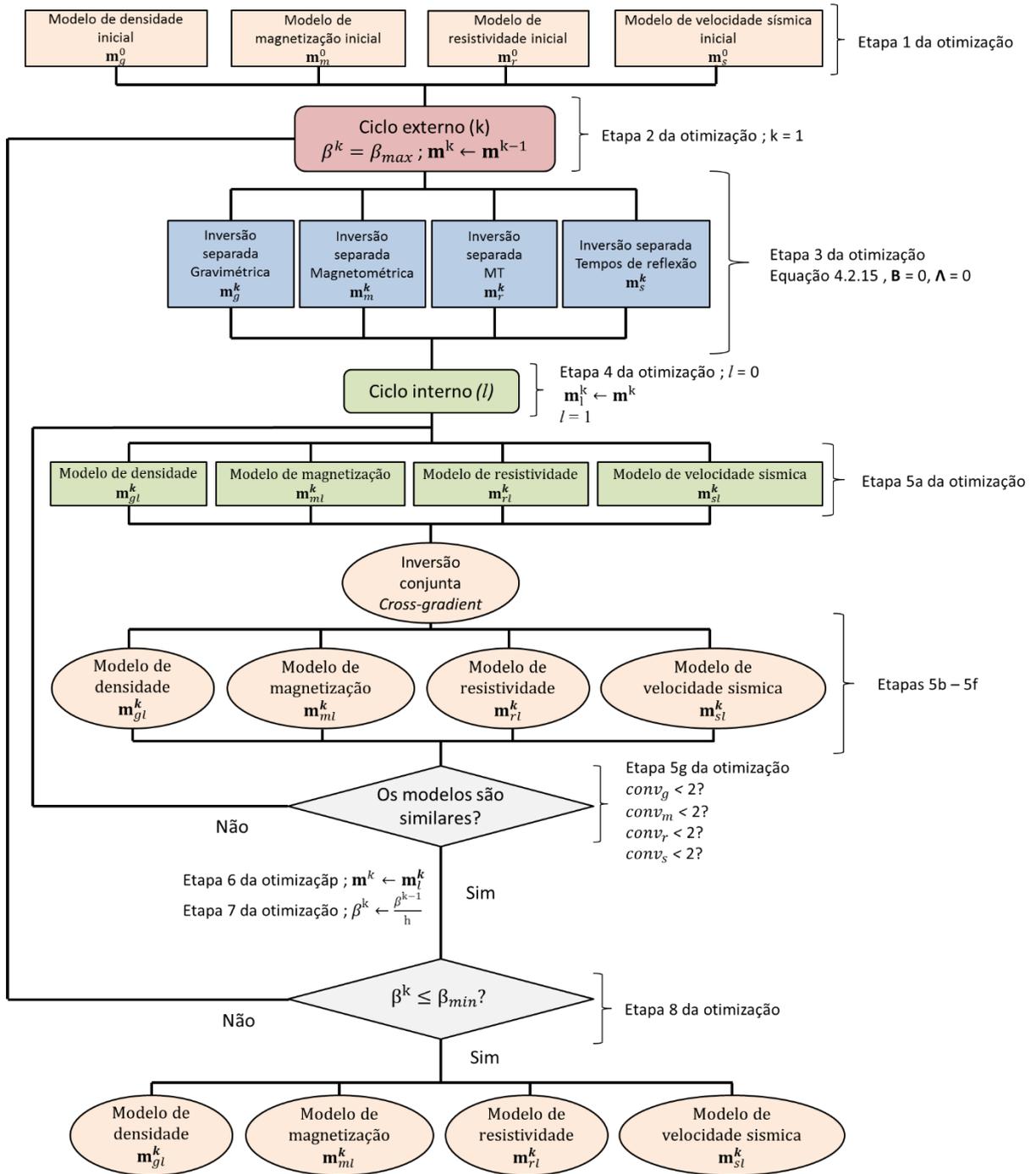
$$rms_m = \sqrt{\frac{[\mathbf{d}_m - \mathbf{f}_m(\mathbf{m}_m^k)]^T \mathbf{C}_m^{-1} [\mathbf{d}_m - \mathbf{f}_m(\mathbf{m}_m^k)]}{M}},$$

$$rms_r = \sqrt{\frac{[\mathbf{d}_r - \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r^k)]^T \mathbf{C}_r^{-1} [\mathbf{d}_r - \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_r^k)]}{M}},$$

$$rms_s = \sqrt{\frac{[\mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s^k)]^T \mathbf{C}_s^{-1} [\mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_s^k)]}{M}},$$

em que  $\mathbf{m}_v^k$ ,  $v = g, m, r, s$ , são os vetores que compõem o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}^k$ . Estes fatores quantificam o ajuste dos 4 conjuntos de dados.

7.  $k \leftarrow k + 1, \beta^k \leftarrow \frac{\beta^{k-1}}{h}$  (Gallardo e.t. al 2012)
8. Critério de parada do ciclo externo: se  $\beta^k \geq \beta_{min}$ , inicie uma nova iteração do ciclo externo – etapa 2. Senão, o processo iterativo termina.



**Figura 4.2.4** Fluxograma que representa a seqüência do processo iterativo de minimização em dois estágios baseado em Gallardo (2012) para a inversão conjunta de dados gravimétricos, magnetométricos, MT e sísmicos. Observe que as estimativas de modelo individuais são relaxadas por um fator  $\beta$ .

## 5. METODOLOGIA

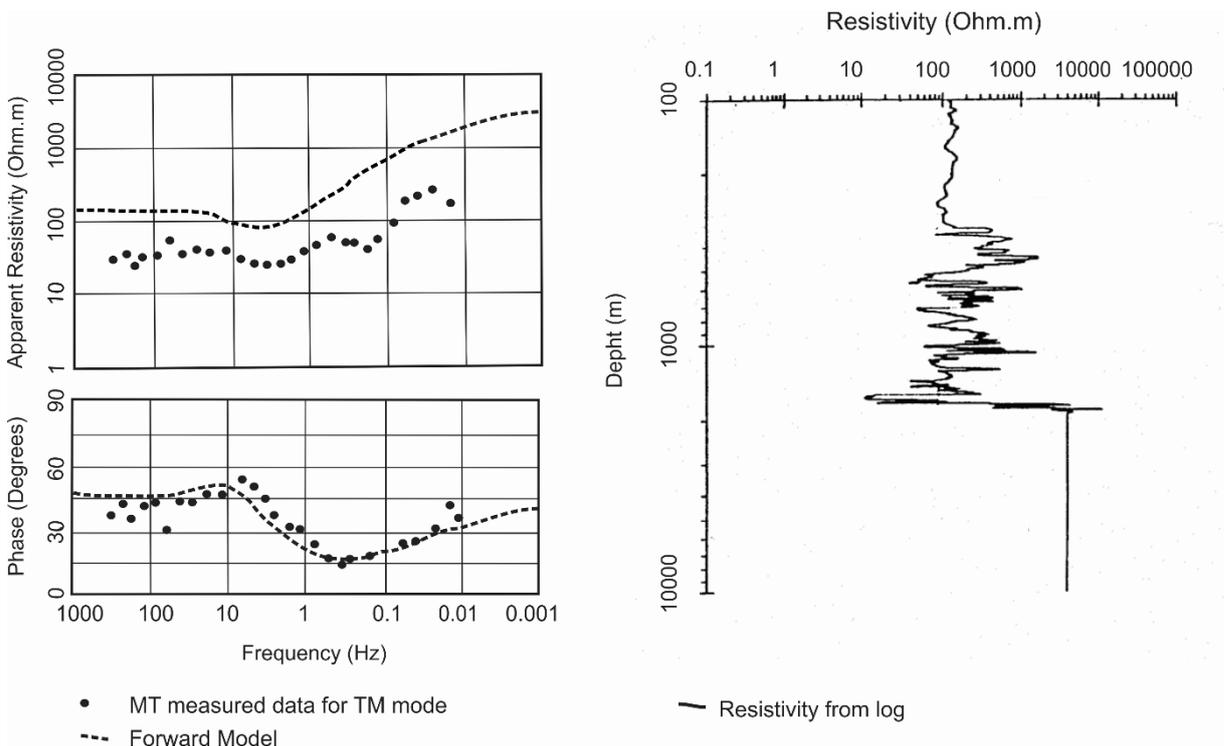
### 5.1. AVALIAÇÃO DO ESTUDO MT

Como mencionado anteriormente, 43 sondagens MT foram adquiridas na região central da bacia de São Francisco. O levantamento inicial foi realizado, por Porsani e Fontes (1992), ao longo das linhas sísmicas de reflexão levantadas pela Petrobras. Foram produzidos relatórios não publicados em 1992 e 1993. Embora os dados MT sejam de uma época diferente dos levantamentos modernos, eles serão suficientes para avaliar a utilidade do método MT no mapeamento e exploração de carbonatos e embasamento fraturado exploração na bacia. Os dados deste estudo foram previamente processados e interpretados em relatórios não publicados por Porsani & Fontes (1993) e Porsani (1993), e depois apresentados em Porsani & Fontes (2001).

Estes estudos anteriores assumem a subsuperfície horizontal e em camadas nas quais a variação de resistividade é apenas na direção vertical. Em uma região onde há estruturas geológicas expressivas ou direções preferenciais de condutividade, os campos MT tipicamente desassociam em dois modos de propagação - um paralelo ao strike estrutural da condutividade elétrica e outro perpendicular a ele. Nesse caso realiza-se a rotação das séries temporais para definir os dois modos e a direção geoeletrica preferencial. Felizmente, essa etapa havia sido cumprida no processamento anterior, mas as séries temporais originais não estavam disponíveis para o nosso estudo. Somente as curvas rotacionadas nos modos transversal elétrico (TE, com campo elétrico ao longo da direção de strike) e transversal magnético (TM, com campo elétrico perpendicular à direção do strike) puderam ser recuperados e utilizados para o estudo de inversão 2-D atual.

Como um prelúdio para inversão MT, era necessário realizar um estudo de modelagem 1D sintético utilizando o log de resistividade do poço 1-RF1 MG-P1 situado próximo da estação em linha MT1 (Figura 3.1) e a curva -yx da estação P1 não rotacionada. O resultado está resumido na Figura 5.1.1. Observa-se claramente que os dados observados MT yx são semelhantes aos dados sintéticos obtidos através da modelo direto dos dados de poço, bem como também deduzido por Porsani e Fontes (2001). Isto poderia sugerir à primeira vista que as formações geológicas depositadas em camadas basicamente horizontais são dominantes nesta estação e são mapeadas pelo MT. No entanto, é também evidente que a curva de resistividade aparente MT mostra um deslocamento estático. Chamado também de *static shift*

é uma distorção causada por pequenas heterogeneidades superficiais tridimensionais (Jones, 1988; Sasaki & Meju 2006). A análise das demais curvas não rotacionadas mostrou que deslocamento estático está presente também em alguns outros locais. Este efeito foi corrigido usando o método de Jones (1988) com a curva gerada pela modelagem direta do log do poço e a curva MT. Em seguida, aplicou-se as mesmas correções nos dados TE e TM necessários para a inversão 2D.



**Figura. 5.1.1** Análise da sensibilidade e calibração da estação MT#01 MT coincidente com poço. À esquerda a resistividade aparente e fase da estação MT (curva pontilhada) e curva de resposta de resistividade gerada com a modelagem 1-D utilizando dados de resistividade de poço (linha tracejada). À direita, perfil de resistividade do poço 1-RF-1MG coincidente com a estação MT (ver também Porsani e Fontes 2001).

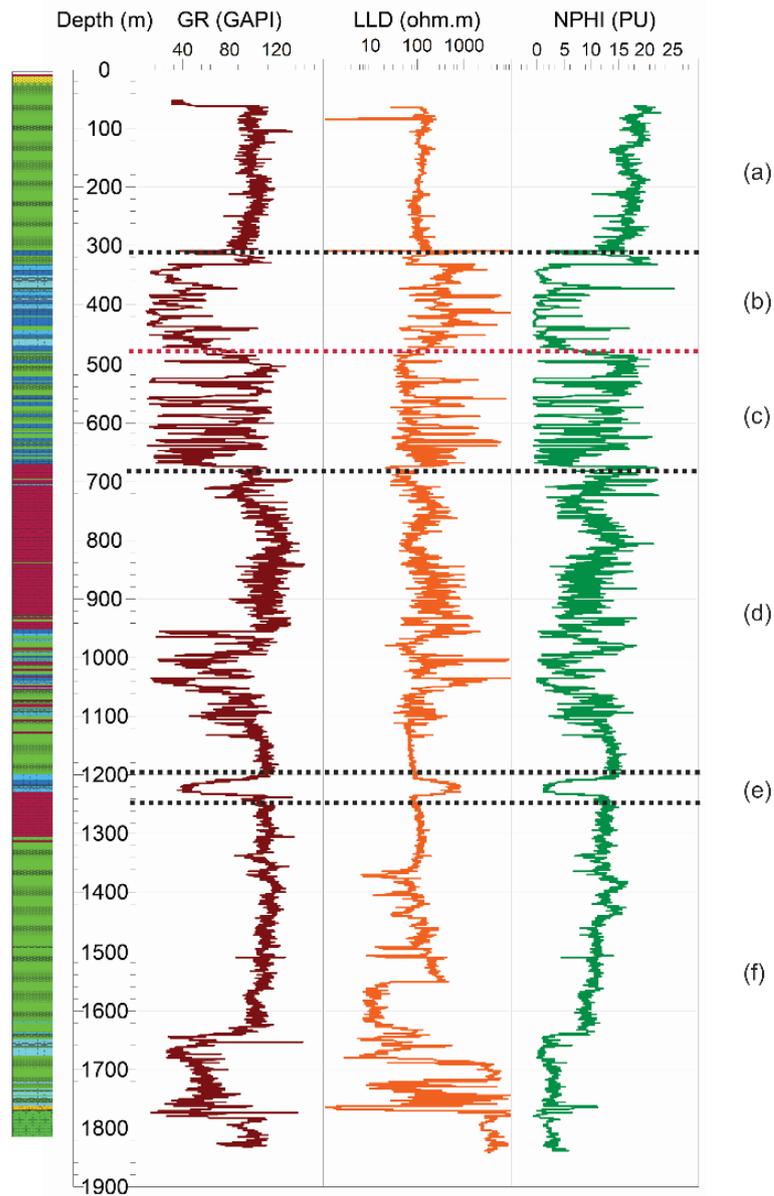
### **5.1.1. Construção dos modelos de inversão 2-D e abordagem de avaliação**

Quatro perfis foram selecionados para este estudo (MT1, MT2, MT3 e MT6 – Figura 3.1).

Para produzir os modelos iniciais 2-D para a inversão, foi criada uma malha de diferenças finitas com um meio-espaco de 100 ohm.m para cada perfil MT. O modelo de inversão resultante foi utilizado como modelo inicial para novas inversões, visando obter um modelo final que apresentasse a melhor resolução possível.

O poço 1-RF1-MG, perto da estação MT#01 (mostrado na figura 5.1.1.1), não foi usado para restringir a inversão 2-D neste estudo de avaliação metodológica. Em vez disso, adotou-se o perfil de resistividade 1-RF1-MG como referência para ajudar na interpretação, e para validar os resultados de inversão MT. A Figura 5.1.1.2 mostra a curva de MT gerada com a inversão 2-D na estação MT#01 (coincidente com o poço). Ambas as curvas observadas e calculadas são também compatíveis com a curva 1-D gerada a partir da modelagem direta, na Figura. 5.1.1. Isso mostra que a inversão 2-D recuperou os dados MT corrigidos do efeito de deslocamento estático.

Para ajudar a avaliar os nossos modelos de MT, primeiro realizou-se uma interpretação integrada dos dados disponíveis de poço para 1-RF1-MG. O registro de raios gama (GR) e nêutrons (NPHI) ajudaram na localização de estruturas de carbonato. O perfil GR permitiu distinguir folhelhos e / ou argilas de outras classes de rochas. Carbonatos devem ter baixa radioatividade. Perfis de nêutrons registram diretamente as porosidades das rochas. Foram identificadas duas regiões de rochas carbonáticas, a primeira em 300 e a segunda 1200 m de profundidade, relacionadas às formações Lagoa do Jacaré e Sete Lagoas, respectivamente e mostradas na figura 5.1.1.1 . Os resultados obtidos a partir de dados de poço e de inversão MT foram comparados com a seção sísmica interpretada. Foram correlacionadas as formações geológicas com o poço 1-RF-1MG e com os horizontes geoeletricos, comparando o modelo MT1 obtido a partir da inversão 2D MT.



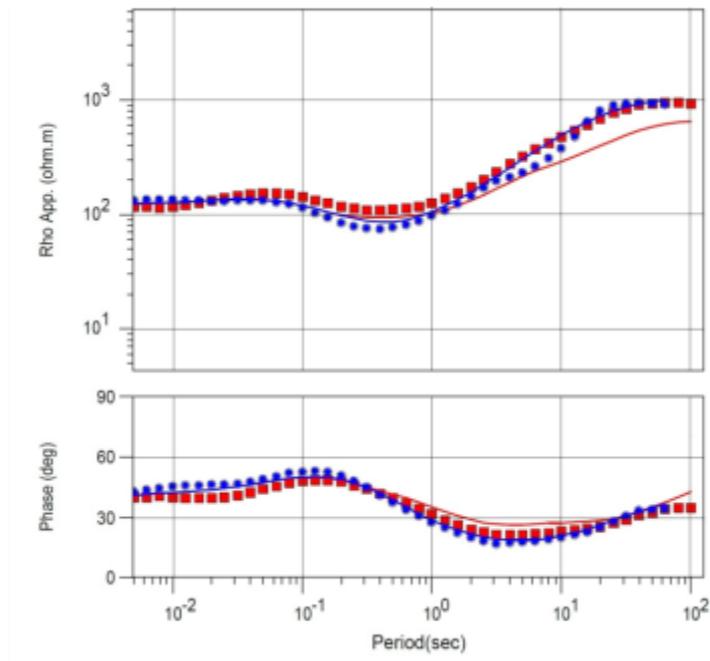
**Litologia / Lithology**

	Conglomerate		Calcirutite
	Sandstone		Calcarenite
	Siltstone		Coquina
	Mudstone		Calcsiltite
	Shale		Calcilutite
			Marl
			Limestone

fonte: PETROBRAS  
escala 1:2000

- (a) Serra da Saudade Formation: Siltstones, sandstones, mudstones and shales.
- (b) Lagoa do Jacare Formation: Calcarenites, calcilutites and calcisiltites.
- (c) Lagoa do Jacare Formation: Calcarenites and shales.
- (d) Serra de Santa helena Formation: Siltstones, shales, thin layers of calcarenites and calcilutites
- (e) Sete Lagoas Formation: Calcilutites.
- (f) Jequitai Formation: Intercalations of shales and calciluties, conglomerates and Diamictite.

**Figura. 5.1.1.1.** Análise comparativa dos perfis de raios gama (GR), resistividade (LLD) e neutrônico (NPHI) do poço I-RF-IMG. As linhas tracejadas em preto indicam o topo e a base das sequências carbonáticas do Grupo Bambuí. A linha tracejada rosa indica a posição onde as rochas da formação carbonática Lagoa do Jacaré começa a intercalar com rochas areníticas.



**Figura 5.1.1.2.** Curvas de resistividade aparente e fase da estação #01 obtidas com a inversão 2D do perfil MT1. Os símbolos vermelhos e azuis correspondem respectivamente aos dados observados no modo TE e TM. As linhas contínuas vermelhas e azuis representam os dados calculados TE e TM respectivamente. As curvas que representam os dados observados foram corrigidas do efeito de static-shift antes da inversão.

## 5.2. MODELAGEM GRAVIMÉTRICA

A utilização do método gravimétrico é bem estabelecida no mapeamento do embasamento de uma bacia sedimentar. Uma modelagem direta dos dados gravimétricos foi feita para avaliar os resultados de MT e em particular a determinação da profundidade do embasamento. Esta modelagem é feita partindo-se do conhecimento da geologia local (no caso utilizando o conhecimento fornecido pelo método MT). Em seguida constroem-se modelos teóricos fixando os parâmetros físicos como profundidade, extensão e contraste de densidade. Depois se calcula a anomalia teórica e comparam-se com a anomalia observada até que ocorra um ajuste entre as duas curvas.

O modelo direto foi obtido com a plataforma GM-SYS® do software Geosoft ®. Os métodos utilizados para determinar a resposta do modelo gravimétrico são baseados nos métodos de Talwani *et al* (1959) e Talwani e Heirtzler (1964). Utiliza os algoritmos descritos em Won e Bevis (1987). As densidades adotadas para as estruturas delineadas foram baseadas em Telford *et al.* (1990): A) arenito - 2,3 g/cm<sup>3</sup>; B) carbonato / calcário - 2,5 g/cm<sup>3</sup>; C) folhelho - 2,4 g/cm<sup>3</sup>; D) Dolomito - 2,6 g/cm<sup>3</sup> e F) embasamento metamórfico - 2.7 g/cm<sup>3</sup>.

## 5.3. INVERSÃO CONJUNTA

Para aplicar a inversão conjunta dos dados disponíveis, a subsuperfície foi discretizada em células retangulares bidimensionais, em uma malha mais fina em áreas bem amostradas pelos dados geofísicos. Foram caracterizadas por quatro propriedades físicas diferentes de acordo com os dados geofísicos disponíveis: resistividade elétrica, vagarosidade sísmica, densidade e magnetização. Com o objetivo de incorporar os dados de poço, o perfil de resistividade foi selecionado como o quinto conjunto de dados associado ao modelo de resistividade.

Para iniciar o processo utilizam-se modelos homogêneos iniciais caracterizados por uma resistividade elétrica de 100 ohm.m, velocidade sísmica de 4000 m/s, contraste de densidade de 0.0 g/cm<sup>3</sup> e contraste de magnetização de 0.0 A/m. Este modelo foi substituído durante os vários passos iterativos pelas estimativas anteriores do ciclo externo. Esta estratégia permite mais desvios desse modelo inicial, enquanto mais informações geofísicas são assimiladas (dadas as sucessivas reduções do parâmetro de amortecimento  $\beta$ ).

Gallardo (2012) mostrou que é preciso determinar diversos parâmetros para aplicar a inversão conjunta de múltiplos dados. Em particular, a seleção de um valor  $\alpha$  (parâmetro de regularização – equação 4.2.12 na seção 4.2 – Inversão Conjunta) ótimo é importante para garantir que cada modelo geofísico tenha um nível comparável de heterogeneidade em cada fase do processo, tal como recomendado para impor semelhança estrutural. Enquanto estratégias de busca de parâmetros de regularização (tal como critério da curva-L) podem ser adotadas, para abordagens onde se utilizam múltiplos parâmetros, isso pode não ser eficiente (Moorkamp *et al*, 2011). Ao invés disso adotou-se nesse trabalho uma busca gradual de parâmetros com base na análise dos resultados de inversão individuais e diversas experiências de inversão conjunta, usando dois, três e, finalmente, quatro tipos de conjuntos de dados. Um dos critérios utilizados na escolha dos parâmetros foi analisar as curvas de *rms* em função do número de iterações para cada conjunto de dados. As curvas dos diferentes conjuntos de dados devem convergir para um valor ótimo de *rms* (estipulado em 1) de forma simultânea. O uso de diferentes parâmetros na inversão conjunta influenciam no comportamentos dessas curvas, e isto poderá ser visto na seção 6.2 – Resultados da Inversão Conjunta.

Dentro deste contexto, primeiro realizaram-se diversos processos de inversão conjunta usando somente dados gravimétricos e magnetométricos. Entre as vantagens de utilizar estes conjuntos de dados neste primeiro estágio são: *i*) a formulação matemática das respostas do modelo é linear e, portanto o ajuste tende a variar de acordo com o amortecimento selecionado ao invés de variar com as estimativas anteriores; *ii*) as respostas diretas podem ser estimadas mais rapidamente se comparado ao MT e sísmica, permitindo uma exploração mais rápida da gama de parâmetros ótimos de amortecimento; *iii*) esses conjuntos de dados são mais propensos a ambiguidade e podem precisar de parâmetros maiores do que MT e sísmica.

