



Observatório Nacional

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA
OBSERVATÓRIO NACIONAL

TESE DE DOUTORADO

COSMOLOGIA COM LENTES GRAVITACIONAIS FRACAS:

TESTES DE ISOTROPIA, SOMA DAS MASSAS DE
NEUTRINOS E EVOLUÇÃO DE ESTRUTURAS

GABRIELA ANTUNES MARQUES

ORIENTADOR:
DR. ARMANDO BERNUI

RIO DE JANEIRO

JULHO DE 2019

COSMOLOGIA COM LENTES GRAVITACIONAIS FRACAS: TESTES DE ISOTROPIA, SOMA DAS MASSAS DE NEUTRINOS E EVOLUÇÃO DE ESTRUTURAS

GABRIELA ANTUNES MARQUES

Tese apresentada à Divisão de Programas de Pós-Graduação do Observatório Nacional, Brasil, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutorado em Astronomia.

Orientador: Dr. Armando Bartolome Bernui Leo

Rio de Janeiro

Julho de 2019

"COSMOLOGIA COM LENTES GRAVITACIONAIS FRACAS".

GABRIELA ANTUNES MARQUES

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTORA EM ASTRONOMIA.

Aprovada por:

Dr. Armando Bartolome Bernui Leo ON/MCTIC
(Orientador)

Dr. Joel Camara de Carvalho Filho - ON/MCTIC

Dr. Saulo Carneiro de Souza Silva - UFBA

Dra. Maria de Fatima Alves da Silva - UERJ

Dr. Julio Cesar Fabris - UFES

RIO DE JANEIRO – BRASIL

17 DE JULHO DE 2019

Agradecimentos

Ao Dr. Armando Bernui, pela orientação, por todo trabalho desenvolvido e pela compreensão nas diversas situações ao longo destes anos. Por ter sido sempre disponível e dedicado à minha formação e por ter me proporcionado o que estivesse ao alcance para que eu pudesse alcançar voos altos.

Agradeço ao Dr. Ivan Ferreira por ter expandido as possibilidades tanto na universidade quanto na vida. Pelas orientações e respeito ao meu processo de aprendizagem. Por ter acolhido a menina extremamente tímida e com olhos esbugalhados que bateu na porta do laboratório de Plasma da UnB. Para além disto, agradeço a nossa amizade, a qual eu carrego com muito afeto.

Obrigada a todos, sem exceção, que já passaram ou que fazem atual parte do grupo de Cosmologia (GCON) pelas diversas conversas e debates que me trouxeram muito aprendizado. Aos professores Jailson Alcaniz e Joel Carvalho, por dicas e comentários sempre relevantes. Especialmente também à Camila Novaes e Carlos Bengaly, que além da amizade, sempre foram muito gentis e dispostos a discutir ideias e me tirar dúvidas (que não foram poucas, rs).

To Jia Liu for the collaboration, the friendship and for hosting me during my trip to Princeton (and to Patrick De Perio). Thanks also to Glenn Starkmann and Márcio O'dwyer for the cordial host at the Case Western Reserve University.

À toda minha família, especialmente à mainha e painho, pelo lar baiano extremamente cheio de amor, por acompanharem incondicionalmente os meus sonhos e por terem sempre priorizado a educação- no sentido mais pleno de seu significado. Obrigada por serem ao mesmo tempo porto e colo. Não tenho palavras pra demonstrar minha admiração, amor e gratidão por vocês!

Agradeço à Geysa, minha irmã de cor, de corpo, de santo e de sorte. Você me ensinou e ensina muito sobre partilha, amizade e sobre cuidar umas das outras nesse mundo complexo.

Quero muito agradecer também aos presentes que a vida me deu, minhas amigas e meus amigos, tanta gente que faz parte de mim e caminha do meu lado fazendo meus dias cheios de felicidade e aprendizado...

Aos amigos do ON por todos os momentos partilhados, seja na sala de aula ou na mesa de um bar. Especialmente (em ordem alfabética): ao Carlos, Carol, Cíntia, Diogo, Gabi Coutinho, Javitcho, Maryory, Matias, Murilo, Plícida, Rebeca, Sandro, Simony, Uendert e Ximena. Aos amigos da geofísica: Amanda, André, Bijani, Diego Peña, Diogo

Brasil, Flora, Isa, Larissa, Missgregutis, Vanderlei e Vital.

Aos amigos maravilhosos, Baiano, Hélio, Mercedes, Priscilla Basilio e Taiana. Ao Rodrigo Bouffleur por ter compartilhado um lar neste meu último ano de RJ (jamais vou esquecer os mil favores que você me fez ao longo deste tempo).

Aos meus cachinhos de uva: Aline, Leilane e Mari. E por falar em mulheres incríveis e inspiradoras, obrigada às minhas amigas de décadas: Grazi e Ivi. É lindo ver a gente amadurecendo em todos os sentidos!

Ao Mário De Prá, meu companheiro de vida: pelo vínculo, pela alegria inesperada de se (re)conectar com quem é tão parte e te leva de volta pro conforto das trocas mais triviais e genuínas. Pelas memórias de tantas nossas fases vividas. Obrigada por tudo que construímos lado-a-lado. Vamos juntas, companheiro! Obrigada também pela família felina que formamos: Farofa e Chico. Grata também pela família que ganhei de presente, Maria Tereza, Everaldo, Laura, Tatá e Sofia.

À todos servidores, funcionários da secretaria e da limpeza, pesquisadores, pós-docs e alunos que fazem o Observatório Nacional ser este centro de pesquisa de excelência. Por fim, a todos que acreditam e lutam por um ensino público de qualidade, diante um país com as tantas feridas abertas.

“De primeiro, eu fazia e mexia, e pensar não pensava. Não possuía os prazos. Vivi puxando difícil de difícil, peixe vivo no moquéim: quem mói no asp’ro não fantasêia. Mas, agora, feita a folga que me vem, e sem pequenos dessorseços, estou de range rede. E me inventei nesse gosto de especular idéia. O diabo existe e não existe? Dou o dito. Abrenúncio. Essas melancolias. O senhor vê: existe cachoeira; e pois? Mas cachoeira é barranco de chão, e água se caindo por ele, retombando; o senhor consome essa água, ou desfaz o barranco, sobra cachoeira alguma? Viver é negócio muito perigoso...”

João Guimarães Rosa, Grande Sertão: Veredas

Resumo

Os fótons que se propagam no Universo têm suas trajetórias perturbadas devido à presença de estruturas massivas ao longo da linha-de-visada, produzindo o efeito denominado de lenteamento gravitacional. Por ser sensível à estrutura em grande escala, este efeito fornece um método único para mapear a distribuição de matéria escura, entender o processo de formação das estruturas, bem como impôr vínculos para responder a algumas questões fundamentais ainda em aberto na Cosmologia. A presente tese tem o objetivo de investigar o efeito de lentes gravitacionais fracas (LGF) de galáxias e da radiação cósmica de fundo (RCF) para extrair informações cosmológicas. Em particular, realizamos um teste da isotropia estatística, através do estudo da distribuição angular da variância do mapa de LGF do satélite Planck. Nossos resultados concordam com o princípio da isotropia, embora existam algumas regiões que merecem serem destacadas como possíveis indicadores de efeitos locais, tais como contaminantes residuais ou a presença de (sub) superdensidades. Além disto, exploramos o potencial de restrição da soma das massas dos neutrinos ($\sum m_\nu$) a partir das propriedades morfológicas de mapas de LGF. Especificamente, calculamos os Funcionais de Minkowski e o espectro de potência (EP) em simulações de convergência para um levantamento tipo do *Large Synoptic Survey Telescope*. Nossos resultados indicam que o uso dos FMs em mapas de LGF é promissor para restringir $\sum m_\nu$, uma vez que as restrições encontradas utilizando os FMs melhoram significativamente as impostas utilizando apenas o EP. Por fim, indo além do efeito de LGF, calculamos a correlação cruzada de LGF da RCF com dados fotométricos da aglomeração de galáxias combinados ao EP e a fim de estimar o fator de crescimento linear das estruturas tomograficamente. Além de determinarmos o *bias* das galáxias e a amplitude da correlação cruzada em *bins* de *redshifts* entre $0.1 < z < 0.7$, estimamos o fator de crescimento linear com amplitude igual a $A_D = 1.04 \pm 0.14$, em excelente concordância com o modelo fiducial Λ CDM.

Palavras-chaves: Cosmologia; lentes gravitacionais fracas; isotropia estatística; neutrinos cosmológicos; crescimento linear das estruturas.

Abstract

The photons propagating in the Universe have their trajectories disturbed due to the presence of massive structures along the line-of-sight, producing the so-called gravitational lensing effect. Because it is sensitive to the large-scale structure, this effect provides a unique method for mapping the distribution of dark matter, to understand the process of structure formation, as well as setting limits to shed a light in some fundamental questions still open in Cosmology. The present thesis aims to investigate the weak gravitational lensing effect (WL) of the galaxies and of the cosmic microwave background (CMB) to extract cosmological information. In particular, we perform a statistical isotropy test by studying the angular distribution of the variance of the WL map of the Planck collaboration. Our results agree with the statistical isotropy, although there are some regions that deserve to be highlighted as possible indicators of local effects, such as residual contaminants or the presence of (sub) superdensities. In addition, we explore the potentiality to constrain the neutrino mass sum ($\sum m_\nu$) using the morphological properties of WL maps. Specifically, we calculate the Minkowski Functionals (MFs) and the power spectrum (PS) in convergence simulations considering the features of the Large Synoptic Survey Telescope-like survey. We find that the MFs are powerful to constrain $\sum m_\nu$, since they improve significantly the marginalized errors in comparison with those imposed using only the EP. Finally, going beyond WL, we cross-correlate the WL of the CMB with photometric data of the galaxy clustering combining with the PS data to estimate the linear growth factor of the structures tomographically. In addition, we determine the galaxy bias and the amplitude of the cross-correlation to each redshift bins between $0.1 < z < 0.7$ and we measure the linear growth factor with amplitude equal to $A_D = 1.04 \pm 0.14$, in excellent agreement with the Λ CDM model.

Key-words: Cosmology; weak gravitational lensing; statistical isotropy; cosmological neutrinos; linear structure growth.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	29
2	LENTEs GRAVITACIONAIS FRACAS	35
2.1	Deflexão da luz e aproximação de campos fracos	35
2.1.1	Equação da lente	36
2.1.2	Mapeamento de lentes	39
2.1.3	Magnificação	40
2.2	Medida da elipticidade	40
2.3	Medida da convergência	43
2.3.1	Generalização do potencial de lentes e da convergência	43
2.3.2	Estatística de dois pontos	46
2.4	Lenteamento gravitacional da RCF	50
2.4.1	Potencial de Lentes da RCF	51
2.4.2	Espectro de potência da RCF lenteada	53
2.4.3	Reconstrução do Mapa de Potencial de Lentes	55
2.4.4	Status observacional	56
3	ANÁLISE DA ISOTROPIA ESTATÍSTICA DO MAPA DE CONVERGÊNCIA DO PLANCK	59
3.1	Introdução	59
3.2	Dados observacionais	60
3.2.1	Mapa de convergência do satélite Planck	60
3.2.2	Simulações	62
3.3	Metodologia	63
3.3.1	Análise local	64
3.3.2	Análise hemisférica	65
3.4	Resultados e discussão	67
3.5	Conclusões	73
4	RESTRICÇÃO DA MASSA DE NEUTRINOS COM OS FUNCIONAIS DE MINKOWSKI DE LGF	77
4.1	Introdução	77
4.1.1	Neutrinos cosmológicos	77
4.1.2	Neutrinos massivos na Cosmologia	79
4.1.2.1	<i>Free-streaming</i> dos neutrinos	80
4.2	Formalismo	84

4.2.1	Espectro de potência da convergência	84
4.2.2	Funcionais de Minkowski	84
4.3	Simulações	86
4.3.1	Simulações MassiveNuS	86
4.3.2	Mapas de convergência para o LSST	88
4.4	Análises	90
4.4.1	Medidas estatísticas	90
4.4.2	Emulador	90
4.4.3	Matriz de covariância	91
4.4.4	Estimativa dos parâmetros	94
4.5	Resultados	94
4.5.1	Assinatura dos neutrinos nos FMs	94
4.5.2	Predição Gaussiana	95
4.5.3	Tomografia	97
4.5.4	Análise conjunta	101
4.6	Conclusões	102
5	TESTE DO CRESCIMENTO LINEAR DAS ESTRUTURAS ATRAVÉS DA TOMOGRAFIA DE LGF DA RCF E DA AGLOMERAÇÃO DE GALÁXIAS	105
5.1	Introdução	105
5.2	Formalismo	107
5.2.1	Estimador do fator de crescimento	108
5.3	Dados	110
5.4	Estimador	112
5.4.1	Estimativa da covariância	117
5.5	Resultados e Discussões	118
5.5.1	<i>Bias</i> e amplitude de lentes	118
5.5.2	Teste nulo	120
5.5.3	Restrições de D_G	123
5.5.4	Impacto da escolha da escala	127
5.6	Conclusões	128
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	133
	REFERÊNCIAS	135

APÊNDICES	153
APÊNDICE A – LISTA DE PUBLICAÇÕES	155
APÊNDICE B – MÉDIA PONDERADA DE D_G	157

Lista de ilustrações

- Figura 1 – Exemplo típico de três regimes de lentes gravitacionais: microlenteamento (acima), lenteamento fraco (à esquerda) e forte (à direita). Crédito: NASA/JPL-Caltech. 31
- Figura 2 – Previsão do espectro de potência de LGF para o LSST a partir de galáxias em três *bins* de *redshift*: $z < 0.7$ (verde), $0.7 < z < 1.2$ (vermelho), e $1.2 < z < 3$ (azul). As linhas finas representam o modelo de energia escura com parâmetro de equação de estado $w = -0.9$, enquanto que a linha grossa para $w = -1$. Fonte: Adaptada de (Collaboration, 2009). 32
- Figura 3 – Esquema de um sistema típico de lentes gravitacionais. A luz se propaga a partir da fonte, em uma posição angular β , em direção ao observador, passando por um objeto localizado no plano da lente que provoca um efeito de lenteamento. A luz é defletida com um ângulo de deflexão $\hat{\alpha}$ e observada na posição angular θ . As distâncias entre o observador e a fonte, observador e lentes e entre a lente até a fonte são respectivamente, D_F , D_L e D_{LF} . Fonte: Adaptada de (Bartelmann & Maturi, 2016) . . . 37
- Figura 4 – Ilustração mostrando o efeito das componentes individuais do cisalhamento reduzido. Um valor positivo (negativo) de g_1 corresponde a um esticamento ao longo do eixo do plano da lente θ_1 (θ_2). Um valor positivo (negativo) de g_2 , corresponde ao esticamento ao longo da linha $\theta_2 = \theta_1$ ($\theta_2 = -\theta_1$). 41
- Figura 5 – Mapa de convergência de galáxias para o campo W1 do levantamento CFHTLens, reconstruído a partir de medidas de cisalhamento. O mapa foi suavizado com um feixe Gaussiano de $1'$. As regiões brancas são mascaradas devido a fontes pontuais brilhantes, como estrelas do catálogo do CFHTLens. Fonte: (Liu & Hill, 2015). 44
- Figura 6 – Imagem ilustrativa do efeito de LGF devido à estrutura em grande escala do Universo. Em contraste com a figura 3, a luz das fontes (elipses vermelhas) são lenteadas por uma série de lentes ao longo da linha-de-visada. O painel sombreado lilás mostra um exemplo de uma única fatia fina da distribuição de matéria em um *redshift* z_L , que induz distorções em todas as galáxias observadas em $z_F > z_L$. O eixo no lado esquerdo (curva azul) mostra a densidade de galáxias observadas, por *redshift*. Tal distribuição decai com o *redshift* devido à limitação observacional em altos *redshifts*. 47

- Figura 7 – Espectro de potência da convergência da equação 2.48 para diferentes modelos cosmológicos: Para o modelo fiducial Λ CDM (linha vermelha), $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $n_s = 0.96$ e $\sigma_8 = 0.84$; modelo w CDM (linha verde) com equação de estado da energia escura igual a $w = w_0 + w_a(1 - a)$ e $w_0 = -0.8$, $w_a = 0.1$; e o modelo Λ CDM com $\Omega_m = 0.2$ e $\Omega_\Lambda = 0.8$ (linha azul) e com $\sigma_8 = 0.9$ (linha rosa). A distribuição de galáxia é dada por $\frac{dn(z)}{dz} = \frac{z^2 \exp(-z/z_0)}{2z_0^3}$, com $z_0 = 0.3$. Fonte: (Troxel & Ishak, 2015). 50
- Figura 8 – Espectro de potência da convergência da RCF, de acordo com o modelo de concordância Λ CDM, calculado utilizando o código CAMB, com aproximação não-linear. 53
- Figura 9 – Gráfico à esquerda: Espectro de potência para a RCF sem efeito de lentes (linha sólida azul) e com efeito de lentes (linha tracejada laranja). Ambos espectros foram calculados utilizando código CAMB. O eixo y está em unidades de μK^2 , em que $D_\ell = \ell(\ell + 1)C_\ell^T$. Gráfico à direita: Diferença relativa entre os espectros de potência da RCF sem lentes e com LGF. 55
- Figura 10 – Medidas do espectro de potência do potencial de lentes gravitacionais da RCF de dados do ACT, ACTPol, BICEP2/Keck, Planck, POLAR-BEAR, SPT, and SPTPol, como indicado pela legenda da figura. A linha sólida preta representa a previsão teórica de acordo com o melhor ajuste dos parâmetros para o modelo Λ CDM, obtidos a partir dos dados de temperatura e polarização da RCF do Planck (Aghanim et al., 2018b). Fonte: website *Legacy Archive for Microwave Background Data Analysis* (LAMBDA) <http://lambda.gsfc.nasa.gov>. 58
- Figura 11 – Espectro de potência do potencial de LGF com diferentes níveis de ruído para cada estimador da reconstrução: $\hat{\phi}^{TT}$, $\hat{\phi}^{TE}$, $\hat{\phi}^{EE}$, $\hat{\phi}^{EB}$ e $\hat{\phi}^{TB}$, como indicado na legenda. A linha sólida preta representa o espectro de potência teórico do potencial de LGF de acordo com Λ CDM. Fonte: (Planck Collaboration et al., 2016). 61
- Figura 12 – Mapa de convergência do Planck, reconstruído usando o estimador quadrático de mínima variância a partir do mapa SMICA da RCF. O mapa é projetado no esquema de pixelização HEALPix, com parâmetro de resolução $N_{side} = 2048$. Para uma melhor visualização, foi aplicado o filtro de Wiener. 62
- Figura 13 – Histograma da variância do conjunto de simulações do Planck, $\sigma_{sim,s}^2$, calculado para o céu inteiro, com exceção da região da máscara. A linha vertical corresponde à variância do mapa de convergência do Planck, σ_{planck}^2 . Fonte: (Marques et al., 2017). 64

- Figura 14 – Projeção *Mollweide* da variância $\sigma_r^2(Planck)$, calculada nas regiões do mapa de convergência reconstruído, $\hat{\kappa}^{FW}$. As regiões excluídas na análise são representadas em cinza. Fonte: (Marques et al., 2017). 65
- Figura 15 – Projeção *Mollweide* da variância média $\langle \sigma_p^2(Sims) \rangle$, similar à análise apresentada na figura 14, porém calculado sobre os 100 mapas simulados de convergência. Fonte: (Marques et al., 2017). 66
- Figura 16 – Projeção *Mollweide* da variância do mapa de convergência do Planck, $\sigma_h^2(Planck)$, obtido através da análise hemisférica. Os valores da variância são projetados nos correspondentes 192 centros dos hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017). 66
- Figura 17 – Projeção *Mollweide* da variância média do conjunto de simulações, $\langle \sigma_h^2(Sims) \rangle$, obtido pela análise hemisférica. Os valores são projetados nos correspondentes 192 centros dos hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017). 67
- Figura 18 – Superior: Correlação entre a variância média das simulações (eixo horizontal) e a variância do mapa de convergência estimado (eixo vertical) para cada uma das regiões da análise local. Os círculos vermelhos representa as regiões em que o mapa estimado de convergência possui desvios com relação a simulações em mais de 2Σ (ver no texto para maiores detalhes). Inferior: O mesmo que o gráfico acima, porém, correspondente para a análise hemisférica. Fonte: (Marques et al., 2017). . . 69
- Figura 19 – Valores do χ^2 , em função do número da região r , com $r = 1, \dots, 116$. As linhas tracejadas em amarelo e vermelho representam, respectivamente 1Σ (68%) e 2Σ (95%) de níveis de confiança. Fonte: (Marques et al., 2017). 70
- Figura 20 – Valores de χ^2 em função do número do hemisfério h , com $h = 1, \dots, 192$. As linhas tracejadas em amarelo e vermelho representam, respectivamente 1Σ (68%) e 2Σ (95%) de níveis de confiança. Fonte: (Marques et al., 2017). 71
- Figura 21 – Projeção *Mollweide*, em escalas de cores, do mapa de χ^2 , destacando apenas as regiões cujo χ^2 é superior a 2Σ de nível de confiança. Fonte: (Marques et al., 2017). 72
- Figura 22 – Projeção *Mollweide* do mapa de χ^2 , para todos os 192 hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017). 72
- Figura 23 – Dependência dos valores de χ^2 com a fração de pixels válidos, nas 116 regiões do céu. É válido ressaltar que consideramos para a análise apenas as regiões que contém mais que 80% de pixels válidos. Fonte: (Marques et al., 2017). 73

- Figura 24 – Dependência dos valores de χ^2 com a fração de pixels válidos dos 192 hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017). 74
- Figura 25 – Gráfico superior: Espectro de potência da matéria com neutrinos massivos em $z = 0$. A linha contínua representa o espectro de potência total (P_{mm}), enquanto as linhas tracejadas representam a contribuição apenas de matéria escura fria (P_{cc}) e as linhas pontilhadas o correspondente para a contribuição dos neutrinos massivos ($P_{\nu\nu}$). A linha sólida preta representa o modelo Λ CDM sem neutrinos massivos e as linhas vermelha e verde representam modelos de neutrinos massivos com $M_\nu = 0.3$ e 0.53eV , respectivamente. Gráfico inferior: Razão entre P_{mm} (ou P_{cc}) e o espectro de potência Λ CDM sem neutrinos massivos. Todos os modelos possuem os mesmos valores dos parâmetros cosmológicos restantes de acordo com (Planck Collaboration et al., 2014). 82
- Figura 26 – Amostragem dos parâmetros cosmológicos do conjunto de simulações: 100 cosmologias com neutrinos massivos e adicionalmente 1 sem massa. Os pontos destacados em vermelho e verde representam respectivamente, o modelo massivo ($M_\nu = 0.1\text{eV}$) e sem massa ($M_\nu = 0.0\text{eV}$), ambos com $\Omega_m = 0.3$ e $A_s = 2.1 \times 10^9$. É assumido um universo plano e os outros parâmetros cosmológicos são fixos em $h = 0.7$, $n_s = 0.97$, $\Omega_b = 0.046$ e $w = -1$ 89
- Figura 27 – Ilustramos como exemplo a precisão da interpolação para V_0 (gráfico superior esquerdo), V_1 (gráfico superior direito), V_2 (gráfico inferior esquerdo) e EP (gráfico inferior direito). As curvas sólidas pretas mostram as quantidades reais para a média do modelo fiducial massivo com parâmetros p_0 , enquanto os pontos em azuis mostram a interpolação usando PG, baseada nas outras 100 cosmologias restantes. As linhas vermelhas nos gráficos inferiores, mostram a diferença entre a média do modelo massivo e a interpolação, dividido pelo desvio padrão das 10000 realizações. 92
- Figura 28 – Coeficientes de correlação da matriz de covariância total para os mapas sem ruído (acima) e com ruído (abaixo) para os três FMs (V_0 , V_1 , V_2) e o espectro de potência (denominado “PS” na figura). Para cada um dos 4 blocos de cada estatística, há 5 sub-blocos representando os 5 *bins* de *redshift*. A covariância cruzada (termos fora da diagonal principal) mostra correlações não-triviais, as quais são incluídas na análise de verossimilhança. Fonte: (Marques et al., 2019). 93

Figura 29 – Os três Funcionais de Minkowski, V_0 (esquerda), V_1 (centro) e V_2 (direita) em função dos valores de κ , para o modelo massivo (gráficos superiores), bem como as diferenças fracionais entre os modelos com e sem massa (gráficos inferiores), para os 5 *redshifts* $z_F=[0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5]$. Na linha superior o ruído não é incluído nas simulações, enquanto que a linha inferior considera-se ruído. Os erros esperados para o LSST são mostrados nas curvas sombreadas. Fonte: (Marques et al., 2019). 96

Figura 30 – Esquerda: Mapa de convergência em $z_F = 1$ para o modelo fiducial sem massa, suavizado com uma janela Gaussiana de 1 minuto de arco. Centro: região conexa para o caso sem massa (regiões sombreadas em laranja) para altos limiares $\kappa = 0.03$. O correspondente para o modelo massivo ($M_\nu = 0.1$ eV) é representado nas linhas pretas (por clareza, sem sombrear). Direita: similar ao gráfico do centro, porém, para baixos limiares $\kappa = -0.01$. Fonte: (Marques et al., 2019). 97

Figura 31 – Caso sem adição de ruído (coluna à esquerda) e com ruído (coluna à direita) dos FMs (de cima para baixo): V_0, V_1, V_2 dos modelos massivo (linha sólida) e não massivo (linha tracejada), em comparação com a predição teórica para CG. Assume-se as galáxias fontes em $z_F = 1.0$ e todos os mapas são suavizados com uma janela Gaussiana de 1 minuto de arco. Nos gráficos centrais de cada sub-figura, mostramos a diferença fracional entre os FMs das simulações e de CG, indicando que os FMs capturam as informações não-Gaussianas. Nos gráficos inferiores de cada sub-figura, mostramos a diferença da sensibilidade dos parâmetros, $(dV^{sim} - dV^{CG})/dV_{max}^{sim}$, onde $dV = V^{massivo} - V^{sem massa}$. Fonte: (Marques et al., 2019). 98

Figura 32 – Restrição de 95% NC para os três FMs e para o EP (denotado como “PS”), a partir da análise de um único *bin* de *redshift* (“1z”) e da análise tomográfica (“5z”). Ambas análises consideram a mesma densidade total de galáxias. Enquanto a tomografia beneficia o EP principalmente na restrição de Ω_m , a tomografia dos FMs beneficia principalmente a restrição de M_ν . Fonte: (Marques et al., 2019) 99

Figura 32 – Continuação. 100

- Figura 33 – Contornos de confiança (95%) para o EP (cinza), os três FMs V_0 (verde), V_1 (lilás) e V_2 (azul), os três FMs combinados (vermelho) e o EP combinado aos FMs (laranja). Assumimos nos mapas de convergência as propriedades esperadas para o levantamento LSST, bem como a análise tomográfica dos 5 *bins* de *redshift* $z_F = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$. Foi utilizado para cada uma das estimativas as respectivas matrizes de covariância completas. Os valores fiduciais são mostradas pelas linhas em cinza. 102
- Figura 34 – Crescimento linear das estruturas em grandes escalas. Gráfico à esquerda: Função de crescimento linear, $D(a)$, para o modelo Λ CDM (curva em azul) e modelo Einstein-de Sitter (curva em preto). Ambas curvas encontram-se normalizadas pelo seu valor atual, $D(a = 1) = 1$. Figura à direita: Fotogramas das simulações numéricas (N-corpos) *Virgo consortium* (Jenkins et al., 1998), mostrando que uma quantidade de aglomeração atual aproximadamente similar para ambos modelos, implica em grandes diferenças no passado. Desta forma, medidas precisas da aglomeração, em função da escala espacial e do tempo, é fundamental para restringir o modelo cosmológico. Fonte:(Huterer et al., 2015). 108
- Figura 35 – Projção Mollweide em coordenadas Galácticas, do contraste de densidade de galáxias δ_g para os 6 *bins* de photo-z entre 0.1 a 0.7, como indicado na figura. Os mapas possuem parâmetro de resolução $N_{side} = 512$ e as áreas cinzas correspondem às áreas mascaradas. 113
- Figura 35 – Continuação. 114
- Figura 36 – Distribuição normalizada de redshifts, dn/dz do catálogo total de galáxias (linha sólida preta) e para cada uma das 6 fatias tomográficas utilizadas na análise (linhas tracejadas), obtidas pela convolução da distribuição dos photo-zs com a distribuição dos respectivos erros. . . . 115
- Figura 37 – Gráfico à esquerda: Matriz de acoplamento $M_{\ell\ell'}$ para a máscara de δ_g entre $0.1 < z < 0.2$, mostrada na figura 35. Gráfico à direita: comportamento da mesma matriz de acoplamento mostrada no gráfico esquerdo, porém, mostrando como alguns modos ℓ_1 fixos se acoplam em ℓ_2 118

- Figura 38 – Espectro de potência das galáxias (coluna esquerda) e espectro de potência cruzado das galáxias com LGF da RCF (coluna direita) dos seis *bins* tomográficos considerados. As sub-figuras representam cada um dos *bins* de photo-z, do menor para o maior *redshift* (de cima para baixo). Os pontos representam os dados estimados enquanto que as linhas sólidas são a estimativa teórica do modelo fiducial dimensionado pelo *bias* do melhor ajuste (para C_ℓ^{gg}) e pela amplitude da correlação cruzada $A = bA_{lens}$ (para C_ℓ^{kg}). A amplitude e o *bias* de melhor ajuste são relatados nas legendas juntamente com o erro em 1σ . Os parâmetros foram inferidos usando $\ell < 70$. As regiões sombreadas em cinza indicam o 1σ ao redor do valor de melhor ajuste. 121
- Figura 39 – Espectro de potência cruzado das galáxias com LGF da RCF (gráfico superior) e espectro de potência das galáxias (gráfico inferior) para o catálogo de galáxias na faixa de *redshift* $0.1 < z < 0.7$. Bem como a figura 38, a amplitude e o *bias* de melhor ajuste e os seus erros em 1σ são dispostos nas legendas e a região sombreada em cinza indica o 1σ em torno do melhor ajuste teórico, representado na linha sólida. 122
- Figura 40 – Teste nulo para o espectro de potência cruzado, para as 6 fatias de *redshift*. O gráfico superior apresenta o EPC médio entre o mapa de convergência do Planck e as 100 mapas de contraste de densidade de galáxia, nos quais foram simulados considerando as respectivas propriedades do mapa real de δ_g de cada *redshift*. O gráfico inferior apresenta o EPC médio entre os mapas reais de contraste de densidade de galáxia e as 100 simulações realistas da convergência do Planck. As barras de erro são estimadas pelo desvio padrão dos 100 espectros-cruzados, dividido por $\sqrt{100}$ 124
- Figura 41 – Fator de crescimento linear obtido com o estimador de \hat{D}_G , para os seis *bins* de *redshift*. A linha sólida representa a função de crescimento linear para a cosmologia fiducial do Planck. A região sombreada em cinza representa a dispersão (2σ) do \hat{D}_G calculado para as 3000 cosmologias, aleatoriamente escolhidas utilizando as cadeias do Planck. 127
- Figura 42 – Dependência do valor de D_G de acordo com o ℓ_{max} considerado, para cada uma das fatias de *redshift* (em ordem crescente, de cima para baixo). 129
- Figura 43 – Continuação. 130

Lista de tabelas

- Tabela 1 – Melhorias na restrição dos três parâmetros cosmológicos a partir da tomografia, para os três FMs e o EP, representado como a razão dos erros marginalizados (95%) do conjunto com um único *bin* de *redshift* (“1z”) e da combinação dos 5 *bins* de *redshift* (“5z”). 101
- Tabela 2 – Razão dos erros marginalizados (95%) do EP (σ^{EP}) por cada um dos descritores σ^p de interesse. Assumimos ruído e a distribuição da densidade de galáxias para um levantamento do tipo do LSST e a combinação de 5 *bins* de *redshift* $z_F = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ 101
- Tabela 3 – Especificações de cada uma das amostras consideradas. 112
- Tabela 4 – Resultados obtidos a partir do EP e do EPC para os 5 *bins* de *redshift*: a primeira metade da tabela mostra o melhor ajuste para o bias b , a partir da auto-correlação das galáxias (“Gal-Gal”), enquanto que o restante da tabela mostra o melhor ajuste da amplitude da correlação-cruzada $A = bA_{lens}$. O sinal-ruído (S/N) e o χ^2 de melhor ajuste também estão dispostos. 123
- Tabela 5 – O mesmo que mostrado na tabela 4, porém, considerando o catálogo de galáxias na faixa de *redshift* $0.1 < z < 0.7$, ao invés de *bins* tomográficos. 123
- Tabela 6 – Resultados do teste nulo, incluindo o *bin* de *redshift* considerado, o χ e a probabilidade de exceder (PTE): para a correlação entre as 100 simulações de convergência do Planck e os mapas reais de contraste de densidade de galáxia (“ κ Planck Sims×Gal”) e entre o mapa real de convergência do Planck e as 100 mapas de contraste de densidade de galáxia simulados com as especificações dos mapas reais (“ κ Planck ×Gal Sims”). 125

Lista de abreviaturas e siglas

Λ CDM	<i>Λ Cold Dark Matter.</i>
ACBAR	<i>Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver.</i>
ACT	<i>Atacama Cosmology Telescope.</i>
AdvACT	<i>Advanced Atacama Cosmology Telescope.</i>
BAO	<i>Baryon Acoustic Oscillations.</i>
CAMB	<i>Code for Anisotropies in the Microwave Background.</i>
CG	Campos Gaussianos.
CMB-S4	<i>Cosmic Microwave Background Stage-4.</i>
COBE	<i>COsmic Background Explorer.</i>
DES	<i>Dark Energy Survey.</i>
DESI	<i>Dark Energy Spectroscopic Instrument.</i>
\hat{D}_G	Estimador do fator de crescimento.
$D_G(z)$	Função de crescimento.
emcee	<i>ensemble sampler for Markov chain Monte Carlo</i>
EP	Espectro de potência.
EPC	Espectro de potência cruzado.
FMs	Funcionais de Minkowski.
HEALPix	<i>Hierarchical Equal Area iso-Latitude Pixelization.</i>
J-PAS	<i>Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey.</i>
LGF	Lentes gravitacionais fracas.
LSST	<i>Large Synoptic Survey Telescope.</i>
MassiveNus	<i>The Cosmological Massive Neutrino Simulations.</i>
MASTER	<i>Monte Carlo Apodised Spherical Transform Estimator.</i>

MCMC	<i>Markov chain Monte Carlo.</i>
MPC	Modelo cosmológico padrão.
NCF	Neutrinos cósmicos de fundo.
PC	Princípio cosmológico.
RCF	Radiação cósmica de fundo.
RG	Relatividade geral.
SCUSS	<i>South Galactic Cap u-band Sky Survey.</i>
SDSS	<i>Sloan Digital Sky Survey.</i>
SLATEC	<i>Sandia, Los Alamos, Air Force Weapons Laboratory Technical Exchange Committee.</i>
SMICA	<i>Spectral Matching Independent Component Analysis.</i>
SPT	<i>South Pole Telescope.</i>
WFIRST	<i>Wide Field Infrared Survey Telescope.</i>
WISE	<i>Wide-field Infrared Survey Explorer.</i>
WMAP	<i>Wilkinson Microwave Anisotropy Probe.</i>

1 Introdução

O potencial gravitacional de um objeto massivo é capaz de mudar a direção de propagação da luz emitida por um objeto distante, produzindo um efeito chamado de **lenteamento gravitacional**. Os primeiros cálculos da ação da gravidade sobre a luz remontam-se ao século XVIII, com a consideração de que a luz possui natureza corpuscular. John Mitchell, em 1783 e posteriormente Johann von Soldner, em 1804, sugeriram que a luz ao propagar-se no campo gravitacional de uma massa esférica M , seria defletida por um ângulo:

$$\hat{\alpha}_N = \frac{2GM}{c^2\xi}, \quad (1.1)$$

onde G , c e ξ são a constante de gravitação universal, a velocidade da luz e o parâmetro de impacto, respectivamente (Schneider, Kochanek & Wambsganss, 2006a).

No entanto, apenas em 1915, com o advento da relatividade geral (RG) por Albert Einstein (Einstein, 1915), foi possível uma descrição apropriada para este fenômeno, no qual o ângulo de deflexão é descrito por

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2\xi}. \quad (1.2)$$

Esta equação foi obtida utilizando a aproximação de campo fraco, isto é, o potencial Newtoniano do objeto interveniente deve ser muito menor do que o quadrado da velocidade da luz ($\phi \ll c^2$) e sob a consideração que as velocidades relativas do sistema muito menores do que a velocidade da luz.

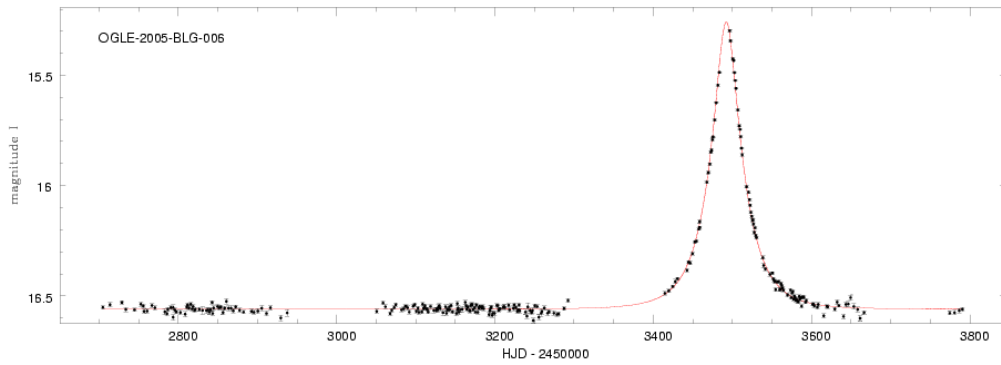
Além do desvio esperado pela RG ser o dobro da previsão newtoniana, em termos conceituais, o lenteamento resultaria de deformações locais do espaço-tempo devido à presença de massa. Einstein também propôs que o ângulo de deflexão poderia ser medido durante um eclipse solar, onde seria possível observar as estrelas projetadas próximas à superfície do Sol e as ligeiras mudanças em suas posições, devido à deflexão da luz. Em 1919, em uma expedição liderada por Arthur Eddington em Sobral-Ceará, pela primeira vez foi detectado este efeito com precisão satisfatória para distinguir entre o valor esperado pela teoria newtoniana e da RG. Tal observação é considerada um dos pilares para a validação desta nova teoria de gravitação (ver Schneider (1992) para maiores detalhes históricos).

O termo “lentes” foi utilizado primeiramente por Oliver Lodge, ao se referir ao efeito da deflexão da trajetória da luz (Lodge, 1919). Em 1923, Eddington sugeriu a possibilidade de múltiplas imagens serem geradas por este fenômeno, fato este, também abordado posteriormente por Chwolson (Eddington, 1923; Chwolson, 1924). Einstein em 1936, obteve os mesmos resultados que Chwolson, ao calcular o efeito de lenteamento de

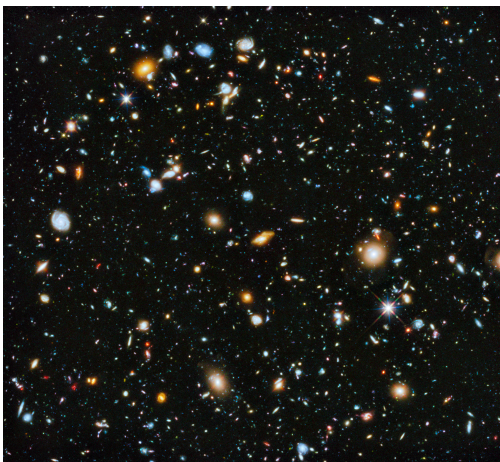
uma estrela por outra estrela e fez uma previsão teórica das posições das imagens, separação entre elas e da magnificação (Einstein, 1936; Renn, Sauer & Stachel, 1997). Por causa deste trabalho, a configuração com alinhamento perfeito entre a fonte e a lente é chamada de *anel de Einstein*. Entretanto, ele considerou que as chances de observar este efeito seriam remotas e, portanto, de pouca relevância. Pouco tempo depois, em 1937, Fritz Zwicky argumentou que a perspectiva para a observação de lente gravitacional seria muito mais otimista para o caso de alinhamento de galáxias, ao invés de estrelas, como considerado por Einstein (Zwicky, 1937). O estudo deste fenômeno voltou à tona somente no início da década de 1960, após a primeira observação de um quasar (Schmidt, 1963). A partir daí, outros aspectos da teoria de lentes gravitacionais foram desenvolvidos, como a conexão entre o tempo de atraso da chegada dos raios de luz da imagem lenteada com as estimativas da taxa de expansão do Universo (Refsdal, 1964). Em 1979, foi realizada a primeira detecção de um sistema lenteado pela imagem múltipla do quasar Q0957+561 (Walsh, Carswell & Weymann, 1979). Desde então, observações de lenteamento gravitacional têm sido realizadas com o crescente volume de dados e veem sendo extensamente aplicadas para extrair diversas informações astrofísicas e cosmológicas (Miranda & Macciò, 2007; Yuan & Wang, 2015).

Lentes gravitacionais (LG) são definidas em três diferentes regimes: forte, micro e fraco. O regime forte altera significativamente a distribuição de luz da fonte, formando arcos, anéis e distorções em torno da imagem da lente, sendo geralmente causado por um aglomerado massivo de galáxias. Microlentes ocorrem, em sua maior parte, devido a objetos com massa da ordem de estrelas e planetas, resultando em uma variação no brilho da fonte e uma separação angular entre as múltiplas imagens tipicamente da ordem de microsegundos de arco. Diferentemente do lenteamento forte e micro, que são eventos relativamente raros no Universo e podem ser medidos através de análises locais das imagens dos objetos, lentes gravitacionais fracas (LGF) ocorrem para quase todos objetos extragalácticos e só pode ser detectável estatisticamente, sobre um campo com um grande número de fontes lenteadas. A figura 1 mostra um exemplo da diferença visual entre o efeito de microlentes, lentes fracas e fortes: O efeito de microlentes é detectável pela variação da curva de luz da fonte (de uma estrela, por exemplo), devido ao aumento quando a fonte está alinhada com a lente (por exemplo, um planeta). Já em lentes fortes, é nítido o padrão dos arcos e distorções, enquanto que o regime fraco não é observável diretamente, apesar de ser detectado através de análises detalhadas da imagem.

A presente tese tem como objetivo compreender efeito de LG, especificamente no regime fraco, no contexto de aplicações para a Cosmologia. É válido ressaltar que os outros regimes, micro e forte, também possuem aplicabilidade para extrair informações cosmológicas que, no entanto, não serão abordados neste trabalho com maiores detalhes. Uma boa revisão sobre lenteamento forte pode ser encontrada em Schneider, Kochanek & Wambsganss (2006a) e sobre microlentes em Ansari (1995), Mao & Paczynski (1991).



(a) Curva de luz de um evento de microlentes gravitacionais. A curva vermelha representa o modelo, enquanto que os dados são do evento de descoberta do planeta extrasolar OGLE-2005-BLG-390Lb, detectado pelo experimento *Optical Gravitational Lensing Experiment*.



(b) Exemplo de campo com lenteamento fraco.



(c) Lenteamento forte no aglomerado de galáxias Abell 370.

Figura 1 – Exemplo típico de três regimes de lentes gravitacionais: microlenteamento (acima), lenteamento fraco (à esquerda) e forte (à direita). Crédito: NASA/JPL-Caltech.

Através de medidas estatísticas do sinal de LGF, as flutuações de densidade de matéria podem ser diretamente mapeadas, permitindo a restrição de parâmetros cosmológicos e da história do crescimento das estruturas. LGF é uma ferramenta promissora para estudar vários dos paradigmas e parâmetros físicos fundamentais. Como explorado na presente tese, tais aplicações incluem o estudo da natureza da energia escura através de modelos de gravitação e do crescimento das estruturas, restrição da massa total de neutrinos bem como testes sobre distribuição estatística da matéria.

Apesar da energia escura contribuir com cerca de $\sim 70\%$ do conteúdo energético do Universo, a sua natureza ainda é incompreendida. A expansão acelerada do Universo é atribuída a esta componente (Perlmutter et al., 1997; Riess et al., 1998), deixando assinaturas nas observáveis cosmológicas de duas maneiras: (1) na história de expansão do Universo, como primeiramente sondado com supernovas do tipo Ia e (2) no crescimento de estruturas, como por exemplo, em contagem de aglomerados e nas distorções no espaço de

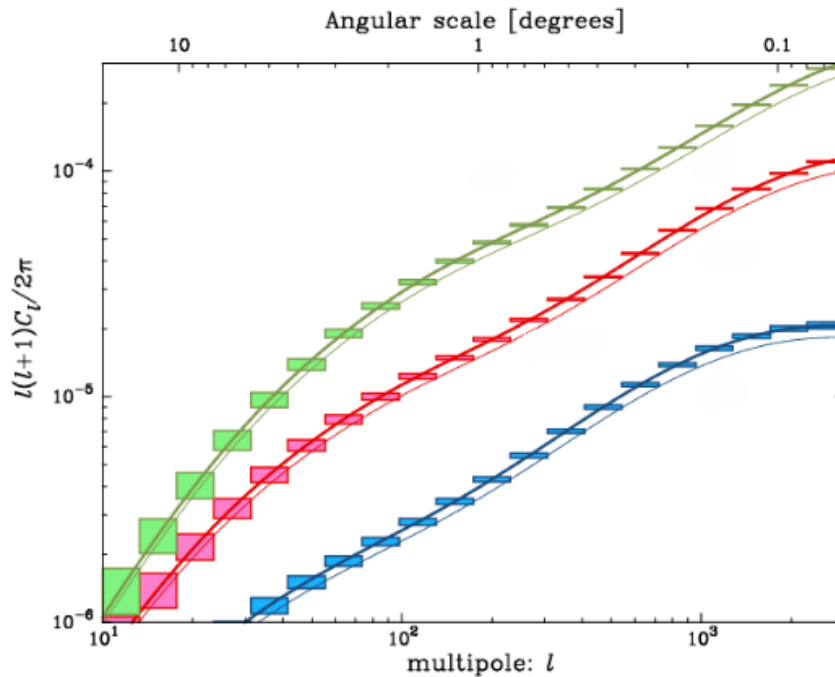


Figura 2 – Previsão do espectro de potência de LGF para o LSST a partir de galáxias em três *bins* de *redshift*: $z < 0.7$ (verde), $0.7 < z < 1.2$ (vermelho), e $1.2 < z < 3$ (azul). As linhas finas representam o modelo de energia escura com parâmetro de equação de estado $w = -0.9$, enquanto que a linha grossa para $w = -1$. Fonte: Adaptada de (Collaboration, 2009).

redshifts. LGF se destaca de outras técnicas por ser sensível a ambas assinaturas, através da geometria lente-fonte e da distribuição de massa das lentes, respectivamente. A previsão é que LGF seja um dos principais observáveis para ajudar a desvendar o paradigma da energia escura. A figura 2 mostra que, através das observações do *Large Synoptic Survey Telescope* (LSST) será possível distinguir o parâmetro da equação de estado da energia escura para os valores $w = -1$ de $w = -0.9$, utilizando o espectro de potência de LGF (Collaboration, 2009).

No final dos anos 90, foi encontrado que a massa dos neutrinos m_ν é diferente de zero (Fukuda et al., 1998a). Atualmente, é conhecida apenas a diferença quadrática das massas dos três neutrinos (Olive et al., 2014) e o limite superior da soma total das massas ($\sum m_\nu < 0.12$ eV) (Aghanim et al., 2018a). Neutrinos massivos afetam as observações cosmológicas por reduzirem as flutuações de matéria em pequenas escalas. Conseqüentemente, há uma supressão do espectro de potência da matéria, o qual é diretamente dependente do valor de $\sum m_\nu$. Análises com dados de LGF são de grande relevância para impor melhores vínculos sobre o valor da soma das massas dos neutrinos (Abazajian et al., 2015).

Atualmente, um dos pilares do modelo cosmológico de melhor concordância com os dados observacionais, é a suposição da validade da RG e da isotropia e homogeneidade do

Universo em grandes escalas. Devido ao potencial de lentes gravitacional ψ estar diretamente relacionado ao potencial gravitacional do caminho no qual os fótons se propagam, é possível extrair informação sobre como a matéria é distribuída no Universo a partir das propriedades de ψ . Uma das aplicações possíveis do estudo de LGF, concerne também ao teste da homogeneidade e isotropia estatística do Universo.

Esta tese é constituída por uma compilação de trabalhos realizados ao longo do período de doutoramento. Os próximos capítulos estão organizados do seguinte modo: no capítulo 2 nós revisamos conceitos básicos da teoria de LGF. No capítulo 3, apresentamos um estudo da isotropia estatística do mapa de lentes da radiação cósmica de fundo. Em seguida, no capítulo 4, apresentamos uma análise que tem como objetivo restringir a soma das massas dos neutrinos, através da morfologia de mapas de LGF para um levantamento de dados do tipo LSST. No capítulo 5, exploramos um método para restringir o fator de crescimento linear das estruturas, via combinação de dados de galáxias e de LGF da radiação cósmica de fundo. Por fim, as considerações finais das análises realizadas e suas implicações, estão dispostas no capítulo 6.

2 Lentes Gravitacionais Fracas

A deflexão dos feixes de luz ocorre à medida que eles se propagam através de um campo gravitacional. Este efeito é previsto pela teoria da RG. Como o Universo é permeado por grandes espaços vazios, a maior parte dos fótons se propagam sob influência de campos gravitacionais fracos e, conseqüentemente, suas trajetórias experimentam pequenas deflexões. Este capítulo é destinado a discutir alguns elementos básicos da propagação da luz em um campo gravitacional, particularmente no regime fraco, bem como os aspectos observacionais deste efeito. Para uma revisão abrangente de LGF, veja em [Bartelmann & Schneider \(2001\)](#).

2.1 Deflexão da luz e aproximação de campos fracos

Os raios de luz se propagam ao longo de uma geódesica nula, isto é, o caminho mais curto entre dois eventos no espaço-tempo. Entretanto, para o cálculo da deflexão dos raios de luz devido ao lenteamento, é necessário determinar a geometria ao redor do objeto massivo, através das soluções das equações de campo da RG. A propagação da luz em um espaço-tempo descrito por uma métrica arbitrária é, em geral, um problema teórico complexo. Porém, a maior parte das situações astrofísicas que geram o efeito de lentes, envolvem objetos com potenciais gravitacionais fracos, $|\Psi| \ll c^2$, e velocidades peculiares pequenas, $v \ll c$. Por exemplo, para um aglomerado de galáxias, tipicamente $|\Psi|/c^2 \lesssim 10^{-5}$ e estruturas cósmicas possuem velocidades peculiares de cerca de $v \lesssim 600 \text{ km s}^{-1} \ll c$. Desta forma, é possível simplificar este problema usando o princípio de Fermat, no qual se afirma que os raios de luz se propagam ao longo do caminho que minimiza o tempo de viagem entre dois eventos. Para a RG, o caminho seguido pelos raios de luz é uma propriedade intrínseca do espaço-tempo, enquanto que o tempo de viagem é uma noção dependente do observador. Embora exista esta diferença na interpretação física desta simplificação, o movimento dos raios de luz em um espaço-tempo curvo ainda pode ser descrito por este princípio. Uma interpretação possível é considerar que a velocidade da luz é alterada na presença de um campo gravitacional.

Considerando a métrica de Minkowski e que as inomogeneidades que causam o lenteamento podem ser tratadas como perturbações locais, o elemento de linha pode ser escrito como

$$ds^2 = -c^2 \left(1 + \frac{2\Psi}{c^2}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2\Psi}{c^2}\right) d\vec{x}^2, \quad (2.1)$$

onde c é a velocidade da luz e Ψ é o potencial gravitacional Newtoniano, sendo Ψ/c^2 adimensional. Como os fótons se propagam em uma geodésica nula, isto é, $ds^2 = 0$, a

expressão pode ser rearranjada de forma que a velocidade da luz efetiva em um campo gravitacional fraco é determinada por

$$c' = \left| \frac{d\vec{x}}{dt} \right| \approx c \left(1 + \frac{2\Psi}{c^2} \right), \quad (2.2)$$

onde $\Psi/c^2 \ll 1$ foi utilizado em primeira ordem da expansão de Taylor. Análogo à óptica geométrica, o potencial gravitacional atua como um meio com índice de refração n definido convencionalmente por $c' = c/n$. Assim, temos que

$$n = \frac{c}{c'} = 1 - \frac{2\Psi}{c^2}. \quad (2.3)$$

Podemos aplicar o princípio de Fermat para obter as equações de Euler-Lagrange a partir do índice de refração. Integrando estas equações ao longo da trajetória da luz, resulta no ângulo de deflexão $\hat{\alpha}$, definido como a diferença entre as direções dos raios luminosos emitidos e recebidos, da forma

$$\hat{\alpha} = -\frac{2}{c^2} \int \nabla_{\perp} \Psi dz, \quad (2.4)$$

onde ∇_{\perp} é a componente do gradiente perpendicular ao percurso do fóton, calculado com relação às coordenadas físicas.

2.1.1 Equação da lente

Na maior parte das situações astrofísicas, as dimensões do objeto responsável pelo lenteamento são muito menores que as distâncias cosmológicas entre observador e lente e entre lente e a fonte. Neste caso, denominado como *aproximação de lente fina*, considera-se que a distribuição de massa é constituída por uma única inhomogeneidade projetada num plano em uma localização entre a fonte e observador, como representado na figura 3. O sistema é então, dividido em três planos: O plano da fonte, o plano da lente e do observador. Presume-se que o raio de luz viaja sem deflexão entre esses planos, defletindo apenas enquanto cruza o plano da lente (ver Figura 3).

Nesta configuração geométrica, a luz de uma fonte localizada a uma distância de diâmetro angular D_F do observador, é desviada pelo campo gravitacional de uma distribuição de massa localizada em D_{LF} , correspondente à distância de diâmetro angular entre a lente e a fonte (ou a uma distância de diâmetro angular D_L da lente ao observador). As posições angulares nos planos da lente e da fonte são determinadas em relação ao eixo óptico, isto é, o eixo perpendicular aos planos da lente, da fonte e que passa pelo observador. A posição angular verdadeira da fonte β está a uma distância $\eta = \beta D_F$ do eixo óptico no plano da fonte. O feixe de luz sofre um desvio no plano da lente de um ângulo de deflexão $\hat{\alpha}$ e possui parâmetro de impacto $\xi = \theta D_L$, em que θ é a posição angular em que o observador recebe a luz da fonte (posição da imagem). Usando a construção

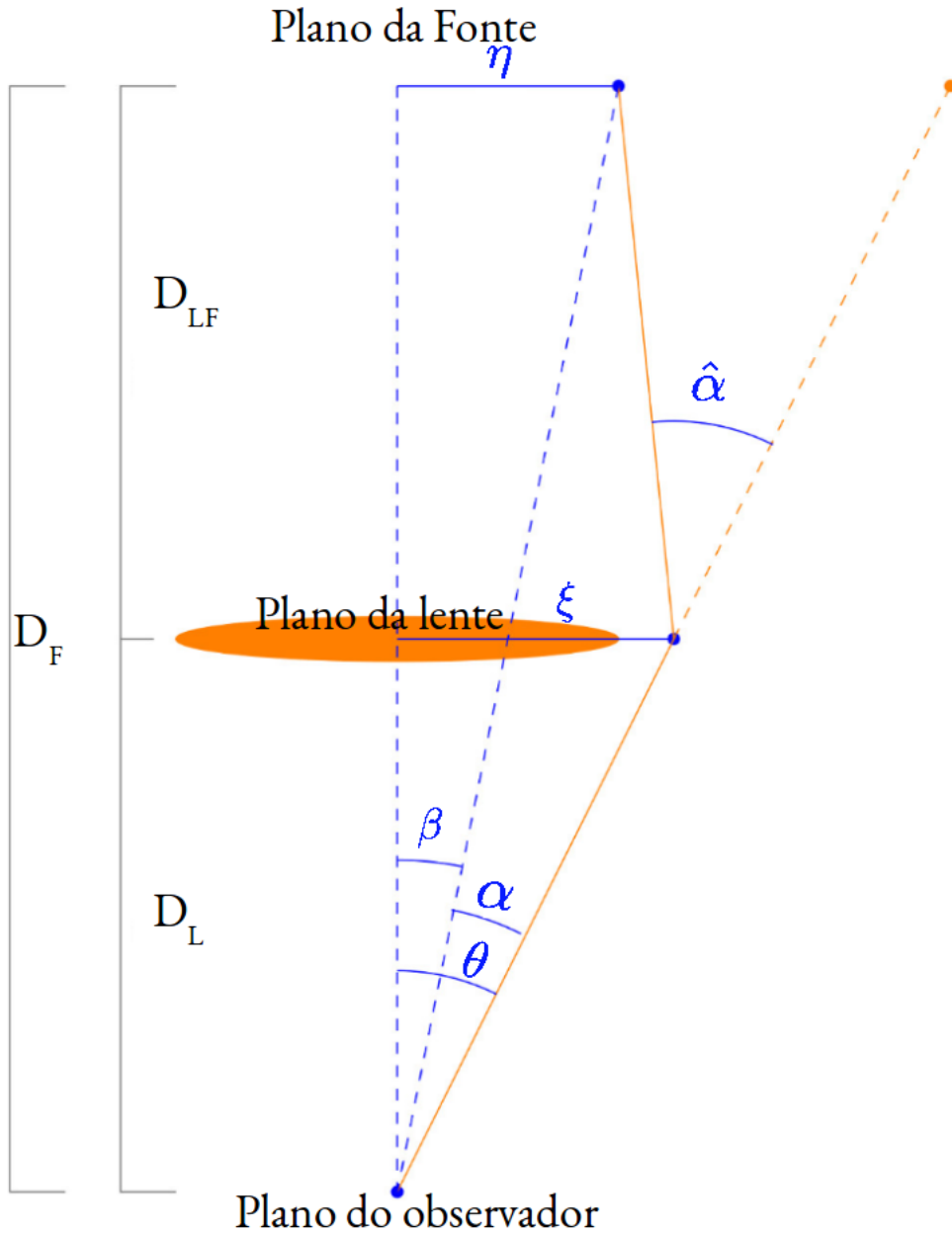


Figura 3 – Esquema de um sistema típico de lentes gravitacionais. A luz se propaga a partir da fonte, em uma posição angular β , em direção ao observador, passando por um objeto localizado no plano da lente que provoca um efeito de lenteamento. A luz é defletida com um ângulo de deflexão $\hat{\alpha}$ e observada na posição angular θ . As distâncias entre o observador e a fonte, observador e lentes e entre a lente até a fonte são respectivamente, D_F , D_L e D_{LF} . Fonte: Adaptada de (Bartelmann & Maturi, 2016)

geométrica da figura 3 e considerando que θ , β e $\hat{\alpha}$ são pequenos, é possível relacionar a posição angular da fonte e da imagem de forma que

$$\theta D_F = \beta D_F + \hat{\alpha} D_{LF}. \quad (2.5)$$

Ou de maneira mais compacta, podemos escrever a **equação da lente** como

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\alpha}, \quad (2.6)$$

em que $\boldsymbol{\alpha}$ é o ângulo de deflexão reduzido, definido como

$$\boldsymbol{\alpha} \equiv \frac{D_{LF}}{D_F} \hat{\boldsymbol{\alpha}}. \quad (2.7)$$

De acordo com a equação 2.4, o ângulo de deflexão reduzido pode ser escrito como

$$\boldsymbol{\alpha} = \nabla_{\perp} \left[\frac{2}{c^2} \frac{D_{LF}}{D_F} \int \Psi dz \right]. \quad (2.8)$$

É conveniente introduzir as quantidades que descrevem o potencial gravitacional de lentes, bem como o ângulo de deflexão reduzido, em função da posição angular $\boldsymbol{\theta}$ da esfera celeste. Utilizando a aproximação de ângulos pequenos, a separação perpendicular na linha de visada é dada por $D_L \boldsymbol{\theta}$. Assim, o gradiente perpendicular ∇_{\perp} da equação 2.8 pode ser substituído pelo gradiente com relação ao ângulo $\boldsymbol{\theta}$, de forma que

$$\boldsymbol{\alpha} = \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \psi \quad ; \quad \psi \equiv \frac{2}{c^2} \frac{D_{LF}}{D_F D_L} \int \Psi dz. \quad (2.9)$$

A quantidade ψ definida acima, é chamada de *potencial de lentes*.