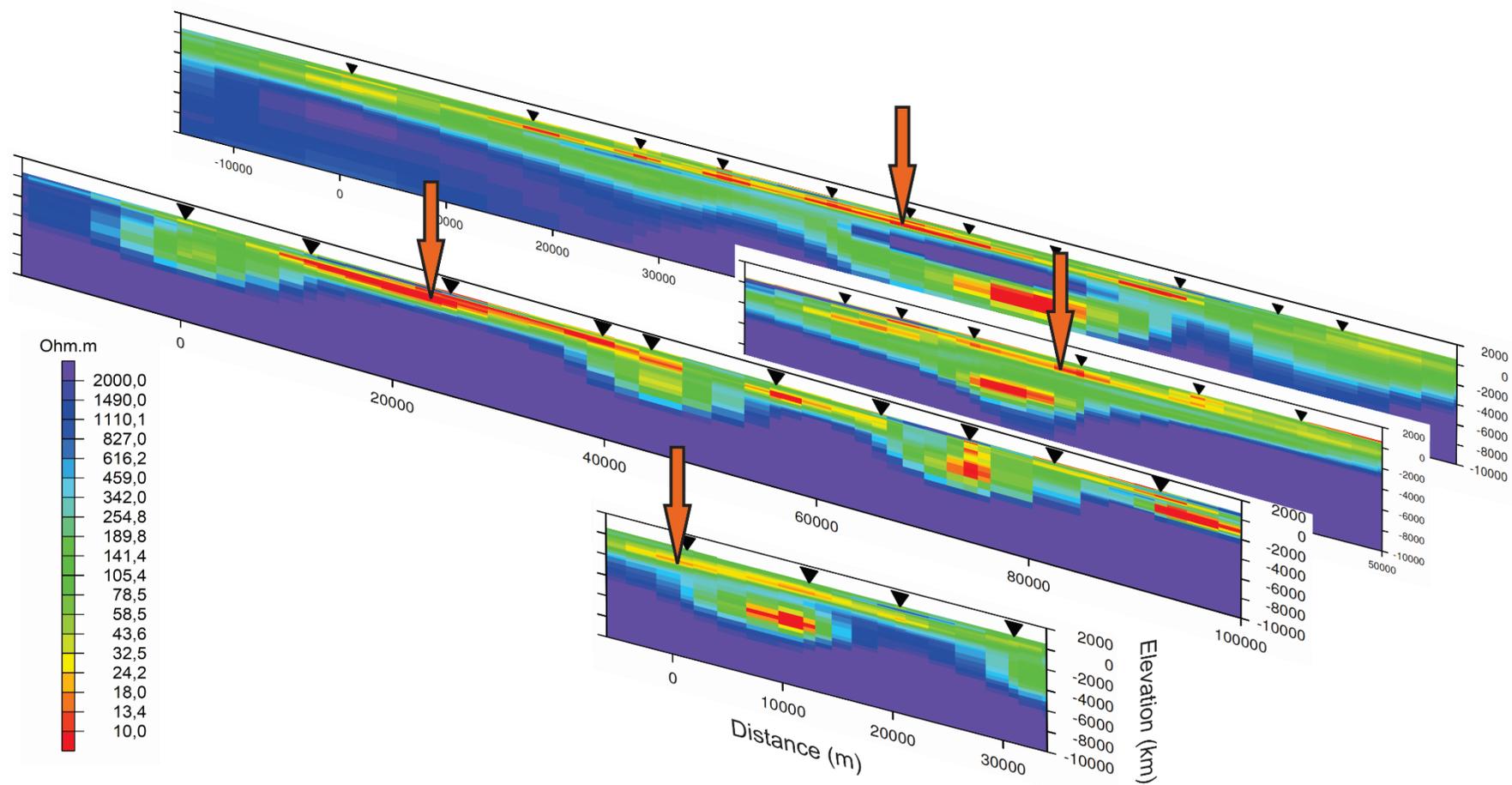
Os princípios utilizados durante a busca pelo fator de suavização,  $\alpha$  (equação 4.2.12 e 4.2.17), adequado foram buscar processos que permitiam atingir um ajuste adequado para o desvio padrão estipulado ao conjunto de dados na última etapa iterativa (quando  $\beta = 1$ ). Levando em consideração que os parâmetros procurados são semelhantes em magnitude aos diversos fatores de suavização ( $\alpha$ ), eles devem ser comparáveis em ordens de magnitude e levar a níveis semelhantes de suavidade dos modelos.

## **6. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

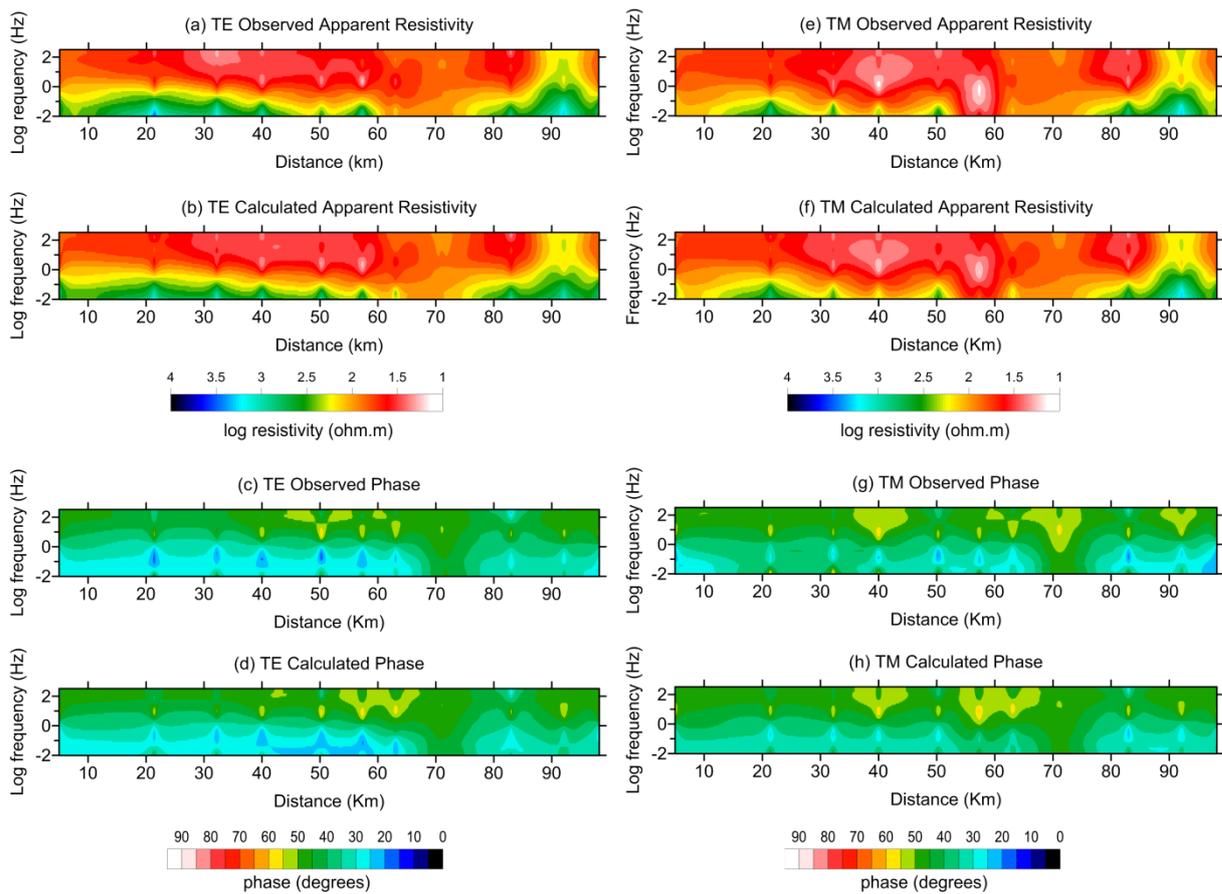
### **6.1. INVERSÃO 2D MT E COMPARAÇÃO COM A SÍSMICA DE REFLEXÃO**

Os modelos de resistividade obtidos através da inversão 2D para os perfis MT1, MT2, MT3 e MT6 (Figura 3.1) estão mostradas na Figura 6.1.1. O ajuste entre os modelos calculados e os dados de campo é bom, com um valor de rms pequeno (rms ~1) para todos os perfis. Um exemplo de pseudo-seção da resistividade aparente e fase observadas/calculadas é mostrado na Figura 6.1.2 para o perfil MT1, que passa pelo poço 1-RF-1MG. Dois notáveis horizontes condutivos estão presentes acima do embasamento geoeletrico em todos os perfis. O condutor mais raso é lateralmente contínuo e alcança profundidades não maiores que 1,5 km. Entre esses dois horizontes geoeletricos há uma região menos condutiva quebrada por uma feição muito resistiva.

A Figura 6.1.3 mostra uma análise comparativa do modelo de inversão 2D do perfil MT1 e da seção sísmica coincidente 240-RL-060. As duas seções possuem 96 km de extensão. Comparando o modelo gerado pela inversão MT 2-D e seção sísmica interpretada é possível ver uma correlação entre os horizontes marcados pela sísmica e os horizontes geoeletricos marcados pelo MT. Importantes feições foram mapeadas, horizontes geoeletricos coincidem em profundidade com os limites entre as principais formações geológicas do Grupo Bambuí mapeados pelo método de sísmica de reflexão.



**Figura. 6.1.1.** Modelos de resistividade MT1, MT2, MT3 e MT 6 (de trás pra frente) posicionados geograficamente. É possível observar a continuidade das estruturas do embasamento. Observa-se também a presença do horizonte geoeletrico condutivo (indicado pelas setas alaranjadas) sugerindo a continuidade da formação Serra de Santa Helena pertencente ao Grupo Bambuí.



**Figura. 6.1.2.** Conjunto de dados MT utilizados na inversão. As pseudo-seções ilustram: (a) resistividade aparente TE observada, (b) resistividade aparente TE calculada, (c) fase TE observada, (d) fase TE calculada, (e) resistividade aparente TM observada, (f) resistividade aparente TM calculada, (g) fase TM observada e (h) fase TM calculada.

Os modelos gerados pela inversão mostram a assinatura geométrica do Grupo Bambuí e suas principais formações. Uma feição importante apontada nos resultados MT mostrada na Figura 6.1.1 e na Figura 6.1.3 é que além de os horizontes resistivos coincidirem com os horizontes sísmicos eles coincidem com as formações mapeadas pelo poço.

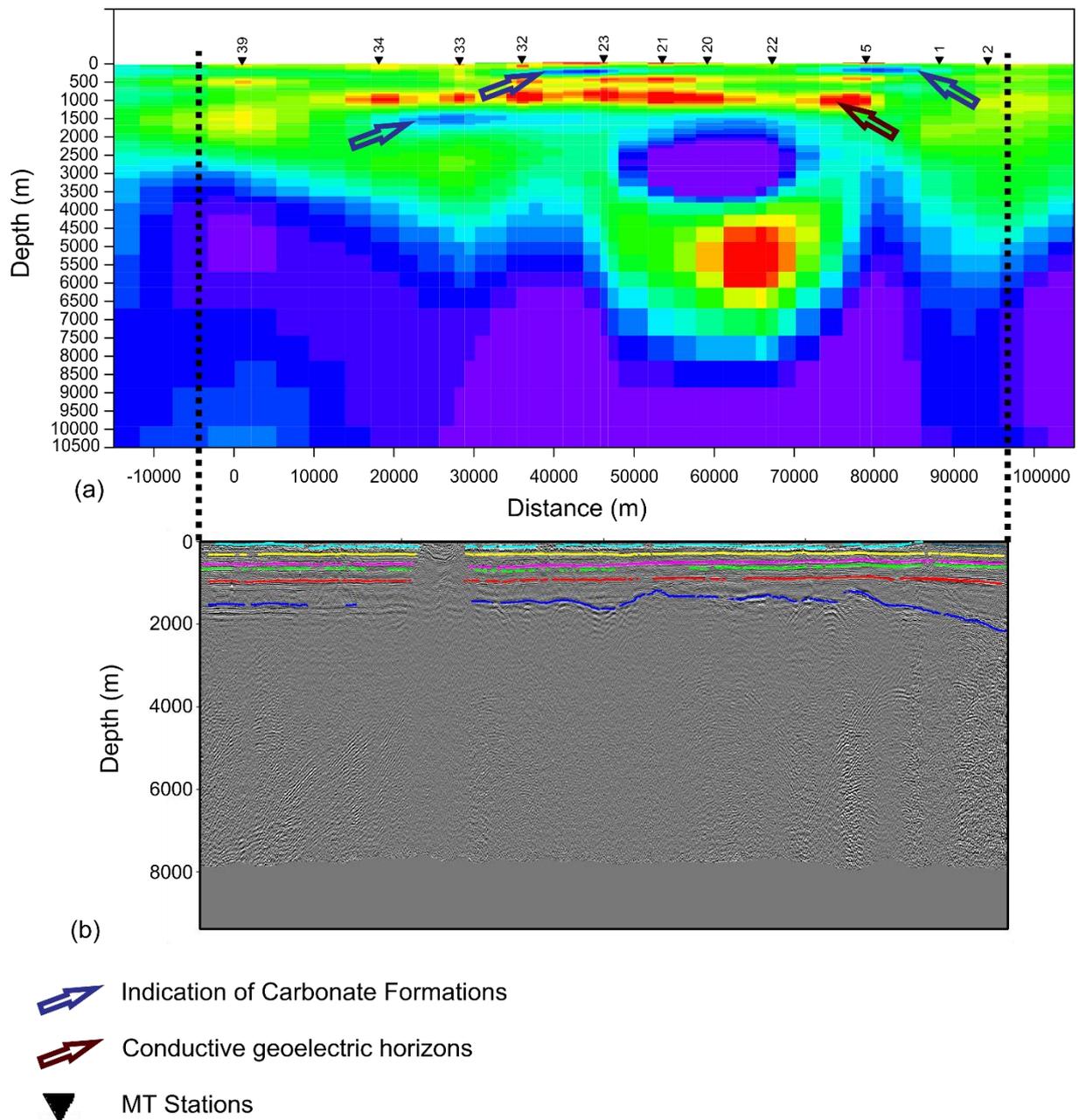
Examinando o perfil de resistividade do poço 1-RF-1MG, apresentado na Figura 5.1.1.1, as regiões onde estão localizadas as rochas carbonáticas (marcadas com linhas tracejadas) apresentam valores de resistividade que variam 500-600 ohm.m. Entre os limites destas duas zonas, existe uma camada com valores extremamente variáveis de radioatividade, porosidade e resistividade. Esta zona coincide com r siltitos intercalados com folhelhos, argilas e xistos, e está associada com a Formação Serra de Santa Helena. Os resultados MT obtidos para o perfil MT1(figura 6.1.3a) mostra duas regiões resistivas (assinaladas com setas

azuis), uma em 300 -700 m de profundidade, e outra em 1200m. Apesar do MT sofrer de *aliasing* espacial e resolução vertical limitada das estruturas geológicas, a sua força está no mapeamento de mudanças laterais. A primeira região resistiva coincide com a formação carbonática Lagoa do Jacaré e a segunda região resistiva coincide com a formação carbonática Sete Lagoas. Entre essas duas regiões é possível observar duas regiões condutivas (assinaladas pela seta vermelha na figura 6.1.3a) que coincide com os limites da formação Serra de Santa Helena. É importante salientar que apesar de a formação Lagoa do Jacaré ser detectada em profundidades similares em todos os perfis MT, ela não é contínua em todas as estações. Isso mostra uma mudança lateral de resistividade da camada em questão, mas não significa necessariamente uma descontinuidade geológica da formação. Valores da resistividade não dependem apenas da formação ou unidade geológica, mas também da quantidade de fluidos, temperatura, pressão, etc.

Abaixo desta segunda zona resistiva, o modelo MT1 apresenta uma região com resistividade compreendida entre 10 e 100 ohm.m. Não há dados de registro a esta profundidade (abaixo de 1.800 m). Usando a informação geológica, pode-se inferir a presença do Grupo Macaúbas, representado por uma sucessão de diamictitos, arenitos e argilitos.

A camada condutiva entre as duas camadas resistivas é bastante significativa em todos os perfis. Sua resistividade aparente nesta região varia entre 10-18 ohm.m. Está relacionado na coluna estratigráfica e no poço com a formação Serra de Santa Helena, formada principalmente por siltitos e folhelhos.

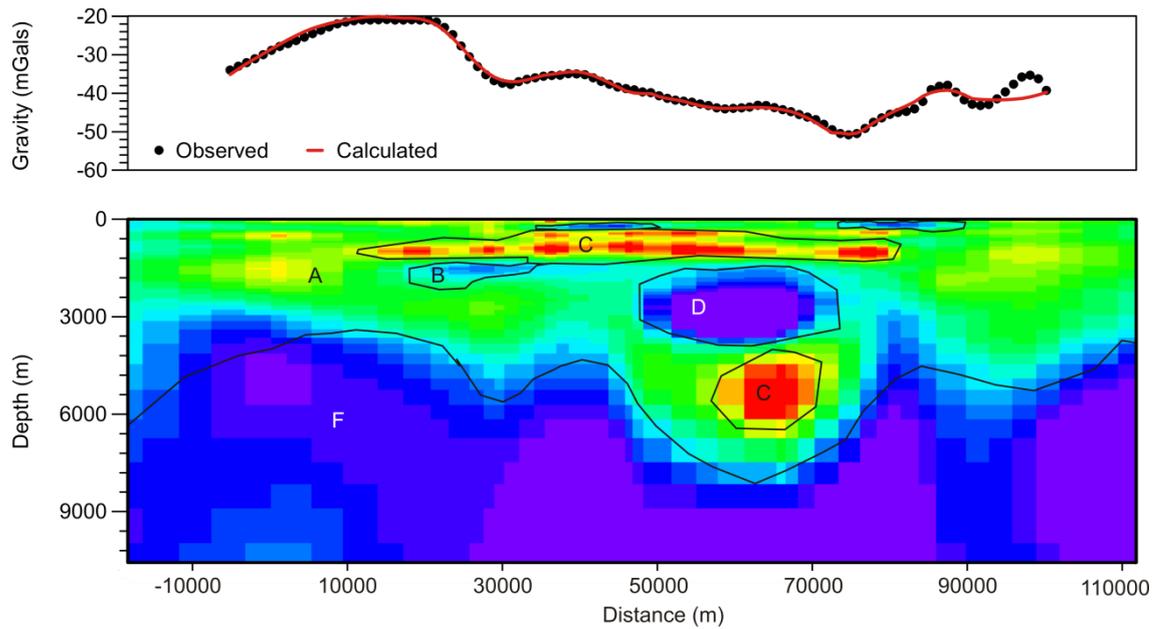
Outra zona condutora muito fina pode ser vista na parte superior do modelo de inversão, em profundidades rasas (100m). Esta zona pode não estar correlacionada com o Grupo Bambuí, mas com um mais novo, o Grupo Três Marias. Não é possível, com este modelo, identificar os horizontes geoeletricos e formações correlacionadas para este grupo específico.



**Figura 6.1.3.** Comparação entre o modelo de resistividade MT1 e a seção sísmica coincidente 0240-0060. As profundidades indicadas estão em metros e os horizontes sísmicos coloridos indicam a interpretação das formações geológicas do Grupo Bambuí. Há uma boa correlação entre os horizontes sísmicos interpretados e as estruturas geoeletricas no modelo de resistividade até 2000 m de profundidade. Note que não é possível mapear o topo do embasamento utilizando somente a seção sísmica.

Com base somente na seção sísmica, não foi possível caracterizar os limites do embasamento metamórfico nesta área, assim como os perfis de poço que não alcançaram profundidade suficiente. Com os resultados obtidos a partir de MT é possível delimitar um embasamento geoeletrico para essa região da bacia de São Francisco. Esse embasamento é marcado pela região inferior do perfil MT1 bastante resistiva (valores maiores que 1500 ohm.m). A profundidade desse embasamento geoeletrico varia entre 3000 e 5000 m, alcançando profundidades de até 7000 m.

Além da correlação com o poço e a sísmica, o resultado MT foi correlacionado também com os dados de anomalia Bouguer residual através da modelagem direta gravimétrica. A Figura 6.1.4 mostra o modelo de inversão MT como pano de fundo para o modelo direto de gravidade e a anomalia Bouguer calculada e observada. As principais feições elétricas foram marcadas e compuseram o modelo de densidade marcado pelas linhas pretas. Nesse modelo estão salientadas as regiões mais resistivas das formações carbonáticas Lagoa de Jacaré e Sete Lagoas, o embasamento geoeletrico, possíveis estruturas geológicas que formam o Grupo Macaúbas. O pequeno desajuste, só observado na extremidade do perfil gravimétrico, demonstra a boa correlação entre gravidade e dados MT, mostrando que as principais feições registradas no MT são capazes de recuperar a anomalia Bouguer residual em questão.



**Figura. 6.1.4.** Resultado da modelagem direta da anomalia Bouguer para o perfil MT1 utilizando as feições mais proeminentes resultantes da inversão 2D. Os valores de densidade utilizados para a modelagem gravimétrica foram baseados em Telford (1990): A) arenito – 2,3 g/cm<sup>3</sup>; B) carbonatos e calcários – 2,5 g/cm<sup>3</sup>; C) folhelho – 2,4 g/cm<sup>3</sup>; D) dolomito – 2,6 g/cm<sup>3</sup> e F) embasamento metamórfico – 2,7 g/cm<sup>3</sup>.

## 6.2. RESULTADOS DA INVERSÃO CONJUNTA

Como dito anteriormente, diversos processos de inversão conjunta foram realizados a fim de definir os parâmetros ideais de inversão para cada conjunto de dados, em particular, a seleção de um valor  $\alpha$  (fator de suavização – equação 4.2.12).

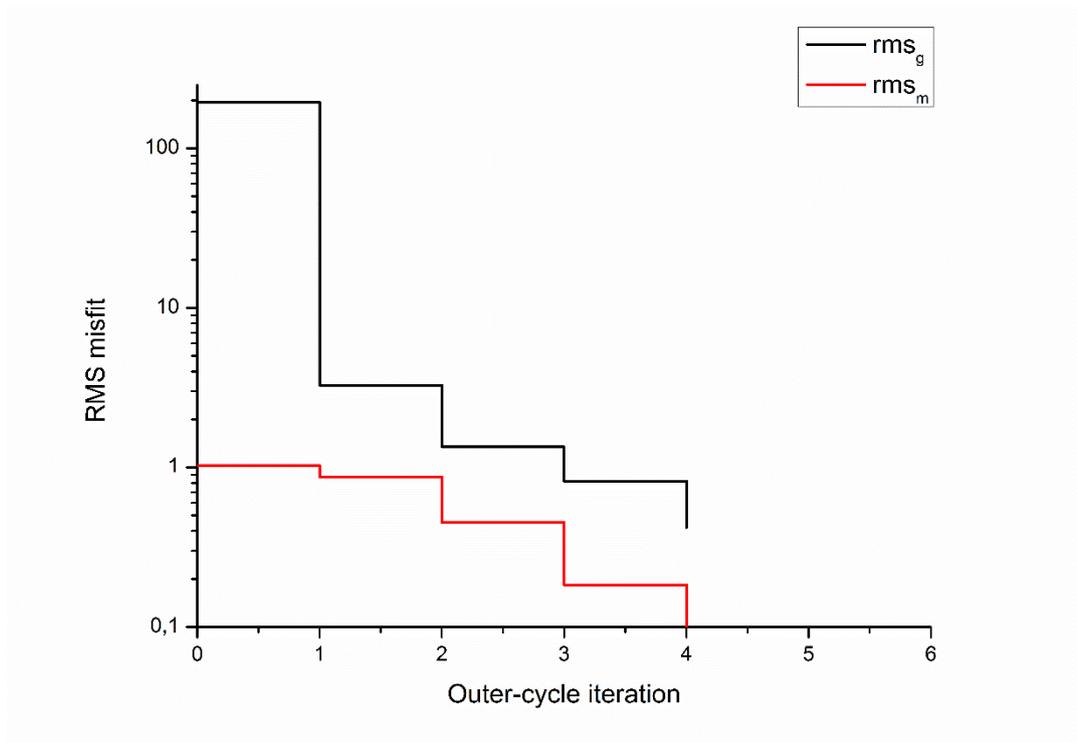
Primeiramente os processos de inversão contavam com dados de gravimetria e magnetometria apresentados nas seções 3.4 – Dados Gravimétricos e 3.5 – Dados Magnetométricos. Definidos os parâmetros ótimos para estes conjuntos de dados, adicionou-se ao processo de inversão os dados MT do perfil MT1 mostrado no mapa da figura 3.1 (capítulo 3 – Dados Geofísicos). Foram realizados no total 9 processos de inversão conjunta de dados gravimétricos e magnetométricos, 15 processos de inversão conjunta de dados gravimétricos, magnetométricos e MT e 3 testes de inversão conjunta de dados gravimétricos, magnetométricos, MT e sísmicos. Os principais resultados dos diversos processos para definir os parâmetros de inversão para os 4 conjuntos de dados são mostrados nos tópicos 6.2.1, 6.2.2. O tópico 6.2.6 mostra primeiros resultados da inversão conjunta utilizando quatro tipos de dados geofísicos (gravimetria, magnetometria, MT e sísmica).