Tomando o divergente de $\boldsymbol{\alpha}$, encontramos o Laplaciano de ψ ,

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\alpha} = \nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 \psi = \frac{2}{c^2} \frac{D_L D_{LF}}{D_F} \int \nabla_{\perp}^2 \Psi dz, \quad (2.10)$$

onde foi substituído o Laplaciano $\nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2$ com relação ao ângulo $\boldsymbol{\theta}$, pelo Laplaciano perpendicular ∇_{\perp}^2 com respeito às coordenadas físicas. Considerando que,

$$\nabla^2 = \nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (2.11)$$

podemos inserir a equação de Poisson,

$$\nabla^2 \Psi = 4\pi G \rho, \quad (2.12)$$

na relação 2.9.

É apropriado considerar que o gradiente do potencial gravitacional calculado do início até o fim da linha-de-visada pode ser negligenciado, de forma que $\int \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \sim 0$ (Bartelmann & Maturi, 2016). Assim,

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 \psi = \frac{8\pi G}{c^2} \frac{D_L D_{LF}}{D_F} \Sigma, \quad (2.13)$$

em que Σ é a densidade de massa projetada, caracterizada como a integral da densidade de massa tri-dimensional ρ , ao longo da linha de visada (eixo z),

$$\Sigma \equiv \int \rho dz. \quad (2.14)$$

Definindo a densidade superficial crítica, Σ_{crit} , como

$$\Sigma_{crit} \equiv \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_F}{D_L D_{LF}}, \quad (2.15)$$

podemos definir a grandeza κ , denominada de convergência, como a razão de densidades superficiais de massa

$$\kappa \equiv \frac{\Sigma}{\Sigma_{crit}} = \frac{\nabla_{\theta}^2 \psi}{2}. \quad (2.16)$$

Por simplicidade, a partir daqui, vamos utilizar o operador ∇ sem o subscrito, entendendo que se trata do gradiente em relação a θ .

2.1.2 Mapeamento de lentes

A equação 2.6 pode ser reescrita em termos do potencial de lentes

$$\beta = \theta - \nabla\psi, \quad (2.17)$$

uma vez que $\alpha(\theta) = \nabla\psi(\theta)$. As informações do lenteamento podem ser determinadas resolvendo a equação da lente para uma distribuição de massa, discreta ou contínua, de modo que podemos pensar no fenômeno de lentes como uma transformação de coordenadas descrita pela matriz jacobiana A_{ij} , dada por

$$A_{ij}(\theta) \equiv \frac{\partial\beta_i}{\partial\theta_j} = \delta_{ij} - \frac{\partial\alpha_i}{\partial\theta_j} = \delta_{ij} - \frac{\partial^2\psi(\theta)}{\partial\theta_i\partial\theta_j}. \quad (2.18)$$

De acordo com a relação 2.18, na ausência do potencial de lentes, o mapeamento é dado simplesmente pela matriz identidade. Na presença do potencial, o mapeamento de lentes é determinado em termos da matriz com derivadas segundas de ψ , ou matriz Hessiana. Para a primeira componente ($i = 1, j = 1$), por exemplo, temos que:

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1 - \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1^2} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_2^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_2^2} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_2^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_2^2} \right) \\ &= 1 - \kappa - \gamma_1, \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde foram utilizadas as definições de ψ e κ e das componentes de *cisalhamento*:

$$\gamma_1 \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_2^2} \right); \quad \gamma_2 \equiv \frac{\partial^2\psi}{\partial\theta_1\partial\theta_2}. \quad (2.20)$$

O cisalhamento total é representado como $\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2$. As outras componentes da matrix podem ser encontradas de maneira análoga, de forma que a matrix \mathcal{A} pode ser reescrita como

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

2.1.3 Magnificação

Uma das propriedades da deflexão gravitacional, é o fato do brilho superficial da fonte se preservar, sendo um efeito acromático, ou seja, independente da frequência. O fluxo total recebido de uma imagem da fonte lenteada é alterada devido à mudança do ângulo sólido subtendido por ela. Este efeito é denominado como magnificação μ :

$$\mu = |\det \mathcal{A}|^{-1} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2} \approx 1 + 2\kappa, \quad (2.22)$$

onde a aproximação final é resultado da primeira-ordem da expansão em série de Taylor. Assim, em LGF, a magnificação de uma imagem é essencialmente causada pela convergência. Os autovalores da matrix \mathcal{A}^{-1} , λ_+ e λ_- , fornecem a alongação e as orientações produzidas nas imagens lenteadas na direção radial e tangencial, respectivamente,

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{1 - \kappa \mp \gamma}. \quad (2.23)$$

Para uma galáxia intrinsecamente circular, o cisalhamento gravitacional transformará a imagem em uma elipsoide com eixo-maior e eixo-menor, denominados de a e b , proporcionais aos autovalores λ_{\pm} , respectivamente (Mellier, 1999). Desta forma, a *elipticidade* ϵ de uma imagem é dada por

$$\epsilon \equiv \frac{a - b}{a + b} = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-} = \frac{\gamma}{1 - \kappa}. \quad (2.24)$$

2.2 Medida da elipticidade

Como discutido anteriormente, o efeito de LGF distorce as imagens das galáxias de fundo. Tais distorções podem ser descritas por duas componentes, o cisalhamento γ e a convergência κ . O cisalhamento é o responsável por produzir distorções elípticas da imagem da fonte, enquanto que a convergência descreve a mudança no tamanho e do brilho aparente dos objetos lenteados. Como a distribuição da fonte geralmente não é conhecida em detalhe, é comum introduzir o termo de **cisalhamento reduzido** $g \equiv \gamma/(1 - \kappa)$. Para o regime fraco, $\kappa \ll 1$, se estima que $\epsilon = g \sim \gamma$ (Schneider, Kochanek & Wambsganss, 2006a). A figura 4 ilustra os diferentes efeitos das componentes individuais de cisalhamento reduzido para uma fonte intrinsecamente circular.

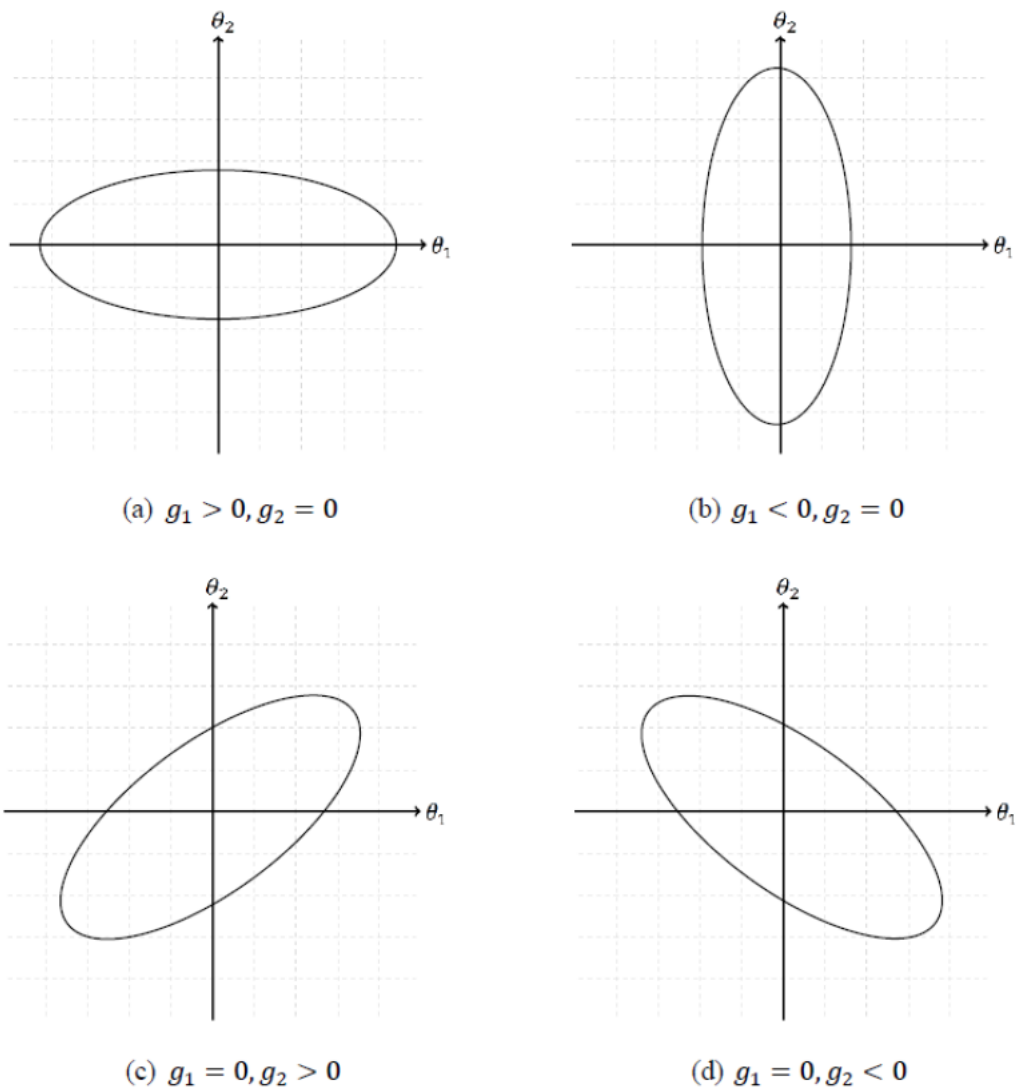


Figura 4 – Ilustração mostrando o efeito das componentes individuais do cisalhamento reduzido. Um valor positivo (negativo) de g_1 corresponde a um esticamento ao longo do eixo do plano da lente θ_1 (θ_2). Um valor positivo (negativo) de g_2 , corresponde ao esticamento ao longo da linha $\theta_2 = \theta_1$ ($\theta_2 = -\theta_1$).

Devido a κ ser o parâmetro físico que mais está diretamente relacionado à distribuição de matéria, é possível estimá-lo via modelo teórico ou simulações. Porém, não é possível detectar esta quantidade diretamente. Em termos observacionais, a quantidade medida é a elipticidade ϵ . Entretanto, as fontes consideradas em observações de LGF não são totalmente circulares, mas possuem uma elipticidade intrínseca ϵ_I , de forma que a relação correta é

$$\epsilon = g + \epsilon_I. \quad (2.25)$$

Uma das suposições mais importantes no imageamento de LGF é que, em média, a elipticidade intrínseca se aproxima de zero quando calculada em amostras suficientemente grandes, $\langle \epsilon_I \rangle \sim 0$. Além disto, como comentado anteriormente, é possível assumir que para o regime fraco, $\kappa \ll 1$, temos que $\epsilon = g \sim \gamma$. Assim, para catálogos suficientemente grandes, podemos usar a medida média da elipticidade como uma estimativa direta de γ (Kaiser & Squires, 1993).

Existem duas abordagens principais para medir as elipticidades, sendo ambas baseadas na medida do brilho superficial $I(\vec{\theta})$ da imagem. Na primeira abordagem, chamada de modelagem direta, modelos para o brilho da superfície de fontes elípticas são ajustados à imagem, permitindo a leitura da elipticidade do modelo uma vez que o melhor ajuste foi encontrado (Kaiser & Squires, 1993; Refregier, 2003). A segunda maneira é independente do modelo da elipticidade e se baseia na medida dos momentos de quadrupolo da superfície de $I(\theta)$ (Luppino & Kaiser, 1997),

$$Q_{ij} = \frac{\int d^2\theta W(\theta) I(\theta) \theta_i \theta_j}{\int d^2\theta W(\theta) I(\theta)}, \quad i, j = 1, 2, \quad (2.26)$$

onde $W(\theta)$ é uma função janela Gaussiana introduzida para limitar o domínio da integral e assim evitar as flutuações na intensidade ao redor da imagem e θ é a distância angular do centro do objeto. Estes momentos capturam as informações do formato das galáxias e podem ser combinadas para encontrar a elipticidade da galáxia,

$$\epsilon_1 = \frac{Q_{11} - Q_{22}}{Q_{11} + Q_{22}}, \quad \epsilon_2 = \frac{2Q_{12}}{Q_{11} + Q_{22}}; \quad (2.27)$$

onde $\epsilon \equiv \epsilon_1 + i\epsilon_2$.

O cisalhamento induzido é pequeno, geralmente cerca de uma grandeza menor que a elipticidade medida em galáxias de fundo. Portanto, o efeito de LGF não pode ser medido utilizando apenas uma única galáxia. Para medir o campo de cisalhamento, é necessário medir as elipticidades de muitas galáxias do campo e assim, construir uma estimativa estatística de seus alinhamentos sistemáticos. A amplitude do cisalhamento cósmico pode ser quantificado estatisticamente através do cálculo da função de correlação de dois pontos de ϵ , como será descrito em 2.3.2.

2.3 Medida da convergência

A partir de medidas da elipticidade e consequentemente do cisalhamento, é possível reconstruir o campo de convergência κ (Kaiser & Squires, 1993). O potencial de lente gravitacional está relacionado com as componentes do cisalhamento da forma

$$\gamma_i = D_i \psi, \quad (2.28)$$

onde

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \partial^2 / \partial \theta_1 \partial \theta_1 - \partial^2 / \partial \theta_2 \partial \theta_2 \\ 2 \partial^2 / \partial \theta_1 \partial \theta_2 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Combinando as equações 2.28 e 2.16 e tomando a transformada de Fourier dos campos γ e κ , temos que

$$\hat{\kappa}(\boldsymbol{\ell}) = \left(\frac{\ell_1^2 - \ell_2^2}{\ell_1^2 + \ell_2^2} \right) \hat{\gamma}_1(\boldsymbol{\ell}) + 2 \left(\frac{\ell_1 \ell_2}{\ell_1^2 + \ell_2^2} \right) \hat{\gamma}_2(\boldsymbol{\ell}), \quad (2.30)$$

onde o acento circunflexo denota a transformada de Fourier e $\boldsymbol{\ell}$ é o vetor de onda com componentes (ℓ_1, ℓ_2) . A partir da transformada de Fourier inversa de $\hat{\kappa}(\boldsymbol{\ell})$, é possível obter o mapa bi-dimensional de κ no espaço real. A figura 5 mostra um exemplo de mapa de convergência κ reconstruído a partir de dados de cisalhamento para um dos campos do levantamento CFHTLenS survey (campo W1). Por sua vez, o cisalhamento foi detectado de acordo com medidas de elipticidade, como descrito em Liu et al. (2015).

Medir o lenteamento fraco de maneira robusta é desafiador, uma vez que o sinal das distorções é muito pequeno em comparação ao ruído observacional. As imagens observadas precisam ser cuidadosamente corrigidas por outros efeitos que também geram distorções, como ruídos e efeitos sistemáticos do sistema óptico. Para as lentes da RCF, as reconstruções de mapas exigem correções do feixe do experimento, bem como a subtração cautelosa de aglomerados de Sunyaev-Zel'dovich e da emissão de poeira galáctica. Apesar dessas dificuldades, nos últimos anos, medições estatísticas de lentes de galáxias (Schrabback et al., 2010; Heymans et al., 2012) e lentes da RCF (Story et al., 2015a; Van Engelen et al., 2015; Planck Collaboration et al., 2016) foram alcançados devido ao desenvolvimento de algoritmos e técnicas sofisticadas.

2.3.1 Generalização do potencial de lentes e da convergência

Até o momento assumimos que as escalas da lente são menores que as distâncias envolvidas no sistema. Embora essa suposição seja válida para casos de fontes pontuais, para a descrição do lenteamento devido à estrutura em grande escala do Universo, torna-se necessário generalizar as equações. Introduzindo o conceito da distância de diâmetro

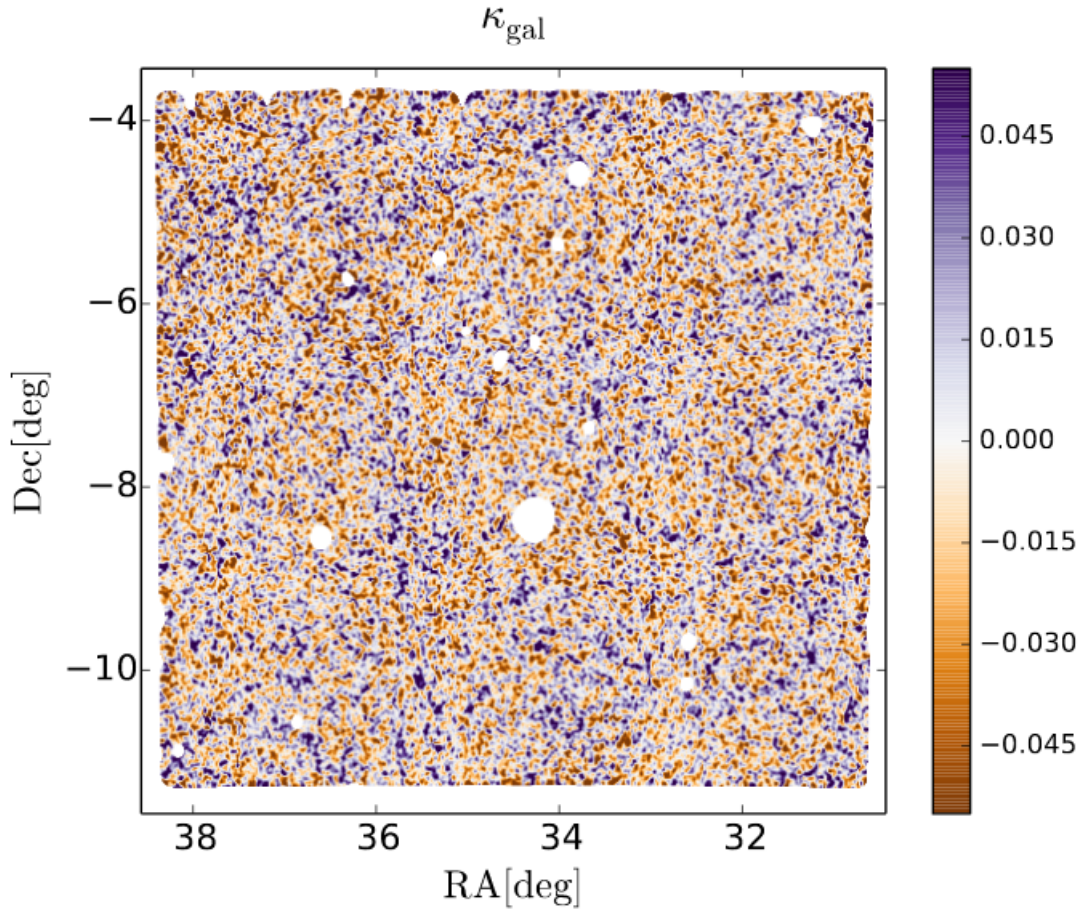


Figura 5 – Mapa de convergência de galáxias para o campo W1 do levantamento CFHTLenS, reconstruído a partir de medidas de cisalhamento. O mapa foi suavizado com um feixe Gaussiano de $1'$. As regiões brancas são mascaradas devido a fontes pontuais brilhantes, como estrelas do catálogo do CFHTLenS. Fonte: (Liu & Hill, 2015).

angular comóvel f_K ,

$$f_K(\chi) = \begin{cases} K^{-1/2} \text{sen}(K^{1/2} \chi) & \text{para } K > 0, \text{ 3-espaço com geometria esférica} \\ \chi & \text{para } K = 0, \text{ 3-espaço com geometria euclideana} \\ |K|^{-1/2} \text{senh}(|K|^{1/2} \chi) & \text{para } K < 0, \text{ 3-espaço com geometria hiperbólica.} \end{cases} \quad (2.31)$$

A função f_K está relacionada com a distância comóvel χ e com o escalar de curvatura $K = \frac{k}{R_0}$, (R_0 é o raio de curvatura no instante atual e k é o escalar de curvatura normalizado). Observações recentes tem mostrado que, a curvatura espacial do Universo é igual a zero, dentro da incerteza da medida (Aghanim et al., 2018a). Em outras palavras, o Universo é bem descrito como espacialmente plano. Desta forma, o potencial de lentes para fontes estendidas em um espaço-tempo espacialmente plano, pode ser generalizado por

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{2}{c^2} \int_0^{\chi_F} d\chi \frac{\chi_F - \chi}{\chi_F \chi} \Psi(\chi \vec{\theta}, \chi), \quad (2.32)$$

onde a integral é calculada ao longo da linha-de-visada, do observador até a posição da fonte χ_F , assumindo a aproximação de Born (isto é, assumindo a integral ao longo do caminho dos fótons não-perturbados). O potencial Newtoniano é tomado na posição $\chi\vec{\theta}$ perpendicular e χ paralelo à linha-de-visada. Para um entendimento mais detalhado de LGF devido à estrutura em grande escala a partir da abordagem completa da RG ver em Marques (2015).

Introduzindo o contraste de densidade $\delta = \delta(\hat{\mathbf{x}}, t)$ como a flutuação de densidade com respeito à densidade média $\bar{\rho}(t)$ temos que

$$\delta = \frac{\rho}{\bar{\rho}} - 1, \quad (2.33)$$

em que $\rho = \rho(\hat{\mathbf{x}}, t)$. A densidade média, por sua vez, pode ser representada em termos dos parâmetros cosmológicos, levando em consideração a definição da densidade crítica, tal que

$$\bar{\rho} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}\Omega_m a^{-3} = \bar{\rho}_0 a^{-3}, \quad (2.34)$$

onde a é o fator de escala, H_0 e Ω_m são os valores atuais (calculados em $a(t_0) = 1$) do parâmetro de Hubble-Lemaître e do parâmetro de densidade de matéria, respectivamente. O potencial gravitacional é relacionado ao contraste de densidade de matéria em um universo em expansão através de

$$\nabla^2\Psi = 4\pi G\bar{\rho}\delta a^2 = \frac{3}{2}H_0^2\Omega_m a^{-1}\delta. \quad (2.35)$$

Utilizando os conceitos acima e substituindo o Laplaciano com respeito às coordenadas perpendiculares pelo Laplaciano completo, a convergência para múltiplas fontes pode ser expressa como

$$\kappa(\vec{\theta}, \chi) = \frac{3}{2}\frac{H_0^2}{c^2}\Omega_m \int_0^\chi d\chi' \frac{\chi'(\chi - \chi')}{\chi} \frac{\delta(\chi'\vec{\theta}, \chi')}{a(\chi')}. \quad (2.36)$$

A convergência média de uma população de galáxias é obtida através da equação 2.36, ponderada pela distribuição de probabilidade de galáxias normalizada $dn(\chi)/d\chi$,

$$\kappa(\vec{\theta}) = \int_0^{\chi_F} d\chi \frac{dn(\chi)}{d\chi} \kappa(\vec{\theta}, \chi). \quad (2.37)$$

A integral se estende até a distância limitante da amostra das galáxias χ_F . Combinando as duas expressões anteriores e reorganizando os limites de integração adequadamente, a convergência de uma amostra de galáxias é dada por (Kilbinger, 2015)

$$\kappa(\vec{\theta}) = \frac{3}{2}\frac{H_0^2}{c^2}\Omega_m \int_0^{\chi_F} \frac{d\chi}{a(\chi)} q(\chi) \chi \delta(\chi\vec{\theta}, \chi), \quad (2.38)$$

onde a *eficiência de lentes* q é definida para um conjunto específico de galáxias e absorve os termos geométricos do sistema de lentes, de forma que

$$q(\chi) \equiv \int_\chi^{\chi_F} d\chi' \frac{dn(\chi')}{d\chi'} \frac{\chi' - \chi}{\chi'}. \quad (2.39)$$

Desta forma, a convergência é uma medida da projeção da densidade total de matéria, com dependência da geometria do Universo via as razões das distâncias. Em termos observacionais, a distribuição de galáxias é obtida em função do *redshift*, $\frac{dn(\chi)}{d\chi}d\chi = \frac{dn(z)}{dz}dz$. A convergência pode ser escrita em função do *redshift* utilizando $d\chi = \frac{c}{H(z)}dz$, de forma que

$$\kappa(\vec{\theta}) = \int_0^{z_F} dz W(z) \delta(\chi(z)\vec{\theta}, z), \quad (2.40)$$

onde a função janela $W(z)$ representa

$$W(z) = \frac{3}{2} \Omega_m H_0^2 \frac{(1+z)}{H(z)} \frac{\chi(z)}{c} \int_z^{z_F} dz' \frac{dn(z')}{dz'} \frac{\chi(z') - \chi(z)}{\chi(z')}, \quad (2.41)$$

em que z_F é o *redshift* da fonte. É válido ressaltar que para o caso em que todas as fontes estão localizadas no mesmo *redshift*, como por exemplo no lenteamento da RCF em que todos os fótons são provenientes da última superfície de espalhamento ($z_F = z_* \sim 1090$), $dn(z)/dz = \delta_D(z)$, onde δ_D é a Delta de Dirac.

A figura 6 mostra um diagrama ilustrativo do lenteamento gerado devido à estrutura em grande escala do Universo. As galáxias de fundo (elipses vermelhas) são distorcidas devido às flutuações de densidade de matéria distribuídas ao longo das linha-de-visada. Desta forma, há uma infinidade de lentes finas empilhadas em série. Como exemplo, é ilustrado no plano em lilás, uma única fatia fina no *redshift* z_L , que induz distorções em todas as galáxias observadas em $z_F > z_L$. Do lado esquerdo, é mostrado um exemplo do comportamento da densidade de galáxias observadas (curva azul), a qual decai em altos *redshifts* devido à limitação observacional.

2.3.2 Estatística de dois pontos

Os efeitos do lenteamento fraco pela estrutura em grande-escala ao longo de uma linha-de-visada específica, não podem ser preditos pelo fato de não conhecermos a distribuição de matéria em uma única direção. Entretanto, pode-se fazer uma previsão do grau de correlação entre as quantidades como o potencial de lentes, ângulo de deflexão, convergência e o cisalhamento. Isto significa que, por exemplo, se a distorção de uma imagem por LGF é medida em uma direção particular, a distorção de uma imagem medida em uma direção próxima deve ser similar. Quanto menor for o ângulo escolhido entre duas direções, maior deve ser a similaridade entre as distorções. Em contrapartida, quanto maior o ângulo de separação das direções, maior será a independência das medidas.