### 6.2.1. Inversão conjunta de dados gravimétricos e magnetométricos

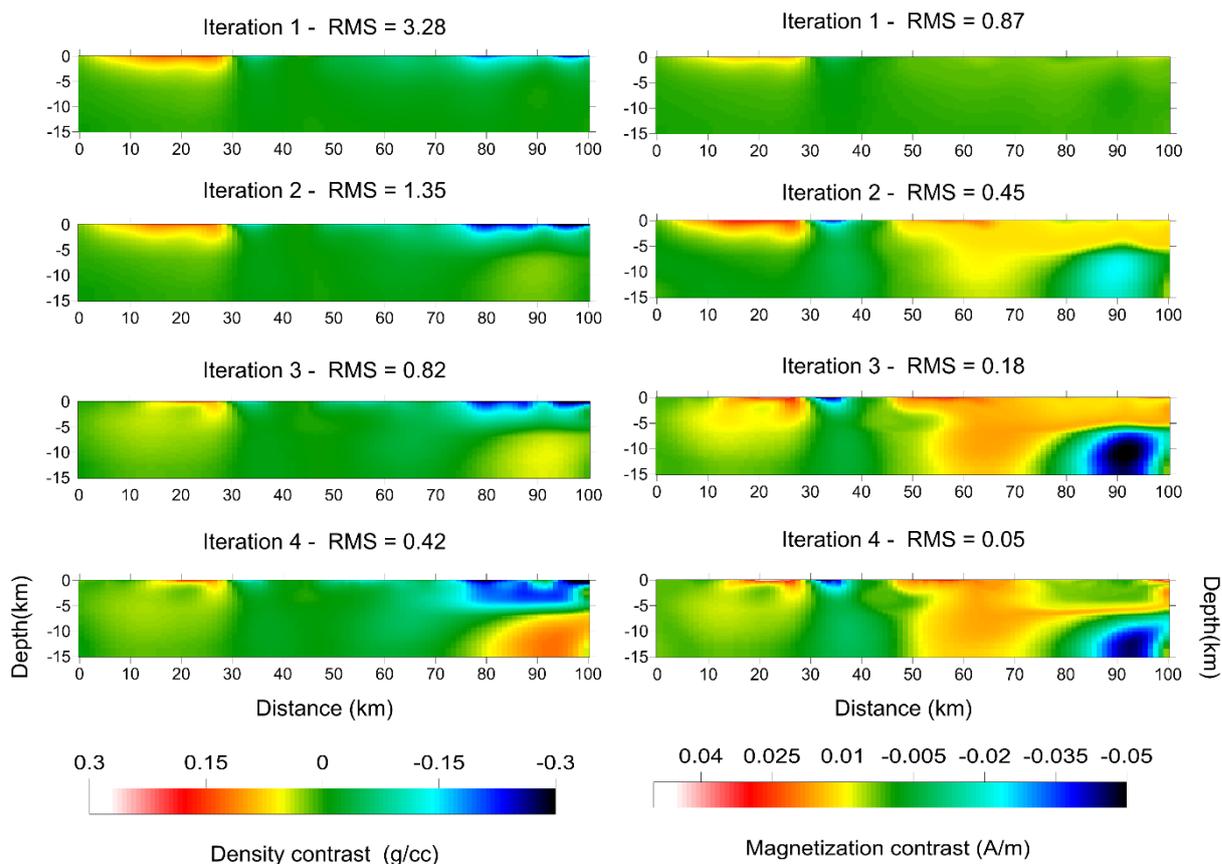
Inicialmente foram selecionados valores para os fatores de suavização gravimétrico  $\alpha_g = 1$  e magnetométrico  $\alpha_m = 1$ . Os desvios padrões para os dados gravimétricos e magnetométricos foram estabelecidos em 0.1 mGal e 10 nT respectivamente. Os valores de desvio padrão compõem a matriz  $\mathbf{C}^{-\frac{1}{2}}$  dada pela equação 4.2.7 na seção 4.2 – Inversão Conjunta. Através dessa matriz é possível controlar o nível de ruído que se espera nos dados. O fator de amortecimento  $\beta$  variou de 100 a 0.1 em 6 iterações do ciclo externo, significando que o valor ótimo deve ser alcançado na quarta iteração quando  $\beta$  igual a 1.

A Figura 6.2.1 mostra as características de convergência para as 4 iterações durante a inversão conjunta destes dois conjuntos de dados. Denomina-se este primeiro teste de GVMG01. O processo de inversão finalizou antes do esperado, porque atingiu um ajuste adequado para o desvio padrão estipulado ao conjunto de dados na quarta etapa iterativa com  $\beta$  igual a 1.

Percebe-se que os valores de  $rms_g$  (gravimétrico) e  $rms_m$  (magnetométrico) foram reduzidos gradativamente, no entanto a convergência não foi simultânea. Logo na primeira iteração o valor de  $rms_m$  foi igual a 0,87, enquanto o valor do  $rms_g$  começou com 3,28. A escolha de tais parâmetros de amortecimento fez com que os modelos não ajustassem simultaneamente como é desejado na inversão conjunta. O modelo magnetométrico alcançou um ajuste mais rapidamente do que o modelo gravimétrico. A Figura 6.2.2 mostra os modelos obtidos com a inversão conjunta ao final de cada iteração do ciclo interno.



**Figura 6.2.1.** Evolução gradual do ajuste gravimétrico ( $rms_g$ ) e magnetométrico ( $rms_m$ ) durante o ciclo externo do processo de inversão conjunta.

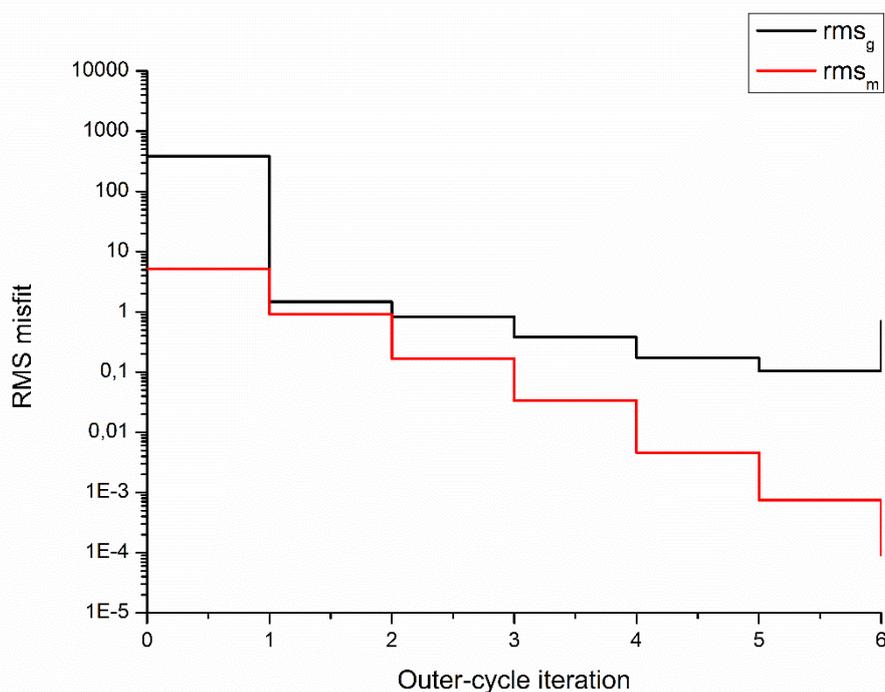


**Figura 6.2.2.** Evolução do processo de inversão conjunta. À esquerda estão os modelos de densidade e a direita os modelos de magnetização produzidos em cada iteração. Observe o desenvolvimento de estruturas pouco realistas no modelo de magnetização depois da segunda iteração.

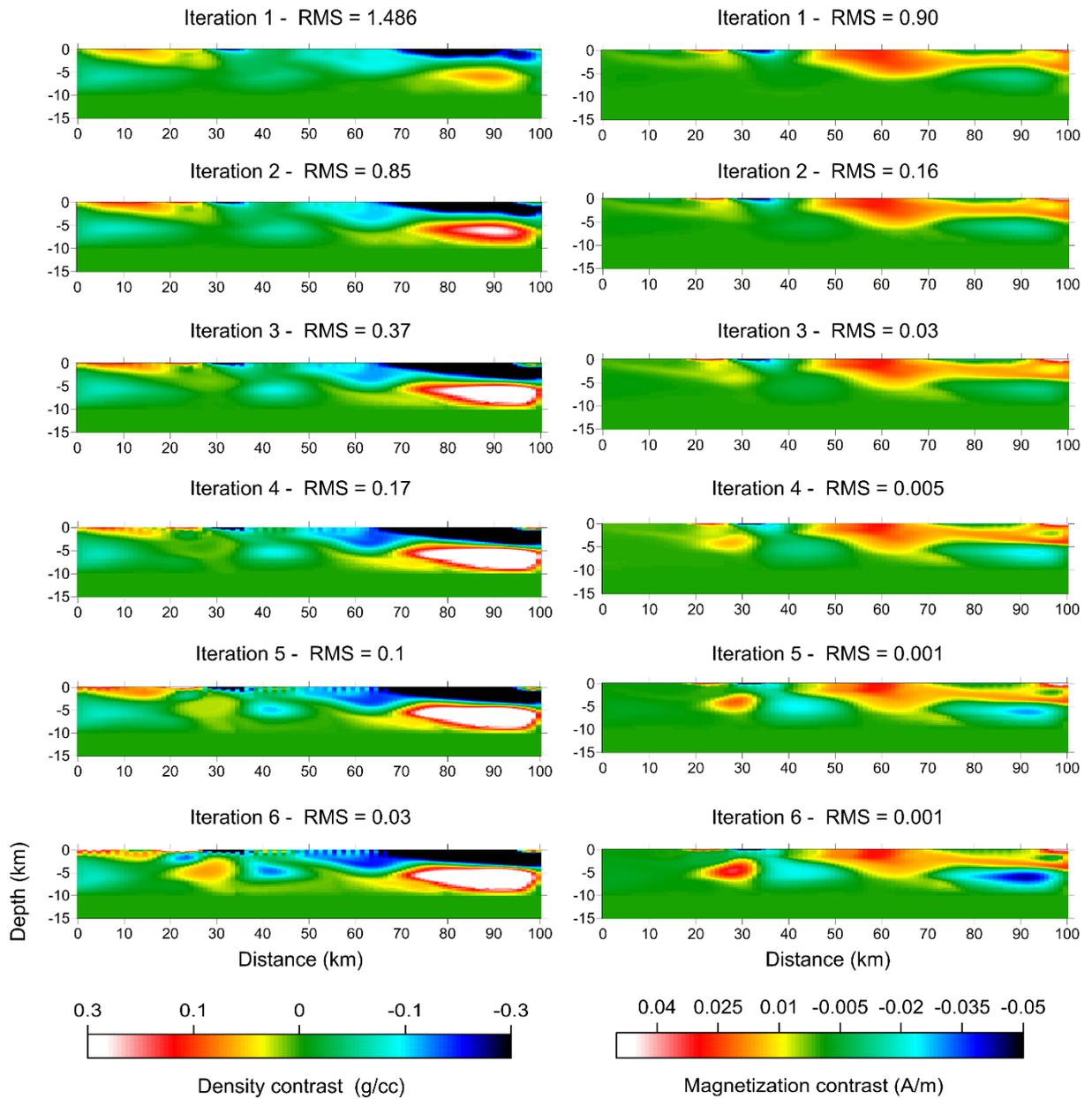
Os modelos obtidos ao final de cada ciclo interno da inversão conjunta mostraram que as soluções são controladas pelo desenvolvimento de estruturas comuns aos dois modelos. Depois da iteração 2, quando o  $rms_g$  atinge valores próximo a 1, nota-se o aparecimento de alguns artefatos pouco realistas no modelo de magnetização. Isto sugere que os dados estão superestimados e os erros estão se propagando para os modelos estimados seguintes. Isto fica implícito pela ideia de que o dado mais ambíguo, no caso a magnetometria, atinge um nível de suavização (subentendido pelo vínculo de *cross-gradients*) mais rápido.

Um novo teste (GVMG02) utilizando fatores  $\alpha_g = 1$  e  $\alpha_m = 10$  foi realizado. Os desvios padrões para os dados gravimétricos e magnetométricos foram alterados para 0.05 mGal e 2 nT respectivamente. O fator de multiplicação  $\beta$  se manteve o mesmo, de 100 a 0.1 em 6 iterações do ciclo externo.

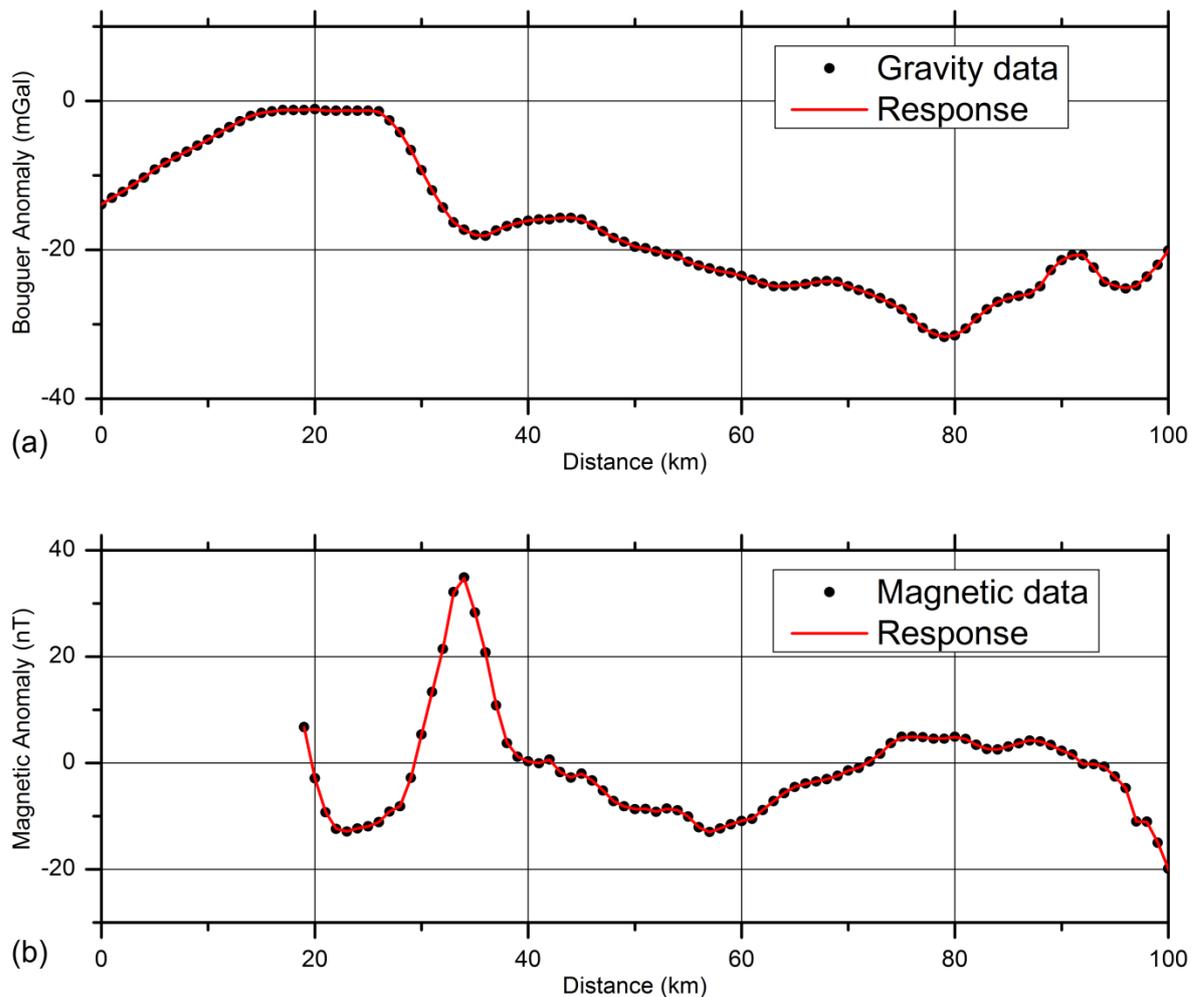
A Figura 6.2.3 mostra o gráfico do  $rms$  por iteração. Novamente é perceptível que os valores de  $rms_g$  e  $rms_m$  são gradualmente reduzidos, mas não simultaneamente. A utilização de tais fatores de suavização ainda conduziu a uma realização mais rápida para o ajuste magnético do que o gravimétrico. No entanto, nota-se que a diferença entre as duas curvas nas primeiras iterações é menor. O resultado, mostrado na Figura 6.2.4 mostra que a solução também é controlada pelos dados magnéticos principalmente a partir da terceira iteração. Efeitos semelhantes aos resultados anteriores ocorreram também neste experimento. O modelo magnético encontra uma solução mais rapidamente e permite que os dados de gravidade passem definir um modelo de densidade por si só, adicionando estruturas semelhantes ao modelo de magnetização, de forma a “obedecer” o vínculo de estruturas comuns. A Figura 6.2.5 mostra o ajuste dos dados gravimétricos e magnéticos desde a iteração 3, sugerindo que as estruturas que aparecem nos modelos seguintes são redundantes.



**Figura 6.2.3.** Evolução gradual do ajuste gravimétrico ( $rms_g$ ) e magnetométrico ( $rms_m$ ) durante o ciclo externo do processo de inversão conjunta.



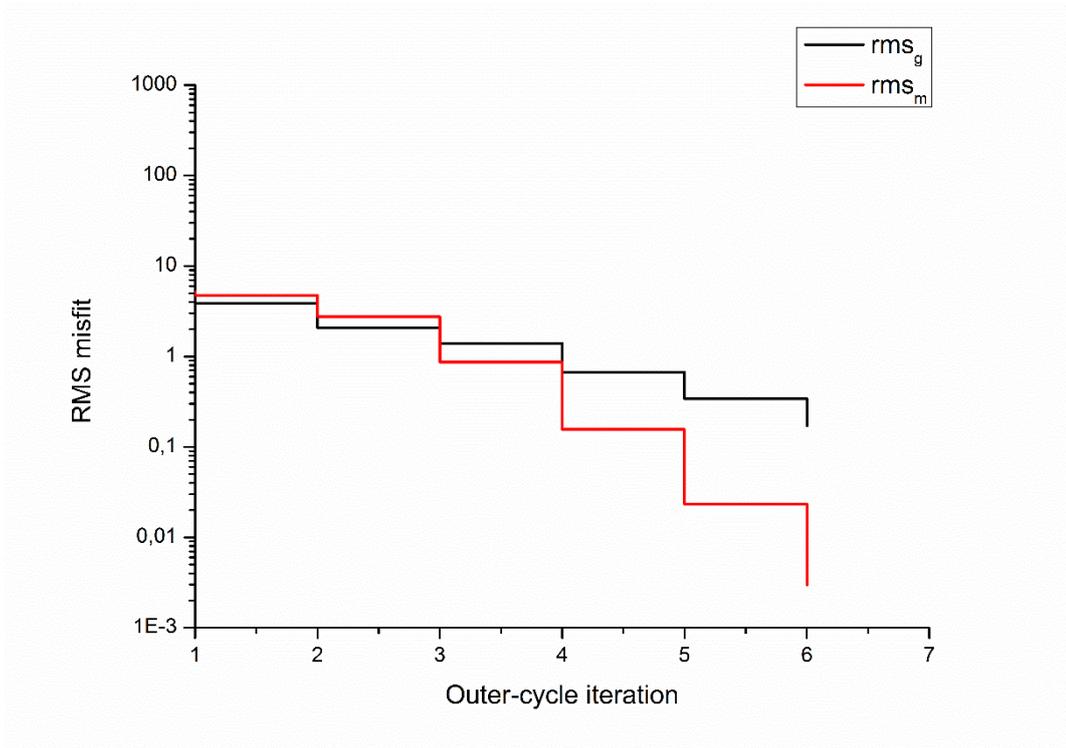
**Figura 6.2.4.** Evolução do processo de inversão conjunta. À esquerda estão os modelos de densidade e a direita os modelos de magnetização produzidos em cada iteração. Observe o desenvolvimento de estruturas pouco realistas na parte superior do modelo de densidade depois da terceira iteração.



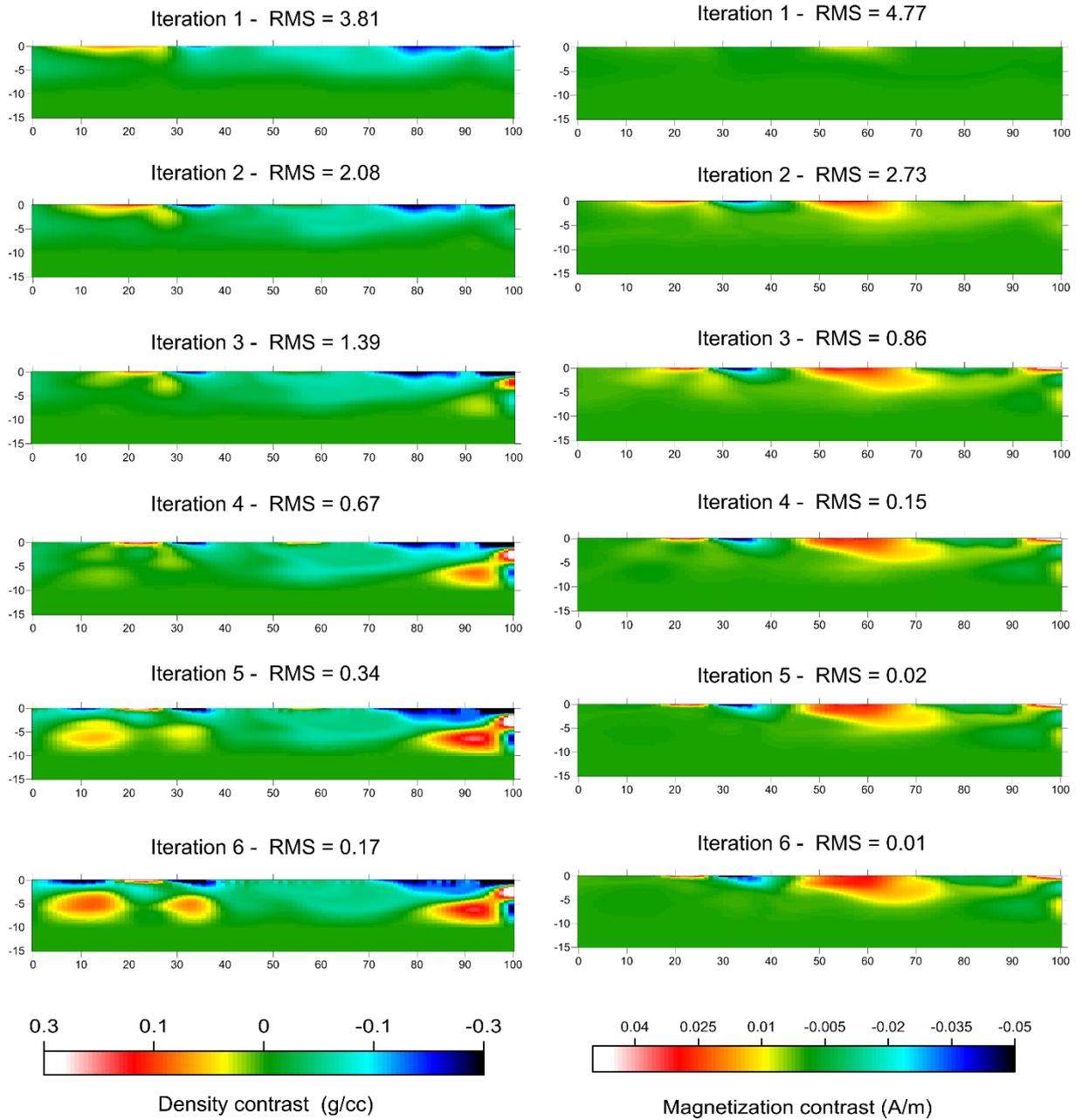
**Figura 6.2.5.** Ajuste entre os dados gravimétricos (a) e magnetométricos (b) e as respectivas respostas dos modelos resultantes na terceira iteração do processo de inversão conjunta.

Os resultados dos testes anteriores motivaram a seleção de fatores de amortecimento que produzissem convergência gradual e simultânea para o processo de inversão conjunta. O teste GVMG03 contou com os valores  $\alpha_g = 10$  e  $\alpha_m = 100$  foram selecionados para suavização do modelo de densidade e magnetização, respectivamente. Os valores estabelecidos para o desvio padrão permaneceram inalterados: 0,05 mGal e 2 nT.

O fator de amortecimento  $\beta$  variou de 100 a 0,1 em seis iterações do ciclo externo. A Figura 6.2.6 mostra as características de convergência para as 6 iterações. É perceptível que os valores de  $rms_g$  e  $rms_m$  são gradualmente reduzidos em  $\beta$  variados. A Figura 6.2.7 mostra os modelos de densidade e magnetização obtidos para cada etapa iterativa.



**Figura 6.2.6.** . Evolução gradual do ajuste gravimétrico ( $rms_g$ ) e magnetométrico ( $rms_m$ ) durante o ciclo externo do processo de inversão conjunta.