Este comportamento pode ser quantificado pela função de correlação angular. Considerando a transformada de Fourier da equação 2.38, temos que

$$\kappa(\ell) = \int \kappa(\vec{\theta}) \exp(-i\ell \cdot \vec{\theta}) d\theta = \frac{3}{2} \frac{H_0^2 \Omega_m}{c^2} \int \int \frac{q(\chi)\chi}{a(\chi)} \delta(\chi\vec{\theta}, \chi) \exp(-i\ell \cdot \vec{\theta}) d\theta d\chi. \quad (2.42)$$

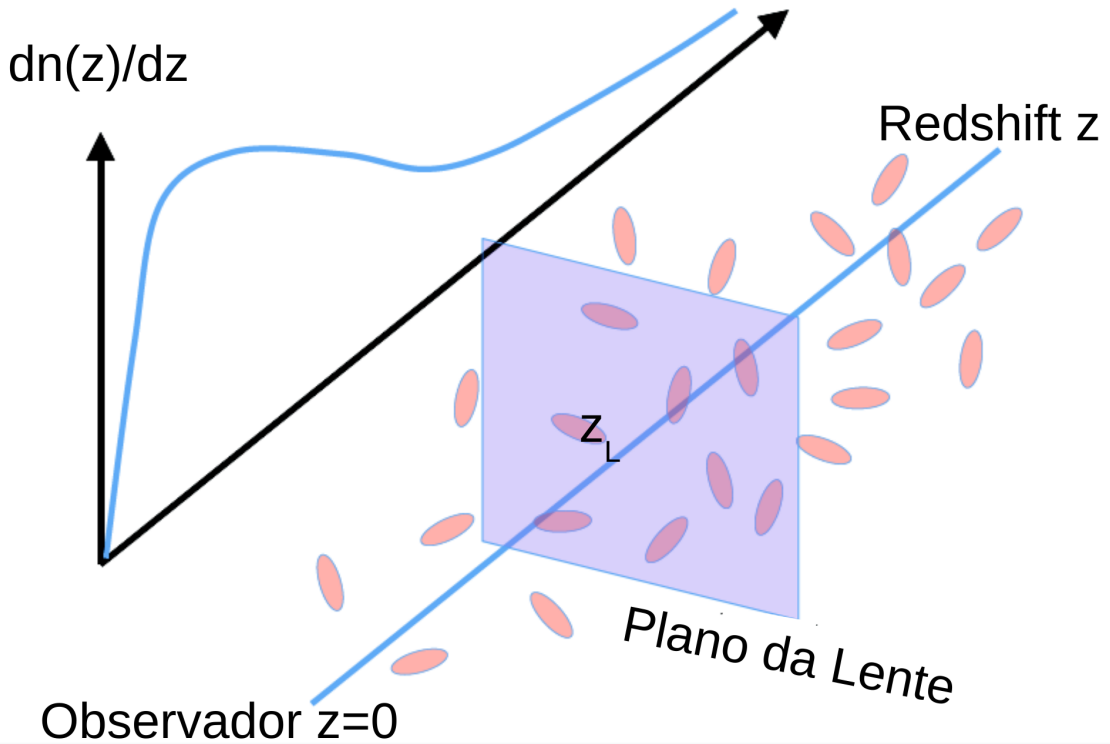


Figura 6 – Imagem ilustrativa do efeito de LGF devido à estrutura em grande escala do Universo. Em contraste com a figura 3, a luz das fontes (elipses vermelhas) são lenteadas por uma série de lentes ao longo da linha-de-visada. O painel sombreado lilás mostra um exemplo de uma única fatia fina da distribuição de matéria em um *redshift* z_L , que induz distorções em todas as galáxias observadas em $z_F > z_L$. O eixo no lado esquerdo (curva azul) mostra a densidade de galáxias observadas, por *redshift*. Tal distribuição decai com o *redshift* devido à limitação observacional em altos *redshifts*.

Por simplicidade, é possível ignorar a curvatura do céu, de forma que $\vec{\theta}$ pode ser tratado como um vector bi-dimensional no céu (maiores informações sobre lenteamento tri-dimensional ver em LoVerde & Afshordi (2008)). Se escrevermos $\vec{\phi} = \chi\vec{\theta}$, então $d\theta = \frac{1}{\chi}d\phi$, a integral para o contraste de densidade se torna

$$\begin{aligned} \int \delta(\chi\vec{\theta}, \chi) \exp(-i\ell \cdot \vec{\theta}) d\theta &= \frac{1}{\chi} \int \delta(\vec{\phi}, \chi) \exp(-i\frac{\ell}{\chi}\phi) d\phi \\ &= \frac{1}{\chi} \delta(\mathbf{k}, \chi), \quad \text{onde } \mathbf{k} = \frac{\ell}{\chi}. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Desta forma, teremos que

$$\kappa(\ell) = \frac{3 H_0^2 \Omega_m}{2 c^2} \int \frac{q(\chi)}{a(\chi)} \delta(\mathbf{k}, \chi) d\chi. \quad (2.44)$$

A função de correlação de dois pontos é invariante sob translação e rotação, e assim sendo, é uma função apenas do módulo do vector de separação entre as duas linhas-de-visada $\vec{\theta}$. Em termos do espaço de Fourier, a função de correlação de dois pontos define o espectro

de potência da convergência C_ℓ^κ , da forma

$$\langle \kappa(\boldsymbol{\ell})\kappa^*(\boldsymbol{\ell}') \rangle = (2\pi)^2 \delta_D(\boldsymbol{\ell} - \boldsymbol{\ell}') C_\ell^\kappa, \quad (2.45)$$

onde δ_D é a função delta de Dirac bi-dimensional e κ^* é a transformada complexa de Fourier de κ . É possível escrever uma relação similar para o espectro de potência tri-dimensional da matéria P_δ , tal que

$$\langle \delta(\mathbf{k})\delta^*(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^2 \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P_\delta(k). \quad (2.46)$$

Se utilizarmos a equação 2.44 na definição de espectro de potência, teremos que

$$\begin{aligned} \langle \kappa(\boldsymbol{\ell})\kappa^*(\boldsymbol{\ell}') \rangle &= \frac{9}{4} \frac{H_0^4 \Omega_m^2}{c^4} \int \left[\frac{q(\chi)}{a(\chi)} \right]^2 \langle \delta(\mathbf{k}, \chi)\delta^*(\mathbf{k}', \chi) \rangle d\chi; \\ (2\pi)^2 C_\ell^\kappa &= \frac{9}{4} \frac{H_0^4 \Omega_m^2}{c^4} \int \left[\frac{q(\chi)}{a(\chi)} \right]^2 (2\pi)^2 P_\delta(k, \chi) d\chi, \end{aligned} \quad (2.47)$$

ou, equivalentemente, (Kilbinger, 2015; Schneider, Kochanek & Wambsganss, 2006b)

$$C_\ell^\kappa = \frac{9}{4} \frac{H_0^4 \Omega_m^2}{c^4} \int_0^{\chi_F} \left[\frac{q(\chi)}{a(\chi)} \right]^2 P_\delta\left(\frac{\ell}{\chi}, \chi\right) d\chi. \quad (2.48)$$

Escrevendo as relações entre κ , γ e o potencial de lentes ψ no espaço de Fourier e usando a notação complexa para o cisalhamento, temos que

$$\gamma(\boldsymbol{\ell}) = \frac{(\ell_1 + i\ell_2)^2}{\ell^2} \kappa(\boldsymbol{\ell}) = \exp(2i\zeta) \kappa(\boldsymbol{\ell}), \quad (2.49)$$

onde ζ é o ângulo polar entre as componentes do vetor de onda $\boldsymbol{\ell} = (\ell_1, \ell_2)$, escrito como uma quantidade complexa. Desta forma, o espectro de potência do cisalhamento será igual ao espectro de potência da convergência $C_\ell^\gamma = C_\ell^\kappa$.

Como exposto na seção 2.2, o cisalhamento pode ser aproximado pelo cisalhamento reduzido g , no qual é igual ao valor esperado da elipticidade (Schneider, Kochanek & Wambsganss, 2006a). Isto é, $\gamma \sim g = \langle \epsilon \rangle$, de forma que podemos escrever

$$\langle \epsilon(\boldsymbol{\ell})\epsilon(\boldsymbol{\ell}') \rangle = (2\pi)^2 \delta_D(\boldsymbol{\ell} - \boldsymbol{\ell}') C_\ell^\kappa. \quad (2.50)$$

Assim, a maneira de estimar o espectro de potência da convergência é através do espectro de potência da elipticidade. Outros métodos para a estimativa do espectro de potência podem ser encontrados em Kaiser (1998), Seljak (1998).

A fim de destacar a interpretação física de C_ℓ^κ , podemos reescrever o espectro de potência P_δ com a seguinte motivação: para valores pequenos do contraste de densidade, $\delta \ll 1$, é possível mostrar que o mesmo aumenta com o tempo, de maneira proporcional a um fator de crescimento linear $D(a)$. Desta forma, para grandes escalas, cujo módulo do vetor de onda k é suficientemente pequeno, o espectro de potência cresce de forma

$P_\delta \propto D^2$. Nestas escalas, o espectro de potência P_δ mantém o seu formato inicial. Entretanto, em pequenas escalas, o formato inicial é afetado pelos efeitos das não-linearidades devido à evolução do contraste de densidade. Apesar dos efeitos não-lineares, é possível levar em consideração a mudança do espectro de potência P_δ , pois ele varia de acordo com uma função do formato inicial \mathcal{P} , multiplicado por uma amplitude que o normaliza. Convencionalmente, esta amplitude é chamada de σ_8^2 e é definida como a variância da distribuição das galáxias quando amostrada em esferas de raio $R = 8h^{-1}\text{Mpc}$, onde $h = H_0/100\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$. Em termos do espectro de potência linearmente extrapolado para o tempo atual, σ_8^2 é definido por

$$\sigma_8^2 \equiv \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{2\pi^2} P_\delta(k) W_8^2(k), \quad (2.51)$$

em que $W_8(k)$ é a transformada de Fourier da função janela

$$W_8(r) = \begin{cases} 3/(4\pi 8^3) & \text{se } r \leq 8 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Normalizando a função de crescimento linear D no presente, P_δ pode ser escrita como

$$P_\delta(k) = \sigma_8^2 D^2(a) \mathcal{P}(k). \quad (2.53)$$

Com esta expressão de $P_\delta(k)$, o espectro de potência da convergência é dado por

$$C_\ell^\kappa = \frac{9}{4} \left(\frac{H_0}{c} \right)^4 \Omega_m^2 \sigma_8^2 \int_0^{\chi_F} \left[\frac{q(\chi) D(a)}{a(\chi)} \right]^2 \mathcal{P} \left(\frac{\ell}{\chi} \right) d\chi. \quad (2.54)$$

A partir da equação acima, é possível visualizar que a amplitude de C_ℓ^κ é diretamente proporcional ao produto do quadrado do parâmetro de densidade de matéria, pela amplitude de P_δ . Este pré-fator $\Omega_m^2 \sigma_8^2$, possui uma interpretação intuitiva: o parâmetro de densidade Ω_m quantifica a densidade média de matéria do Universo, enquanto que σ_8 fornece o quão fortemente a matéria está aglomerada. Além disto, a dependência de C_ℓ^κ pelo fator de crescimento linear D , dá a possibilidade de sondar a evolução das estruturas cósmicas, bem como a geometria do Universo devida à dependência das distâncias no termo q .

Como exemplo, a figura 7 mostra a sensibilidade do espectro de potência da convergência C_ℓ^κ para diversos modelos cosmológicos: modelo fiducial ΛCDM (linha vermelha), $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $n_s = 0.96$ e $\sigma_8 = 0.84$; modelo $w\text{CDM}$ (linha verde) com equação de estado da energia escura igual a $w = w_0 + w_a(1 - a)$ e $w_0 = -0.8$, $w_a = 0.1$; e o modelo ΛCDM com $\Omega_m = 0.2$ e $\Omega_\Lambda = 0.8$ (linha azul) e com $\sigma_8 = 0.9$ (linha rosa). A distribuição de galáxia é dada por $n(z) = \frac{z^2 \exp(-z/z_0)}{2z_0^3}$, com $z_0 = 0.3$.

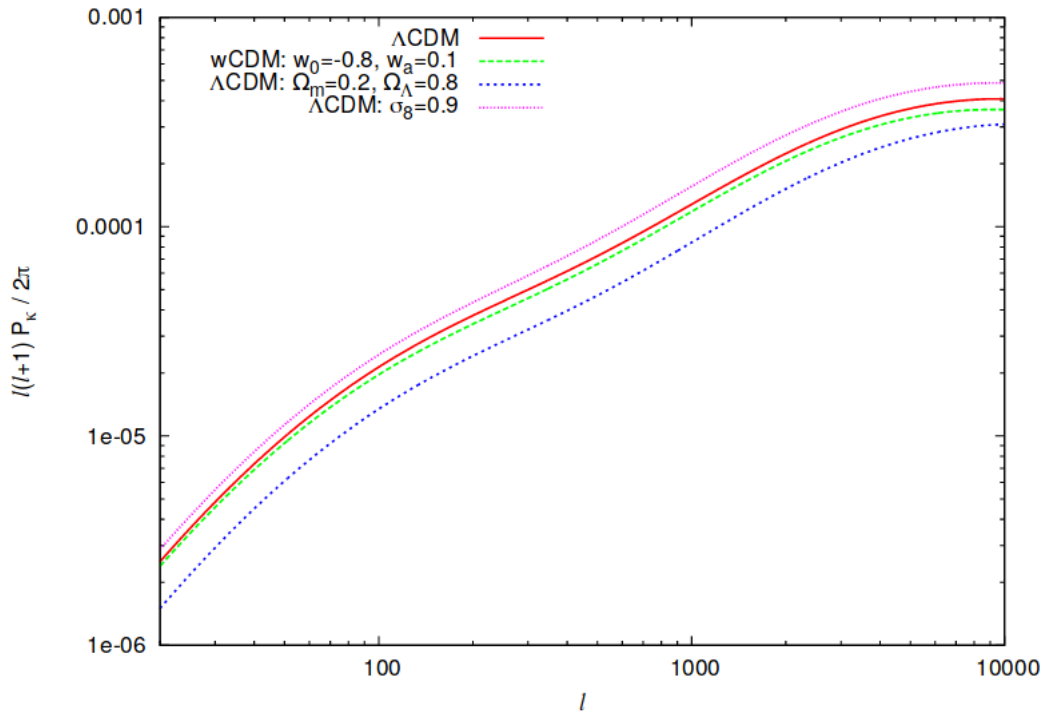


Figura 7 – Espectro de potência da convergência da equação 2.48 para diferentes modelos cosmológicos: Para o modelo fiducial Λ CDM (linha vermelha), $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $n_s = 0.96$ e $\sigma_8 = 0.84$; modelo w CDM (linha verde) com equação de estado da energia escura igual a $w = w_0 + w_a(1 - a)$ e $w_0 = -0.8$, $w_a = 0.1$; e o modelo Λ CDM com $\Omega_m = 0.2$ e $\Omega_\Lambda = 0.8$ (linha azul) e com $\sigma_8 = 0.9$ (linha rosa). A distribuição de galáxia é dada por $\frac{dn}{dz} = \frac{z^2 \exp(-z/z_0)}{2z_0^3}$, com $z_0 = 0.3$. Fonte: (Troxel & Ishak, 2015).

2.4 Lenteamento gravitacional da RCF

Após a superfície de último espalhamento em $z \simeq 1090$, os fótons da RCF se propagaram livremente até os dias atuais trazendo consigo algumas informações não apenas de origem primordial, mas também de mecanismos físicos que ocorreram ao longo do percurso. Um destes mecanismos é o efeito de LGF, causado pela distribuição de matéria ao longo da linha-de-visada. A estrutura em grande escala deixa impressões nas flutuações de temperatura e polarização da RCF devido à deflexão dos fótons da RCF durante sua propagação. Como consequência, a RCF é remapeada de forma dependente da integral do potencial gravitacional ao longo da linha-de-visada (Lewis & Challinor, 2006; Cole & Efstathiou, 1989; Blanchard & Schneider, 1987). Assim, o efeito é sensível tanto à geometria do Universo como ao crescimento das estruturas em grande escala, além de ser uma medida complementar à RCF por auxiliar na quebra da degenerescência de parâmetros cosmológicos (Stompor & Efstathiou, 1999; Dunkley et al., 2011). Além disto, as lentes introduzem características não-Gaussianas no padrão da RCF. Tais sinais podem ser explorados para obter informações da distribuição de massa interveniente (Hu & Okamoto, 2002; Hirata

& Seljak, 2003), que por sua vez, podem fornecer informações sobre os primeiros estágios da aceleração cósmica (Acquaviva & Baccigalupi, 2006; Hu, Huterer & Smith, 2006). O efeito de LGF também converte o modo-E de polarização em modo-B. Sendo assim, é de fundamental importância o entendimento deste mecanismo para se dissociar de possíveis sinais primordiais do modo-B. Nesta seção, as abordagens são voltadas para LGF em mapas de temperatura da RCF. Para detalhes e discussões sobre LGF na polarização da RCF ver em (Durrer, 2008; Fabbian & Stompor, 2013; Namikawa, Yamauchi & Taruya, 2014).

2.4.1 Potencial de Lentes da RCF

Uma vantagem de estudar LGF da RCF perante ao efeito de LGF de galáxias, é o fato da RCF agir como uma luz de fundo, o que torna possível considerar como um único plano de fonte estendida por todo céu, em um *redshift* conhecido. O potencial de lentes da RCF para um Universo plano é dado por

$$\psi(\hat{\mathbf{n}}) \equiv -2 \int_0^{\chi^*} d\chi \frac{\chi(\eta_*) - \chi(\eta)}{\chi(\eta_*)\chi(\eta)} \Psi(\chi\hat{\mathbf{n}}; \eta_0 - \chi), \quad (2.55)$$

em que $\eta_0 - \chi$ é o tempo conforme na posição do fóton igual a $\chi\hat{\mathbf{n}}$, em que η_0 é o tempo conforme atual. O parâmetro χ^* é a distância comóvel até a última superfície de espalhamento ($\chi^* \simeq 14.000$ Mpc, de acordo com o modelo Λ CDM). O potencial de lentes pode ser expandido em termos da transformada de Fourier (aproximação de céu-plano) ou em termos dos harmônicos esféricos (céu-inteiro),

$$\psi(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{lm} \psi_{lm} Y_{lm}(\hat{\mathbf{n}}). \quad (2.56)$$

De acordo com a condição de isotropia estatística, o espectro de potência de ψ , C_l^ψ , satisfaz

$$\langle \psi_{lm} \psi_{l'm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^\psi. \quad (2.57)$$

Para relacionar o espectro de potência do potencial gravitacional com C_l^ψ , Ψ pode ser escrito no espaço de Fourier como

$$\Psi(\mathbf{x}; \eta) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Psi(\mathbf{k}; \eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.58)$$

e seu correspondente espectro de potência \mathcal{P}_Ψ , sob a condição de isotropia estatística do potencial, é igual a

$$\langle \Psi(\mathbf{k}; \eta) \Psi^*(\mathbf{k}'; \eta') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\Psi(k; \eta, \eta') \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (2.59)$$

Utilizando a equação (2.55) e (2.59) obtêm-se a correlação angular do potencial de lentes

$$\langle \psi(\hat{\mathbf{n}}) \psi(\hat{\mathbf{n}}') \rangle = 4 \int_0^{\chi^*} d\chi \int_0^{\chi^*} d\chi' \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \left(\frac{\chi_* - \chi'}{\chi_* \chi'} \right) \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\Psi(k; \eta, \eta') e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}'}. \quad (2.60)$$

No entanto, sabemos que

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(k\chi) Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{n}}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}}), \quad (2.61)$$

em que j_l é a função esférica de Bessel $j_l(r) = (\pi/2r)^{1/2} J_{l+1/2}(r)$. A integral angular sobre $\hat{\mathbf{k}}$ pode ser calculada utilizando as propriedades de ortogonalidade dos harmônicos esféricos e, a partir disto, podemos reescrever

$$\begin{aligned} \langle \psi(\hat{\mathbf{n}}) \psi(\hat{\mathbf{n}}') \rangle &= 16\pi \sum_{l'm'm'} \int_0^{\chi_*} d\chi \int_0^{\chi_*} d\chi' \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \left(\frac{\chi_* - \chi'}{\chi_* \chi'} \right) \\ &\times \int \frac{dk}{k} j_l(k\chi) j_{l'}(k\chi') \mathcal{P}_\Psi(k; \eta, \eta') Y_{lm}(\hat{\mathbf{n}}) Y_{l'm'}^*(\hat{\mathbf{n}}') \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Com algumas manipulações matemáticas nas equações (2.62), (2.56) e (2.57), o espectro de potência do potencial de lentes C_l^ψ é dado por

$$C_l^\psi = 16\pi \int \frac{dk}{k} \int_0^{\chi_*} d\chi \int_0^{\chi_*} d\chi' \mathcal{P}_\Psi(k; \eta_0 - \chi, \eta_0 - \eta') j_l(k\chi) j_l(k\chi') \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \left(\frac{\chi_* - \chi'}{\chi_* \chi'} \right). \quad (2.63)$$

Assumindo evolução linear das flutuações primordiais de densidade, têm-se que $\Psi(\mathbf{k}; \eta, \eta_0) \equiv T_\Psi(k; \eta, \eta_0) \mathcal{R}(\mathbf{k})$, onde $\mathcal{R}(\mathbf{k})$ é a perturbação de curvatura primordial, com respectivo espectro de potência $\mathcal{P}_\mathcal{R}(k)$ e $T_\Psi(k; \eta)$ é a função de transferência (Baumann, 2009). Sob estas considerações,

$$C_l^\psi = 16\pi \int \frac{dk}{k} \mathcal{P}_\mathcal{R}(k) \left[\int_0^{\chi_*} d\chi T_\Psi(k; \eta_0 - \chi) j_l(k\chi) \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \right]^2. \quad (2.64)$$

Assim, o espectro do potencial de lentes está diretamente relacionado ao espectro de potência primordial, $\mathcal{P}_\mathcal{R}(k)$, sensível a parâmetros relacionados ao crescimento de estruturas (Lewis & Challinor, 2006). O gráfico de C_ℓ^κ da RCF de acordo com o modelo Λ CDM pode ser visto na figura 8, no qual foi utilizado o código CAMB¹ para o seu cálculo.

De acordo com a relação entre o potencial de lentes da RCF com o ângulo de deflexão e com a convergência, as relações entre C_ℓ^ψ e os respectivos espectros de potência C_ℓ^α e C_ℓ^κ , podem ser escritas como

$$\begin{aligned} C_\ell^\alpha &= \ell(\ell + 1) C_\ell^\psi \\ C_\ell^\kappa &= \frac{[\ell(\ell + 1)]^2}{4} C_\ell^\psi, \end{aligned} \quad (2.65)$$

onde utilizamos que (Hu, 2000)

$$\begin{aligned} \alpha_{\ell m} &= -i\sqrt{\ell(\ell + 1)} \psi_{\ell m}, \\ \kappa_{\ell m} &= \frac{-\ell(\ell + 1)}{2} \psi_{\ell m}, \end{aligned} \quad (2.66)$$

onde $\alpha_{\ell m}$ e $\kappa_{\ell m}$ são, respectivamente, os coeficientes da expansão dos harmônicos esféricos de α e κ .

¹ <http://camb.info/>

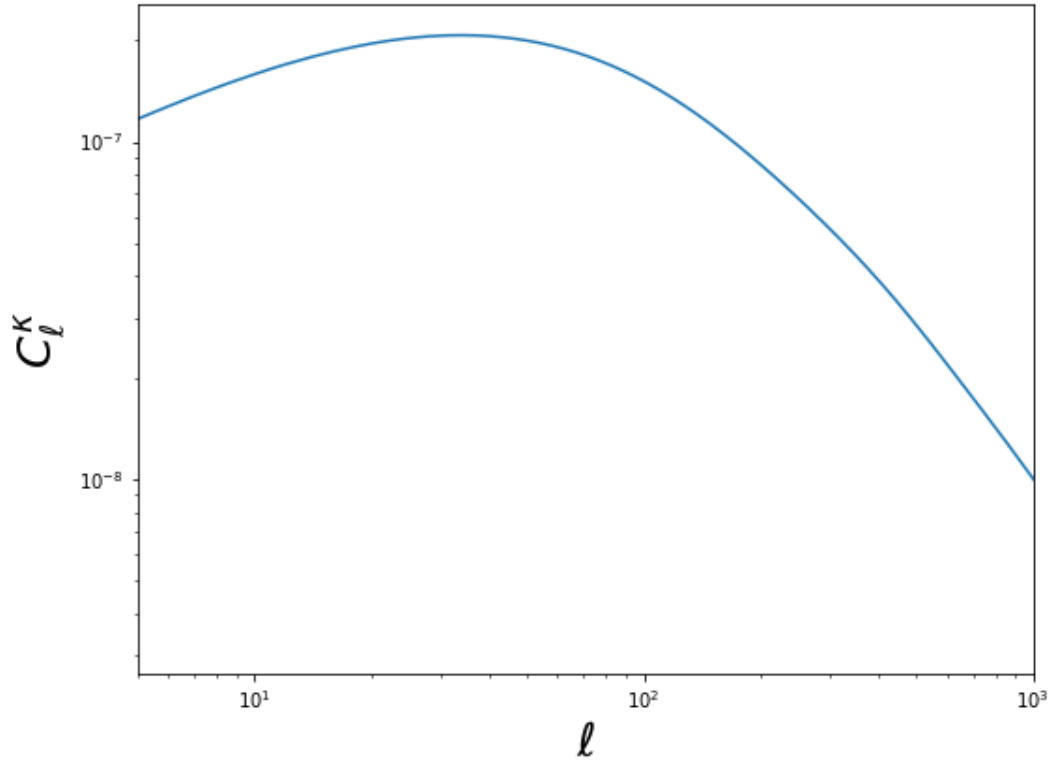


Figura 8 – Espectro de potência da convergência da RCF, de acordo com o modelo de concordância Λ CDM, calculado utilizando o código CAMB, com aproximação não-linear.

2.4.2 Espectro de potência da RCF lenteada

O lenteamento gravitacional modifica o mapa de temperatura da RCF T de forma que o mapa **lenteado** \tilde{T} pode ser escrito como uma expansão em série de Taylor

$$\tilde{T}(\mathbf{x}) = T(\mathbf{x} + \alpha) = T(\mathbf{x} + \nabla\psi) \simeq T(\mathbf{x}) + \nabla^a\psi(\mathbf{x})\nabla_a T(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\nabla^a\psi(\mathbf{x})\nabla^b\psi(\mathbf{x})\nabla_a\nabla_b T(\mathbf{x}) + \dots \quad (2.67)$$

A transformada de Fourier em duas dimensões fornece a base apropriada para descrever o campo de temperatura,

$$T(\mathbf{x}) = \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} T(\mathbf{l}) e^{-i\mathbf{l}\cdot\mathbf{x}}, \quad \nabla T(\mathbf{x}) = i \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} \mathbf{l} T(\mathbf{l}) e^{i\mathbf{l}\cdot\mathbf{x}}. \quad (2.68)$$

De maneira análoga para o potencial de lentes, o $\nabla\psi$ é determinado por:

$$\nabla\psi(\mathbf{x}) = i \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} \mathbf{l} \psi(\mathbf{l}) e^{-i\mathbf{l}\cdot\mathbf{x}}. \quad (2.69)$$

As observações recentes das flutuações da RCF indicam que a RCF é bem descrita por um campo Gaussiano e isotrópico (Planck Collaboration et al., 2014). Consequentemente, o espectro de potência para o campo de temperatura é diagonal em \mathbf{l}

$$\langle T(\mathbf{l}) T^*(\mathbf{l}') \rangle = C_l^T \delta(\mathbf{l} - \mathbf{l}'). \quad (2.70)$$

Uma das consequências do lenteamento é a alteração do espectro de potência primordial C_l^T . Uma das formas de calcular \tilde{C}_l^T da RCF lenteada, é reescrever a expansão em (2.67) no espaço harmônico e substituir os termos calculados anteriormente de forma que

$$\begin{aligned} \tilde{T}(\mathbf{l}) &\approx T(\mathbf{l}) - \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{2\pi} \mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}') \psi(\mathbf{l} - \mathbf{l}') T(\mathbf{l}') \\ &- \frac{1}{2} \int \frac{d^2\mathbf{l}_1}{2\pi} \int \frac{d^2\mathbf{l}_2}{2\pi} \mathbf{l}_1 \cdot [\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}] \mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2 T(\mathbf{l}_1) \psi(\mathbf{l}_2) \psi^*(\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}). \end{aligned} \quad (2.71)$$

É válido notar que na expressão para a temperatura lenteada, há termos acoplados entre ψ e T em várias escalas. Conseqüentemente, tais acoplamentos introduzem termos fora da diagonal principal da matriz de covariância da temperatura, além dos modos em grandes escalas do potencial de lentes se correlacionarem com os modos em pequenas escalas da RCF. A expansão de Taylor realizada acima simplifica notavelmente a descrição do efeito de lentes sobre a RCF, porém não representa uma solução exata em todas as escalas, especialmente para escalas comparáveis às amplitudes das deflexões. Para a abordagem completa da temperatura lenteada, ver em (Lewis & Challinor, 2006; Hanson, Challinor & Lewis, 2010).