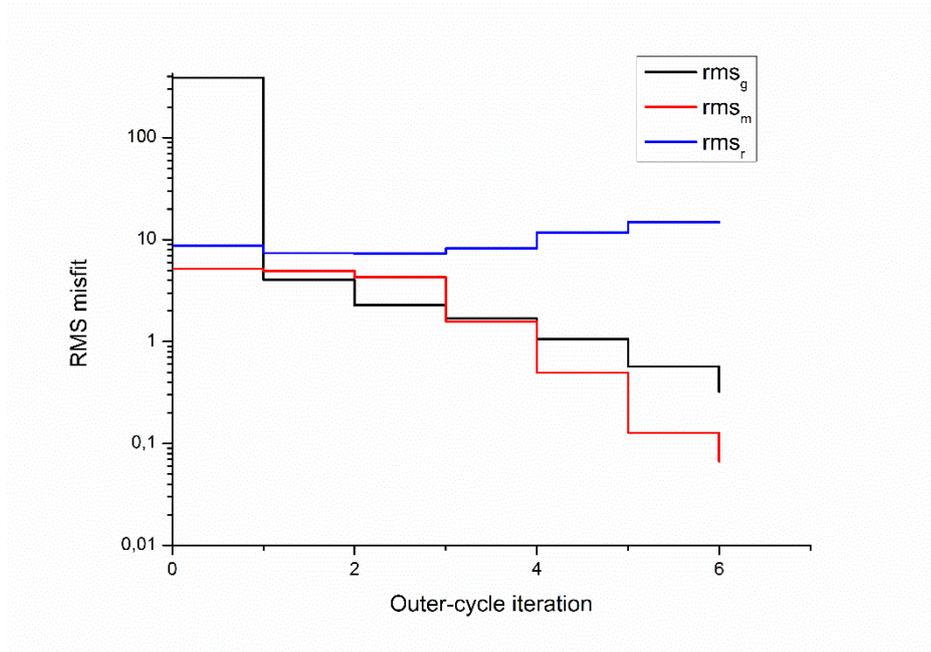
*Figura 6.2.7. Evolução do processo de inversão conjunta. À esquerda estão os modelos de densidade e a direita os modelos de magnetização produzidos em cada iteração. Somente na quinta iteração ocorre o desenvolvimento de estruturas pouco realistas na parte superior e inferior do modelo de densidade.*

A evolução gradual da inversão conjunta deste processo mostrou que a solução é facilmente controlada pelo desenvolvimento de estruturas comuns. Até a iteração 4, quando os *rms* atingem valores bem pequenos, quase simultaneamente, e observa-estruturas suaves e compatíveis nos dois modelos. Depois disso, observa-se o aparecimento de estruturas improváveis no modelo de densidade sugerindo que os dados estão novamente superestimados e os erros estão propagando para os modelos estimados.

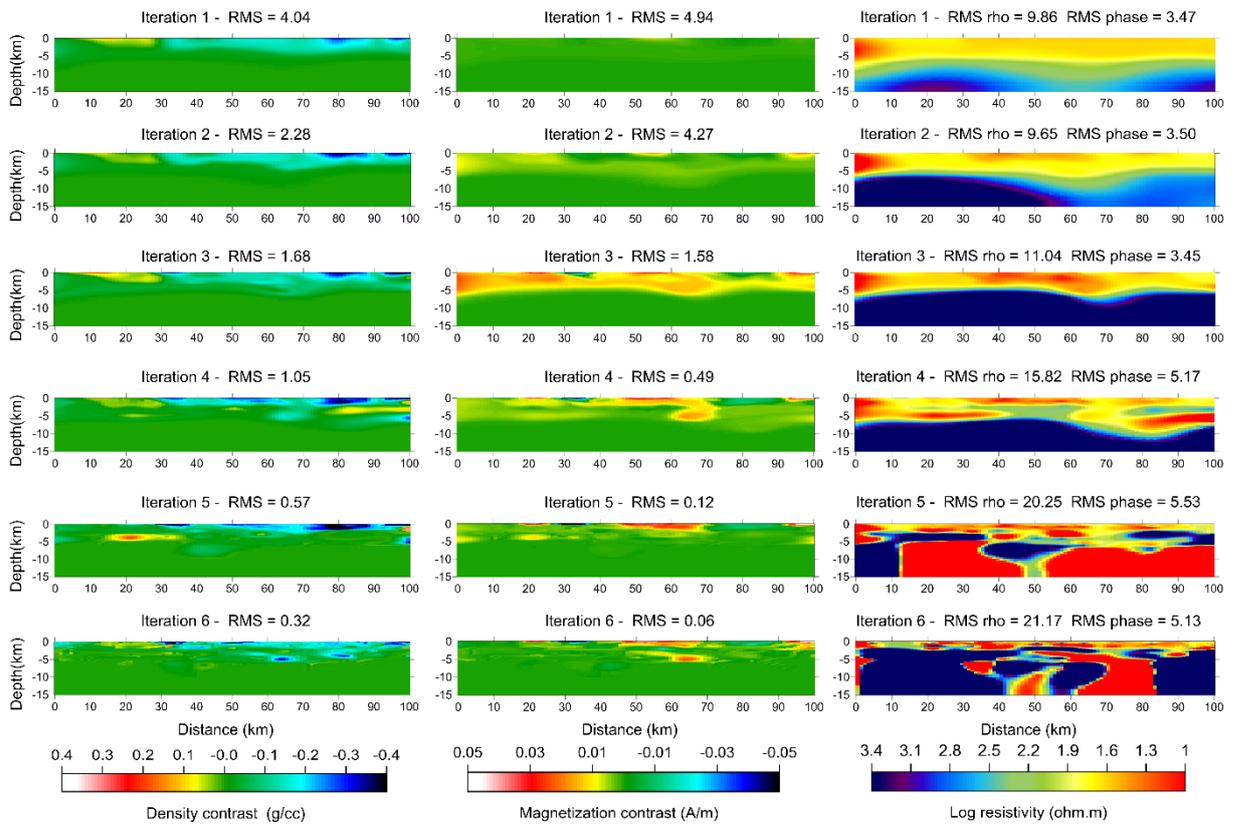
### **6.2.2. Inversão conjunta de dados gravimétricos, magnetométricos e MT**

Depois de realizar o experimento com dois conjuntos de dados e definir corretamente os parâmetros de inversão para os dados gravimétricos e magnetométricos, foram adicionados os dados MT para o processo de inversão conjunta. São utilizadas as curvas de resistividade aparente e fase dos modos TE e TM. Não foram utilizadas as curvas suavizadas, como no algoritmo de Rodi e Mackie (2001), e sim as curvas brutas. Diversos testes utilizando diferentes valores de  $\alpha$  e  $\beta$  foram realizados. Para dados MT inicia-se com um desvio padrão de 10% para resistividade aparente e 5 graus para a fase. O fator de suavização  $\alpha_r$  utilizado foi de 10 e os valores  $\alpha_g = 10$  e  $\alpha_m = 100$ , selecionados anteriormente, permaneceram inalterados. O fator de amortecimento  $\beta$  variou de 100 a 0.1 em 6 iterações do ciclo externo. Denomina-se este primeiro teste que inclui os dados MT de GVMGMT01.

A Figura 6.2.8 mostra a evolução do ajuste em função das iterações do ciclo externo. Observa-se nessa figura que na quarta iteração, os ajustes dos dados gravimétricos e magnetométricos atingiram um nível satisfatório ( $rms \sim 1$ ). Para os dados MT nota-se que o  $rms_r$  se manteve bastante alto (valores entre 7 e 8), e a partir da quarta iteração o  $rms_r$  começa a aumentar. A Figura 6.2.9 mostra os modelos obtidos ao fim de cada etapa do ciclo interno. À esquerda os modelos de densidade, ao centro os modelos de magnetização e à direita os modelos de resistividade logarítmica.

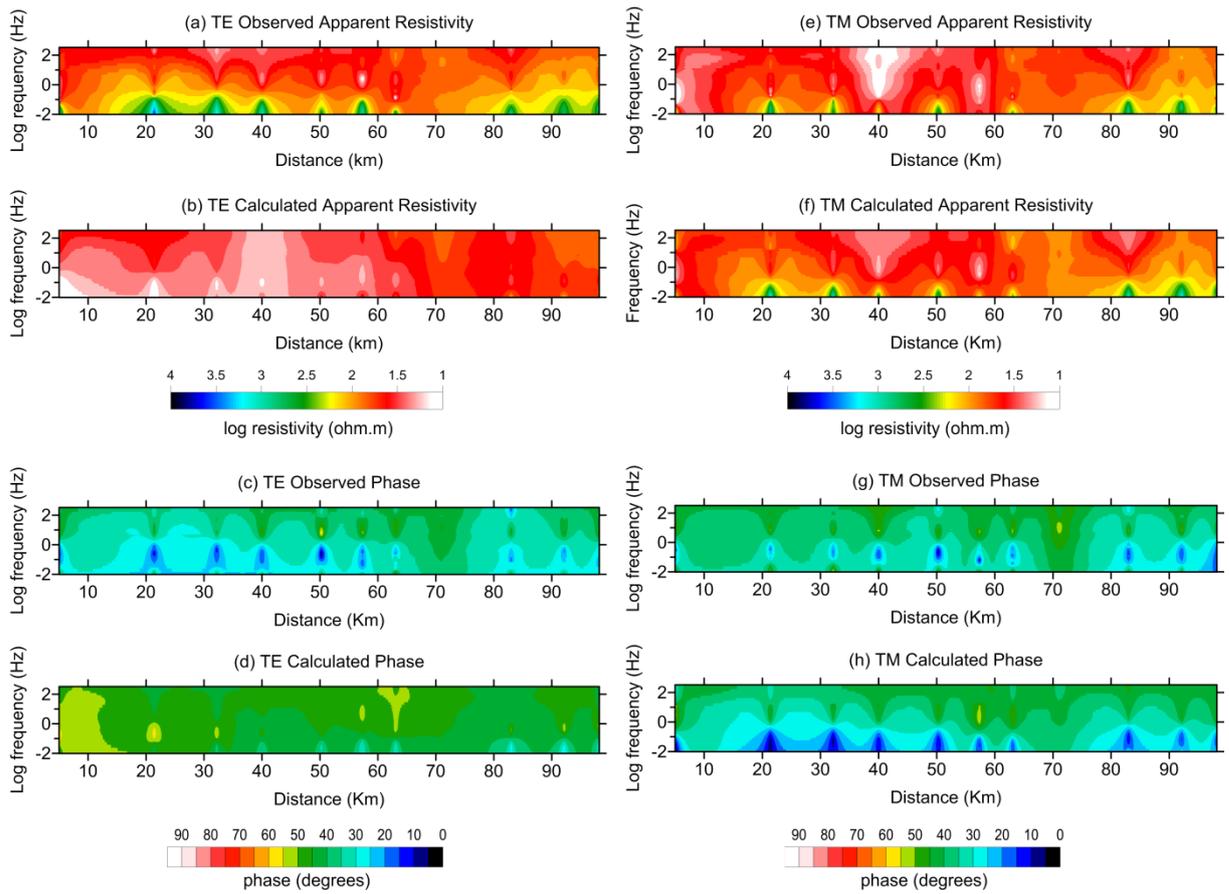


**Figura 6.2.8.** . Evolução gradual do ajuste gravimétrico ( $rms_g$ ), magnetométrico ( $rms_m$ ) e MT ( $rms_r$ ) durante o ciclo externo do processo de inversão conjunta GVMGMT01.

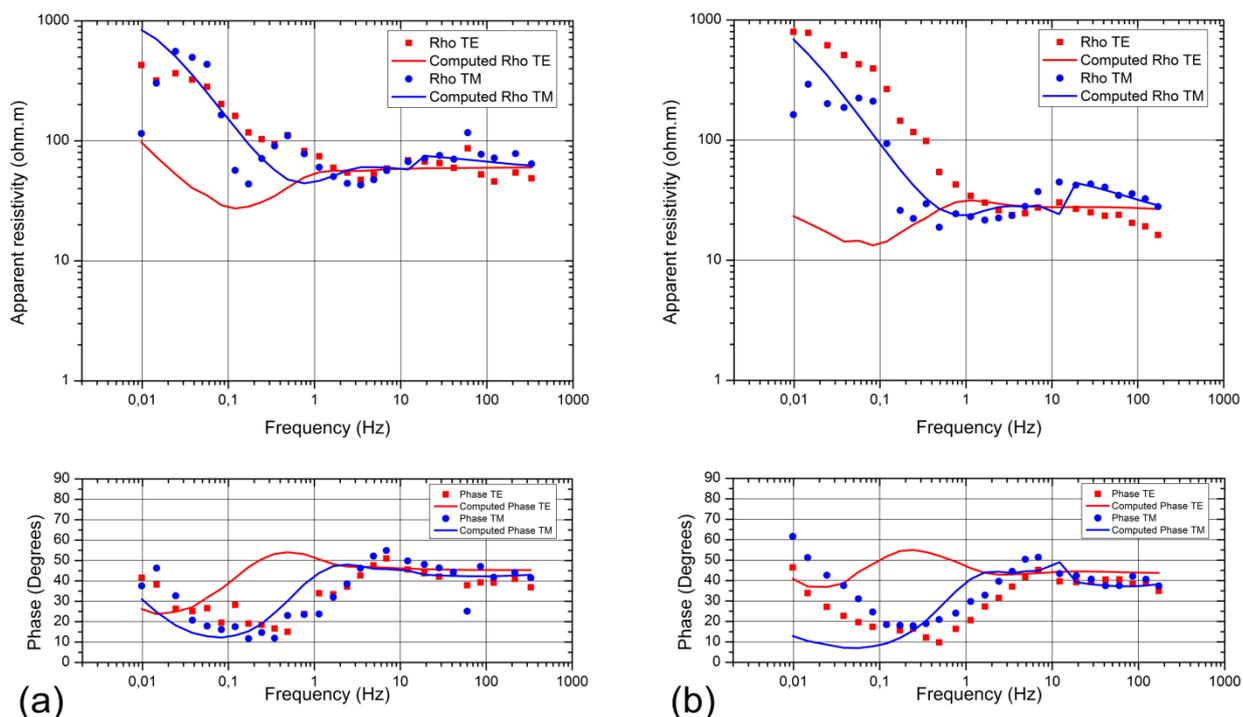


**Figura 6.2.9.** Evolução do processo de inversão conjunta GVMGMT01. À esquerda estão os modelos de densidade, no centro estão os modelos de magnetização e à direita os modelos de resistividade logarítmica produzidos em cada iteração.

Observa-se que até a terceira iteração os modelos obtidos são bastante similares entre si, com estruturas compatíveis aos resultados obtidos nos testes de inversão conjunta de gravimetria e magnetometria. Até a terceira iteração o  $rms_r$  se manteve alto e estável variando entre 9,5 e 11. A partir desta iteração, o  $rms_r$  aumenta gradualmente. É possível observar a presença de artefatos nos modelos de densidade, magnetização e resistividade. Observa-se também valores muito discrepantes de resistividade nos modelos obtidos nas iterações 5 e 6, principalmente em profundidades maiores que 5km. A Figura 6.2.10 mostra as pseudo-seções de resistividade aparente e fase observadas e calculadas na terceira iteração. O ajuste entre os dados observados e calculados é apenas bom no modo TM. No modo TE há uma discrepância no ajuste principalmente nas frequências mais baixas. As estações MT #01 e #33 foram escolhidas como estações típicas e servirão de referência para mostrar o comportamento do ajuste MT em cada teste. A estação #01 localiza-se no quilômetro 92 do perfil, e a estação #33 no quilômetro 32. A Figura 6.2.11 mostra o ajuste dos dados MT no modo TE e TM na terceira iteração para as estações mencionadas acima.



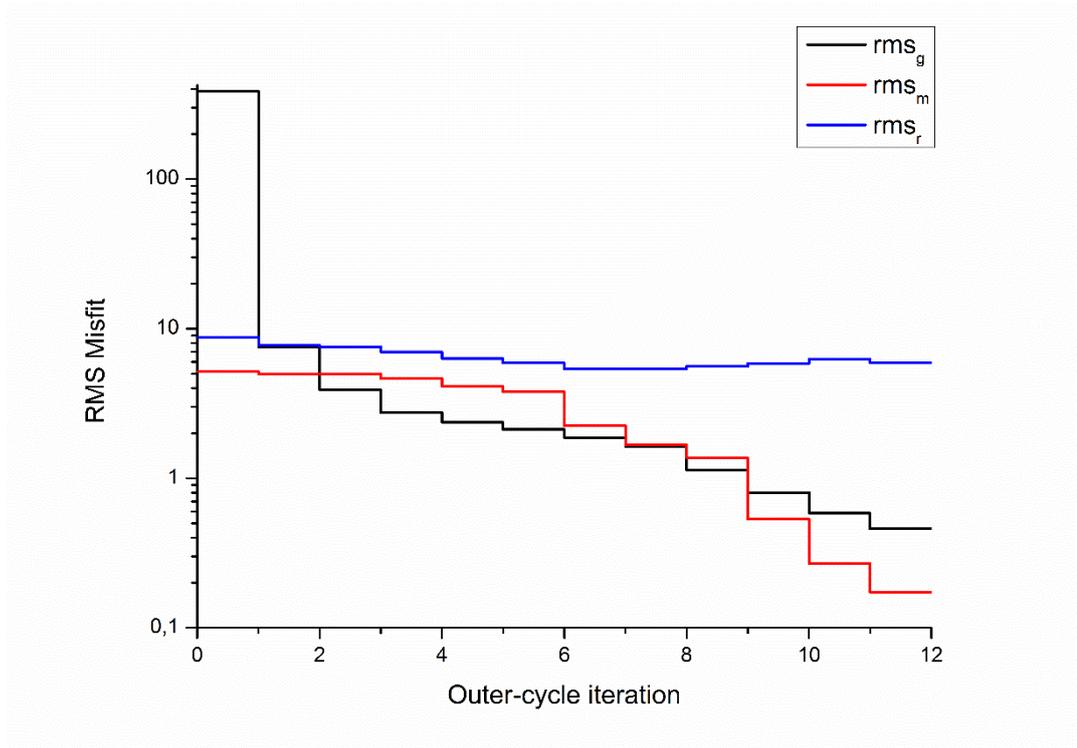
**Figura. 6.2.10.** Conjunto de dados MT utilizados na inversão referentes à terceira iteração. As pseudo-seções ilustram: (a) resistividade aparente TE observada, (b) resistividade aparente TE calculada, (c) fase TE observada, (d) fase TE calculada, (e) resistividade aparente TM observada, (f) resistividade aparente TM calculada, (g) fase TM observada e (h) fase TM calculada.



**Figura 6.2.11.** Ajuste na terceira iteração da inversão conjunta entre os dados MT observados (curva pontilhada) e calculados (curva contínua) das estações #01 (a) e #33 (b). As curvas em vermelho indicam o ajuste dos dados no modo TE, e em azul no modo TM.

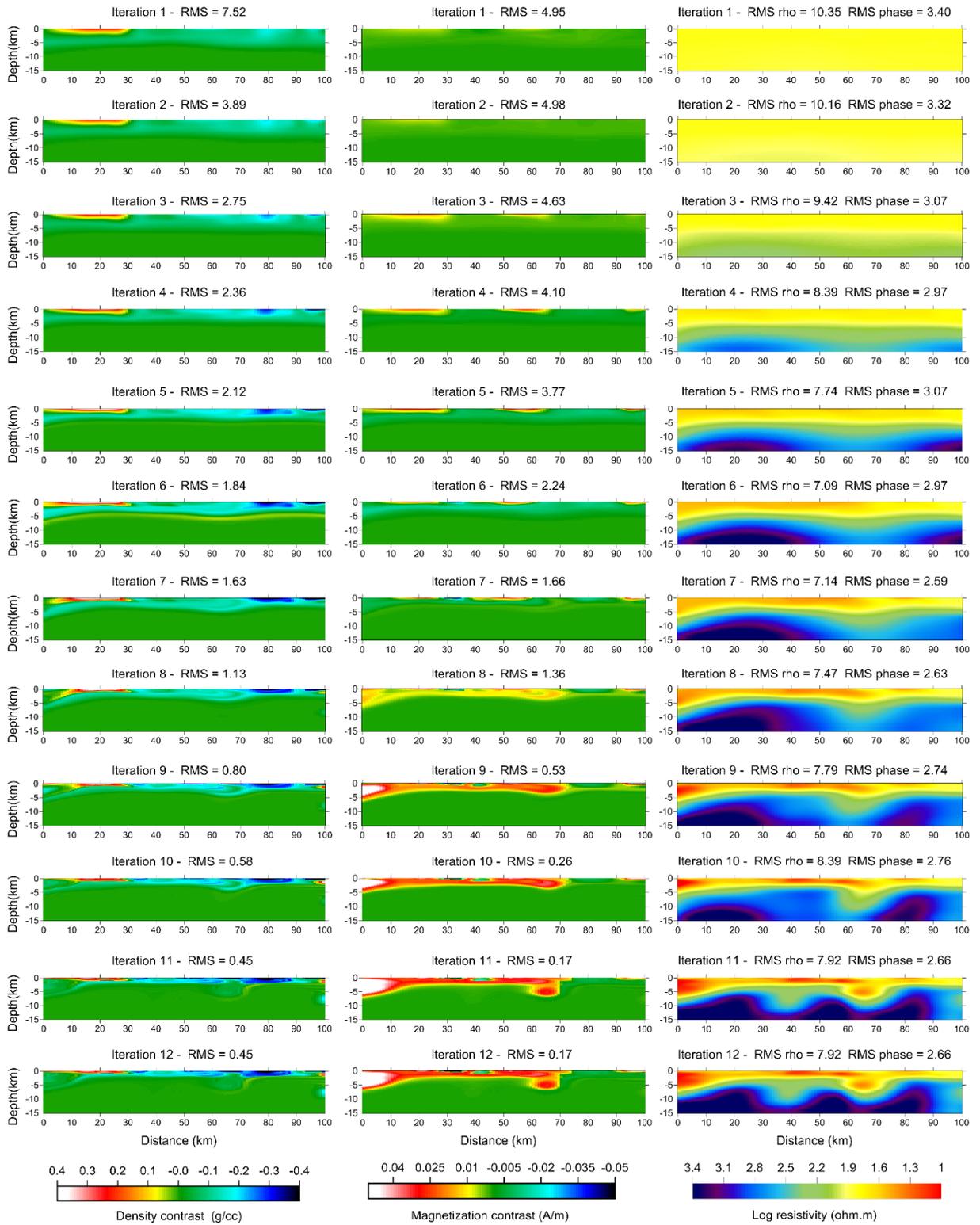
No teste seguinte (GVMGMT02) aumentou-se o número de iterações do ciclo externo. O fator de amortecimento  $\beta$  variou de 100 a 0.1 em 12 iterações. A mudança no número de iterações fez com que aumentasse o custo computacional para realizar a inversão conjunta dos dados gravimétricos, magnetométricos e MT. Esta demanda computacional será especificada a frente.

O fator de suavização foi modificado para  $\alpha_r = 100$ , e os fatores  $\alpha_g$  e  $\alpha_m$  permaneceram iguais,  $\alpha_g = 10$  e  $\alpha_m = 100$ . A Figura 6.2.12 mostra o gráfico do *rms* por iteração do ciclo externo.



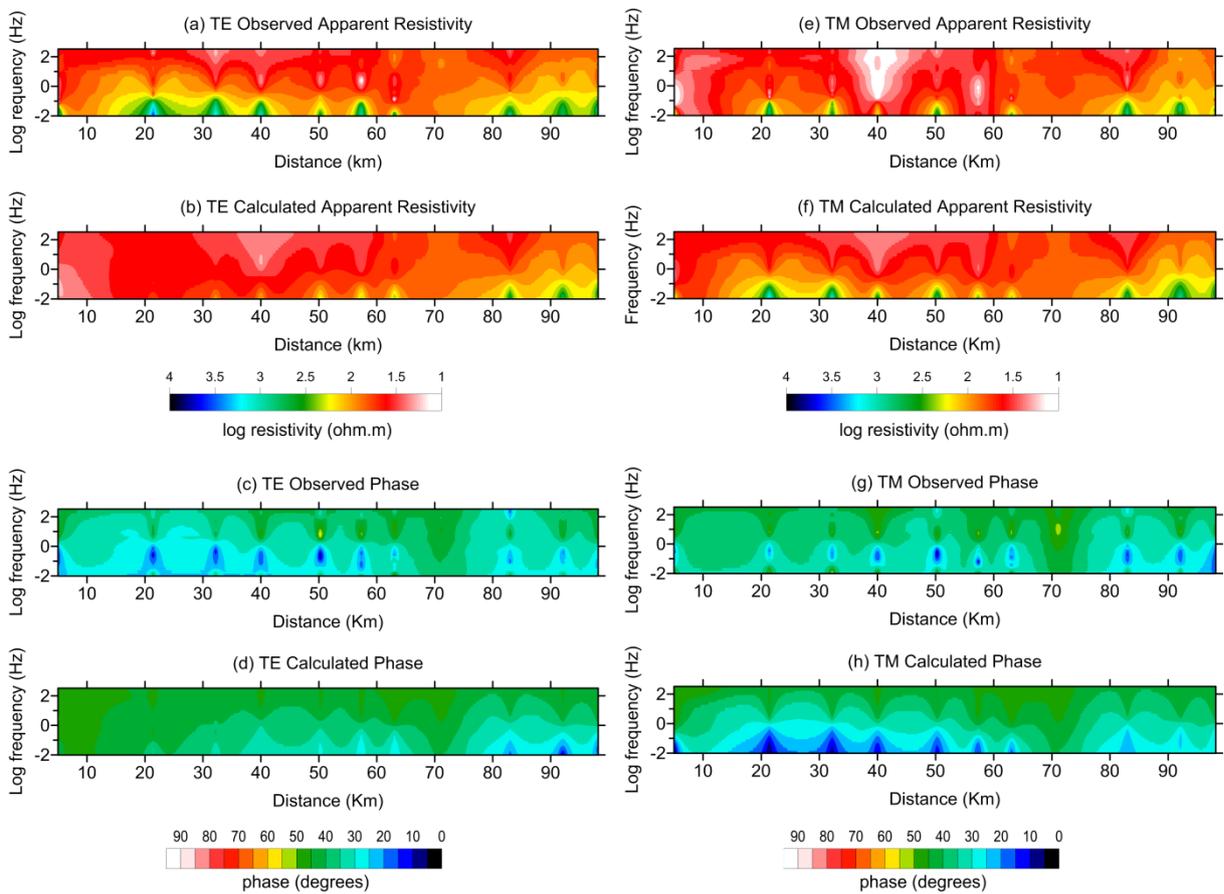
**Figura 6.2.12.** Evolução gradual do ajuste gravimétrico ( $rms_g$ ), magnetométrico ( $rms_m$ ) e MT ( $rms_r$ ) durante o ciclo externo do processo de inversão conjunta GVMGMT02.

Nota-se na Figura 6.2.12 uma convergência gradual das curvas de  $rms$ . Na iteração 9 os valores de  $rms_g$  e  $rms_m$  atingiram valores próximo a 1 simultaneamente. A curva de  $rms_r$ , no entanto começa a divergir depois da nona iteração, apresentando valores próximos a 8. A Figura 6.2.13 mostra os modelos obtidos em cada iteração do ciclo interno.

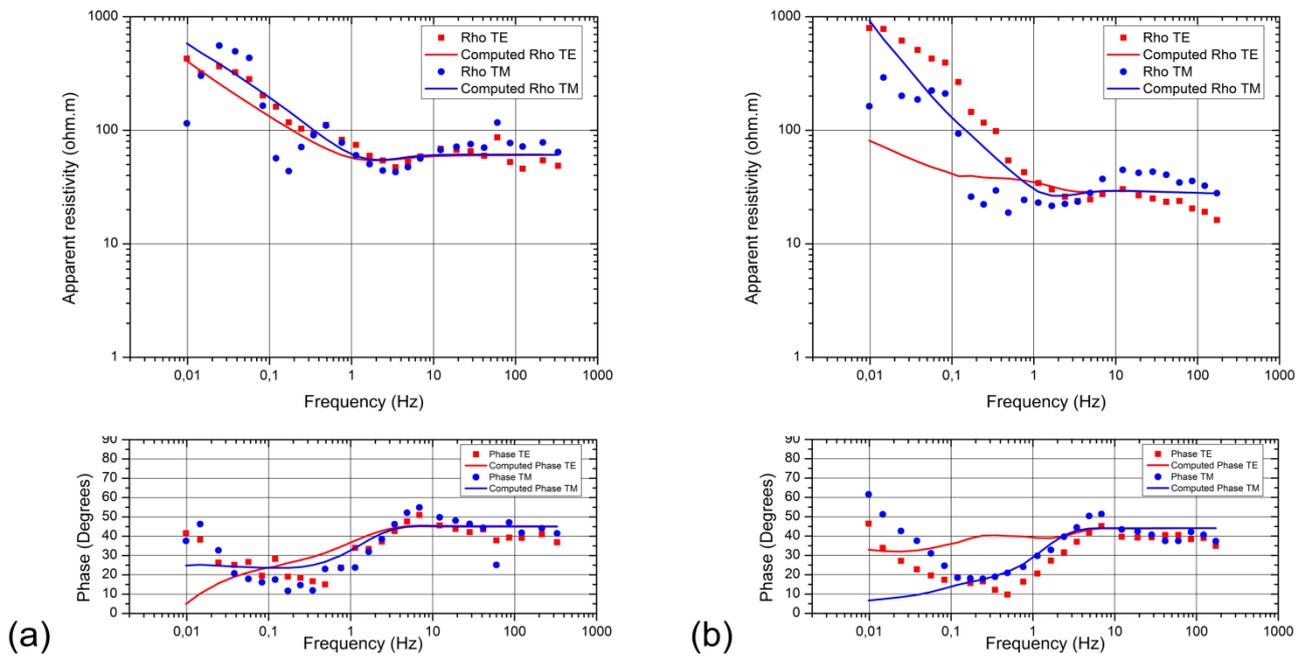


**Figura 6.2.13.** Evolução do processo de inversão conjunta GVMGMT02. À esquerda estão os modelos de densidade, no centro estão os modelos de magnetização e à direita os modelos de resistividade logarítmica produzidos em cada iteração.

O aumento do fator de suavização  $\alpha_r$  e o acréscimo de iterações no ciclo externo resultaram em modelos de resistividade um pouco mais suaves. Nota-se também que o valor do *rms* diminuiu consideravelmente em relação ao teste anterior. No entanto, nas regiões abaixo de 5 km de profundidade, ocorre o desenvolvimento de estruturas abauladas que não foram recuperadas pelo método gravimétrico e que as soluções obtidas não ajustam muito bem o dado MT. A Figura 6.2.14 mostra as pseudo-seções de resistividade aparente e fase observadas e calculadas na nona iteração e Figura 6.2.15 mostra o ajuste dos dados MT das estações #01 e #33.



**Figura. 6.2.14.** Conjunto de dados MT utilizados na inversão referentes à nona iteração. As pseudo-seções ilustram: (a) resistividade aparente TE observada, (b) resistividade aparente TE calculada, (c) fase TE observada, (d) fase TE calculada, (e) resistividade aparente TM observada, (f) resistividade aparente TM calculada, (g) fase TM observada e (h) fase TM calculada.



**Figura 6.2.15.** Ajuste na nona iteração da inversão conjunta entre os dados MT observados (curva pontilhada) e calculados (curva contínua) das estações #01 (a) e #33 (b). As curvas em vermelho indicam o ajuste dos dados no modo TE, e em azul no modo TM.

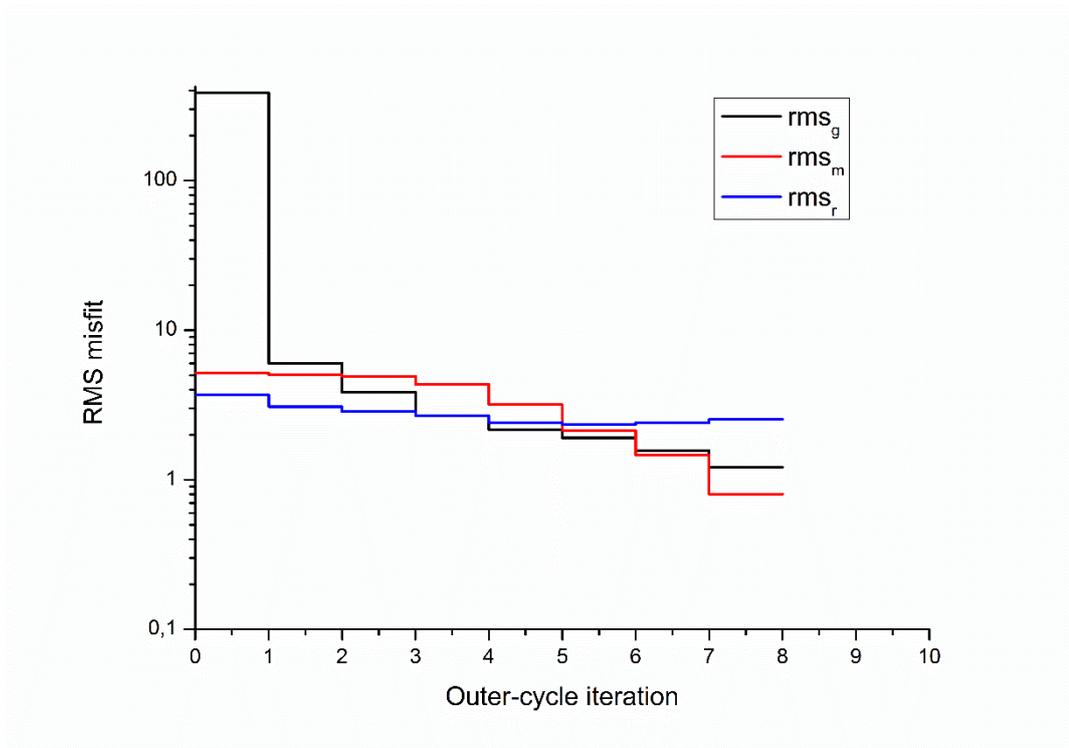
Na estação #01 (Figura 6.2.15a) os dados preditos, tanto para o modo TE quanto para o modo TM, apresentaram um ajuste melhor aos dados observados quando comparados com o teste anterior e quando comparados com o ajuste dos dados na estação #33. Porém, o valor do  $rms_r$  ainda permaneceu alto.

Para o teste seguinte, GVMGMT03, manteve-se o número de iterações do ciclo externo igual a 12 e aumentou-se o desvio padrão dos dados de resistividade para 30. O desvio padrão da fase permaneceu igual a 5. Diminuiu-se o fator  $\alpha_r$  para 10, mesmo valor utilizado no primeiro teste desta seção.

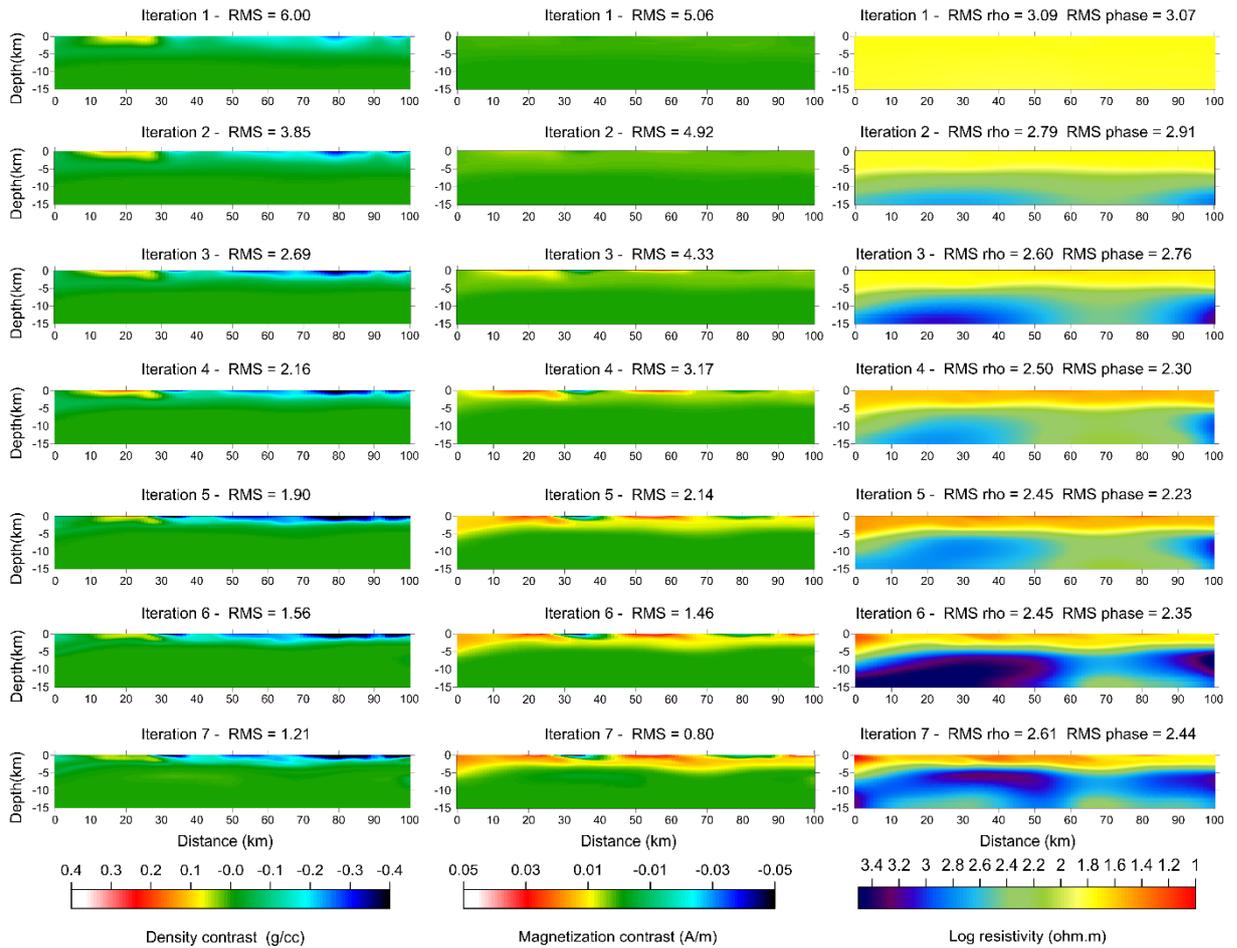
A Figura 6.2.16 mostra o gráfico de  $rms$  por iteração do ciclo externo. Nota-se um deslocamento para baixo da curva de  $rms_r$ , resultando em valores menores de  $rms_r$  em cada iteração do ciclo externo. Observa-se também que as três curvas de  $rms$  convergem simultaneamente, critério utilizado para seleção de parâmetros na inversão conjunta. O processo de minimização é simultânea para os três conjuntos de dados. Isto fica implícito pelo gráfico da Figura 6.2.16.

A Figura 6.2.17 mostra os modelos estimados em cada iteração do ciclo interno. As soluções estimadas na última iteração evidenciam similaridades estruturais, que é o vínculo imposto pela inversão conjunta.

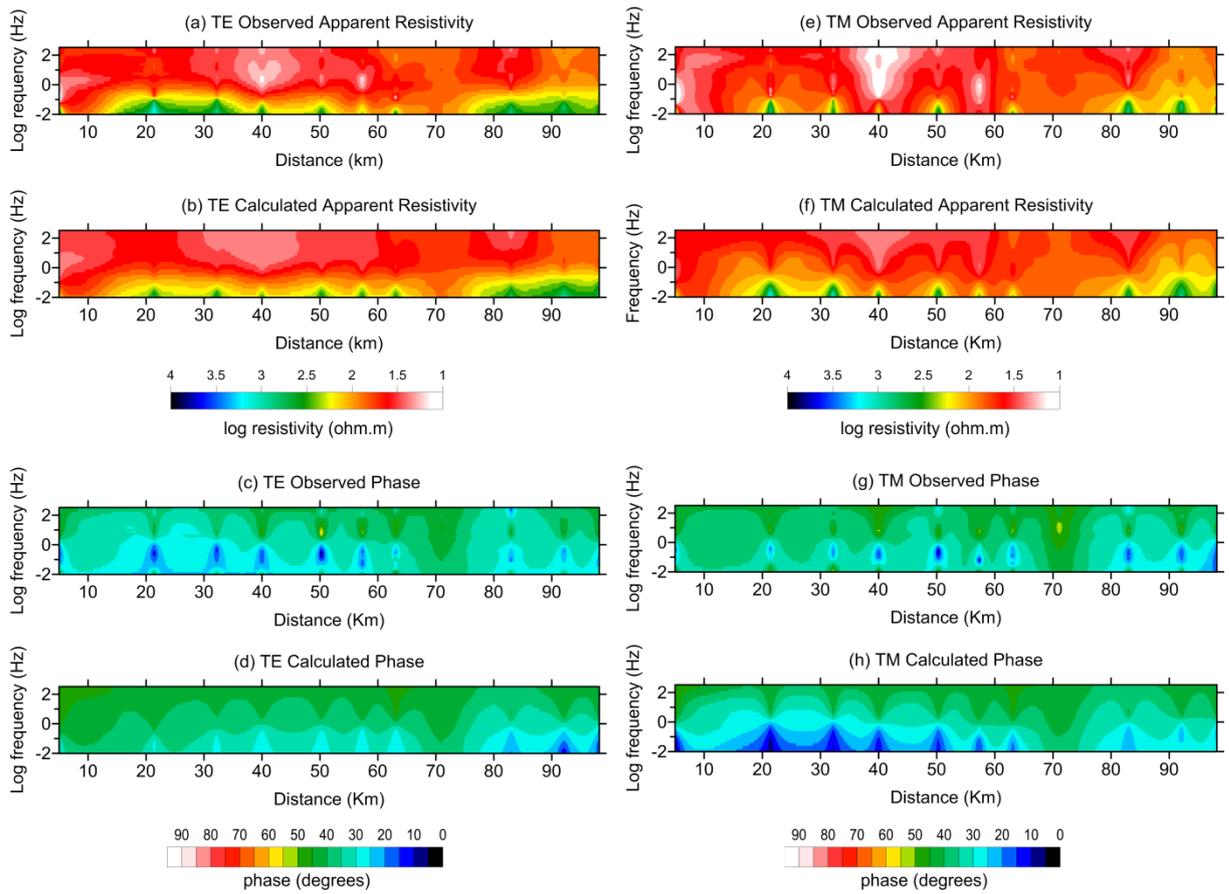
Os modelos estimados obtidos neste teste mostraram soluções mais suavizadas nas regiões onde a profundidade é maior que 5 km. A Figura 6.2.18 mostra as pseudo-seções de resistividade aparente e fase observadas e calculadas dos resultados obtidos na sétima iteração. A Figura 6.2.19 mostra o ajuste dos dados MT nas estações de referência #01 e #33. Nota-se um ajuste um pouco melhor na estação #01.



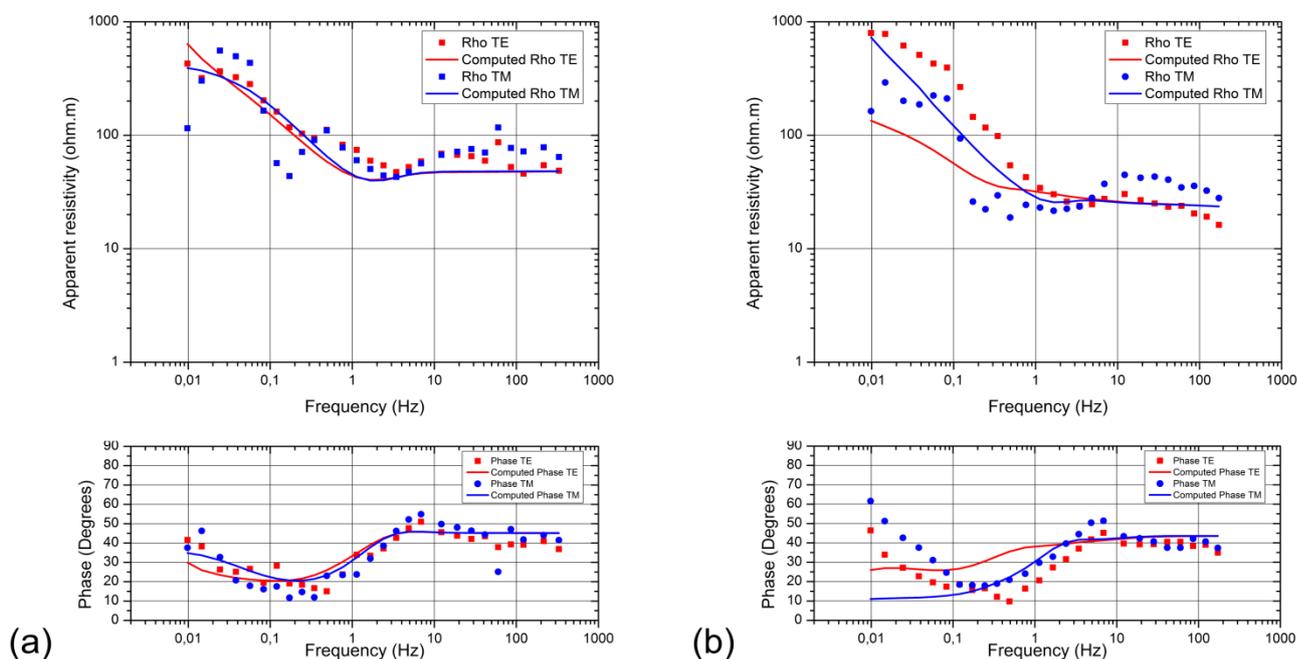
**Figura 6.2.16.** Evolução gradual do ajuste gravimétrico ( $rms_g$ ), magnetométrico ( $rms_m$ ) e MT ( $rms_r$ ) durante o ciclo externo do processo de inversão conjunta GVMGMT03. Nota-se uma aproximação da curva de  $rms_r$  em relação às outras duas.



**Figura 6.2.17.** Evolução do processo de inversão conjunta GVMGMT03. À esquerda estão os modelos de densidade, no centro estão os modelos de magnetização e à direita os modelos de resistividade logarítmica produzidos em cada iteração.



**Figura. 6.2.18.** Conjunto de dados MT utilizado na inversão referentes à sétima iteração. As pseudo-seções ilustram: (a) resistividade aparente TE observada, (b) resistividade aparente TE calculada, (c) fase TE observada, (d) fase TE calculada, (e) resistividade aparente TM observada, (f) resistividade aparente TM calculada, (g) fase TM observada e (h) fase TM calculada.



**Figura 6.2.19.** Ajuste na sétima iteração da inversão conjunta entre os dados MT observados (curva pontilhada) e calculados (curva contínua) das estações #01 (a) e #33 (b). As curvas em vermelho indicam o ajuste dos dados no modo TE, e em azul no modo TM.

Os testes de inversão conjunta apresentados nesta seção (Resultados da Inversão Conjunta) foram processados em uma *workstation* com processador Intel® Xeon® de 2,50 GHz e memória RAM de 16,0 GB. Segue abaixo uma tabela especificando o custo computacional de cada processo de inversão conjunta.

Processo	Custo Computacional
GVMG01	18 horas
GVMG02	18 horas
GVMG03	18 horas
GVMGMT01	7 dias
GVMGMT02	15 dias
GVMGMT03	15 dias

**Tabela 6.2.1.** Tabela especificando o custo computacional de cada processo de inversão conjunta apresentado na seção 6.2 (Resultados da Inversão Conjunta).

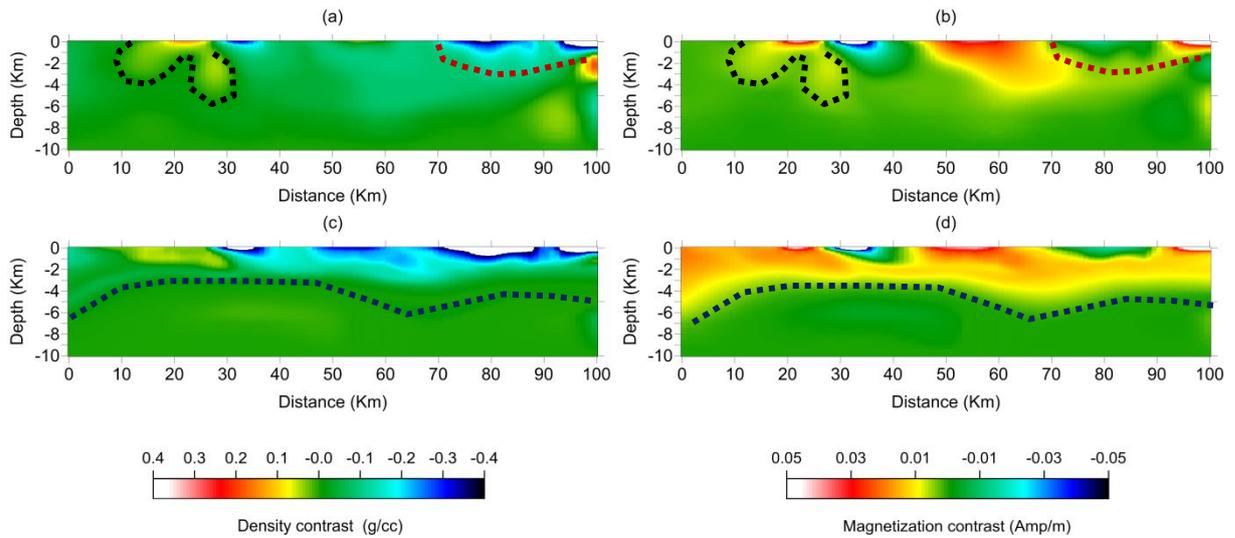
### 6.2.3. Comparação entre modelos de densidade e magnetização

A metodologia de inversão conjunta mostrou que há uma diferença entre os modelos de densidade e magnetização resultantes da inversão conjunta que se utiliza somente os dados potenciais (GVMG03) e os modelos de densidade e magnetização resultantes da inversão conjunta que conta também com os dados MT (GVMGMT03). A Figura 6.2.20 mostra uma comparação entre as estimativas de densidade e magnetização entre os dois casos.

Os modelos representados na Figura 6.2.20 mostram zonas de contraste de densidade e magnetização rasas e profundas. O modelos estimados conjuntamente com o MT (Figuras 6.2.20c e d), no entanto, acomodaram as estruturas dentro da faixa de estruturas recuperadas pelo MT. Este efeito é esperado na metodologia de inversão conjunta de Gallardo e Meju (2004), já que o vínculo estrutural *cross-gradient* força que as soluções estimadas sejam parecidas.

O modelo de densidade mostra um contraste de densidade negativo em profundidades mais rasas, compatível com rochas sedimentares. Há algumas regiões de contraste de densidade positivo entre 10 e 30 m no perfil. Essa anomalia também aparece no mapa de anomalia Bouguer (Figura 2.1.3) apresentado no capítulo 2. Ocorre também um aumento da densidade com a profundidade, provavelmente causado pela compactação da sedimentação. A região de contraste de densidade  $0,0 \text{ g/cm}^3$  pode estar relacionada às rochas metamorfizadas do embasamento.

O modelo de magnetização concentra as estruturas lenticulares na parte rasa do modelo com uma média ligeiramente positiva na magnetização, que pode ser devido a presença de unidade intercaladas com maior magnetização. O embasamento é marcado por rochas de contraste de magnetização próximas a  $0.0 \text{ A/m}$ .