Para a temperatura lenteada, o espectro de potência \tilde{C}_l^T é definido por

$$\langle \tilde{T}(\mathbf{l}) \tilde{T}^*(\mathbf{l}') \rangle = \delta(\mathbf{l} - \mathbf{l}') \tilde{C}_l^T. \quad (2.72)$$

Desta forma, seu espectro de potência pode ser determinado ao relacionar a equações (2.71) e (2.72), que resulta em

$$\tilde{C}_l^T \approx C_l^T + \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{(2\pi)^2} [\mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}')]^2 C_{|\mathbf{l}-\mathbf{l}'|}^\psi C_{\mathbf{l}'}^T - C_l^T \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{(2\pi)^2} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{l}')^2 C_{\mathbf{l}'}^\psi. \quad (2.73)$$

O resultado pode ser simplificado da seguinte forma

$$\tilde{C}_l^T \approx (1 - l^2 R^\psi) C_l^T + \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{(2\pi)^2} [\mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}')]^2 C_{|\mathbf{l}-\mathbf{l}'|}^\psi C_{\mathbf{l}'}^T, \quad (2.74)$$

onde R^ψ é a metade da amplitude do ângulo de deflexão total,

$$R^\psi \equiv \frac{1}{2} \langle |\nabla \psi|^2 \rangle = \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl}{l} l^4 C_l^\psi \sim 3 \times 10^{-7} \text{ rad}, \quad (2.75)$$

correspondendo a um valor eficaz do ângulo de deflexão de cerca de 2.7 minutos de arco. Desta forma, o espectro de temperatura lenteado, considerando a primeira ordem, difere do espectro de potência sem o efeito de LGF por um termo proporcional à R^ψ e pela convolução do espectro de potência da temperatura sem o efeito de LGF com o espectro de potência do potencial de lentes. A comparação entre o espectro de potência da RCF sem e com LGF está disposta no gráfico à esquerda da figura 9. Ambos espectros foram calculados utilizando o código CAMB. Apesar de C_l^ψ ser dominante em $l \sim 50$, devido aos termos cruzados com os modos de \tilde{C}_l^T , a maior diferença com respeito a C_l^T ocorre em grandes multipolos, isto é, em pequenas escalas angulares ($l \gtrsim 1000$). Isto pode ser visto no gráfico à direita da figura 9, que representa a diferença relativa entre eles.

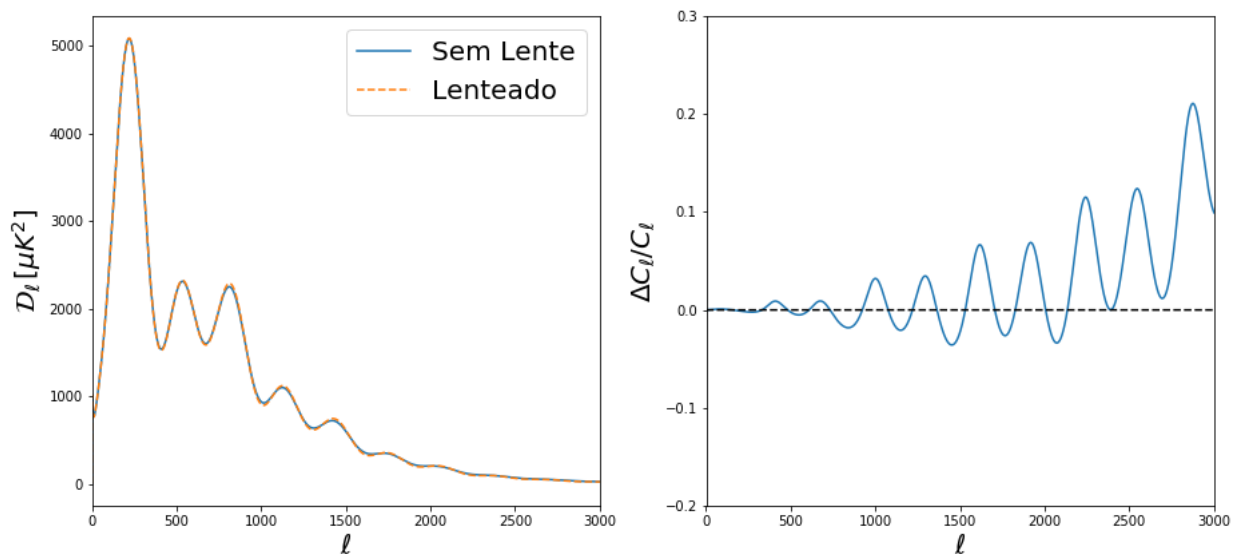


Figura 9 – Gráfico à esquerda: Espectro de potência para a RCF sem efeito de lentes (linha sólida azul) e com efeito de lentes (linha tracejada laranja). Ambos espectros foram calculados utilizando código CAMB. O eixo y está em unidades de μK^2 , em que $D_\ell = \ell(\ell+1)C_\ell^T$. Gráfico à direita: Diferença relativa entre os espectros de potência da RCF sem lentes e com LGF.

2.4.3 Reconstrução do Mapa de Potencial de Lentes

O efeito de LGF altera a correlação espacial das flutuações primárias de temperatura da RCF, como foi descrito anteriormente em termos dos harmônicos esféricos. No espaço real, em que a correlação entre dois pontos depende apenas da distância entre eles, significa dizer que a LGF faz com que esta distância seja ligeiramente maior ou menor comparada à RCF sem o efeito. Esta característica e as correspondentes propriedades estatísticas podem ser utilizadas para estimar o potencial de lentes. A principal motivação para esta reconstrução, vem da necessidade de separar sinais não-primordiais da RCF observada. No entanto, é possível ainda restringir e testar diversas informações cosmológicas através do potencial de lentes gravitacionais, uma vez que o mesmo está diretamente ligado à distribuição de matéria escura e às estruturas do Universo (Zaldarriaga & Seljak, 1999; Kaiser & Squires, 1993; Hoekstra, Yee & Gladders, 2004).

Há diversos métodos de reconstrução parcial do potencial de lentes, fundamentados em traçadores de estrutura em grande escala, tais como emissão de linhas de 21 cm (Sigurdson & Cooray, 2005; Zahn & Zaldarriaga, 2006) e observações de catálogos de galáxias (Clowe, Gonzalez & Markevitch, 2004; Bradač et al., 2006). Uma das formas de obter a reconstrução de ψ a partir da RCF, é através de uma ferramenta considerada na literatura como ótima, denominado de estimador quadrático (Okamoto & Hu, 2003; Hu, 2001; Hanson, Challinor & Lewis, 2010; Lewis & Challinor, 2006). A ideia principal do estimador quadrático é utilizar os modos acoplados que estão fora da diagonal na correlação de dois pontos $\langle \tilde{T}(\mathbf{l})\tilde{T}(\mathbf{l}') \rangle$ para estimar o potencial de lentes. Uma explicação

geral deste estimador será abordada aqui de maneira simplificada, baseada na primeira ordem da expansão perturbativa, similar à equação 2.71. Para maiores detalhes sobre o método completo de reconstrução ver em Okamoto & Hu (2003).

A média sobre todas as realizações da correlação de dois pontos para os campos lenteados $\tilde{X} \in \{T, E, B\}$, é escrita da seguinte forma

$$\langle \tilde{X}(\boldsymbol{\ell}) \tilde{X}^{*'}(\boldsymbol{\ell}') \rangle = \delta_D(\mathbf{L}) + \frac{1}{2\pi} f_{\tilde{X}\tilde{X}'}(\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell}') \psi(\mathbf{L}) + \mathcal{O}(\psi^2), \quad \mathbf{L} = \boldsymbol{\ell} + \boldsymbol{\ell}', \quad (2.76)$$

onde $f_{\tilde{X}\tilde{X}'}$ denota a função que contém os modos acoplados entre a RCF e ψ , e depende do observável X da RCF (ver Hu & Okamoto (2002) para a expressão precisa para cada observável). Filtrando adequadamente os modos harmônicos dos observáveis, podemos definir o estimador do campo do potencial de lentes $\hat{\psi}$ como

$$\hat{\psi}(\mathbf{L}) = A_\alpha(\mathbf{L}) \int \frac{d\boldsymbol{\ell}^2}{2\pi} X(\boldsymbol{\ell}) X'(\boldsymbol{\ell}') F_\alpha(\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell}'), \quad \alpha \equiv XX'. \quad (2.77)$$

Em que α é definido para as diferentes combinações dos estimadores (TT , EE , $TE \dots$). A função $A_\alpha(\mathbf{L})$ é a normalização, que garante que a estimativa não seja enviesada, isto é, $\langle \hat{\psi}(\mathbf{L}) \rangle = \psi(\mathbf{L})$ (Hu & Okamoto, 2002). Desta forma,

$$A_\alpha(\mathbf{L}) = \int \frac{d\boldsymbol{\ell}^2}{2\pi} f_\alpha(\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell}') F_\alpha(\boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{\ell}'), \quad (2.78)$$

enquanto que F_α é a função filtro, definida tal que minimize a variância e maximize a relação sinal-ruído, considerando o ruído instrumental (Okamoto & Hu, 2003; Hu & Okamoto, 2002). A partir dos coeficientes harmônicos estimados do campo de lentes, é possível calcular o espectro de potência de $\hat{\psi}$ para as possibilidades de combinações dos campos observados α ,

$$\langle \hat{\psi}_\alpha(\mathbf{L}) \hat{\psi}_\alpha(\mathbf{L}') \rangle = \delta_D(\mathbf{L} - \mathbf{L}') [\hat{C}_L^\psi + N_L]. \quad (2.79)$$

Na expressão acima, N_L é o ruído do espectro de potência do potencial reconstruído. Cada combinação de estimadores quadráticos fornece um nível de ruído da reconstrução diferente e, é possível combiná-los em um estimador de mínima variância (MV), a fim de aumentar a razão sinal ruído S/N . A reconstrução mais eficaz, em geral, depende da configuração observacional. Porém, para experimentos que possuem baixo ruído para a polarização, a combinação que resulta em maior S/N é a que explora dados dos modos E e B . Isso ocorre porque os modos B observados são um resultado direto do efeito de lentes gravitacionais, uma vez que um possível sinal primordial é sub-dominante. Para maiores detalhes sobre N_L ver Hanson, Challinor & Lewis (2010).

2.4.4 Status observacional

Em termos de aspectos observacionais, o efeito de LGF na RCF foi detectado por diversos instrumentos e métodos. A primeira detecção foi realizada por Smith, Zahn

& Dore (2007a) e Hirata et al. (2008) por meio de correlações cruzadas de mapas da RCF obtido pelo satélite *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) com outros traçadores de estruturas em grande escala. Por outro lado, a primeira evidência direta do lenteamento da RCF foi realizada por Reichardt et al. (2009), através da combinação de dados do WMAP com o *Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver* (ACBAR). Com o advento de experimentos da RCF com alta sensibilidade em pequenas escalas, como por exemplo o *Atacama Cosmology Telescope* (ACT) (Das et al., 2011) e o *South Pole Telescope* (SPT) (Engelen et al., 2012), foi possível realizar a reconstrução do potencial de lentes, reportada com uma significância de detecção em torno de $4\sigma - 6\sigma$. No entanto, a reconstrução do mapa do potencial de lentes em uma grande fração do céu só foi possível recentemente com os dados do satélite Planck.

O potencial de LGF do satélite Planck foi reconstruído com alto nível de confiança utilizando dados de temperatura e polarização da RCF: 25σ para o primeiro *release* (Ade et al., 2014) e $\sim 40\sigma$ para o segundo e terceiro *releases* (Ade et al., 2014; Aghanim et al., 2018c). Além disto, detecções recentes de lentes da RCF foram realizadas, como por exemplo, pelo ACT (Das et al., 2014b), ACTPol (Sherwin et al., 2017), BICEP2/Keck (Ade et al., 2016), POLARBEAR (Ade et al., 2014b), SPT combinado com dados do Planck (Simard et al., 2018) e pelo SPTPol (Story et al., 2015b). Tais medidas do espectro de potência do potencial de lentes estão dispostas na figura 10.

Na presente tese, utilizamos em nossos trabalhos descritos nos capítulos 3 e 5, os dados de LGF da RCF, isto é, o mapa do potencial de lentes $\hat{\psi}$ disponibilizado em 2015 pela equipe do Planck, devido ao alto nível de confiança da detecção. Além disto, em comparação com outras observações, é o mapa de $\hat{\psi}$ que cobre maior fração do céu e que contém o espectro de potência do ruído associado a esta reconstrução.

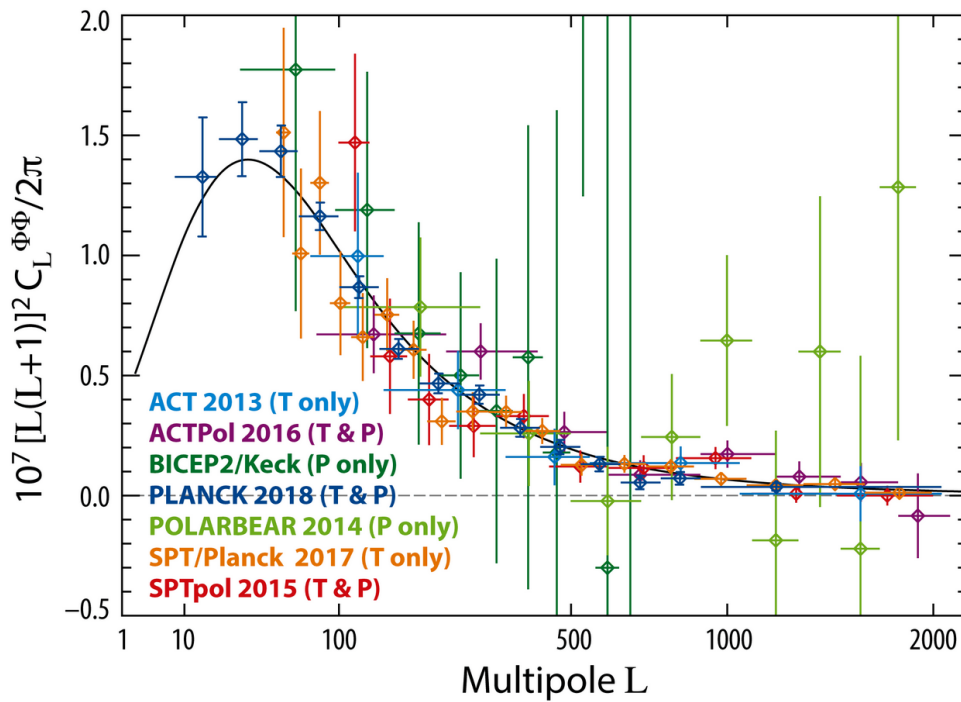


Figura 10 – Medidas do espectro de potência do potencial de lentes gravitacionais da RCF de dados do ACT, ACTPol, BICEP2/Keck, Planck, POLARBEAR, SPT, and SPTPol, como indicado pela legenda da figura. A linha sólida preta representa a previsão teórica de acordo com o melhor ajuste dos parâmetros para o modelo Λ CDM, obtidos a partir dos dados de temperatura e polarização da RCF do Planck (Aghanim et al., 2018b). Fonte: website *Legacy Archive for Microwave Background Data Analysis* (LAMBDA) <http://lambda.gsfc.nasa.gov>.

3 Análise da isotropia estatística do mapa de convergência do Planck

Neste capítulo, apresentamos uma análise da distribuição angular do mapa de convergência reconstruído pela colaboração Planck. Para tal, realizamos o cálculo da variância em pequenas e grandes regiões do céu e comparamos com as características esperadas no conjunto de simulações realistas, também disponibilizado pela colaboração Planck. Nosso objetivo é verificar a possibilidade da existência de regiões, ou de alguma direção específica, em que o efeito de LGF deixa impresso uma assinatura anômala à esperada pelo modelo fiducial. Na análise local, identificamos oito regiões do céu que se afastam em mais de 2σ dos valores esperados pelas simulações. Em contraste, na análise em grandes regiões, não encontramos discrepâncias estatisticamente significativas, embora os maiores desvios se concentrem em regiões próximas aos pólos eclípticos. Assim, os resultados mostram concordância com as características esperadas pelo modelo fiducial Λ CDM, como fornecido pelas simulações. Ainda, as regiões destacadas pela análise local podem sugerir sinais que merecem ser explorados no futuro, como possível contaminação residual, efeitos sistemáticos ou a influência da estrutura em grande escala em diferentes partes do céu.

3.1 Introdução

Uma das hipóteses fundamentais do atual modelo cosmológico padrão (MCP) é o princípio cosmológico (PC), isto é, o Universo é estatisticamente homogêneo e isotrópico em grandes escalas. O conceito de homogeneidade e isotropia pode ser descrito da seguinte forma: Homogeneidade implica em que, a cada tempo cósmico t , o Universo seja estatisticamente uniforme na distribuição de sua composição (Avila et al., 2018; Avila et al., 2019). Em outras palavras, o Universo é invariante sob translações. Isotropia significa dizer que estatisticamente, o Universo possui as mesmas propriedades em todas as direções, logo, é invariante sob rotações. Isotropia em todos os pontos do espaço não acarreta necessariamente em homogeneidade. Para que a isotropia se relacione com homogeneidade é necessário assumir o Princípio Copernicano, isto é, que não há posição privilegiada no Universo (Maartens, 2011).

Ao longo das últimas duas décadas, diversos testes tem sido realizados a fim de verificar a validade do PC (Bernui, Ferreira & Wuensche, 2008; Bengaly et al., 2016b; Alonso et al., 2015; Tiwari & Nusser, 2016; Bengaly et al., 2016a; Bernui, Oliveira & Pereira, 2014; Schwarz et al., 2016; Ghosh et al., 2016). No que concerne à isotropia, as bases observacionais que devem ser satisfeitas são: distância de diâmetro angular, contagem de

objetos (em inglês, *number counts*), fluxo de velocidades peculiares em massa (em inglês, *bulk flow*), flutuações de temperatura da RCF e lentes gravitacionais (Maartens, 2011; Clarkson & Maartens, 2010).

Como descrito no capítulo 2, as componentes que determinam o efeito de LGF dependem do contraste de densidade de matéria e do fator geométrico. Neste sentido, analisar a isotropia do lenteamento, significa analisar a isotropia tanto da distribuição de matéria, quanto da geometria do espaço-tempo. Como dados da RCF fornecem o efeito de LGF de toda distribuição de matéria, daqui até a última superfície de espalhamento, é possível utilizar as informações contidas no mapa de convergência da RCF e, assim, verificar se este resultado está de acordo com o esperado pelo PC e pelo modelo Λ CDM.

Neste capítulo, apresentamos um estudo da isotropia estatística do mapa de convergência da RCF do satélite Planck (Planck Collaboration et al., 2016), verificando assim, se o efeito de LGF indica alguma dependência direcional significativa. Especificamente, realizamos a análise da distribuição da variância no céu, em mapas simulados comparados ao mapa de convergência reconstruído. Na seção 3.2, apresentamos os detalhes dos dados utilizados, enquanto que a metodologia empregada é apresentada na seção 3.3. Subsequentemente, apresentamos os resultados obtidos e discussões na seção 3.4, seguidos das principais conclusões em 3.5.

3.2 Dados observacionais

3.2.1 Mapa de convergência do satélite Planck

O satélite Planck é a primeira missão da Agência Espacial Européia dedicada ao estudo da RCF (Dupac & Tauber, 2005). Lançado em 2009, seus detectores operaram em 9 canais diferentes de frequência com alta resolução (5-10 minutos de arco). O primeiro *release* foi liberado em 2013 e, em março de 2015 foram liberados parte dos dados correspondentes a observações do período de agosto de 2009 a outubro de 2014. Os dados e artigos finais da missão foram disponibilizados em julho de 2018. Dentre os vários resultados obtidos, encontram-se os dados para LGF¹.

O mapa do potencial de lentes da RCF do Planck é reconstruído a partir do estimador quadrático descrito na subsecção 2.4.3 (Okamoto & Hu, 2003). Há cinco possíveis estimadores quadráticos, $\hat{\psi}$, para reconstruir o potencial de lentes, baseados nas correlações entre a temperatura T e polarização E e B da RCF, denotados como: $\hat{\psi}^{TT}$, $\hat{\psi}^{TE}$, $\hat{\psi}^{EE}$, $\hat{\psi}^{EB}$ e $\hat{\psi}^{TB}$. A partir da combinação destes cinco, é possível construir um estimador com mínima variância, denotado como $\hat{\psi}^{MV}$. Para o segundo *release* do Planck, os estimadores são construídos a partir do mapa da RCF denominado SMICA (Planck Collaboration et

¹ Disponível em: <http://pla.esac.esa.int/pla/>

al., 2016). O mapa SMICA é obtido a partir dos dados de multifrequência do satélite, após o processo de remoção dos contaminantes da galáxia e de outros efeitos secundários que contaminam o sinal da RCF.

A figura 11 mostra os diferentes níveis de ruído, N_L^ψ , para o espectro de potência do potencial de LGF dos estimadores das correlações TT, TE, EE, EB, TB , e para o estimador de mínima variância, como indicado na legenda (denotado ϕ ao invés de ψ). Como um comparativo, a linha sólida preta representa a predição do espectro de potência do potencial de LGF para o modelo fiducial Λ CDM. Nota-se que os níveis de ruído variam para cada um dos estimadores, sendo que os menos ruidosos são $\hat{\psi}^{MV}$, $\hat{\psi}^{TT}$ e $\hat{\psi}^{TE}$, embora $\hat{\psi}^{EE}$, $\hat{\psi}^{EB}$ e $\hat{\psi}^{TB}$ também sejam relevantes especialmente em grandes escalas (Planck Collaboration et al., 2016).

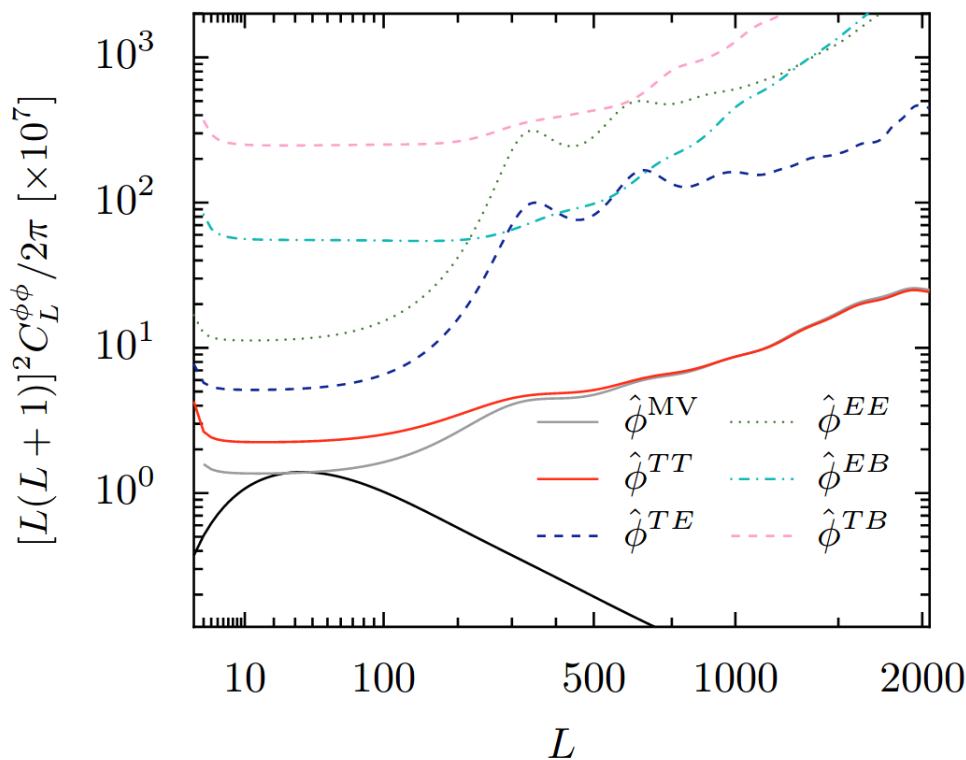


Figura 11 – Espectro de potência do potencial de LGF com diferentes níveis de ruído para cada estimador da reconstrução: $\hat{\phi}^{TT}$, $\hat{\phi}^{TE}$, $\hat{\phi}^{EE}$, $\hat{\phi}^{EB}$ e $\hat{\phi}^{TB}$, como indicado na legenda. A linha sólida preta representa o espectro de potência teórico do potencial de LGF de acordo com Λ CDM. Fonte: (Planck Collaboration et al., 2016).

O potencial de LGF foi reconstruído a partir do estimador $\hat{\psi}^{MV}$ para a faixa de multipolos de $8 \leq L \leq 2048$. A reconstrução para os primeiros multipolos é instável, motivo pelo qual o mapa final ignora os multipolos $L < 8$ (Planck Collaboration et al., 2016).

A restauração do mapa devido ao ruído da reconstrução pode ser realizada apli-

cando o filtro de Wiener nos harmônicos esféricos (Basak, 2012)

$$a_{LM}^{\hat{\psi}^{FW}} = \left(\frac{C_L^{\psi, fid}}{C_L^{\psi, fid} + N_L^{\psi}} \right) a_{LM}^{\hat{\psi}^{MV}} \quad (3.1)$$

onde $C_L^{\psi, fid}$ é o espectro de potência do potencial de lentes do modelo cosmológico fiducial e N_L^{ψ} é o espectro de potência do ruído da reconstrução. O super-índice “FW” indica que foi aplicado o filtro de Wiener nos coeficientes dos harmônicos esféricos.

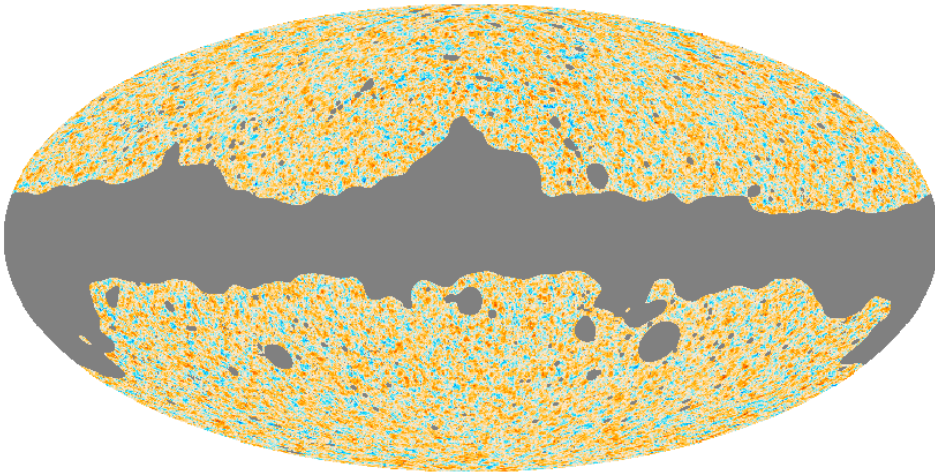


Figura 12 – Mapa de convergência do Planck, reconstruído usando o estimador quadrático de mínima variância a partir do mapa SMICA da RCF. O mapa é projetado no esquema de pixelização HEALPix, com parâmetro de resolução $N_{side} = 2048$. Para uma melhor visualização, foi aplicado o filtro de Wiener.

De acordo com a equação 2.66, os coeficientes dos harmônicos esféricos da convergência, a_{LM}^{κ} , podem ser estimados a partir dos coeficientes do potencial de lentes reconstruído, $a_{LM}^{\hat{\psi}^{MV}}$. A figura 12 mostra o mapa de convergência com parâmetro de resolução $N_{side} = 2048$ do esquema de pixelização HEALPix (*Hierarchical Equal Area iso-Latitude Pixelization*) (Gorski et al., 2005), correspondendo a pixels com tamanho de $1.7'$. As partes em cinza do mapa representam as regiões mascaradas devido a fontes pontuais e a contaminação residual galáctica, totalizando uma remoção de cerca de 32.7% do céu (Adam et al., 2016). Assim sendo, é possível realizar uma análise direcional robusta das propriedades do mapa κ com o restante do céu ($\simeq 67.3\%$).

3.2.2 Simulações

O desempenho dos estimadores quadráticos usados para reconstruir os mapas de convergência é afetado por outros processos físicos, como resíduos de contaminação da galáxia e de fontes extragalácticas, ruído instrumental, máscara, além de efeitos associados

à estratégia de observação do céu. Para levar em consideração tais efeitos e caracterizar os limites do mapa reconstruído, $\hat{\kappa}^{FW}$, nós utilizamos um conjunto de 100 simulações realísticas deste observável, também disponibilizado pela colaboração Planck (Planck Collaboration et al., 2016).

Estas simulações são baseadas nas realizações *Full Focal Plane 8* (FFP8), que é um conjunto de mapas que incorporam os efeitos instrumentais dominantes, como por exemplo, o feixe do detector, o filtro de passagem de banda e as propriedades dos ruídos correlacionados. Ademais, incluem efeitos da estratégia de observação do céu e da análise dos dados, como os erros associados ao algoritmo da elaboração de mapas (Ade et al., 2016a). As simulações FFP8 não levam em conta a contribuição das contaminações da galáxia, uma vez que é utilizado o mapa **SMICA** para a reconstrução da convergência. Na análise de lentes gravitacionais, os contaminantes residuais do mapa **SMICA** são modelados pela adição de um ruído estatisticamente isotrópico e Gaussiano, com um espectro de potência angular apropriado aos mapas de frequência simulados, após a combinação com os pesos do **SMICA**. Convém mencionar que a distribuição de ruído nos dados pode ser anisotrópica, de forma que a modelagem incorreta do ruído pode ter implicações para na análise realizada neste trabalho.

Os ruídos e efeitos sistemáticos incluídos no processo de reconstrução fazem com que o mapa $\hat{\kappa}^{FW}$ seja altamente anisotrópico. Assim, para estudar como é a distribuição no céu do efeito de LGF, para além da contribuição destes efeitos, nós consideramos em nossas análises o conjunto de simulações de convergência da colaboração Planck. Similar ao procedimento realizado no mapa da convergência, também aplicamos o filtro Wiener nas simulações.