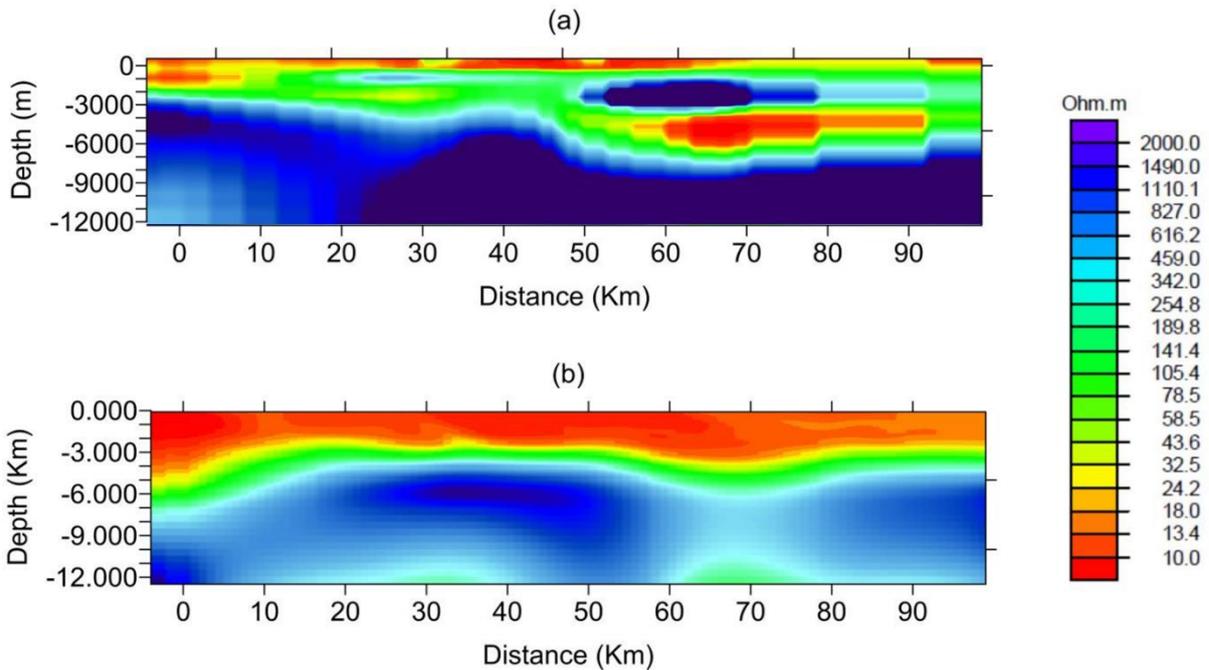


**Figura 6.2.20.** Estimativas de densidade (a) e magnetização (b) obtidas através da inversão conjunta utilizando somente de dados potenciais (GVMG03) e estimativas de densidade (c) e magnetização (d) obtidas através da inversão conjunta agregando os dados MT (GVMGMT03).As linhas tracejadas indicam as semelhanças estruturais entre os modelos de propriedade física diferentes.

#### 6.2.4. MT1 vs. GVMGMT03

Informações a cerca da caracterização das formações geológicas do Grupo Bambuí não ficaram tão claras nos resultados obtidos com a inversão conjunta. Os modelos de resistividade obtidos com a metodologia de inversão conjunta confirmaram a profundidade da bacia, que varia de 5 a 10 km nessa região. Confirmou também a presença de um pequeno baixo estrutural no embasamento entre 60 e 80 km presentes nos modelos de resistividade estimados com as duas metodologias (inversão separada MT e conjunta). Vale ressaltar que a abordagem de modelagem direta utilizada no algoritmo de inversão conjunta de Gallardo e Meju (2004) é proposta por Smith e Booker (1991). Esta metodologia é mais rápida computacionalmente, porém menos acurada. A modelagem 2D é aproximada para problemas unidimensionais e fornece resultados bastante suavizados. Gallardo e Meju (2004) procuram compensar com a premissa de que com um modelo de interpolação apropriado, a discrepância pode permanecer dentro da ordem dos erros de medição de dados esperados em muitas pesquisas MT. A Figura 6.2.21 mostra uma comparação dos resultados da inversão MT (MT1) obtidos a partir da inversão por gradientes conjugados de Rodi e Mackie (2001) e da inversão conjunta (GVMGMT03) de Gallardo e Meju (2004). O modelo obtido através da inversão por gradiente conjugados (Figura 6.2.21a) diferencia melhor a região mais rasa da

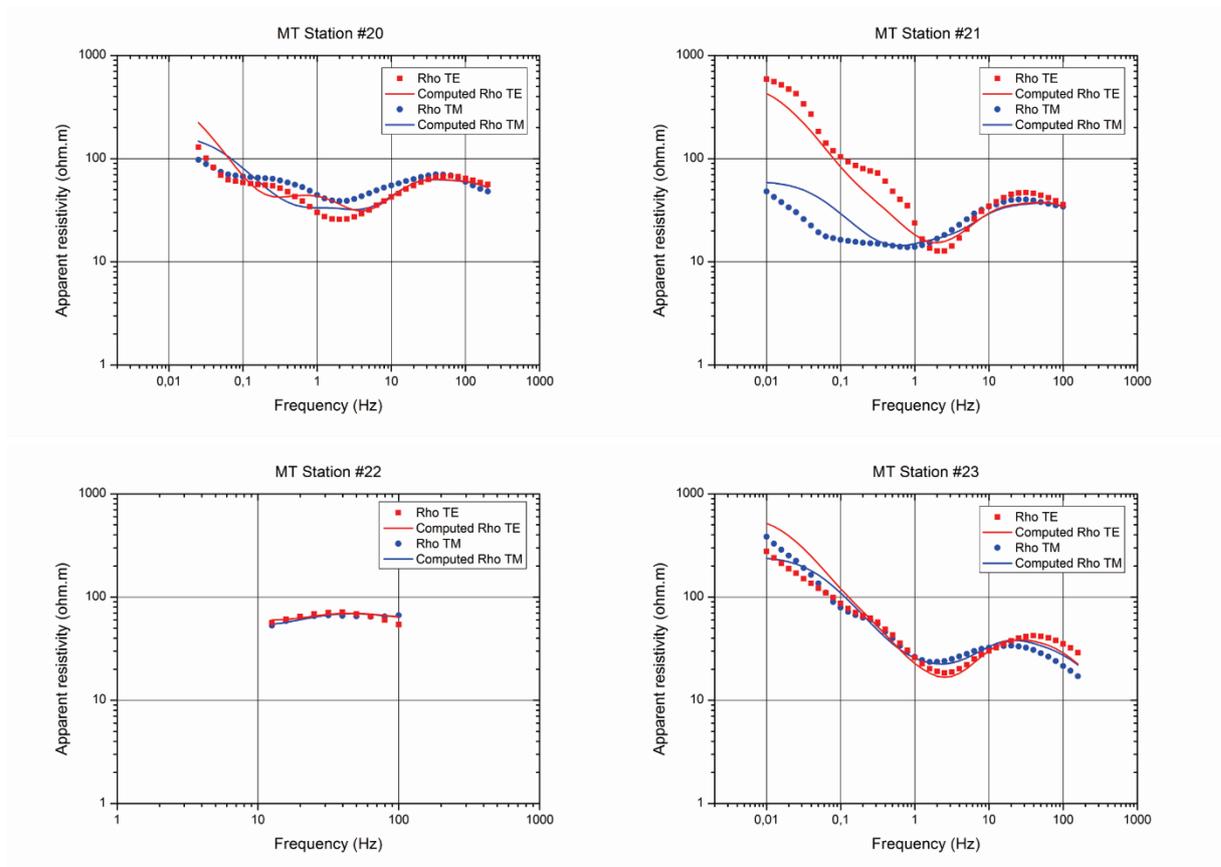
bacia, enquanto o modelo obtido através da inversão conjunta (Figura 6.2.21b) mostra um contraste de resistividade bastante suave na mesma região. A compartimentação do embasamento é relativamente semelhante em profundidade (principalmente na parte central do perfil), variando de 4 a 8 Km de profundidade.



**Figura 6.2.21.** Comparação entre modelos de resistividade obtidos a partir de diferentes metodologias. (a) representa o modelo de resistividade MT1 obtido através da inversão de gradientes conjugados de Rodi e Mackie (2001); (b) representa o modelo de resistividade obtido no processo GVMGMT03 de inversão conjunta.

Nota-se uma feição bastante resistiva que não parece fazer parte do embasamento a aproximadamente 2 Km de profundidade e entre 50 m e 80 m no modelo da figura 6.2.21a seguido de uma feição bastante condutiva. Esse modelo de resistividade foi obtido através da inversão 2D MT de Rodi e Mackie (2001) e mostrado anteriormente na figura 6.1.3 na seção 6.1 (Inversão 2D MT e Comparação com a Sísmica de Reflexão). Não há informação de poço a esta profundidade que caracterize a presença dessa estrutura tão resistiva. Além disso, o modelo de resistividade da figura 6.2.21b, que equivale ao modelo de resistividade obtido pela inversão conjunta de Gallardo e Meju (2004), bem como os demais modelos de resistividade apresentados nessa seção, não mostram nenhuma estrutura com este tipo de comportamento. A figura 6.2.22 mostra as curvas de resistividade aparente do conjunto de

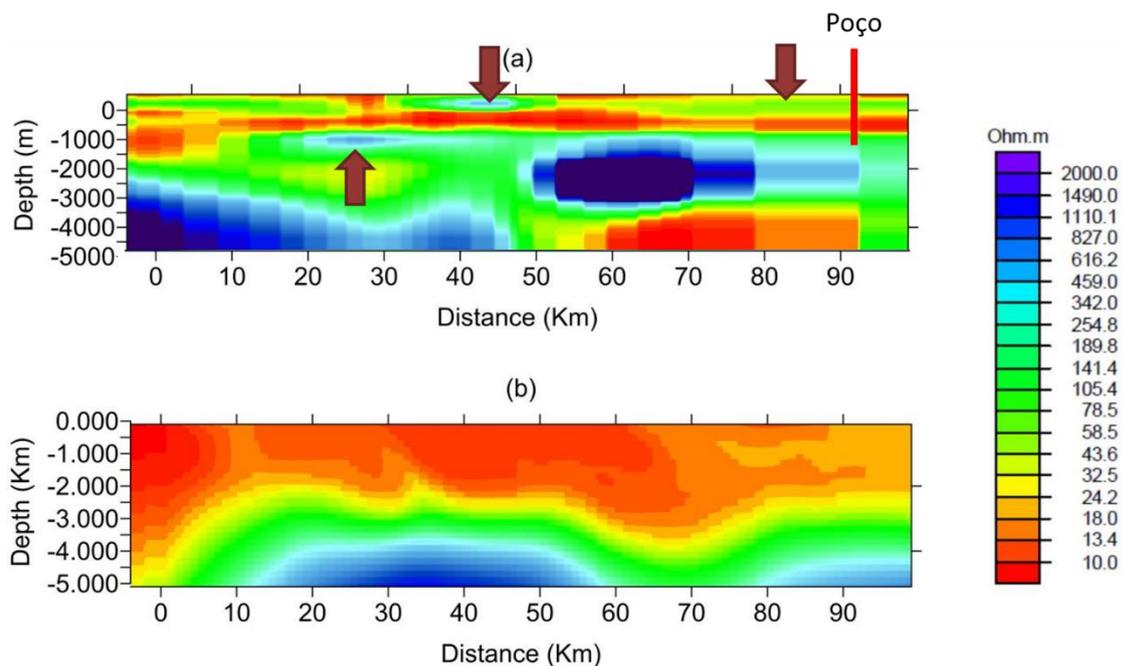
estações MT localizadas na região desta anomalia. As curvas mostram um comportamento 1D e bastante comportadas, ou seja, não ocorre presença de *outliers* nem apresenta mudanças bruscas de resistividade. A estação #21, no entanto, apresenta um comportamento bastante 2D. A posição das estações MT em relação à anomalia é mostrada na figura 6.1.3 da seção 6.1 (Inversão 2D MT e Comparação com a Sísmica de Reflexão). Analisando também as pseudo-seções na figura 6.1.2, observa-se que não ocorre a presença deste tipo de anomalia. A presença desta anomalia no modelo de resistividade gerado a partir da metodologia de Rodi e Mackie (2001) e a ausência da mesma seguindo a abordagem de inversão conjunta de Gallardo e Meju (2004) deixa duas questões sobre a veracidade desta anomalia: *i*) sugere a presença de artefatos criados na inversão por gradientes conjugados, mas que não são verdadeiros, ou *ii*) indica que os modelos de resistividade gerados com a metodologia de inversão conjunta são muito suaves.



**Figura 6.2.22.** *Curvas de resistividade aparente observada (pontilhada) e calculada (linha sólida) dos modos TE (vermelha) e TM (azul) das estações #20, #21, #22 e #23. Estas estações representam os dados na região de brusca anomalia de resistividade da Figura 6.2.22a. Nota-se que as curvas não apresentam valores de resistividade significativa que poderiam gerar uma anomalia brusca.*

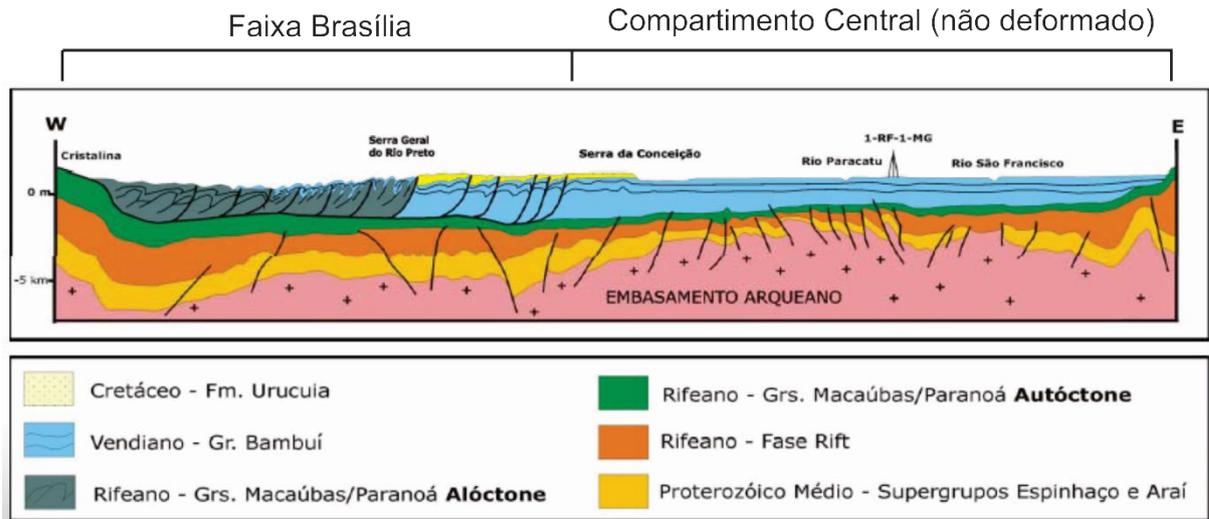
A Figura 6.2.23 mostra em detalhe os modelos de resistividade apresentados na Figura 6.1.3. Como dito na seção 6.1, a formação carbonática Lagoa do Jacaré é caracterizada no perfil MT1 (Figura 6.1.3 e 6.2.23a) pela região resistiva localizada entre 300 e 700 m de profundidade (setas avermelhadas), e a formação carbonática Sete Lagoas é caracterizada pela segunda região mais resistiva, entre -1000 e -1200 m de profundidade (seta avermelhada). Entre as duas formações carbonáticas, está a formação Serra de Santa Helena, caracterizada pela zona bastante condutiva entre -700 e -1000 m de profundidade na Figura 6.1.3 e 6.2.23a.

Tais informações sobre a posição e resistividade das formações corroboram com as informações do poço 1-RF-1MG. O modelo de resistividade obtido através da inversão conjunta (Figura 6.2.23b), no entanto, mostra um baixo contraste de resistividade nessa região, variando apenas entre 10 e 40 ohm.m. A estimativa não evidencia a presença das formações carbonáticas, uma vez que é muito suave. Isso pode ter ocorrido porque, na metodologia da inversão conjunta utilizada neste trabalho, prevalece o vínculo *cross-gradients*. Este vínculo faz com que a estimativa seja suave e que se pareça com as estimativas encontradas para os demais métodos. Isto fica evidenciado na equação 4.2.8. Enquanto função *cross-gradients* tem sempre peso 1, a razão  $1/\beta$  incide um peso diferente sobre o dado sempre menor que 1 a cada iteração (seção 4.2.1). Lembrando que  $\beta$  inicia-se com um valor alto e diminui a cada iteração, fica implícita a ideia de que quanto maior o valor de  $\beta$ , menor é o peso que se dá aos dados.



**Figura 6.2.23.** Análise em detalhe dos modelos de resistividade obtidos a partir de diferentes metodologias. (a) representa o modelo de resistividade MT1 obtido através da inversão de gradientes conjugados de Rodi e Mackie (2001). As setas avermelhas indicam as formações carbonáticas do grupo ambuí. (b) representa o modelo de resistividade obtido no processo GVMGMT03 de inversão conjunta

Abaixo da região identificada como Grupo Bambuí (abaixo de 2 km – figura 6.2.23b) observa-se a presença de dois horizontes geoeletricos bastante contínuos. O primeiro possui resistividades de aproximadamente 30 ohm.m e 600 m de espessura. O segundo, mais espesso, com aproximadamente 1800 m de espessura, apresenta resistividades de aproximadamente 100 ohm.m. Apesar de não haver informações de poço que identifique as rochas das formações mais profundas da Bacia de São Francisco (abaixo do Grupo Bambuí), a análise geológica feita no capítulo 2 aponta para os Grupos Macaúbas e Espinhaço. A seção geológica mostrada na Figura 6.2.24 mostra os principais Grupos sedimentares na região central da bacia de São Francisco.



**Figura 6.2.24.** Seção geológica da Bacia do São Francisco (ANP).

### 6.2.5. Comparação entre inversão conjunta e separada

Um teste foi realizado a fim de comparar as estimativas geradas através da inversão conjunta e separada. Como dito na seção 4.2.1, no início de cada iteração do ciclo externo do algoritmo de inversão de Gallardo e Meju (2004), calcula-se o modelo estimado  $\mathbf{m}$  utilizando somente o primeiro termo de na equação 4.2.8. Dessa forma a estimativa é obtida sem a contribuição do vínculo *cross gradients*, ou seja, corresponde à inversão separada dos dados. Para realizar a inversão separadamente, suprime-se o segundo termo da equação 4.2.8 durante todo o processo.

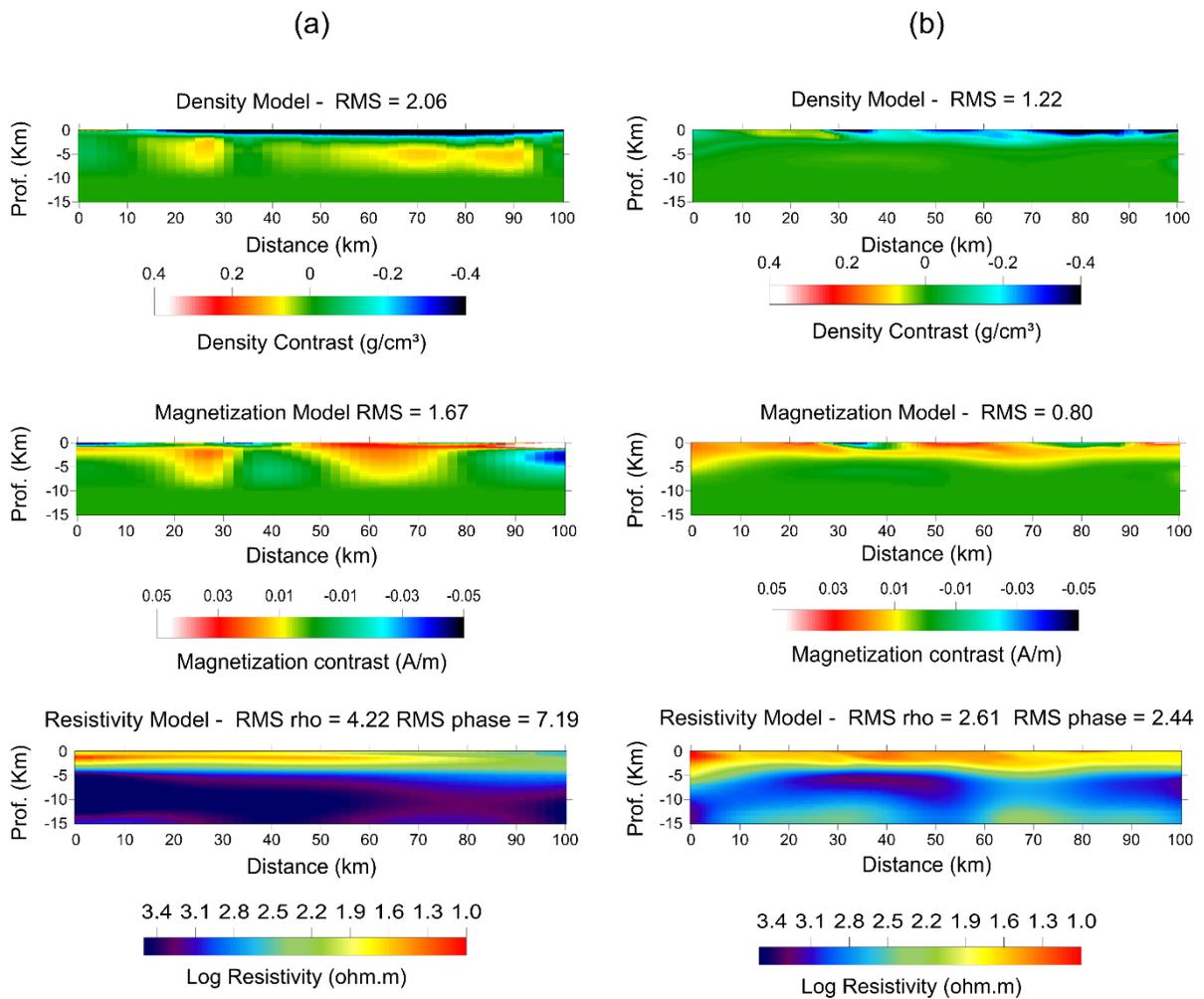
Os fatores de suavização  $\alpha_g$ ,  $\alpha_m$  e  $\alpha_r$  utilizados foram 10, 100 e 100 respectivamente. O fator de amortecimento  $\beta$  variou de 100 a 0.1 em 6 iterações do ciclo externo. A Figura 6.2.25 mostra uma comparação entre os resultados obtidos com a inversão separada e os resultados obtidos no processo de inversão conjunta GVMGMT10.

A Figura 6.2.25 mostra os modelos de densidade, magnetização e resistividade produzidos pela inversão separada e conjunta. Os modelos mostram a distribuição das três propriedades físicas em regiões rasas e profundas. O modelos estimados conjuntamente, no entanto acomodam as estruturas dentro da zona de estruturas que que representam os três modelos simultaneamente. Esta característica é garantida pelo o vínculo estrutural *cross-gradients* que força que as soluções estimadas sejam similares.

Com respeito às estimativas de densidade e magnetização, a Figura (2.2.25a) mostra uma concentração de estruturas na superfície e alguns artefatos em regiões mais profundas. É possível observar que há um refinamento nas estimativas de densidade e magnetização mostradas na Figura 2.2.25b, onde é possível identificar com mais precisão a compartimentação do embasamento.

No caso MT, é possível notar que o modelo de resistividade gerado pela inversão separada também não diferencia formações do Grupo Bambuí sugerindo que pode ser uma característica da abordagem de Smith e Booker (1991). O modelo de resistividade da Figura 2.2.25a retrata um caráter bastante unidimensional. O modelo gerado pela inversão conjunta detalha melhor a compartimentação das rochas sedimentares e também do embasamento.

Essa análise e a comparação com o modelo geológico apresentado na figura 6.2.24 permitiu observar que apesar de o vínculo *cross-gradients* forçar que a solução seja suave, ainda assim apresenta resultados compatíveis com a geologia da região.