A reconstrução do mapa é realizada entre $8 \leq L \leq 2048$. Por esta razão, verificamos que os mapas simulados possuem a mesma faixa de multipolos, bem como a mesma resolução da pixelização. A fim de confirmar que as simulações possuem variâncias em concordância com as do mapa reconstruído $\hat{\kappa}^{FW}$, nós mostramos na figura 13 o histograma das variâncias empíricas dos 100 mapas, considerando o céu quase inteiro, isto é, cortando apenas a região subtendida pela máscara. A linha vertical representa a variância do mapa de convergência $\hat{\kappa}^{FW}$. O valor médio da variância das 100 simulações está completamente de acordo com o mapa real em até 1σ .

3.3 Metodologia

O principal objetivo de nossas análises é testar a isotropia estatística do mapa de convergência do Planck. Como estimador usamos a variância, calculada como $\sigma^2 = \langle (\hat{\kappa}^{FW})^2 \rangle - \langle \hat{\kappa}^{FW} \rangle^2$, pois fornece uma maneira simples e direta de caracterizar o mapa em diferentes regiões do céu. Nesse sentido, optamos por realizar a análise usando duas

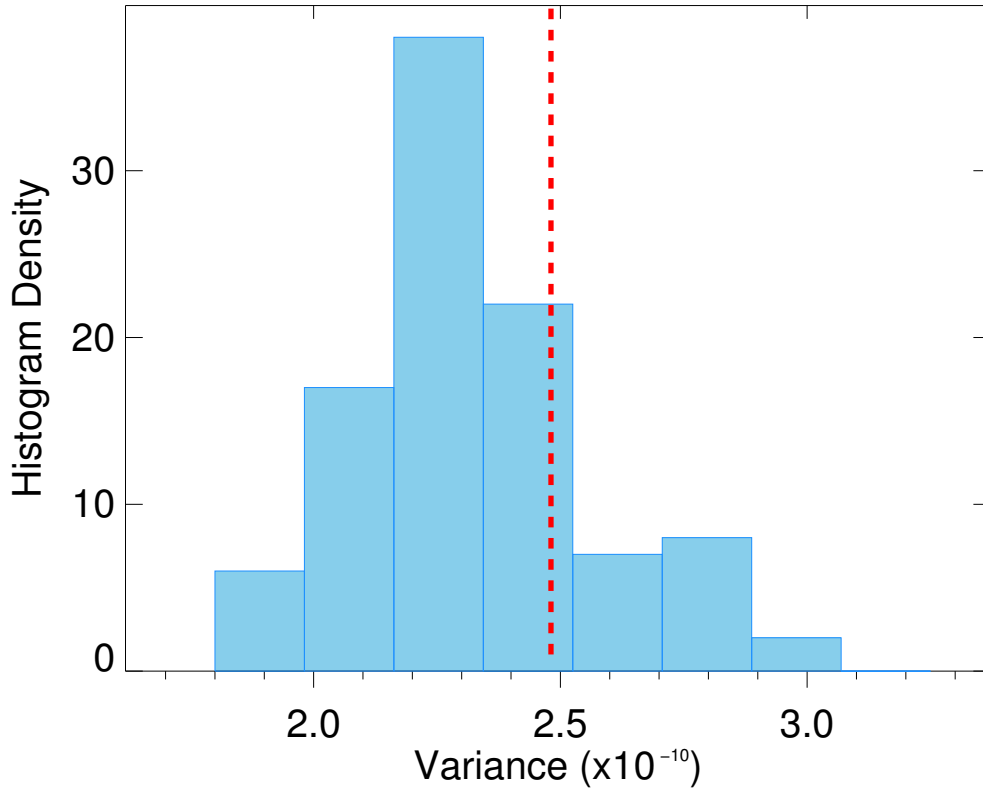


Figura 13 – Histograma da variância do conjunto de simulações do Planck, σ_{sim}^2 , calculado para o céu inteiro, com exceção da região da máscara. A linha vertical corresponde à variância do mapa de convergência do Planck, σ_{planck}^2 . Fonte: (Marques et al., 2017).

abordagens complementares:

1. realizando análises locais por meio do cálculo da variância em pedaços desconexos do céu e
2. através de uma varredura hemisférica do céu, a fim de determinar se há uma direção preferencial estatisticamente significativa.

A seguir, é descrito em detalhe cada um dos métodos aplicados.

3.3.1 Análise local

Para a análise local, definimos as regiões no céu a partir de pixels correspondendo à resolução do HEALPix $N_{side} = 4$, totalizando 192 pixels com mesma área $\sim (14.7^\circ)^2$. Cada um destes pixels grandes contém $\sim 262,144$ pixels menores em alta resolução $N_{side} = 2048$.

Como estamos utilizando uma máscara para remover a contaminação galáctica e extragaláctica, o número de pixels válidos em cada região varia em cada uma delas. Então,

estabelecemos o critério de descartar as regiões cujo o número de pixels válidos seja menor que 80% do total do mapa. Com isto, um total de 116 regiões foram selecionadas para análise.

A fim de quantificar a amplitude direcional do efeito de LGF, calculamos a variância para cada uma das r -regiões ($r \in [1, 116]$) no mapa de convergência reconstruído, $\sigma_{r(Planck)}^2$ e, em todos os mapas simulados, $\sigma_{r(Sims)}^2$. A figura 14 mostra, em escalas de cores, a projeção *Mollweide* de $\sigma_{r(Planck)}^2$ para cada uma das regiões e a figura 15 apresenta a variância média, $\langle \sigma_{r(Sims)}^2 \rangle$, calculado a partir do conjunto de mapas simulados.

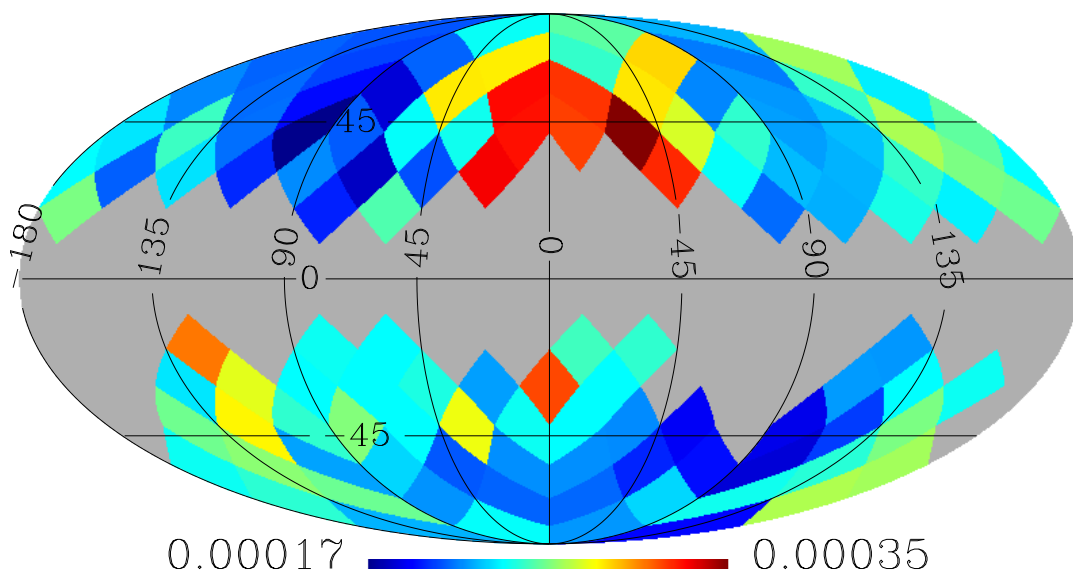


Figura 14 – Projeção *Mollweide* da variância $\sigma_{r(Planck)}^2$, calculada nas regiões do mapa de convergência reconstruído, $\hat{\kappa}^{FW}$. As regiões excluídas na análise são representadas em cinza. Fonte: (Marques et al., 2017).

3.3.2 Análise hemisférica

Em contraste, a análise hemisférica considera o estimador de variância empírica em grandes regiões do céu. Os centros dos hemisférios são definidos pela pixelização da esfera celeste de acordo com o parâmetro de resolução $N_{side} = 4$. Isso fornece um total de 192 centros de coordenadas. Novamente, utilizamos a máscara fornecida pela colaboração Planck para remover a região galáctica e de fontes pontuais.

Como no caso atual estamos considerando regiões correspondentes a hemisférios, que englobam grandes áreas do céu, a porcentagem de pixels válidos varia ligeiramente em cada um deles. Similar à análise local, calculamos a variância em cada um dos h -hemisférios, $h \in [1, 192]$, sobre todos os mapas simulados, $\sigma_{h(Sims)}^2$, e no mapa $\hat{\kappa}^{FW}$, $\sigma_{h(Planck)}^2$. A projeção *Mollweide* da variância hemisférica do mapa de convergência do

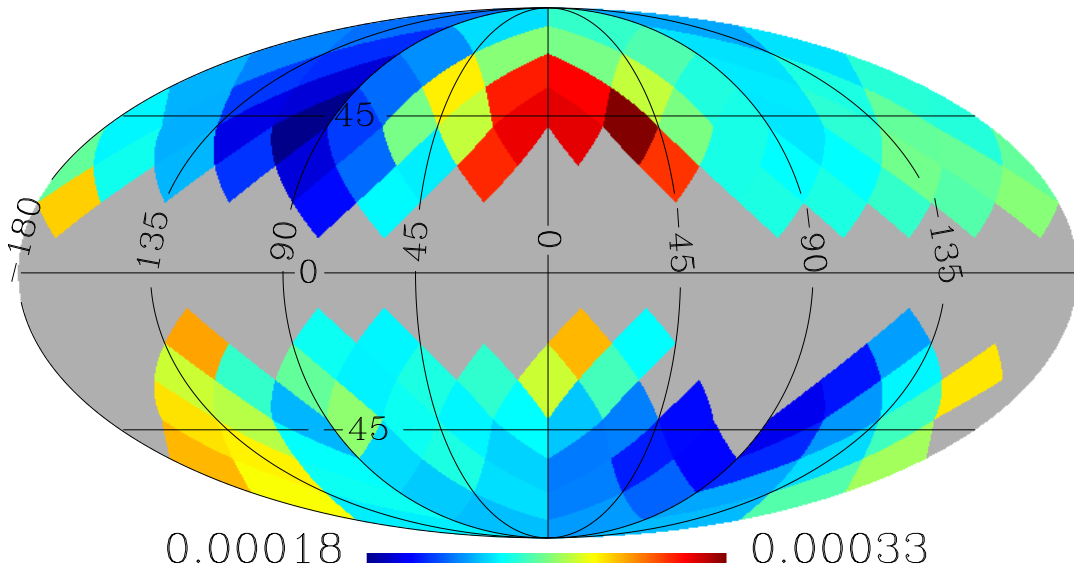


Figura 15 – Projeção *Mollweide* da variância média $\langle \sigma_{p(Sims)}^2 \rangle$, similar à análise apresentada na figura 14, porém calculado sobre os 100 mapas simulados de convergência. Fonte: (Marques et al., 2017).

Planck, $\sigma_{h(Planck)}^2$, e da correspondente média do conjunto de simulações, $\langle \sigma_{h(Sims)}^2 \rangle$, são mostradas nas figuras 16 e 17, respectivamente.

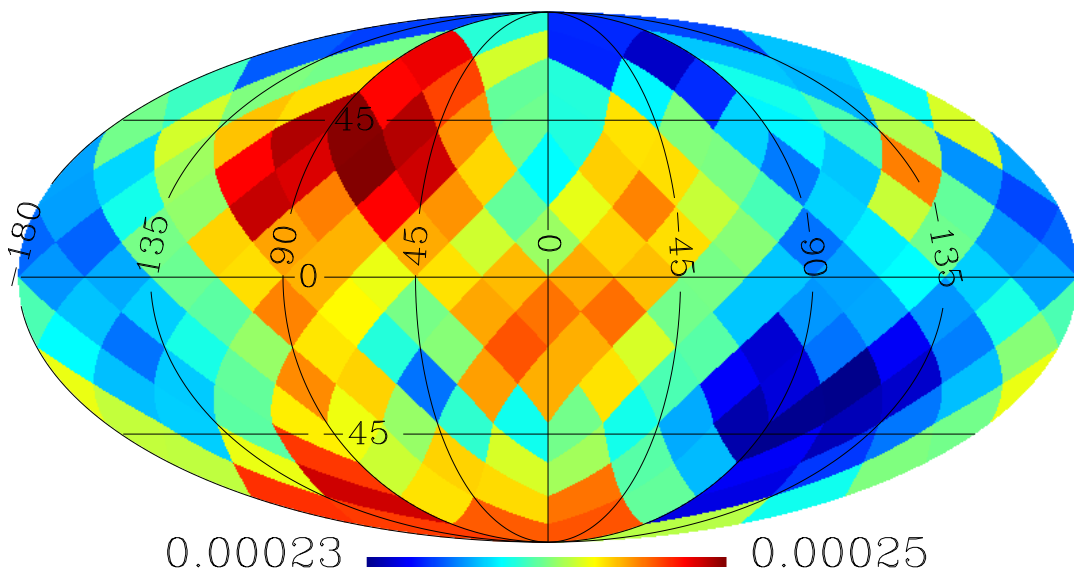


Figura 16 – Projeção *Mollweide* da variância do mapa de convergência do Planck, $\sigma_{h(Planck)}^2$, obtido através da análise hemisférica. Os valores da variância são projetados nos correspondentes 192 centros dos hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017).

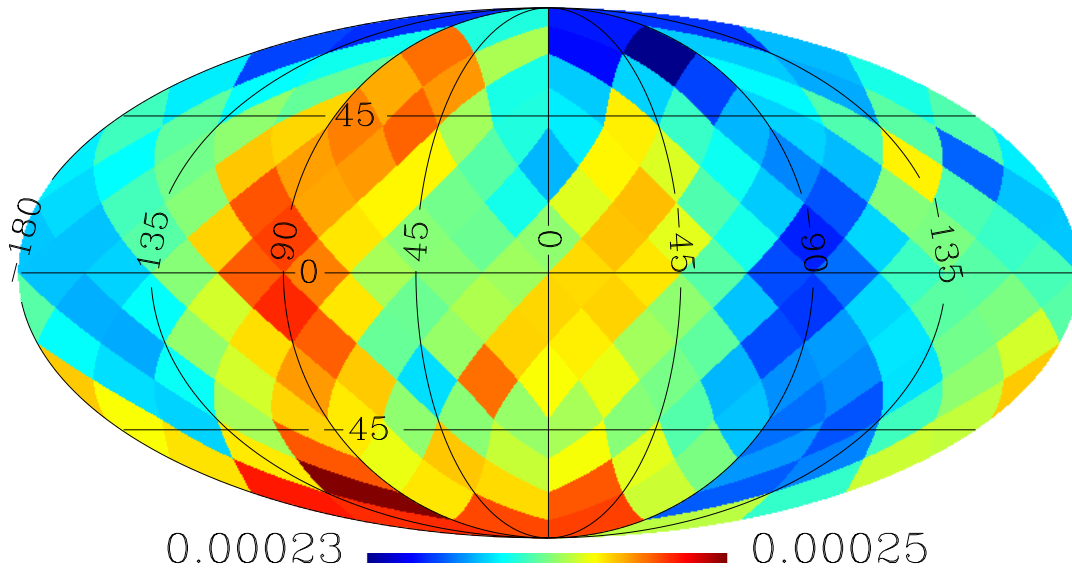


Figura 17 – Projeção *Mollweide* da variância média do conjunto de simulações, $\langle \sigma_{h(Sims)}^2 \rangle$, obtido pela análise hemisférica. Os valores são projetados nos correspondentes 192 centros dos hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017).

3.4 Resultados e discussão

Analisamos a isotropia estatística dos mapas de convergência simulados e do mapa reconstruído do Planck com o uso da variância como o estimador estatístico nas duas abordagens: em pequenas regiões disjuntas e em grandes regiões hemisféricas, como discutido nas seções anteriores.

Como resultado, observamos que a variância do mapa real é distribuída de maneira anisotrópica no céu, apresentando diferentes valores ao longo das regiões, como mostrado nas figuras 14 e 16. Em contrapartida, a distribuição da variância do mapa real, apresenta forte correlação com o obtido para os mapas simulados, tanto no caso local (figuras 14 e 15), quanto na varredura hemisférica (figuras 16 e 17). A correlação da variância do mapa real com a variância média das simulações é mostrada na figura 18, para ambas abordagens.

De acordo com as figuras 14 e 15, é válido notar que os mínimos valores da variância no mapa real, bem como nas simulações, são exibidos ao redor dos pólos da eclíptica. Tais características podem indicar contaminação residual devido a processos que alteram as propriedades do mapa de LGF, como por exemplo, a estratégia de escaneamento do céu do satélite Planck, que faz com que o ruído instrumental seja minimizado próximo aos pólos da eclíptica. Desta forma, a análise da variância pode ser utilizada não apenas para sondar o sinal de LGF, mas também para explorar possíveis contaminantes nos dados que não foram contabilizados completamente pelas simulações.

Mesmo estando visualmente correlacionados, ao observar a escala de cores das projeções *Mollweide* das figuras 14 e 15, a variância do mapa real aparenta ter algumas regiões com amplitudes maiores/menores, em comparação com a média dos mapas simulados. Para quantificar a concordância, ou discordância, dos valores da variância com respeito ao esperado, estabelecemos uma comparação via cálculo do χ^2 entre o valor obtido pelo mapa real e pelas simulações. Assim, para cada região $i = r$, $r = 1 \dots, 116$ e para cada um dos hemisférios $i = h$, com $h = 1, \dots, 192$, nós realizamos o cálculo de

$$\chi_i^2 = \left(\frac{\sigma_{i(Planck)}^2 - \langle \sigma_{i(Sims)}^2 \rangle}{\Sigma_i} \right)^2, \quad (3.2)$$

onde $\langle \sigma_{i(Sims)}^2 \rangle$ e Σ_i são respectivamente, a média e o desvio padrão, calculados sobre a amostra de variância dos 100 mapas simulados. Associando cada região ao seu correspondente valor de χ^2 , é possível construir um mapa de χ^2 , para a análise local e um mapa χ^2 , para a hemisférica. Estes mapas fornecem informações valiosas sobre a contribuição do efeito LGF nas diferentes regiões e direções do céu.

Como mostrado na figura 13, a variância de $\hat{\kappa}^{FW}$ e a variância média das simulações estão em concordância em até 1σ na análise do céu inteiro - excluindo apenas a região da máscara. Ao realizar a análise em porções menores do céu, é observado que a maior parte das regiões corroboram com esta concordância, dado que o valor do χ^2 é muito baixo. Isto pode ser visto na figura 19, a qual mostra os valores de χ^2 correspondentes para cada região. A linha tracejada amarela representa 68% de nível de confiança (NC), enquanto que a linha tracejada vermelha é 95% de NC. No entanto, encontramos 8 regiões cujos valores de χ^2 revelam que a variância dos dados se afasta em mais de 2Σ (isto é, mais de 95% NC) do valor médio das simulações.

Estas 8 regiões estão representadas como círculos vermelhos na análise mostrada no painel superior da figura 18. Note que quanto mais longe os pontos estão da linha diagonal vermelha ($\sigma_{p(Planck)}^2 = \langle \sigma_{p(Sims)}^2 \rangle$), maior a discordância entre os valores dos dados com as simulações. Em termos de Σ , os desvios para cada uma das regiões, denominadas, $r = 68, 10, 80, 8, 42, 97, 114$ e 73 são de 2.61, 2.47, 2.46, 2.21, 2.21, 2.15, 2.05, e 2.03 Σ , respectivamente². Embora as discrepâncias entre os dados e as simulações não sejam estatisticamente expressivas, essas análises identificam regiões que podem estar associadas à peculiaridades do sinal de lente, ou a algum efeito subestimado ou superestimado nas simulações.

Os valores de χ^2 para a análise hemisférica em função do número dos centros dos hemisférios são mostrados na figura 20. As linhas tracejadas em amarelo e vermelho representam 1 e 2Σ , respectivamente. Análogo à análise local, a maioria dos hemisférios do mapa de convergência possuem variância próxima ao valor do esperado pelas simulações.

² Note que a enumeração das regiões não correspondem com a enumeração dos centros dos hemisférios devido à exclusão de 76 regiões pela máscara na análise local.

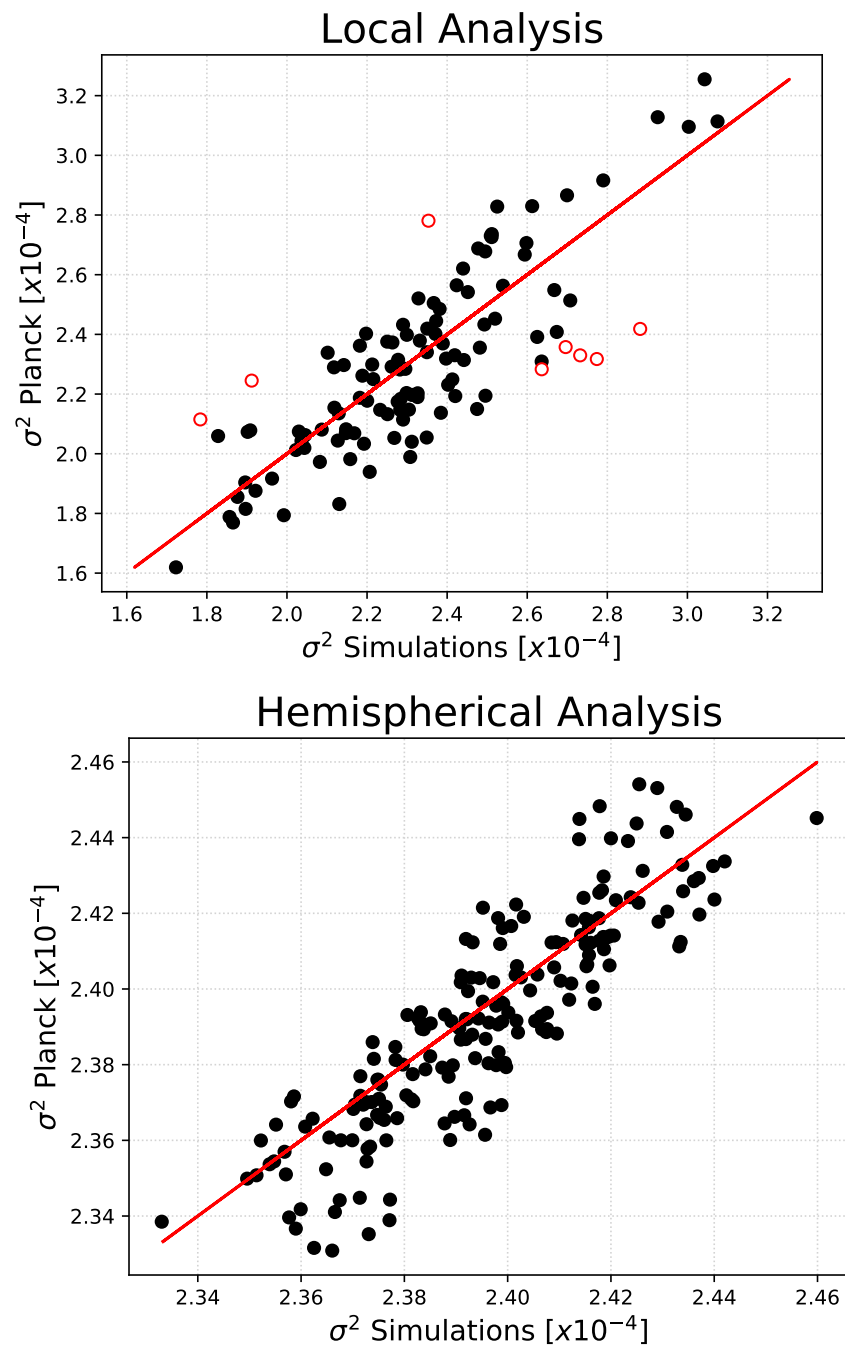


Figura 18 – Superior: Correlação entre a variância média das simulações (eixo horizontal) e a variância do mapa de convergência estimado (eixo vertical) para cada uma das regiões da análise local. Os círculos vermelhos representa as regiões em que o mapa estimado de convergência possui desvios com relação a simulações em mais de 2Σ (ver no texto para maiores detalhes). Inferior: O mesmo que o gráfico acima, porém, correspondente para a análise hemisférica. Fonte: (Marques et al., 2017).

Porém, em contraste com os resultados da análise local, a variância dos dados em todos hemisférios estão de acordo com o valor médio das simulações em até 2Σ . Por este motivo, não há círculos vermelhos no painel inferior da figura 18, como no caso do painel superior. No entanto, convém ressaltar que os hemisférios com os maiores desvios têm seus valores de variância 1,84, 1,71, 1,68 e 1,66 Σ , cujos respectivos centros de coordenadas são denominados $h = 146, 42, 164$ e 129 .

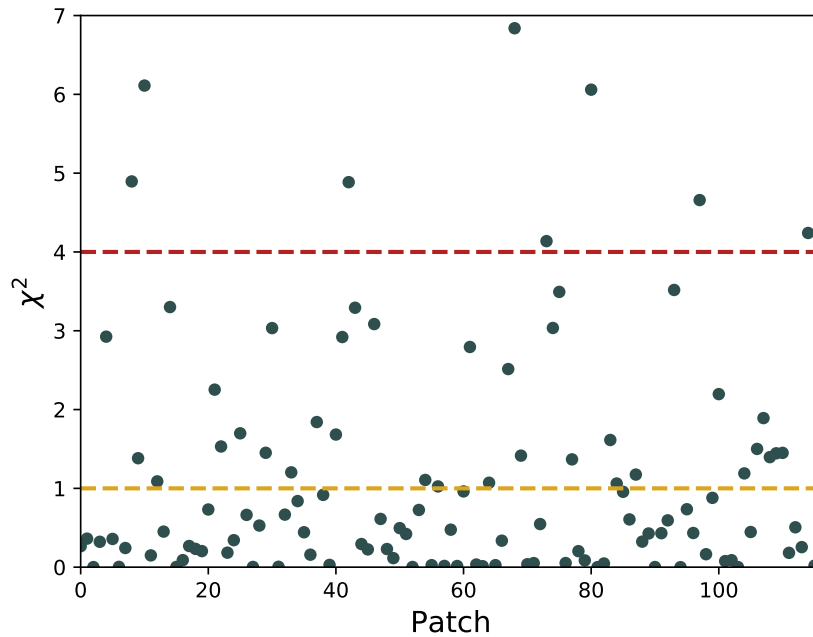


Figura 19 – Valores do χ^2 , em função do número da região r , com $r = 1, \dots, 116$. As linhas tracejadas em amarelo e vermelho representam, respectivamente 1Σ (68%) e 2Σ (95%) de níveis de confiança. Fonte: (Marques et al., 2017).

A figura 21 mostra, em escala de cor e coordenadas Galácticas, as 8 regiões destacadas no mapa de χ^2 . Pode-se notar que elas se encontram espalhadas no céu, sem estarem concentradas apenas em uma determinada região específica, sugerindo efeitos locais como origem de sua alta significância estatística. Entretanto, observa-se que algumas delas estão localizadas próximas à região definida pela máscara galáctica, sugerindo que possíveis contaminantes residuais podem estar afetando o mapa de LGF.

As análises locais e hemisféricas examinam diferentes aspectos, porém, complementares. Os hemisférios são compostos por regiões de 90° de raio, sondando os efeitos dominantes em grandes áreas do céu, enquanto a análise local pode revelar o efeito de estruturas pequenas ou áreas com residuais localizadas. Ao contrário da análise local, nossos resultados não revelam hemisférios extremos, isto é, onde os desvios estão acima do nível 2Σ do esperado pelas simulações. Para tal, mostramos na figura 22, a projeção do valor de χ^2 para todos os centros hemisféricos.

Apesar de não haverem desvios significativos na análise hemisférica, curiosamente,

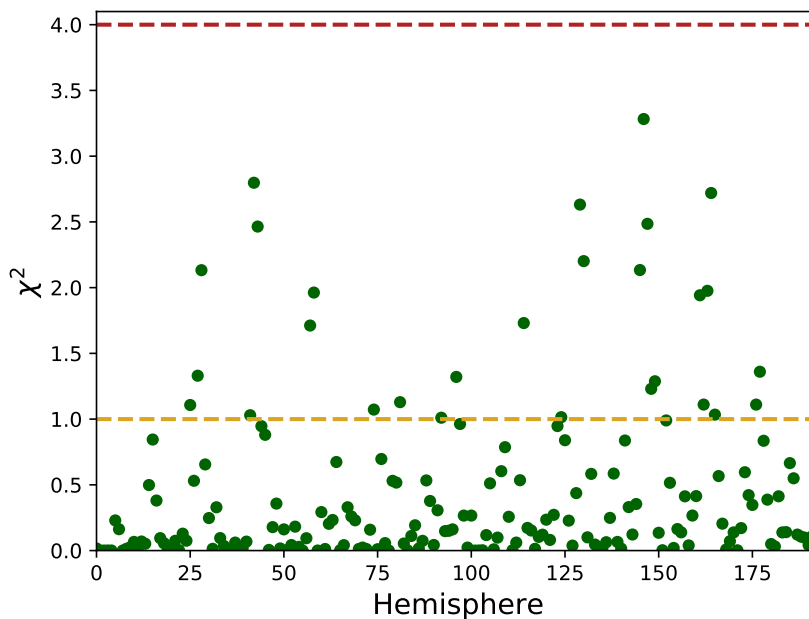


Figura 20 – Valores de χ^2 em função do número do hemisfério h , com $h = 1, \dots, 192$. As linhas tracejadas em amarelo e vermelho representam, respectivamente 1Σ (68%) e 2Σ (95%) de níveis de confiança. Fonte: (Marques et al., 2017).

as regiões com maior χ^2 , concentram-se em torno dos pólos eclípticos. Note que os hemisférios centrados próximos aos pólos eclípticos são aqueles em que a modelagem de ruído nas simulações pode ser a mais problemática. Isto é esperado porque estes hemisférios abrangem regiões onde os níveis de ruído são superiores à média (isto é, perto do plano galáctico) e onde são esperados desvios da isotropia estatística devido à estratégia de varredura do céu do satélite Planck.