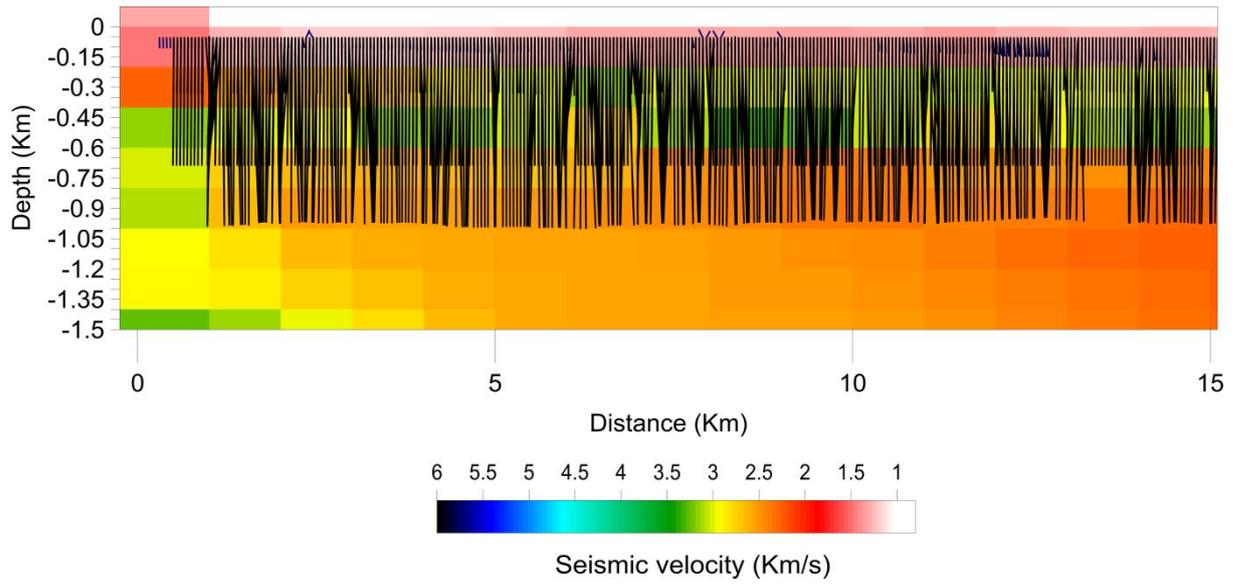


**Figura 6.2.25.** Comparação entre resultados obtidos através da inversão separada e conjunta de Gallardo e Meju (2004). (a) representa os modelos de densidade, magnetização e resistividade obtidos na sétima iteração do processo de inversão separada. (b) representa os modelos de densidade, magnetização e resistividade obtidos na sétima iteração do processo de inversão conjunta GVMGMT03.

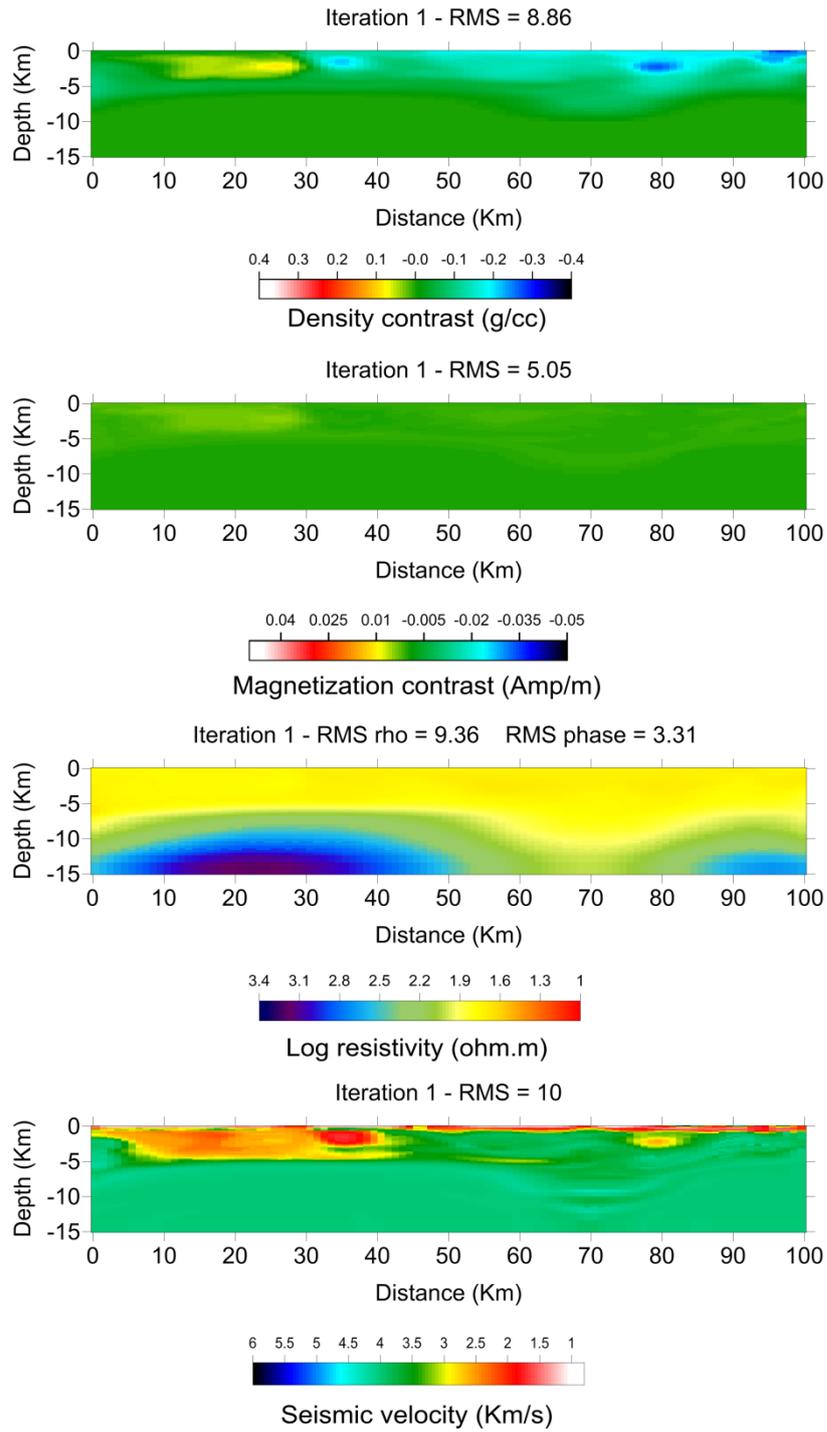
### 6.2.6. Inversão conjunta de gravimetria, magnetometria, MT e sísmica

Como continuação do estudo de inversão conjunta adiciona-se os dados sísmicos ao processo de inversão conjunta. Para os dados sísmicos foram utilizados os tempos de primeira chegada dos horizontes previamente interpretados e mostrados na figura 3.3.1 no capítulo 3 – Dados Geofísicos. Para este novo teste, chamado de GVMGMTRF01, foram atribuídos valores para os fatores de suavização gravimétrico, magnetométrico, MT e sísmico de  $\alpha_g = 10$ ,  $\alpha_m = 100$ ,  $\alpha_r = 10$  e  $\alpha_s = 1$ . Os desvios padrões para os dados gravimétricos e magnetométricos foram estabelecidos em 0.05 mGal e 2 nT respectivamente. Para resistividade e fase o desvio padrão foi de 30 e 5%. Finalmente, o desvio padrão para os tempos de chegada foi de 2%. Inicialmente, o fator de amortecimento  $\beta$  variou de 100 a 0.1 em 6 iterações do ciclo externo, significando que o valor ótimo deve ser alcançado na quarta iteração quando  $\beta$  for igual a 1. Infelizmente alguns problemas com os dados sísmicos foram encontrados durante o processo de inversão conjunta. Esses problemas podem ter sido causados: pelo confinamento de alguns raios em uma determinada célula ou por raios que faziam percursos não verticais, tal como mostrado na Figura 6.2.26. Aparentemente, esses problemas fizeram com que o processo iterativo parasse na primeira iteração, sugerindo que o processo de otimização tenha atingido um mínimo local. A Figura 6.2.27 mostra as estimativas de densidade, magnetização, resistividade e velocidade sísmica obtidas nesta primeira iteração.

O alto custo computacional envolvido na inversão conjunta utilizando os 4 conjuntos de dados (gravimétrico, magnetométrico, MT e sísmicos) impossibilitou que outros testes fossem realizados. Para ilustrar essa demanda computacional, esse teste, que parou na primeira iteração, demorou cerca de 15 dias.



**Figura 6.2.26.** Parte do modelo de velocidade sísmica ressaltando o percurso o que o raio sísmico fez durante o processo de inversão conjunta. Note que alguns raios fazem um percurso diferente da vertical.



**Figura 6.2.27.** Estimativas de densidade, magnetização, resistividade e velocidade sísmica obtidas na primeira iteração do processo de inversão conjunta do teste GVMGMTRF01.

## 7. CONCLUSÕES

Os resultados da integração de diversas metodologias geofísicas como a inversão 2D MT, gravimétrica e magnetométrica mostram a assinatura gravimétrica, magnetométrica e eletromagnética do Grupo Bambuí e suas principais formações. Junto com informações da coluna estratigráfica, de sísmica e poço, os resultados permitiram caracterizar a Bacia de São Francisco na região estudada. As formações geológicas foram bem localizadas em profundidade através destes resultados.

Considerando a informação obtida a partir dos perfis de poço (GR, LLD e NPHI), a presença de rochas carbonáticas e calcárias é observada em profundidades entre 300 e 700 metros. No modelo de resistividade obtido através da inversão MT por gradientes conjugados (mostrado na seção 6.1), as rochas carbonáticas são caracterizadas por apresentarem resistividade alta, enquanto os folhelhos e arenitos se apresentam como horizontes geoeletricos mais condutivos. A inversão 2D MT marcou bem a presença dessas rochas em todos os perfis (Figura 6.1.1). Todos os horizontes identificados nos modelos MT ocorreram em profundidades muito similares ao poço. Em particular, o modelo de inversão separada para o perfil MT1 fornece uma profundidade plausível para a base do primeiro resistor, que corresponde à formação Lagoa do Jacaré, coincidente com a profundidade indicada pelo poço 1-RF1-MG. A formação Lagoa do Jacaré consiste em rochas calcareníticas predominantes na parte central da bacia do São Francisco.

A formação carbonática Lagoa do Jacaré é seguida por uma camada formada por intercalações de folhelhos e arenitos da formação Serra de Santa Helena. Para esta formação geológica, o modelo de inversão 2D estimou profundidades de 750 m no topo. É caracterizada por valores baixos de resistividade (~10 a 20 ohm.m) e consiste principalmente de folhelhos. Essa formação é seguida no modelo de resistividade por uma camada bem mais resistiva, caracterizada no poço pela presença de calcarenitos e calcisiltitos, e correlacionada à formação Sete Lagoas. Abaixo desta segunda camada resistiva, o modelo MT1 apresenta uma região com resistividades variando de 10 a 100 ohm.m. Não há informação de poço que chegue a tal profundidade (abaixo de 1800 m). Utilizando informações geológicas, infere-se a presença do Grupo Macaúbas, representado por uma sucessão de diamictitos, arenitos e argilas. Nessa região, a migração de hidrocarbonetos aconteceria das rochas formadoras do Grupo Vazante para as rochas reservatórios da Formação Sete Lagoas, ou das rochas

constituintes da Formação Sete Lagoas para as rochas reservatório das formações Seta Lagoas e Carrancas (Pinto & Martins-Neto 2001).

Estima-se que o embasamento econômico da bacia de São Francisco, na região estudada varia de 5 a 8 km. A análise integrada do modelo de resistividade e anomalia Bouguer mostrou que MT e gravimetria podem ser combinados para mapear o embasamento deformado. Essa informação não pode ser obtida através dos dados sísmicos disponíveis na área de estudo.

Esse trabalho mostra também um experimento relevante em um contexto regional de exploração e inversão conjunta de MT, gravimetria, magnetometria. Os modelos estimados conjuntamente apresentaram similaridade em sua estrutura. Reproduziram zonas onde todos os dados eram sensíveis, além de contribuir nas zonas em que alguns dados mostraram sensibilidade reduzida. Este estudo destaca as vantagens da utilização de modelos estruturalmente integrados para interpretações geofísicas.

Os diversos processos de inversão conjunta realizados neste trabalho mostraram que a solução para o problema inverso proposta por Gallardo e Meju (2004) não busca somente o ajuste entre os dados, mas também é necessário obedecer à imposição estrutural dada pelo vínculo *cross-gradients*. Então, para que se encontrem respostas geofisicamente aceitáveis e que representem uma subsuperfície coerente com a geologia conhecida é necessário escolher adequadamente os parâmetros de inversão. Os diversos testes mostraram a importância dos fatores  $\beta$  e  $\alpha$  no processo otimizado de inversão conjunta de Gallardo e Meju (2004).

Os resultados da inversão conjunta Gallardo e Meju (2004) mostraram modelos que retrataram zonas de propriedade física menos e mais homogêneas. A ambiguidade característica do problema inverso dos métodos potenciais foi reduzida pela inversão conjunta. Os modelos de densidade e magnetização mostraram a distribuição de densidade e magnetização induzida das rochas sedimentares que compõem a bacia de São Francisco, e principalmente a profundidade e compartimentação do embasamento. As zonas de contraste nulo de densidade e magnetização caracterizaram esse embasamento, que é compatível com os resultados MT. Os pequenos contrastes de densidade e magnetização caracterizam as diferentes rochas sedimentares. Os resultados da inversão conjunta mostraram o Grupo Bambuí com aproximadamente 2000 m de espessura, o Grupo Macaúbas/Paranoá com aproximadamente 600 m de profundidade e finalmente o Grupo Espinhaço com

aproximadamente 1500 a 2000 m de profundidade. Os resultados da inversão conjunta mostraram resultados complementares aos resultados obtidos da inversão MT por gradientes conjugados.

Apesar de utilizar metodologias bem diferentes de inversão, esse estudo de caso demonstrou que a estratégia de unir dois tipos de técnicas diferentes foi bastante adequada, já que produziu os modelos estimados geofisicamente aceitáveis e complementares. Ou seja, a metodologia de inversão conjunta é capaz de reproduzir os dados observados gravimétricos, magnetométricos e MT, e fornecer resultados coerentes com a geologia da região, e a inversão MT por gradientes conjugados foi capaz de detalhar as rochas do Grupo Bambuí.

Considerando que a estratégia adotada se mostrou adequada para integração de dados e metodologias geofísicas distintas, ilustrou também que uma melhor resolução deve ser em grande parte impulsionada pela precisão dos dados geofísicos e pela abordagem escolhida de modelagem geofísica individual. A boa qualidade dos resultados, principalmente em identificar a base da formação Lagoa do Jacaré, considerada tanto como uma fonte de rocha reservatório e na bacia, bem como o mapeamento do embasamento, confirma o método MT como uma ferramenta relevante e complemento essencial a outros métodos geofísicos - particularmente sísmica - na exploração da bacia.

## 8. REFERÊNCIAS

- Agencia Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP). Disponível em <http://www.brasil-rounds.gov.br>. Data de acesso: 7 de janeiro de 2013.
- Alkmim, F. F., Martins-Neto, M. A., 2001. A bacia intracratônica do São Francisco: arcabouço estrutural e cenários evolutivos. *Bacia do São Francisco: Geologia e Recursos Naturais*. Cap. II, p. 9-30
- Almeida, F. F. M., 1977. O Cráton do São Francisco. *Revista Brasileira de Geociências*, São Paulo, v. 7, p. 285-295.
- Alpak, F. O., C. Torres-Verdin, C., Habashy, T. M., 2008. Estimation of in situ petrophysical properties from wireline formation tester and induction logging measurements: A joint inversion approach: *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 63, 1–17, doi: 10.1016/j.petrol.2008.05.007.
- Alvarenga, C. J. S., Dardenne, M. A., 1978. Geologia dos Grupos Bambuí e Paranoá na Serra de São Domingos, MG. *Congresso Brasileiro de Geologia*, 30. Recife Anais... Recife: SBG, v.2, p. 546-556.
- Auken, E., L. Pellerin, N. B. Christensen, Sorensen, K. 2006, A survey of current trends in near-surface electrical and electromagnetic methods: *Geophysics*, 71, no. 5, G249–G260, doi: 10.1190/1.2335575.
- Banerjee, B., Gupta, S. P. D., 1977. Gravitational attraction of a rectangular parallelepiped: *Geophysics*, 42, 1053–1055, doi: 10.1190/1.1440766.
- Bhattacharyya, B. K., 1964, Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization: *Geophysics*, 29, 517–531, doi: 10.1190/1.1439386.
- Bedrosian, P. A., 2007, MT+ integrating magnetotellurics to determine earth structure, physical state, and processes: Surveys in *Geophysics*, 28, 121–167, doi: 10.1007/s10712-007-9019-6.
- Berge, P. A., Berryman, J. G., Bertete-Aguirre, H., Bonner, P., Roberts, J. J., Wildenschild, D., 2000. Joint inversion of geophysical data for site characterization and restoration monitoring, *LLNL Rep. UCRL-ID-128343*, Proj. 55411, Lawrence Livermore Natl. Lab., Livermore, Calif.
- Berner, A., Miranda, F. S., Pessoa, V. C. O., Rodrigues, L., Sant'ana, F. C., 2006. Tectônica, Sedimentação e Sistemas Petrolíferos da Bacia do São Francisco *Dissertação (Graduação em Geologia)*, 88 p. UERJ, Rio de Janeiro.
- Birch, F., 1961. The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars. *J. Geophys. Res.* 66, 2199-2224.
- Blakely, R. J., 1995. Potential theory in gravity and magnetic applications. *Cambridge University Press*, NY. 441 p.

- Bosum W. 1973. O levantamento aeromagnético de Minas Gerais e Espírito Santo e sua sequência quanto à estrutura geológica. *Revista Brasileira de Geociências*, 3:149-159.
- Brandalise L.A. 1980. Projeto Sondagem do Bambuí em Minas Gerais. Belo Horizonte, CPRM/DNPM, relatório final, v.1
- Braun, O. P. G., Mello, U., Della Piazza, H., 1990. Bacias Proterozóicas Brasileiras Com Perspectivas Exploratórias Para Hidrocarbonetos. In: Raja Gabaglia, G.P; E. (Coord.). Origem E Evolução De Bacias Sedimentares. Rio De Janeiro, Gávea;. Petrobras/Serec, P. 115-132.
- Cagniard, L., 1953, Basic theory of the magnetotelluric method: *Geophysics*, 8, 605-635.
- Campos, J.E.G., Dardenne, M.A., 1997. Origem e evolução tectônica da Bacia Sanfranciscana. *Rev.Bras. Geoc.*, 27(3): 283-294.
- Christensen, N. L., Mooney, W. D., 1995. Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view. *J. Geophys. Res.* 100, 9761-9788.
- Colombo, D., De Stefano, M., 2007. Geophysical modeling via simultaneous joint inversion of seismic, gravity, and electromagnetic data: Application to prestack depth imaging: *The Leading Edge*, 26, 326–331, doi: 10.1190/1.2715057.
- Costa, M. T., 1963. Estrutura geológica dos cerrados. Departamento de Pesquisas Agropecuárias, MIN. AGRIC, v. 15
- Dobrin, M. B., Savit, C. H., 1988. Introduction to geophysical prospecting. *McGraw-Hill Book Company*, New York. 867 p.
- Dominguez, J. M. L., 1993. As coberturas do Cráton do São Francisco: uma abordagem do ponto de vista da análise de bacias. In: DOMINGUEZ, J. M. L. E MISI, A., Eds O Cráton do São Francisco. Salvador, SBG/BA-SE, SGM/BA, p. 137-159.
- Egbert, G.D., Eisel, M., 2000. Programs for Robust Single station and Remote reference analysis of Magnetotelluric data: Unix (and PC) Disponível em: [www.cg.nrcan.gc.ca/mtnet](http://www.cg.nrcan.gc.ca/mtnet).
- Fontes, S. L., de Lugao, P. P., Meju, M. A., Pinto, V. R., Flexor, J., Ulugergerli, E. U., La Terra, E. F., Gallardo, L. A., Rijo, L., 2009, Marine magnetotelluric mapping of basement and salt bodies in the Santos Basin of Brazil: *First Break*, 27, 84–87.
- Gallardo, L. A., 2004. Joint two-dimensional inversion of Geoelectromagnetic and seismic Refraction data with cross-gradients Constraint. 153 p. *Tese (Doutorado)*, Lancaster University, Lancaster, England
- Gallardo-Delgado, L. A., Pérez-Flores, M. A., Gómez-Treviño, E., 2003. A versatile algorithm for joint 3-D inversion of gravity and magnetic data. *Geophysics* 68, 949-959.
- Gallardo, L. A., Meju, M. A., 2003. Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of dc resistivity and seismic data: *Geophysical Research Letters*, 30, 1658, doi: 10.1029/2003GL017370.

- Gallardo, L. A., Meju, M. A., 2004, Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travelttime inversion with crossgradients constraints: *Journal of Geophysical Research Solid Earth*, 109, B03311, doi: 10.1029/2003JB002716.
- Gallardo, L. A., M. A. Meju, and M. A. Perez-Flores, 2005, A quadratic programming approach for joint image reconstruction: mathematical and geophysical examples: *Inverse Problems*, 21, 435–452, doi: 10.1088/0266-5611/21/2/002.
- Gallardo, L. A., Meju, M. A., 2011, Structure-coupled multiphysics imaging in geophysical sciences: *Reviews of Geophysics*, 49, RG1003, doi:10.1029/2010RG000330
- Gallardo, L. A., Fontes, S. L., Meju, M. A., Buonora, M. P., Lugão, P. P., 2012. Robust geophysical integration through structure- coupled joint inversion and multispectral fusion of seismic reflection, magnetotelluric, magnetic, and gravity images: Example from Santos Basin, offshore Brazil, *Geophysics*. 77, 237-251.
- Gallardo, L. A., 2007, Multiple crossgradient joint inversion for geospectral imaging: *Geophysical Research Letters*, 34, L19301, doi: 10.1029/2007GL030409.
- Gamble, T.D., Goubau, W.M., Clarke, J., 1979. Magnetotellurics with a Remote Magnetic Reference. *Geophysics*, 44, p. 53-68.
- Gardner, G. H. F., Gardner, L. W., Gregory, A. R., 1974. Formation velocity and density: The diagnostic basics for stratigraphic traps. *Geophysics* 39, 770-780.
- Haber, E., Oldenburg, D., 1997. Joint inversion: A structural approach. *Inverse Problems* 13, 63-77.
- Hasui, Y., 1968. A Formação Uberaba. Congresso Brasileiro de Geologia, 22. Belo Horizonte. *Resumo das Comunicações. SBG*. p. 167-170.
- Hasui, Y.; Sena Costa, J.B.; Borges, M.S.; Assis, J.F.P.; Pinheiro, R.V.L.; Bartorelli, A.; Pires Neto, A.G. & Mioto, J.A. 1991. A borda sul da Bacia do Parnaíba no Mesozóico. In: Simpósio Nacional de Estudos Tectônicos. 3. *Boletim Resumos Expandidos...Rio Claro. SBG*. p.93-98.
- Heincke, B., Jegen, M., Hobbs, R., 2006, Joint inversion of MT, gravity and seismic data applied to sub-basalt imaging: *76<sup>th</sup> Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts*, 784–789
- Hu, W. Y., Abubakar, A., Habashy, T. M., 2009, Joint electromagnetic and seismic inversion using structural constraints: *Geophysics*, 74, no. 6, R99–R109, doi: 10.1190/1.3246586.
- Jones, A.G., 1988. Static shift of magnetotelluric data and its removal in a sedimentary basin environment. *Geophysics*, 53: 967-978.
- Kearey, P., Brooks, M., 1991. An introduction to geophysical exploration. Oxford: Blackwell Scientific, Oxford. 254 p.
- Kowalsky, M. B., Chen, J., Hubbard, S. S., 2006. Joint Inversion of Geophysical and hydrological data for improved subsurface characterization: *The Leading Edge*, 25, 730–731, doi: 10.1190/1.2210057.

- Lesquer A., Almeida F.F.M., Davino A., Lachaud J.C., Mailard P., 1981. Signification structurale des anomalies gravimetriques de la partie sud du Craton du São Francisco (Brésil). *Tectonophysics*, 76:273-293.
- Lines, L. R., Schultz, A. K., Treitel, S., 1988. Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics* 53, 8-20.
- Lugão, P., Fontes, S.L., 1991. Magnetotellurics in the Recôncavo Basin, Bahia, Brazil. *Resumo Expandido*. 2<sup>o</sup> Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. Salvador, BA.
- Mackie, R., Rieven, S., Rodi, W., 1997. User Manual and Software Documentation Two-Dimensional Inversion of Magnetotelluric Data. MIT, Cambridge, USA.
- Marinho F., 1993. Interpretação dos dados gravimétricos e aeromagnetométricos da porção central da Bacia Proterozóica do São Francisco - noroeste do Estado de Minas Gerais. In: SBG, Simpósio do Cráton São Francisco, 2, Salvador, Salvador, Anais, p.170-172
- Martins, M.; Teixeira, L. B.; Braun, O. P. G., 1993. Bacia do São Francisco: uma fronteira exploratória na pesquisa de petróleo do Brasil. Simpósio de Geologia de Minas Gerais, 7. Ouro Preto, SBG. p. 55-57.
- Martins, M., 1999. Análise estratigráfica das seqüências mesoproterozóicas (borda oeste) e neoproterozóicas da Bacia do São Francisco. 214 p. Tese (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Martins-Neto, M. A.; Alkmin, F. F., 2001. Estratigrafia e Evolução tectônica das bacias neoproterozóicas do paleocontinente São Francisco e suas margens: registro da quebra de Rodínia e colagem de Gondwana. Bacia do São Francisco: Geologia e Recursos Naturais. Cap. III: 31-54.
- Menke, W., 1984. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, Academic, San Diego, Calif.
- Moorkamp, M., Heincke, B., Jegen, M., Roberts, A. W., Hobbs, R. W., 2011, A framework for 3D joint inversion of MT, gravity and seismic refraction data: *Geophysical Journal International*, 184, 477–493, doi:10.1111/gji.2010.184.issue-1.
- Natale, G., Troise, C., Trigila, R., Chiarabba, C., 2004. Seismicity and 3-D substructure at Somma-Vesuvius volcano: evidence for magma quenching. *Earth and Planet. Science Lett.*, 221, 181-196.
- Newman, G. A., Commer, M., 2010, Joint electromagnetic-seismic inverse modeling for matched data resolution: Presented at the EGM International Workshop.
- Oliveira Jr., V. C., e Uieda, L. 2011, Tópicos de inversão em geofísica. Disponível em <http://fatiando.org/>. Data de acesso: 12 de março de 2013.
- Pedersen, L.B., 1982. The Metotelluric Impedance Tensor – Its Random And Bias Errors. *Geophys. Prosp.* 30, P. 188-210.