O mapa de convergência do Planck utilizado em nossas análises, é estimado a partir da reconstrução via estimador quadrático, que mensura o lenteamento induzido no mapa SMICA da RCF (Bartlett et al., 2016). Entretanto, como discutido por exemplo em Ade et al. (2014a), Novaes et al. (2016), Schwarz et al. (2016), os procedimentos utilizados para obter os mapas de RCF limpos de contaminantes, entre eles o SMICA, embora sejam altamente eficientes, podem deixar resíduos indesejados e alguns artefatos. Embora o conjunto de mapas simulados levem em consideração diversos efeitos, podem ocorrer erros na modelagem. Nesse sentido, outras fontes de anisotropia estatística também podem ser responsáveis pelos pequenos desvios da variância observados em nossas análises. É de fundamental importância verificar se os nossos resultados não estão sendo afetados pela forma que selecionamos as regiões no céu. Como discutido anteriormente, nossas análises são realizadas considerando um corte no céu dado pela máscara de LGF, o que significa que cada uma das regiões selecionadas é composta por um número diferente de pixels válidos, bem como no caso da análise hemisférica. Desta forma, para verificar se há uma possível influência da máscara na análise local, analisamos na figura 23, a dependência dos valores

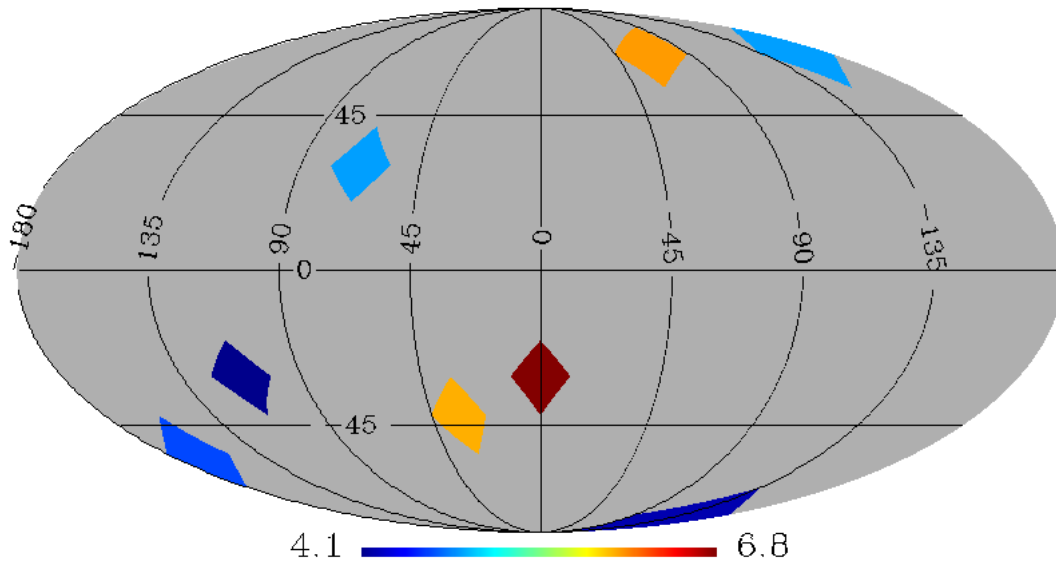


Figura 21 – Projeção *Mollweide*, em escalas de cores, do mapa de χ^2 , destacando apenas as regiões cujo χ^2 é superior a 2Σ de nível de confiança. Fonte: (Marques et al., 2017).

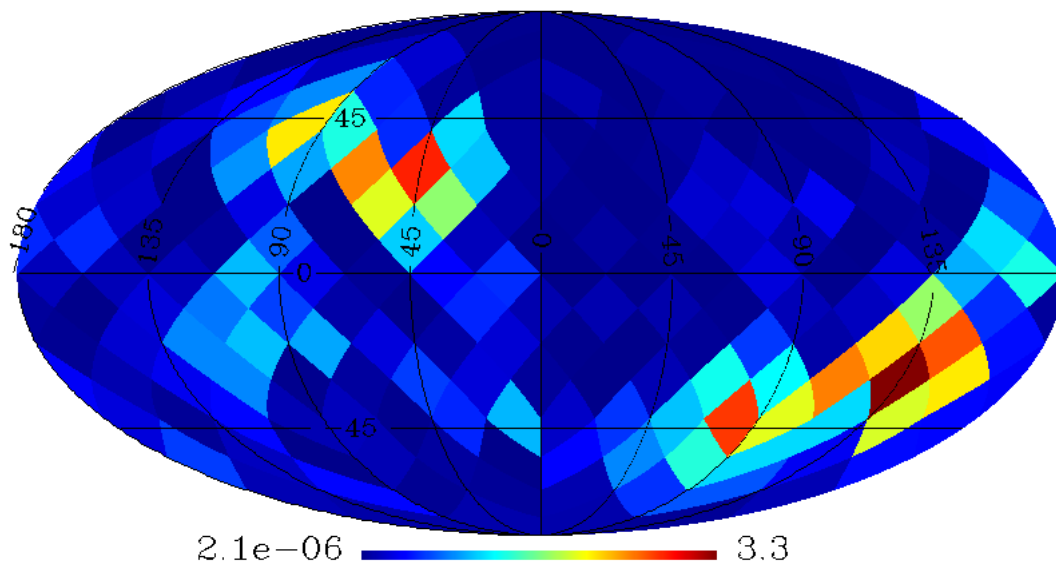


Figura 22 – Projeção *Mollweide* do mapa de χ^2 , para todos os 192 hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017).

do χ^2 e a porcentagem de pixels válidos em cada uma das 116 regiões. É possível notar que não há uma correlação entre estas duas quantidades. No caso da análise hemisférica, a dependência do χ^2 com o número de pixels válidos é mostrada na figura 24. Novamente, não há uma clara dependência, corroborando que as informações fornecidas pelo mapa de χ^2 são provenientes essencialmente do mapa de $\hat{\kappa}^{FW}$.

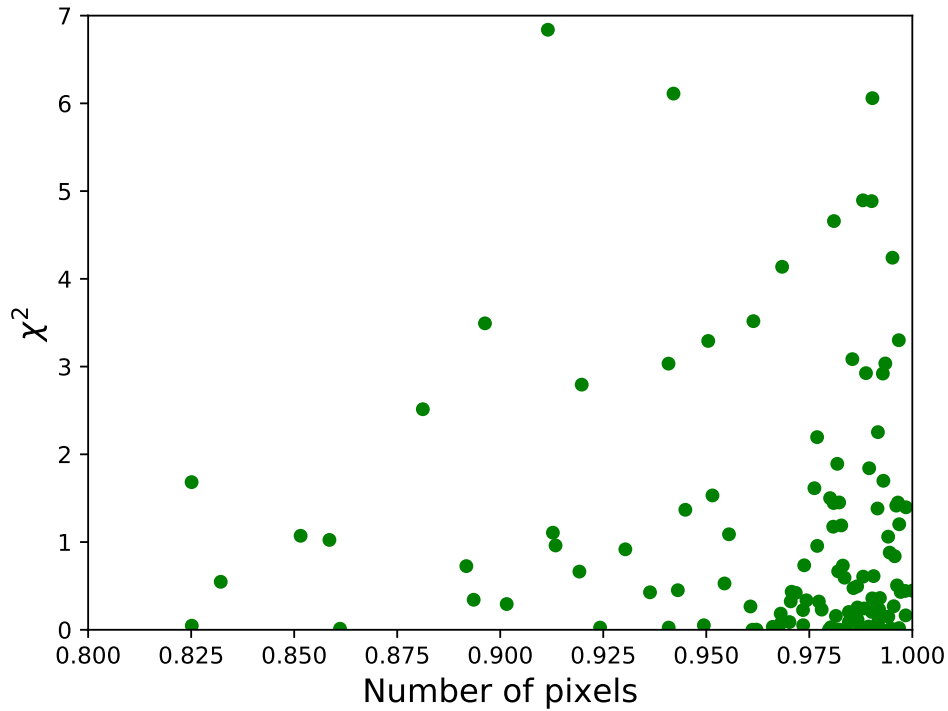


Figura 23 – Dependência dos valores de χ^2 com a fração de pixels válidos, nas 116 regiões do céu. É válido ressaltar que consideramos para a análise apenas as regiões que contêm mais que 80% de pixels válidos. Fonte: (Marques et al., 2017).

3.5 Conclusões

O efeito de LGF é um efeito secundário e apesar de sua baixa amplitude, modifica algumas características das flutuações de temperatura e polarização primárias da RCF. O mapa de convergência representa uma medida da distribuição total de matéria do universo observável, uma vez que está diretamente relacionado às inomogeneidades de massa ao longo da linha-de-visada (Lewis & Challinor, 2006; Planck Collaboration et al., 2016). Assim, o estudo do fenômeno de lentes da RCF através do mapa $\hat{\kappa}^{FW}$ fornece informações diretas sobre a distribuição angular da matéria.

Apresentamos análises sobre a isotropia estatística do fenômeno de LGF da RCF. Para tal, analisamos a amplitude da variância do mapa de convergência estimado pela colaboração Planck, $\hat{\kappa}^{MV}$, em comparação ao obtido em um conjunto de 100 simulações realísticas (Planck Collaboration et al., 2016; Ade et al., 2016b). Realizamos dois tipos

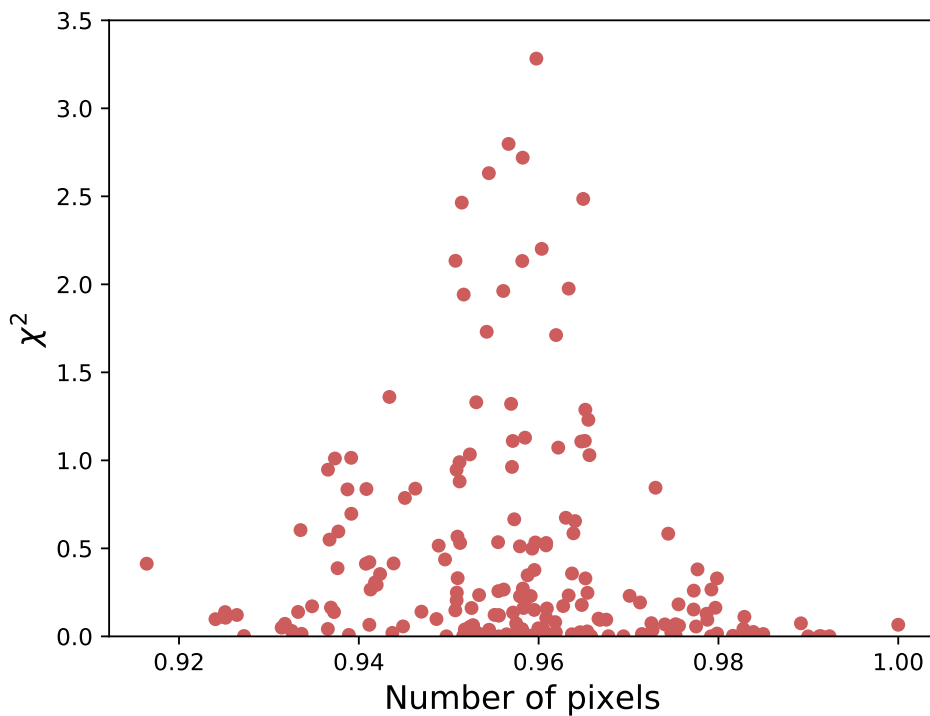


Figura 24 – Dependência dos valores de χ^2 com a fração de pixels válidos dos 192 hemisférios. Fonte: (Marques et al., 2017).

de análises complementares, em pequenas e grandes regiões, cada uma considerando um critério para seleção das regiões. A análise em pequenas regiões consiste em 116 pedaços disjuntos do céu, enquanto que em grandes regiões consiste em 192 hemisférios. Através do cálculo do χ^2 , as duas abordagens identificam algumas regiões do mapa de convergência com variância maior (ou menor) que o esperado pela média das simulações. Os resultados obtidos nos levam às principais conclusões:

- Pela análise local, 8 das 116 regiões estudadas merecem destaque. Elas correspondem à regiões onde o valor da variância se desvia em mais de 2Σ que o esperado pelas simulações. Tais regiões estão localizadas em diferentes partes do céu, sendo duas delas próximas à região galáctica. Assim, não pode ser descartada a possibilidade de indicarem contaminação residual. Em outras palavras, embora não exista uma tensão altamente significativa entre a variância dos dados e a média das simulações, nossa análise identificou regiões que podem estar associadas a alguma contribuição peculiar ao lenteamento ou aos efeitos não contabilizados pelas simulações.
- O mapa de χ^2 obtido a partir da análise hemisférica revela que, ao avaliar regiões grandes do céu, os dados se mostram em grande concordância com as simulações, uma vez que não identificamos discrepância em mais de 2Σ com as simulações. Isso indica que os efeitos responsáveis pelos desvios em pequenas regiões são, de fato, localizados. Entretanto, mesmo que não estatisticamente significativo, é válido

ressaltar que a posição dos centros dos hemisférios com maiores valores de χ^2 , coincidentemente estão concentrados próximo aos pólos eclípticos norte e sul, as quais são regiões que são suscetíveis à erros na modelagem de sistemáticos.

O mapa de convergência revela uma soma do efeito de LGF a partir de estruturas próximas até as mais distantes. Genericamente, nossos resultados podem indicar uma possível contaminação residual na RCF, ou mesmo um vestígio de regiões com sobre-(ou sub-) densidades de matéria. Desta forma, investigações futuras são cruciais não apenas para explorar sobre a origem, mas também sobre a dependência com a escala e redshift e assim, validar se de fato tais sinais são relevantes para o PC. No entanto, estes resultados também podem ser explorados para um melhor entendimento sobre efeitos sistemáticos nos mapas de convergência. Isto porque, os sinais encontrados localmente no mapa de χ^2 são diluídos ao realizar a análise hemisférica, sugerindo a presença de uma contaminação residual local, que poderia ser originada, por exemplo, por uma modelagem incorreta do ruído incluído nas simulações.

Nesse cenário, fica clara a importância de análises complementares às realizadas neste trabalho. Primeiramente, devido ao efeito de LGF ser uma poderosa sonda da estrutura de grande escala em altos redshifts e assim, possibilitar um teste da isotropia estatística do Universo. De fato, de acordo com nossos resultados, este observável parece estar de acordo com o que é esperado pelo modelo Λ CDM. Em segundo lugar, por viabilizar o teste de como o ruído é distribuído nos dados de LGF. Nosso estimador complementa outras análises, ajudando a identificar possíveis sinais adicionais, que podem ser corroborados em análises futuras com outros traçadores da estrutura em grande escala. Além disto, esta comparação entre dados e simulações, em pequenas e grandes regiões, são testes adicionais aos realizados pela colaboração Planck. Ademais, vários trabalhos utilizam o mapa de convergência do Planck combinado a outros observáveis, tomando apenas uma porção específica do céu para ajustar a área coberta pelo *footprint* do levantamento de dados (Kirk et al., 2016; Singh, Mandelbaum & Brownstein, 2016; Liu & Hill, 2015; Hand et al., 2015). É de fundamental importância, então, testar se localmente é possível obter informação cosmológica adicional.

Por fim, nossas análises mostraram que, embora o universo pareça estar de acordo com o princípio da isotropia estatística, isto é, sem aparente direção preferencial, ainda observamos regiões localizadas que merecem análises detalhadas futuras. O escrutínio destas regiões pode nos levar não apenas a explorar uma possível correlação com regiões de alta (ou baixa) densidade no universo, mas também a uma melhor compreensão de como sinais adicionais (para além daquelas consideradas no conjunto de simulações) poderiam estar afetando as análises cosmológicas.

4 Restrição da massa de neutrinos com os Funcionais de Minkowski de LGF

A presença de neutrinos massivos afeta a história de formação das estruturas, deixando impressões em observáveis da estrutura em grande escala do Universo, como em dados de LGF. As análises de LGF geralmente abordam as estatísticas de dois pontos. Entretanto, tais ferramentas são insensíveis à grande quantidade de informações não-Gaussianas contidas no campo de flutuações de densidade. Neste capítulo, investigamos ferramentas sensíveis à não-Gaussianidade, em particular, os Funcionais de Minkowski (FMs), em uma tentativa de recuperar as informações de ordens superiores para restringir a soma da massa dos neutrinos M_ν . Para tal, usamos mapas de convergência das simulações `MassiveNus` e assumimos a distribuição de ruído, densidade e redshift das galáxias para o levantamento do tipo LSST. Mostramos que FMs são sensíveis à M_ν através de características não-Gaussianas do campo de lentes, com uma dependência do *redshift* diferente daquela do espectro de potência. Descobrimos que uma abordagem tomográfica melhora significativamente as restrições de M_ν utilizando os FMs, em comparação com as melhorias para o espectro de potência da convergência. Atribuímos isto à maior dependência dos efeitos dos neutrinos serem em pequenas escalas, bem como os efeitos de não-Gaussianidades. Em seguida, construímos um emulador para modelar o espectro de potência e os FMs e estudamos as restrições de $[M_\nu, \Omega_m, A_s]$ via espectro de potência, dos FMs e suas combinações. Verificamos que, para a convergência de LGF, os FMs superam de maneira significativa o espectro de potência na restrição de M_ν , por mais de um fator de quatro vezes. No entanto, um estudo minucioso dos impactos de sistemáticos, como a física bariônica e os erros dos *redshifts*, será importante para verificar todo o potencial dos FMs.

4.1 Introdução

4.1.1 Neutrinos cosmológicos

Neutrinos são partículas elementares eletricamente neutras que interagem unicamente via interação eletro-fracas e gravitacional. Por serem férmions (spin 1/2), eles podem ser descritos pela distribuição de Fermi-Dirac (Mangano et al., 2005). Uma das características previstas pelo atual modelo cosmológico padrão, é a existência de neutrinos provenientes do Universo primordial. Embora estes neutrinos cósmicos de fundo (NCF) não tenham sido observados diretamente até o momento, é possível detectá-los indiretamente pela concordância das previsões com as observações das abundâncias de elementos

leves, bem como pela análise do espectro de potência das anisotropias da RCF e outros observáveis cosmológicos (Mangano et al., 2011; Pastor, 2007).

Os neutrinos foram produzidos a altas temperaturas por frequentes interações fracas e mantidos em equilíbrio térmico enquanto acoplados ao resto do plasma primordial (partículas relativísticas, como elétrons, pósitrons e fótons) até que esses processos se tornaram ineficazes no curso da expansão do Universo primitivo. À medida que o Universo esfria, a taxa de interação fraca cai abaixo da taxa de expansão e os neutrinos se desacoplam do resto do plasma com uma temperatura $T_{\nu,des} \sim 1\text{MeV}$, portanto ainda no regime relativístico (Dodelson, 2003; Kolb & Turner, 1994). Após se desacoplarem, o restante do plasma, isto é, os fótons da RCF são reaquecidos pela transferência de entropia devido à aniquilação de pares (e^+e^-). Como os neutrinos já haviam sido desacoplados, os mesmos não se beneficiam da transferência de entropia. Consequentemente, a temperatura da RCF hoje é ligeiramente superior à temperatura dos NCF. Através da conservação de entropia é possível calcular a razão entre as duas temperaturas hoje, como sendo $T_\gamma/T_\nu = (11/4)^{1/3} \simeq 1.40102$. Desta forma, a partir da medida precisa do satélite COBE para atual temperatura da RCF, $T_\gamma = (2.725 \pm 0.002)\text{K}$ (Mather et al., 1999; Fixsen et al., 1996), é possível estimar $T_\nu \simeq 1.95\text{K} \simeq 1.68 \times 10^{-4}\text{eV}$.

Neutrinos são partículas totalmente relativísticas no Universo primordial contribuindo assim, como radiação, para a densidade de energia do Universo naquela época. Sua contribuição para o conteúdo total de radiação (ρ_{rad}) pode ser parametrizada em termos do número efetivo de neutrinos N_{eff} , através da relação

$$\rho_{rad} = \rho_\gamma + \rho_\nu = \left[1 + \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} N_{eff} \right] \rho_\gamma, \quad (4.1)$$

onde normalizamos ρ_{rad} pela densidade de energia do fóton, uma vez que o seu valor atual é conhecido a partir da medida da temperatura da RCF. Assim, o parâmetro N_{eff} é definido como sendo a diferença entre a densidade total da radiação e a densidade de energia da RCF, normalizada pela densidade de energia das espécies individuais dos neutrinos. Portanto, N_{eff} leva em consideração qualquer espécie relativística que possa estar presente nos primórdios. Para o modelo cosmológico de melhor concordância com os dados atuais, existem apenas três famílias de neutrinos ativos (ou também chamados de três *sabores* de neutrinos) atribuídos ao múon, ao tau e ao elétron ($\nu_{\mu,\tau,e}$) e $N_{eff} = 3.046$ (Dolgov, 2002; Salas & Pastor, 2016; Mangano et al., 2005). A contribuição adicional $N_{eff} - 3 = 0.046$ no que diz respeito às três famílias pode ser compreendido pelo resultado do tratamento completo do desacoplamento de neutrinos, que leva em consideração o desacoplamento não instantâneo, correções da eletrodinâmica quântica e as oscilações entre as espécies (Sarkar, 1996; Mangano et al., 2005).

Os neutrinos podem ser descritos como uma superposição dos estados físicos dos três sabores (Ahmed et al., 2004; Fukuda et al., 1998b; Becker-Szendy et al., 1992). A

descoberta da oscilação entre os autoestados impôs vínculos sobre a diferença entre o quadrado dos autoestados de massa das três espécies: $\Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2 = 7.37_{-0.44}^{+0.60} \times 10^5 \text{eV}^2$ e $|\Delta m^2| \equiv |m_3^2 - (m_1^2 + m_2^2)/2| = 2.5_{-0.13}^{+0.13} \times 10^{-3} \text{eV}^2$ (Group, Collaboration et al., 2016). Devido ao sinal de Δm^2 ser desconhecido, existem duas possibilidades para a ordem das massas: a hierarquia “normal”, onde $m_1 < m_2 < m_3$, ou a hierarquia “invertida”, onde $m_3 < m_1 < m_2$, com a soma mínima das massas iguais a $M_\nu \equiv \sum m_\nu \geq 0.06 \text{eV}$ e $M_\nu \geq 0.1 \text{eV}$, respectivamente. Entretanto, a soma das massas dos neutrinos permanece sem restrição utilizando apenas experimentos de oscilações de neutrinos.

A história de expansão e formação das estruturas são modificadas pela presença de neutrinos massivos (Wong, 2011). Devido à alta velocidade térmica, neutrinos tendem a suprimir a formação de estruturas, principalmente em pequenas escalas. Como o nível de supressão depende da massa total dos neutrinos, análises utilizando dados da estrutura em grande escala têm sido propostas como uma maneira poderosa para restringir M_ν (Seljak et al., 2005; Lesgourgues & Pastor, 2006).

4.1.2 Neutrinos massivos na Cosmologia

As estruturas em grande escala no Universo, tais como galáxias, aglomerados e super-aglomerados de galáxias, formaram-se devido ao colapso gravitacional de regiões com excesso de densidade, cuja origem está nas perturbações da distribuição de matéria. Atualmente, as propriedades destas estruturas são investigadas principalmente através do espectro de potência da matéria, que por sua vez, é definido como a função de correlação de dois pontos das flutuações da matéria não-relativística,

$$\mathcal{P}_\delta(k, z) = \langle |\delta_m(k, z)|^2 \rangle, \quad (4.2)$$

onde $\delta_m(k, z)$ é a transformada de Fourier de $\delta\rho_m/\bar{\rho}_m$ e que, portanto, depende do comprimento de onda da perturbação, que é diretamente relacionado ao diâmetro da estrutura formada por aquele modo. Normalmente $\mathcal{P}_\delta(k)$ refere-se ao espectro de potência da matéria calculado para os tempos atuais (em $z = 0$). No caso de vários fluidos (por exemplo, matéria escura fria, bárions e neutrinos não-relativísticos), a perturbação total de matéria pode ser expandida como

$$\delta_m = \frac{\sum_i \bar{\rho}_i \delta_i}{\sum_i \bar{\rho}_i}. \quad (4.3)$$

Os NCF ainda eram relativísticos quando desacoplaram do plasma primordial. Uma consequência muito importante deles estarem neste regime, além de suas interações fracas, é o fato dos neutrinos serem dificilmente “capturados” em poços de potencial, apagando estruturas em determinadas escalas. Assim, os neutrinos cosmológicos atuam como dissipadores de perturbações na densidade de matéria do Universo através do efeito chamado de “*free-streaming*” ou livre propagação. Por conseguinte, a forma do espectro de potência da matéria é afetada de maneira dependente do comprimento de onda do *free-streaming*,

sendo isto uma propriedade fundamental para restringir M_ν através de dados cosmológicos.

4.1.2.1 *Free-streaming* dos neutrinos

Após o desacoplamento no Universo primordial, os neutrinos se propagam livremente com alta velocidade característica que, em média, é a velocidade térmica c_ν . De maneira similiar à definição do comprimento de Jeans (ver secção 4.4 em Lesgourgues & Pastor (2006)), para um fluido com velocidade do som c_s constante dominando a expansão do Universo, as equações de continuidade, Euler, Friedmann e Poisson podem ser combinadas na seguinte equação de evolução

$$\delta'' + \frac{a'}{a}\delta' + \left(k^2 - \frac{3a^2H^2}{2c_s^2}\right)c_s^2\delta = 0, \quad (4.4)$$

onde os índices linha representam as derivadas com respeito ao tempo conforme η . Portanto, o comprimento de Jeans representa a escala abaixo da qual a pressão impede o colapso gravitacional no fluido. Por analogia, o comprimento de *free-streaming* é a escala abaixo da qual as partículas não podem ser confinadas em poços potenciais gravitacionais, devido à sua dispersão de velocidade. Podemos definir o número de onda de *free-streaming* e seu correspondente comprimento de onda como

$$k_{FS}(\eta) \equiv \left(\frac{4\pi G\bar{\rho}(\eta)a^2(\eta)}{c_\nu^2(\eta)}\right)^{1/2}, \quad (4.5)$$

$$\lambda_{FS}(\eta) = 2\pi\frac{a(\eta)}{k_{FS}(\eta)} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{c_\nu(\eta)}{H(\eta)}, \quad (4.6)$$

em que η é o tempo conforme. No caso de Jeans, a quantidade c_ν é simplesmente substituída pela velocidade do som c_s de um dado fluido.

Enquanto os neutrinos são relativísticos, ainda na era da radiação, eles viajam na velocidade da luz $c_\nu = c = 1$, de forma que

$$\lambda_{FS} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}H^{-1}, \quad (4.7)$$

isto é, o comprimento de *free-streaming* é dado simplesmente pelo raio de Hubble vezes um fator numérico.

Neutrinos tornam-se não-relativísticos quando seu momento médio $\langle p \rangle$ decai abaixo do valor de sua massa m_ν . Para uma distribuição de Fermi-Dirac com potencial químico desprezível, o momento médio é dado em função da temperatura por $\langle p \rangle = 3.15T_\nu$. Assim, a velocidade c_ν decai da forma

$$c_\nu \equiv \frac{\langle p \rangle}{m_\nu} \simeq \frac{3.15T_\nu}{m_\nu} = \frac{3.15T_\nu^0}{m_\nu} \left(\frac{a_0}{a}\right) \simeq 158(1+z) \left(\frac{1\text{eV}}{m_\nu}\right) \text{km s}^{-1}, \quad (4.8)$$

onde utilizamos acima o valor da temperatura atual dos neutrinos T_ν^0 . Assim, para época em que a matéria ou Λ domina, o comprimento e número de onda de *free-streaming* é dado por

$$k_{FS}(t) = 0.8 \frac{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z)^3}}{(1+z)^2} \left(\frac{m}{1\text{eV}} \right) h Mpc^{-1}, \quad (4.9)$$

$$\lambda_{FS}(t) = 8 \frac{1+z}{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z)^3}} \left(\frac{1\text{eV}}{m} \right) h^{-1} Mpc, \quad (4.10)$$

onde Ω_m e Ω_Λ são as atuais densidades de matéria e energia escura, respectivamente.

No momento da transição do regime relativístico para o não-relativístico, o número de onda de *free-streaming* passa por um mínimo denotado por k_{nr} . Uma aproximação para k_{nr} é encontrada simplesmente conectando o *redshift* de transição $z^{nr} = m_\nu/(3.15T_\nu^0) - 1 = m_\nu/0.53 \text{ meV} - 1$, com a equação 4.9, de forma que

$$k_{nr} = k_{FS}(z^{nr}) \simeq 0.018 \Omega^{1/2} \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right)^{1/2} h Mpc^{-1}, \quad (4.11)$$

assumindo que a transição ocorre durante a era da matéria.