- Pimentel, M. M.; Fuck, R. A.; Botelho, N. F., 1999. Granites and the geodynamic history of the Neoproterozoic Brasília belt, Central Brazil: a review. *Lithos*, v.46 p. 463-483.
- Pinto, C. P., Martins-Neto, M. A., 2001. Bacia do São Francisco: Geologia e Recursos Naturais. SBG, Núcleo MG. Belo Horizonte, 349p.
- Porsani, J.L., 1991. Estudo da Estrutura Geométrica da Região de Juruá, AM, pelo Método Magnetotélmico. Tese de Mestrado, UFPA, 104 p.
- Porsani, J.L., 1993. Estudo Magnetotélmico na Bacia do São Francisco. Relatório Final I. Cenpes/Susep/Segef, 57 p.
- Porsani, J.L.; Fontes, S.L., 1992. Estudo Magnetotélmico na Bacia do São Francisco. Relatório de Progresso. Cenpes/Susep/Segef, 90 p.
- Porsani, J. L., Fontes, S. L., 1993. Magnetotelluric Investigations In The Sao Francisco Basin In: Proceedings 3o Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica, 1993. SBGf. V.2. P.1385 -1388.
- Porsani, J.L.; Fontes, S.L., 2001. O método Magnetotélmico aplicado a Bacia do São Francisco, Minas Gerais. *Brasilian Journal of Geophysics*, vol. 19 (2), p. 145-154.
- Rodrigues, A. L., 2002. Geoeletoestratigrafia Bi-dimensional da Porção Central da Bacia do São Francisco Dissertação (Mestrado em Geofísica) – ON/MCT, Rio de Janeiro.
- Roecker, S., Thurber, C. and McPhee, D., 2004. Joint inversion of gravity and arrival time data from Parkfield: New constraints on structure and hypocenter locations near the SAFOD drill site. *Geophys. Res. Lett.* 31(12), L12S04.
- Rodi, W. & Mackie, R. L., 2001. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysics* 66, 174-187
- Romeiro-Silva, P. C.; Zalán, P. V., 2005. Contribuição da sísmica de reflexão na determinação do limite do Cráton do São Francisco. III Simpósio sobre o Cráton do São Francisco. p. 283-286.
- Sasaki, Y & Meju, M. A., 2006. Three-dimensional joint inversion for magnetotelluric resistivity and static shift distributions in complex media. *Journal of Geophysical Research*, 111, B05101.
- Schöll, W.U., 1976 Sedimentologia e geoquímica do Grupo Bambuí na parte sudeste da Bacia do São Francisco. In: Congresso Brasileiro De Geologia, 29., 1976, Ouro Preto. Anais. São Paulo: Sociedade Brasileira de Geologia, v. 2, p. 207-231.
- Schneider W. A., 1978. Integral formulation for migration in two and three dimensions. *Geophysics*, 43: 49-76.
- Sgarbi G.N.C., Sgarbi P.B. de A., Campos J.E.G., Dardenne M.A., Penha U.C. 2001. Bacia Sanfranciscana: o registro fanerozóico da bacia do São Francisco. In: Pinto C.P. & Martins-Neto M.A. (Eds) Bacia do São Francisco: Geologia e Recursos Naturais. Belo Horizonte, SBG/MG, p. 93-138.

- Smith, J. T., Booker, J. R. 1991. Rapid inversion of 2-dimensional and 3-dimensional magnetotelluric data: *Journal of Geophysical Research, Solid Earth and Planets*, 96, 3905–3922, doi: 10.1029/90JB02416.
- Solon, F., Fontes, S., Flexor, J., and Meju, M., 2011. Electromagnetic and seismic images from Sao Francisco Basin - Brazil: oil and gas perspectives?. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*: pp. 650-654. doi:10.1190/1.3628163
- Souza Filho, R.G., 1995. O arcabouço estrutural da porção externa da Faixa Araçuaí na Serra do Cabral (MG) e o contraste de estilos deformacionais entre os supergrupos Espinhaço e São Francisco. *Dissertação de mestrado*, Departamento de Geologia, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, 148p.
- Talwani, M., and Heirtzler, J. R., 1964, Computation of magnetic anomalies caused by twodimensional bodies of arbitrary shape, in Parks, G. A., Ed., *Computers in the mineral industries, Part 1: Stanford Univ. Publ., Geological Sciences*, 9, 464-480.
- Talwani, M., Worzel, J. L., and Landisman, M., 1959, Rapid gravity computations for twodimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone: *J. Geophys. Res.*, 64, 49-59.
- Tarantola, A. (1987) *Inverse Problem Theory*. Elsevier, New York. 613 p.
- Teixeira L.B., Martins M., Braun O.P.G., 1993. Evolução geológica da Bacia do São Francisco com base em sísmica de reflexão e métodos potenciais. In: SBG, Simp. Craton São Francisco, 2, Salvador, Atas, 179-181.
- Telford W. M., Geldart L. P. and Sheriff R. E. 1990. *Applied geophysics*. Second Edition. Cambridge: *Cambridge University Press*, 770.
- Thomaz Filho A., Kawashita K., Cordani U.G., 1998. A origem do Grupo Bambuí no contexto da evolução geotectônica e de idades radiométricas. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 70:527-548.
- Toledo, M. A. S., 1988. Relatório geológico de poço. PETROBRAS, São Mateus, . Relatório No 7540-935-03207.
- Torge, W., 1989. *Gravimetry*. – Walter de Gruyter: 465 p.
- Travassos, J.M., 1999. Geoelectric Structure Beneath Limestones of the Sao Francisco Basin, Brazil. In: *Earth Planet Space*, 151, p-1047-1058.
- Ussami N., 1981. Interpretação dos dados aeromagnéticos na área compreendida entre 42°-47°W e 15°-19°S (Minas Gerais, Brasil). *Dissertação de Mestrado*, Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo, São Paulo, 119p.
- Valeriano, C. M., Dardenne, M. A., Fonseca, M. A., Simões, L. S. A., Seer, H. J., 1988. A evolução tectônica da faixa Brasília. In: Mantesso-Neto, V.,
- Vidale, J. 1988 Finite-difference calculation of travel times. *Bull. Seis. Soc. Am.* 78, 2062-2076.

- Vozoff, K., Jupp, D. L. B., 1975. Joint inversion of geophysical data. *Geophys. J. R. astr. Soc.* **42**, 977-991.
- Won, I.J. and Bevis, M.G., 1987. Computing the gravitational and magnetic anomalies due to a polygon: Algorithms and Fortran subroutines. *Geophysics*, **52**, 232-238.
- Yilmaz, O., 2000, Seismic data analysis: *Soc. of Expl. Geophys.*
- Zalán, P. V., 2004 Evolução Fanerozóica das Bacias Sedimentares Brasileiras. In: Mantesso-Neto, V., Bartorelli, A., Carneiro, C. D. R.; Brito Neves, B. B. (Ed.). *Geologia do continente sul-americano: evolução da obra de Fernando Flávio Marques de Almeida*. São Paulo: Beca. p. 595-612.
- Zalán, P. V., Romeiro-Silva, P. C., 2007a. Bacia do São Francisco. *Boletim de Geociências da Petrobras*. v. 15, n.2, p. 561-571, maio/Nov.
- Zalán, P. V., Romeiro-Silva, P. C., 2007b. Carta Estratigráfica do São Francisco. *Boletim de Geociências da Petrobras*. v. 15, n.1.
- Zhang, J., Morgan, F. D., 1996. Joint seismic and electrical tomography. Paper presented at EEGS Symposium on Applications of Geophysics to Engineering and Environmental Problems, *Environ. and Eng. Geophys. Soc.*, Keystone, Colo.

## APÊNDICE A

A seguir, a formulação matemática da inversão conjunta de Gallardo e Meju (2004) é apresentada.

### A.1. Problema Inverso

Na metodologia de inversão conjunta utilizada neste trabalho, a solução da equação 4.2.5 é obtida utilizando-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange. Isso consiste em determinar o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  (equação 4.2.11) que minimiza a expressão:

$$\Psi(\mathbf{m}, \Lambda) = \Phi_M(\mathbf{m}) + \Phi_S(\mathbf{m}) + \Phi_R(\mathbf{m}) + \Phi_C(\mathbf{m}, \Lambda), \quad (\text{A.1.1})$$

em que  $\Lambda$  é o vetor que contém os multiplicadores de Lagrange.

Nessa expressão,

$$\begin{aligned} \Phi_M(\mathbf{m}) = \frac{1}{\beta^2} \left\{ \left( \mathbf{d}_g - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0g}) - \mathbf{A}_g(\mathbf{m}_g - \mathbf{m}_{0g}) \right)^T \mathbf{C}_g^{-1} \left( \mathbf{d}_g - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0g}) - \mathbf{A}_g(\mathbf{m}_g - \mathbf{m}_{0g}) \right) \right. \\ + \left( \mathbf{d}_{gm} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0m}) - \mathbf{A}_m(\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_{0m}) \right)^T \mathbf{C}_m^{-1} \left( \mathbf{d}_{gm} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0m}) - \mathbf{A}_m(\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_{0m}) \right) \\ + \left( \mathbf{d}_r - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0r}) - \mathbf{A}_r(\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{0r}) \right)^T \mathbf{C}_r^{-1} \left( \mathbf{d}_r - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0r}) - \mathbf{A}_r(\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{0r}) \right) \\ \left. + \left( \mathbf{d}_s - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0s}) - \mathbf{A}_s(\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{0s}) \right)^T \mathbf{C}_s^{-1} \left( \mathbf{d}_s - \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0s}) - \mathbf{A}_s(\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{0s}) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

$$\begin{aligned} \Phi_S(\mathbf{m}) = \alpha_g^2 \mathbf{m}_g^T \mathbf{D}_g^T \mathbf{D}_g \mathbf{m}_g + \alpha_m^2 \mathbf{m}_m^T \mathbf{D}_m^T \mathbf{D}_m \mathbf{m}_m + \alpha_r^2 \mathbf{m}_r^T \mathbf{D}_r^T \mathbf{D}_r \mathbf{m}_r + \\ \alpha_s^2 \mathbf{m}_s^T \mathbf{D}_s^T \mathbf{D}_s \mathbf{m}_s, \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

$$\begin{aligned} \Phi_R(\mathbf{m}) = [\mathbf{m}_g - \mathbf{m}_{Rg}]^T \mathbf{C}_{Rg}^{-1} [\mathbf{m}_g - \mathbf{m}_{Rg}] + [\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_{Rm}]^T \mathbf{C}_{Rm}^{-1} [\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_{Rm}] \\ + [\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr}]^T \mathbf{C}_{Rr}^{-1} [\mathbf{m}_r - \mathbf{m}_{Rr}] + [\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{Rs}]^T \mathbf{C}_{Rs}^{-1} [\mathbf{m}_s - \mathbf{m}_{Rs}], \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

$$\Phi_C(\mathbf{m}, \Lambda) = 2\Lambda^T [\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{B}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)], \quad (\text{A.1.5})$$

cujos termos foram definidos nas equações 4.2.6 – 4.2.14.  $\Phi_M(\mathbf{m})$  corresponde à soma do quadrado da normas Euclidianas dos resíduos dos quatro conjunto de dados, ponderados pelo inverso das respectivas covariâncias. Na expressão A.1.2,  $\beta$  é um fator de amortecimento e  $\mathbf{C}_v^{-1} = \mathbf{C}_v^{-1/2} \mathbf{C}_v^{-1/2}$ ,  $v = g, m, r, s, Rg, Rm, Rr, Rs$ , em que  $\mathbf{C}_v^{-1/2}$  são matrizes definidas nas equações 4.2.7 e 4.2.14.  $\Phi_S(\mathbf{m})$  é termo que corresponde ao vínculo de suavidade (equação 4.2.5).  $\Phi_R(\mathbf{m})$  corresponde ao vínculo de igualdade aproximada.  $\Phi_C(\mathbf{m})$  corresponde ao produto escalar entre o vetor  $(6M)$ -dimensional  $2\mathbf{\Lambda}$ , que contém os multiplicadores de Lagrange, e o vínculo *cross-gradients* linearizado (equação 4.2.16).

As equações A.1.2 – A.1.5 podem ser reescritas de forma compacta da seguinte maneira:

$$\Phi_M(\mathbf{m}) = \frac{1}{\beta^2} \left\{ \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)) \right]^T \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)) \right] \right\}, \quad (\text{A.1.6})$$

$$\Phi_S(\mathbf{m}) = [\mathbf{Dm}]^T [\mathbf{Dm}], \quad (\text{A.1.7})$$

$$\Phi_R(\mathbf{m}) = [\mathbf{m} - \mathbf{m}_R]^T \mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}} \mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}} [\mathbf{m} - \mathbf{m}_R], \quad (\text{A.1.8})$$

$$\Phi_C(\mathbf{m}, \mathbf{\Lambda}) = 2\mathbf{\Lambda}^T [\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{B}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)], \quad (\text{A.1.9})$$

tal como aparece na equação 4.2.5.

Dessa forma, o problema inverso consiste em determinar um vetor  $\mathbf{m}$  que minimiza a função  $\Psi(\mathbf{m}, \mathbf{\Lambda})$  (equação A.1.1). Matematicamente, isso equivale a encontrar o vetor  $\mathbf{m}^*$  tal que o gradiente da função  $\Psi(\mathbf{m}, \mathbf{\Lambda})$ , avaliado em  $\mathbf{m}^*$ , seja igual ao vetor  $\mathbf{0}$ . Esse vetor  $\mathbf{m}^*$  é um ponto extremo da função  $\Psi(\mathbf{m}, \mathbf{\Lambda})$ . Então, o gradiente da função  $\Psi(\mathbf{m}, \mathbf{\Lambda})$  é dado por:

$$\bar{\nabla}_{\mathbf{m}} \Psi(\mathbf{m}, \mathbf{\Lambda}) = \bar{\nabla}_{\mathbf{m}} \Phi_M(\mathbf{m}) + \bar{\nabla}_{\mathbf{m}} \Phi_S(\mathbf{m}) + \bar{\nabla}_{\mathbf{m}} \Phi_R(\mathbf{m}) + \bar{\nabla}_{\mathbf{m}} 2\mathbf{\Lambda}^T \Phi_C(\mathbf{m}). \quad (\text{A.1.10})$$

Os 4 termos que compõem a equação A.1.10 serão resolvidos separadamente. O primeiro termo é o vetor gradiente da função  $\Phi_M(\mathbf{m})$  :

$$\bar{\mathbf{v}}_{\mathbf{m}} \Phi_M(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_M(\mathbf{m})}{\partial m_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Phi_M(\mathbf{m})}{\partial m_M} \end{bmatrix}_{M \times 1}, \quad (\text{A.1.11})$$

em que  $m_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ , é o  $i$ -ésimo elemento do vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  (equação 4.2.11). O  $i$ -ésimo elemento deste vetor gradiente é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_M(\mathbf{m})}{\partial m_i} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial m_i} \left\{ \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0)) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \right]^T \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0)) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial m_i} \left\{ \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{d} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m}_0 \right]^T \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{d} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m}_0 \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{\beta^2} \left\{ \left[ \mathbf{0} - \mathbf{0} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{u}_i - \mathbf{0} \right]^T \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{d} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m}_0 \right] + \left[ \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{d} - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{m}_0 \right]^T \left[ -\mathbf{C}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A} \mathbf{u}_i \right] \right\} = \\ &= -\frac{2}{\beta^2} \{ \mathbf{u}_i^T \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)] \}, \quad (\text{A.1.12}) \end{aligned}$$

em que  $\mathbf{0}$  é o vetor com todos os elementos nulos,  $\mathbf{C}^{-1}$  é dado nas equações 4.2.16 e 4.2.17 e  $\mathbf{u}_i$  é um vetor  $M$ -dimensional auxiliar,  $M = Mg + Mm + Mr + Ms$ , que possui todos os elementos iguais a zero, exceto o  $i$ -ésimo elemento, que é igual a 1. A partir da expressão A.1.12, o vetor gradiente da função  $\Phi_M(\mathbf{m})$  (equação A.1.11) é dado por:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}}_{\mathbf{m}} \Phi_M(\mathbf{m}) &= -\frac{2}{\beta^2} \left\{ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} \mathbf{u}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{u}_M^T \end{array} \right] \\ \text{Matriz} \\ \text{Identidade} \end{array} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)] \right\} = \\ &= -\frac{2}{\beta^2} \{ \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)] \}. \quad (\text{A.1.13}) \end{aligned}$$

De maneira análoga, o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}\Phi_S(\mathbf{m})$  é dado por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Phi_S(\mathbf{m})}{\partial m_i} &= [\mathbf{D}\mathbf{u}_i]^T[\mathbf{D}\mathbf{m}] + [\mathbf{D}\mathbf{m}]^T[\mathbf{D}\mathbf{u}_i] = \\ &= [\mathbf{D}\mathbf{u}_i]^T[\mathbf{D}\mathbf{m}] + [\mathbf{D}\mathbf{u}_i]^T[\mathbf{D}\mathbf{m}] = \\ &= 2\mathbf{u}_i^T\mathbf{D}^T\mathbf{D}\mathbf{m} .\end{aligned}\tag{A.1.14}$$

Dessa forma, por meio da equação A.1.14, o gradiente da função  $\Phi_S(\mathbf{m})$  é dado por:

$$\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}\Phi_S(\mathbf{m}) = 2\mathbf{D}^T\mathbf{D}\mathbf{m} .\tag{A.1.15}$$

O  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}\Phi_R(\mathbf{m})$  é dado por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Phi_R(\mathbf{m})}{\partial m_i} &= \left[\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{u}_i\right]^T \left[\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{m} - \mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{m}_R\right] + \left[\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{m} - \mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{m}_R\right]^T \left[\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{u}_i\right] = \\ &= 2 \left[\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{u}_i\right]^T \left[\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_R)\right] = \\ &= 2 \left[\mathbf{u}_i^T\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}\mathbf{C}_R^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_R)\right].\end{aligned}\tag{A.1.16}$$

Utilizando a equação A.1.16, o gradiente da função  $\Phi_R(\mathbf{m})$  é dado por:

$$\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}\Phi_S(\mathbf{m}) = 2[\mathbf{C}_R^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_R)] .\tag{A.1.17}$$

Por último, o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}\Phi_C(\mathbf{m})$  é dado por:

$$\frac{\partial\Phi_C(\mathbf{m})}{\partial m_i} = 2\mathbf{u}_i^T\mathbf{B}^T\boldsymbol{\Lambda}\tag{A.1.18}$$

e o gradiente da função  $\Phi_C(\mathbf{m})$  é dado por:

$$\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}\Phi_C(\mathbf{m}) = 2\mathbf{B}^T\boldsymbol{\Lambda} .\tag{A.1.19}$$

Substituindo as equações A.1.13, A.1.15, A.1.17 e A.1.19 na equação A.1.10, chegamos à seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}} \Psi(\mathbf{m}, \Lambda) = & -\frac{2}{\beta^2} \{ \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \mathbf{A}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)] \} + \\ & + 2\mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m} + 2\mathbf{C}_R^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_R) + 2\mathbf{B}^T \Lambda .\end{aligned}\quad (\text{A.1.20})$$

Fazendo  $\bar{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}} \Psi(\mathbf{m}^*, \Lambda) = \mathbf{0}$ , temos que

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\beta^2} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} (-\mathbf{A} \mathbf{m}^*) + \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m}^* + \mathbf{C}_R^{-1} \mathbf{m}^* = \\ = -\frac{1}{\beta^2} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{A} \mathbf{m}_0] + \mathbf{C}_R^{-1} \mathbf{m}_R - \mathbf{B}^T \Lambda .\end{aligned}\quad (\text{A.1.21})$$

Reorganizando a equação A.1.21, temos o seguinte sistema linear para  $\mathbf{m}^*$ :

$$\mathbf{N} \mathbf{m}^* = \mathbf{n} - \mathbf{B}^T \Lambda ,\quad (\text{A.1.22})$$

em que

$$\mathbf{N} = \frac{1}{\beta^2} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{m} + \mathbf{C}_R^{-1} ,\quad (\text{A.1.23})$$

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\beta^2} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{A} \mathbf{m}_0] + \mathbf{C}_R^{-1} \mathbf{m}_R .\quad (\text{A.1.24})$$

As equações A.1.23 e A.1.24 são as equações 4.2.17 e 4.2.18, respectivamente.

Substituindo as equações 4.2.6 – 4.2.14 nas equações A.1.23 e A.1.24, temos:

$$\begin{aligned}\mathbf{N} = \frac{1}{\beta^2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_g^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_m^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_g^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_m^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_r^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_s^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \alpha_g \mathbf{D}_g^T \mathbf{D}_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha_m \mathbf{D}_m^T \mathbf{D}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha_r \mathbf{D}_r^T \mathbf{D}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha_s \mathbf{D}_s^T \mathbf{D}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{Rg}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rm}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rr}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rs}^{-1} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$\mathbf{N} =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_g^T \mathbf{C}_g^{-1} \mathbf{A}_g + \alpha_g^2 \mathbf{D}_g^T \mathbf{D}_g + \mathbf{C}_{Rg}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_m^T \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{A}_m + \alpha_m^2 \mathbf{D}_m^T \mathbf{D}_m + \mathbf{C}_{Rm}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r^T \mathbf{C}_r^{-1} \mathbf{A}_r + \alpha_r^2 \mathbf{D}_r^T \mathbf{D}_r + \mathbf{C}_{Rr}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s^T \mathbf{C}_s^{-1} \mathbf{A}_s + \alpha_s^2 \mathbf{D}_s^T \mathbf{D}_s + \mathbf{C}_{Rs}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1.25})$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \frac{1}{\beta^2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_g^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_m^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{gg}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{mm}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{rr}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{ss}^{-1} \end{bmatrix} \times \\ &\times \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{d}_g \\ \mathbf{d}_m \\ \mathbf{d}_r \\ \mathbf{d}_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0g}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0m}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0r}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{m}_{0s}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_g & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{0g} \\ \mathbf{m}_{0m} \\ \mathbf{m}_{0r} \\ \mathbf{m}_{0s} \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{Rg}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rm}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rr}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{Rs}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{Rg} \\ \mathbf{m}_{Rm} \\ \mathbf{m}_{Rr} \\ \mathbf{m}_{Rs} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_g^T \mathbf{C}_g^{-1} \{ \mathbf{d}_g - \mathbf{f}_g(\mathbf{m}_{0g}) + \mathbf{A}_g \mathbf{m}_{0g} \} + \mathbf{C}_{Rg}^{-1} \mathbf{m}_{Rg} \\ \mathbf{A}_m^T \mathbf{C}_m^{-1} \{ \mathbf{d}_m - \mathbf{f}_m(\mathbf{m}_{0m}) + \mathbf{A}_m \mathbf{m}_{0m} \} + \mathbf{C}_{Rm}^{-1} \mathbf{m}_{Rm} \\ \mathbf{A}_r^T \mathbf{C}_r^{-1} \{ \mathbf{d}_r - \mathbf{f}_r(\mathbf{m}_{0r}) + \mathbf{A}_r \mathbf{m}_{0r} \} + \mathbf{C}_{Rr}^{-1} \mathbf{m}_{Rr} \\ \mathbf{A}_s^T \mathbf{C}_s^{-1} \{ \mathbf{d}_s - \mathbf{f}_s(\mathbf{m}_{0s}) + \mathbf{A}_s \mathbf{m}_{0s} \} + \mathbf{C}_{Rs}^{-1} \mathbf{m}_{Rs} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1.26}) \end{aligned}$$

em que  $\mathbf{0}$  são matrizes com todos os elementos iguais a zero.

Finalmente, a estimativa  $\mathbf{m}^*$  para o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  é dada por:

$$\mathbf{m}^* = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Lambda}. \quad (\text{A.1.27})$$

Esta é a equação 4.2.15 da seção 4.2 (Inversão conjunta).

Substituindo a estimativa  $\mathbf{m}^*$  para o vetor de parâmetros  $\mathbf{m}$  (equação A.1.27) na equação do vínculo de *cross-gradients* linearizado (equação 4.2.21) temos que:

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) + \mathbf{B} \mathbf{m}_0 + \mathbf{B} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{B} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = \left( \mathbf{B} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \right)^{-1} \left[ \mathbf{B} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} - \mathbf{B} \mathbf{m}_0 + \boldsymbol{\tau}(\mathbf{m}_0) \right]. \quad (\text{A.1.28})$$

Esta é a equação 4.2.16 da seção 4.2 (Inversão conjunta).