O efeito físico do *free-streaming* é amortecer as flutuações de densidade em pequenas escalas: os neutrinos não podem ser confinados (ou serem mantidos fora) em regiões menores que o comprimento de *free-streaming*, porque nestas escalas, suas velocidades são maiores que a velocidade de escape do poço de potencial gravitacional. Em escalas muito maiores que a escala de *free-streaming* ($k \ll k_{nr}$), os neutrinos se comportam como uma componente de matéria e contribuem para a formação de estruturas.

A figura 25 mostra o impacto dos neutrinos massivos no espectro de potência da matéria: em grandes escalas (isto é, pequenos números de onda k), o efeito da massa dos neutrinos é ínfimo. Em contraste, para pequenas escalas (número de onda grande), o espectro de potência da matéria diminui com o aumento do valor absoluto da massa dos neutrinos. Isto pode ser verificado também no gráfico inferior da figura, em que mostra a razão entre o espectro de potência para o caso Λ CDM sem neutrinos massivos pelos modelos com neutrinos massivos.

A partir de observáveis cosmológicos, o limite superior de M_ν tem sido restringido de maneira cada vez mais precisa. Por exemplo, os dados mais recentes da temperatura, polarização e LGF da RCF, combinadas aos dados de oscilações acústicas bariônicas (da sigla em inglês, BAO) impõem o limite superior em $M_\nu < 0.12 \text{ eV}$ (em 95% NC) (Aghanim et al., 2018a). Este valor, em breve, será significativamente melhorado pelos dados dos futuros levantamentos de galáxias, como o LSST, WFIRST¹ e Euclid², além de

¹ <http://wfirst.gsfc.nasa.gov>

² <http://sci.esa.int/euclid>

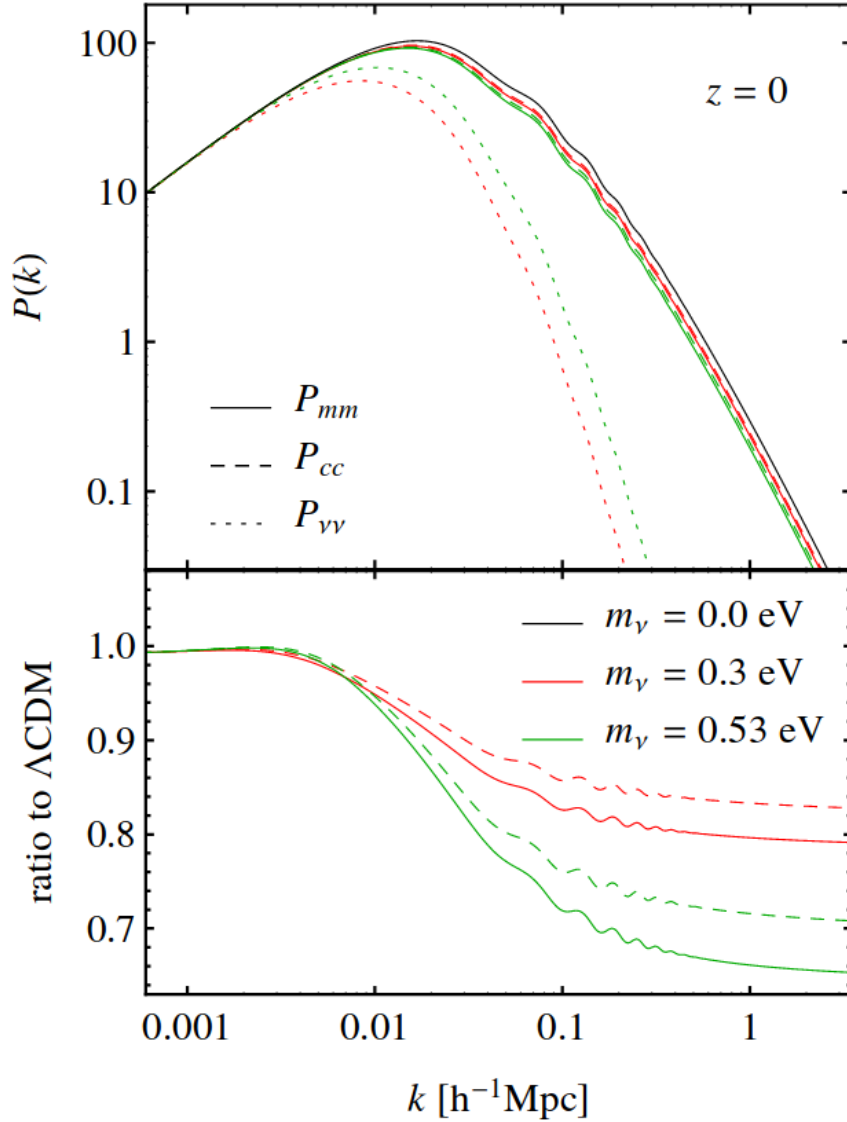


Figura 25 – Gráfico superior: Espectro de potência da matéria com neutrinos massivos em $z = 0$. A linha contínua representa o espectro de potência total (P_{mm}), enquanto as linhas tracejadas representam a contribuição apenas de matéria escura fria (P_{cc}) e as linhas pontilhadas o correspondente para a contribuição dos neutrinos massivos ($P_{\nu\nu}$). A linha sólida preta representa o modelo ΛCDM sem neutrinos massivos e as linhas vermelha e verde representam modelos de neutrinos massivos com $M_\nu = 0.3$ e 0.53eV , respectivamente. Gráfico inferior: Razão entre P_{mm} (ou P_{cc}) e o espectro de potência ΛCDM sem neutrinos massivos. Todos os modelos possuem os mesmos valores dos parâmetros cosmológicos restantes de acordo com (Planck Collaboration et al., 2014).

levantamentos da RCF como por exemplo, o *Simons Observatory*³ e CMB-S4⁴ (Abazajian et al., 2016). É esperado que parte das melhorias nas restrições de M_ν sejam provenientes de dados de LGF (Bartelmann & Schneider, 2001; Hoekstra & Jain, 2008). Na última década, várias pesquisas pioneiras de LGF obtiveram restrições estatisticamente significantes para a Cosmologia (Heymans et al., 2012; Hildebrandt et al., 2016; Mandelbaum, 2017; Abbott et al., 2018).

Até o momento, as análises de LGF são majoritariamente realizadas utilizando estatísticas de segunda-ordem, isto é, a função de correlação de dois pontos, no espaço real, ou o espectro de potência, no espaço de Fourier. Se o campo for Gaussiano, a estatística de dois pontos é suficiente para capturar todas as informações do campo. Porém, a forma que a matéria se aglomera em pequenas escalas é altamente não-linear e não-Gaussiana. Além disto, as assinaturas deixadas pelos neutrinos massivos também são predominantes em pequenas escalas. Assim, é necessário empregar ferramentas estatísticas sensíveis à não-Gaussianidade para capturar todas as informações contidas no campo e potencialmente restringir M_ν e outros parâmetros cosmológicos.

Neste capítulo, nós fazemos uma previsão das restrições de M_ν em dados simulados de LGF considerando as informações não-Gaussianas esperadas nos mapas. Em particular, utilizamos os Funcionais de Minkowski (FMs). Os FMs são um conjunto de descritores morfológicos, primeiramente introduzido na Cosmologia por Mecke, Buchert & Wagner (1994) e desde então, é utilizado principalmente como uma ferramenta para detectar desvios de Gaussianidade (Hikage, Komatsu & Matsubara, 2006; Park et al., 2005; Komatsu et al., 2009; Ducout et al., 2012; Novaes et al., 2014; Novaes et al., 2015; Novaes et al., 2018; Planck Collaboration, 2016). Análises de dados usando FMs (Petri et al., 2015; Shirasaki & Yoshida, 2014) e simulações de LGF (Munshi et al., 2016; Fang, Li & Zhao, 2017) indicaram que os FMs são potencialmente mais sensíveis que as estatísticas de dois pontos para restringir Ω_m (densidade de matéria) e σ_8 (r.m.s da flutuação de matéria linear na escala de 8 Mpc/h), especialmente quando dados em múltiplos *redshifts* e escalas de suavização são combinadas (Kratovichil et al., 2012).

Em uma série de artigos complementares, também foram investigadas outras estatísticas não-Gaussianas, incluindo o biespectro (Coulton et al., 2018), a distribuição de probabilidade (Liu & Madhavacheril, 2018) e a estatística de picos (Li et al., 2018), indicando uma melhoria na restrição de M_ν comparado ao espectro de potência de 32%, 35% and 39%, respectivamente. Motivados por estas descobertas, realizamos um estudo detalhado dos FMs e do espectro de potência em mapas de LGF simulados com características do *Large Synoptic Survey Telescope (LSST)*, a fim de verificar as restrições de M_ν . Para tal, utilizamos mapas de convergência do conjunto *Cosmological Massive Neutrino*

³ <https://simonsobservatory.org>

⁴ <https://cmb-s4.org/>

Simulations (MassiveNuS)⁵, que incluem 101 cosmologias com três parâmetros cosmológicos variáveis, M_ν , Ω_m e A_s (amplitude do espectro de potência primordial) e 5 *bins* de *redshift* entre $z_F=0.5-2.5$. Nós construímos um emulador para estabelecer os FMs para parâmetros cosmológicos arbitrários e utilizamos o método de *Markov chain Monte Carlo* para restringir os parâmetros. Nós investigamos as restrições para cada um dos FMs, adicionando informação da evolução (isto é, da tomografia versus um único *redshift*) e da combinação do espectro de potência com os FMs.

Este capítulo é organizado da seguinte maneira: Primeiramente, nós revisamos o formalismo do espectro de potência e dos FMs na seção 4.2. Em seguida, descrevemos o conjunto MassiveNuS na seção 4.3 e nossas análises na seção 4.4. Apresentamos nossos resultados e discutimos suas implicações na seção 4.5. Finalmente, as conclusões estão dispostas em 4.6.

4.2 Formalismo

4.2.1 Espectro de potência da convergência

Os estudos de LGF comumente utilizam a estatística de dois pontos para restringir informações cosmológicas. Neste trabalho, utilizamos a transformada de Fourier da função de correlação de dois pontos, isto é, o espectro de potência (EP).

Como abordado anteriormente, o EP da convergência para uma fonte localizada no *redshift* z_F e com distribuição de galáxias $dn(z_F)/dz_F$ é dado por

$$C_\ell^\kappa = \int_0^{z_F} \frac{H(z)}{c\chi^2(z)} W^2(z) P\left(k = \frac{\ell}{\chi(z)}, z\right) dz, \quad (4.12)$$

onde $W(z)$ é dado pela equação 2.41.

4.2.2 Funcionais de Minkowski

Os Funcionais de Minkowski (FMs) são descritores morfológicos amplamente utilizados no estudo de campos com flutuações aleatórias. Propriedades morfológicas são definidas como aquelas que permanecem invariantes sob rotação e translação (Hadwiger, 1957; Hikage et al., 2008; Mecke, Buchert & Wagner, 1994; Ducout et al., 2012). De acordo com o Teorema de Hadwiger (Hadwiger, 1957), as propriedades morfológicas para um dado campo aleatório no espaço de D -dimensões pode ser completamente caracterizado por um conjunto de $D + 1$ funcionais. Para o campo de convergência bidimensional

⁵ Os produtos de MassiveNuS, incluindo os *snapshots*, catálogos de halo, mapas de galáxia e convergência estão publicamente disponíveis em <http://ColumbiaLensing.org>.

\mathbb{S}^2 , existem 3 FMs: a área V_0 , perímetro V_1 e genus V_2 , definidos como

$$V_0(\nu) \equiv \frac{1}{A} \int_{\Sigma(\nu)} da, \quad (4.13)$$

$$V_1(\nu) \equiv \frac{1}{4A} \int_{\partial\Sigma(\nu)} dl, \quad (4.14)$$

$$V_2(\nu) \equiv \frac{1}{2\pi A} \int_{\partial\Sigma(\nu)} \mathcal{K} dl, \quad (4.15)$$

onde da e dl denotam respectivamente os elementos de superfície de \mathbb{S}^2 e o elemento de linha. Os FMs são definidos em uma região conexa $\Sigma(\nu) = \{\kappa > \nu\sigma_0\}$, isto é, o conjunto de pixels onde os valores de κ excedem o limiar $\nu\sigma_0$, onde σ_0 é o desvio padrão do campo e, pelo contorno da região conexa $\partial\Sigma(\nu) = \{\kappa = \nu\sigma_0\}$.

O primeiro funcional, V_0 , descreve a área coberta pela região conexa, equivalentemente à função de distribuição cumulativa. O segundo, V_1 , descreve o comprimento do contorno da região conexa. O terceiro, V_2 , descreve o número total de regiões conectadas acima do limiar (“ilhas”), menos os que estão abaixo (“vales”), ou a integral da curvatura geodésica \mathcal{K} ao longo de $\partial\Sigma$. Para detalhes do cálculo destas quantidades, vide [Schmalzing & Górski \(1998\)](#).

Os FMs capturam informações estatísticas em todas as ordens de correlação, tornando-se assim, uma ferramenta poderosa na busca por diferentes amplitudes e tipos de sinais não-Gaussianos ([Hikage et al., 2008](#)). Além disto, diferentemente de outros aferidores sensíveis às não-Gaussianidades, como as funções de correlação de altas ordens que são definidas no espaço dos harmônicos, os FMs são estatísticas realizadas no espaço real (de pixels), o que faz com que o cálculo seja otimizado em termos computacional.

No caso da descrição de campos Gaussianos (CG), os FMs podem ser calculados analiticamente ([Tomita, 1986](#); [Matsubara, 2010](#)). Para o caso bidimensional, o funcional V_k com $k = 0, 1, 2$, pode ser escrito em função de $v_k(\nu)$ e da amplitude A_k

$$V_k(\nu) = A_k v_k(\nu), \quad (4.16)$$

onde

$$v_k(\nu) = e^{-\nu^2/2} H_{k-1}(\nu), \quad (4.17)$$

em que H_k é o k -polinômio de Hermite,

$$H_k(\nu) = e^{\nu^2/2} \left(-\frac{d}{d\nu} \right)^k e^{-\nu^2/2}, \quad (4.18)$$

$$H_{-1}(\nu) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\nu}{\sqrt{2}} \right). \quad (4.19)$$

A amplitude A_k é completamente definida pelos momentos estatísticos σ_0 e σ_1 , da forma

$$A_k(\nu) = \frac{1}{(2\pi)^{(k+1)/2}} \frac{\omega_2}{\omega_{2-k}\omega_k} \left(\frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0} \right)^k, \quad (4.20)$$

em que $\omega_k \equiv \pi^{k/2}/\Gamma(k/2 + 1)$, sendo Γ a função gama. Desta forma, para o caso 2D: $\omega_0 = 1$, $\omega_1 = 2$ e $\omega_2 = \pi$. Para um campo com média zero, os momentos estatísticos $\sigma_0^2 = \langle \kappa^2 \rangle$ e $\sigma_1^2 = \langle |\nabla \kappa|^2 \rangle$, também podem ser calculados pelo espectro de potência do campo C_ℓ e pela transformada de Fourier do filtro de suavização b_ℓ ,

$$\sigma_j = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1)[\ell(\ell + 1)]^j C_\ell b_\ell^2 \quad ; \quad j = 0, 1, \dots \quad (4.21)$$

A precisão das previsões analíticas para CG foi validada por testes utilizando simulações, ver por exemplo (Kratochvil et al., 2012). No entanto, para campos altamente não-lineares, como os esperados para os próximos levantamentos de LGF com resolução em pequenas escalas angulares, tais equações analíticas não são suficientes. Portanto, usaremos simulações numéricas produzidas para estudar o comportamento dos FMs.

4.3 Simulações

Neste capítulo, utilizamos mapas de convergência do conjunto *Cosmological Massive Neutrino Simulations* (**MassiveNus**). Nesta seção, descrevemos brevemente a configuração das simulações de N-corpos e a aplicação do método de *ray-tracing*. Mais detalhes sobre a validação e testes de precisão do código podem ser encontradas em Liu et al. (2018).

4.3.1 Simulações MassiveNus

O conjunto **MassiveNus** consiste em simulações de mapas de convergência obtidos a partir do método de N-corpos e *ray-tracing* para um total de 100 cosmologias *tipo* Λ CDM. É considerada a variação dos três parâmetros cosmológicos: a massa total dos neutrinos M_ν , a atual densidade de matéria $\Omega_m = \Omega_c + \Omega_b + \Omega_\nu$ e a amplitude do espectro de potência primordial A_s . Assumimos o universo plano, onde $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ e fixamos o parâmetro de Hubble-Lemaître $h = 0.7$, o índice espectral $n_s = 0.97$, a densidade de matéria bariônica $\Omega_b = 0.046$ e o parâmetro da equação de estado da energia escura $w = -1$. Além disto, consideramos a hierarquia normal para massa dos neutrinos, $m_1 < m_2 < m_3$.

Para maximizar a eficiência da amostragem do nosso espaço paramétrico multidimensional, utilizamos o algoritmo *Latin Hyper Cube*, seguindo o artigo de Heitmann et al. (2009). O objetivo é espalhar os pontos dentro das fronteiras de maneira mais uniforme possível. Para fazer isto, consideramos um cubo de comprimento igual a 1, em cada um dos lados. Em seguida, distribuimos 100 pontos igualmente espaçados ao longo da linha

que conecta as coordenadas $[0, 0, 0]$ e $[1, 1, 1]$. Escolhemos aleatoriamente 2 pontos (x_i, x_j) e uma coordenada $d \in [1, 2, 3]$ e trocamos suas coordenadas em d , ou seja, $x_i^d \leftrightarrow x_j^d$. Para o novo design \mathcal{D} , após cada ocorrência, calculamos a função de custo,

$$\mathcal{C}(\mathcal{D}) = \frac{2d^{1/2}}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N \sum_{j=i+1}^N \frac{1}{|x_i - x_j|}, \quad (4.22)$$

onde d é a dimensão do espaço paramétrico e N é o número de pontos da amostragem (neste trabalho, $d = 3$ e $N = 100$). Repetimos esse processo e aceitamos a troca de coordenadas apenas se o novo custo for menor do que o anterior, para 10^4 iterações.

Realizamos então a transformada inversa da amostragem para converter a amostra uniforme dos pontos em distribuições Gaussianas centradas em $\Omega_m = 0.3$ e $A_s = 2.1 \times 10^9$ e a metade de uma distribuição normal, centrada em $M_\nu = 0.06$ eV (valor mínimo para a soma das massas) e estendemos a valores que incluem os erros estimados para os futuros levantamentos de dados, como para o LSST, *Euclid*, *Simons Observatory* e CMB-S4. Estabelecemos o conjunto $M_\nu = 0.1$ eV, $\Omega_m = 0.3$ e $A_s = 2.1 \times 10^9$, como a cosmologia fiducial para nossas análises. A este conjunto, denominaremos a partir daqui, de modelo fiducial massivo.

Além das 100 cosmologias, adicionalmente consideramos o caso em que os neutrinos possuem massa total nula $M_\nu = 0.0$ eV, enquanto mantemos Ω_m e A_s como no modelo fiducial. O total de pontos amostrados no espaço paramétrico (100 cosmologias com diferentes valores de massa dos neutrinos + 1 sem massa) é mostrada na figura 26. O modelo fiducial massivo é destacado como o ponto em vermelho, enquanto que o caso sem massa é destacado em verde. O intervalo total da amostragem considerada é $M_\nu = [0.0, 0.62]$ eV, $\Omega_m = [0.18, 0.42]$, e $A_s \times 10^9 = [1.29, 2.91]$.

As simulações de N-corpos foram geradas com o código *tree-Particle Mesh Gadget-2*⁶ (Springel, 2005), com um tamanho de caixa de 512 Mpc/h e 1024^3 partículas de matéria escura fria. A evolução da densidade de neutrinos é levada em consideração pelo algoritmo de resposta linear `k-space neutrinos` (Ali-Haïmoud & Bird, 2012; Bird et al., 2018). As simulações captam o impacto de neutrinos massivos no crescimento das estruturas a uma precisão de $k < 10$ h/Mpc.

Os mapas de convergência são gerados para 5 *bins* de *redshift* de fontes de galáxias, $z_F = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$, utilizando o código público de *ray-tracing LensTools* (Petri, 2016). Para tal, as caixas das simulações de N-corpos são “fatiadas” em 4 planos paralelos, cada um com uma espessura de 180 Mpc (ou 126 Mpc/h, comparada ao tamanho total da caixa de 512 Mpc/h). Aplicando isto em todas as 3 dimensões, é possível gerar 12 planos em cada *snapshot*, isto é, em cada *redshift* de interesse. Desta forma, as partículas de cada plano 3D são projetadas em um plano de densidade 2D, perpendicular à linha-de-visada do observador. Cada um dos planos bidimensional possui resolução de 4096×4096

⁶ <http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget>

pixels. O potencial gravitacional é então, calculado via equação de Poisson. Em seguida, as trajetórias dos raios de luz são traçadas nestes planos, desde $z = 0$ até o *redshift* da fonte. Entre os planos, os raios de luz viajam em linhas retas e são defletidos apenas no plano (plano da lente). Assim, o ângulo de deflexão e a convergência são calculados, a partir da primeira e segunda derivadas do potencial gravitacional, respectivamente. Durante este procedimento, não é assumido aproximação de pequenos ângulos ou que os raios de luz se propagam em geodésicas não-perturbadas (Hilbert et al., 2009; Petri, Haiman & May, 2017a; Petri, Haiman & May, 2017b). Finalmente, para cada uma das 101 cosmologias, foram criados 10000 mapas de convergência. Estas diferentes realizações foram geradas pela rotação e pelo deslocamento aleatório dos cubos das simulações.

A fim de evitar correlações entre o ruído do “dado” (que assumiremos como o modelo fiducial massivo) e a covariância (Carron, 2013), simulamos também um conjunto adicional de 10000 mapas, gerados com mesmos parâmetros cosmológicos que o caso não-massivo ($M_\nu = 0.0$, $\Omega_m = 0.3$, $A_s = 2.1 \times 10^{-9}$) porém, com condições iniciais diferentes. Cada um dos mapas possui 512^2 pixels e $12.2^{\circ 2}$ de tamanho. As simulações de N-corpos, bem como os mapas de lentes foram gerados e armazenados pelo projeto *Skies & Universes*, hospedado pela *New Mexico State University* (EUA) e pelo Instituto de Astrofísica de Andalucia CSIC (ES).

4.3.2 Mapas de convergência para o LSST

A partir dos dados futuros do levantamento LSST, será possível estudar o efeito de LGF com alta precisão. Após as simulações dos mapas de convergência serem geradas, incluímos algumas características adaptados ao LSST. Para tal, seguimos as configurações descritas em LSST Science Collaboration (2009), com a densidade total do número de galáxias igual a $n_{gal} = 50 \text{ arcmin}^{-2}$ e com distribuição de *redshift* das fontes

$$n(z) \propto z^2 \exp(-2z). \quad (4.23)$$

Assumindo o intervalo de *redshift* $\Delta z_F = 0.5$ para cada um dos campos de convergência em $z_F = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$, obtemos $n_{gal} = 8.83, 13.25, 11.15, 7.36, 4.26 \text{ arcmin}^{-2}$, respectivamente. Nós descartamos as galáxias em $z_F < 0.25$ e $z_F > 2.75$, resultando em uma densidade total um pouco menor que o esperado para o LSST, igual a $44.85 \text{ arcmin}^{-2}$.

Para avaliar a utilidade da tomografia, ou seja, da análise conjunta dos mapas em múltiplos *redshifts*, também consideramos um conjunto de 10000 mapas em um único *redshift* $z_F = 1.0$, porém, com densidade de galáxia equivalente à soma dos 5, ou seja, $44.85 \text{ arcmin}^{-2}$.

Adicionamos ruído à cada pixel dos mapas, a partir de uma distribuição Gaussiana centrada em zero e com variância

$$\sigma_{ruído}^2 = \frac{\langle \sigma_\lambda^2 \rangle}{n_{gal} \Delta \Omega}, \quad (4.24)$$

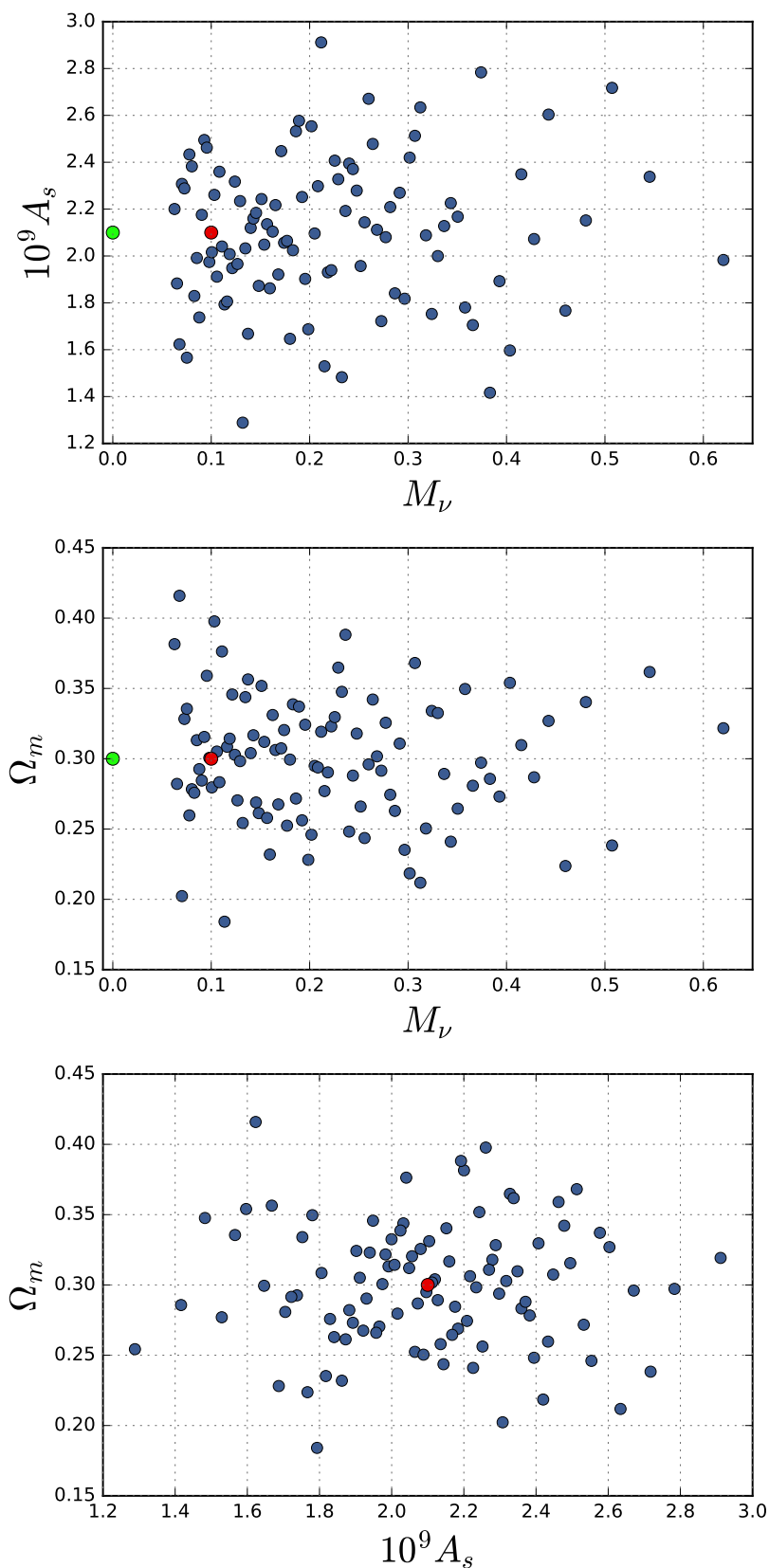


Figura 26 – Amostragem dos parâmetros cosmológicos do conjunto de simulações: 100 cosmologias com neutrinos massivos e adicionalmente 1 sem massa. Os pontos destacados em vermelho e verde representam respectivamente, o modelo massivo ($M_\nu = 0.1\text{eV}$) e sem massa ($M_\nu = 0.0\text{eV}$), ambos com $\Omega_m = 0.3$ e $A_s = 2.1 \times 10^9$. É assumido um universo plano e os outros parâmetros cosmológicos são fixos em $h = 0.7$, $n_s = 0.97$, $\Omega_b = 0.046$ e $w = -1$.

onde $\Delta\Omega = 0.17 \text{ arcmin}^2$ é o ângulo sólido do pixel e $\sigma_\lambda = 0.35$ é o ruído da elipticidade devido às variações do formato intrínseco das galáxias e de suas orientações aleatórias no céu. Para cada realização, os mapas dos cinco *redshifts* estão correlacionados em sinal, já que os raios de luz passam pela mesma estrutura em grande escala, mas não estão correlacionados em ruído.

Após a adição de ruído, suavizamos os mapas aplicando uma janela Gaussiana da forma

$$W_G(\theta) = \frac{1}{2\pi\theta_G^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\theta_G^2}\right), \quad (4.25)$$

onde a escala de suavização θ_G é 1 arcmin e θ é a posição do pixel.

4.4 Análises

4.4.1 Medidas estatísticas

O espectro de potência e os três FMs são calculados para o total de 101 (cosmologias) \times 5 (*redshifts*) \times 10000 (realizações) mapas de convergência. O espectro de potência C_ℓ^k , é então, calculado em 25 *bins* logaritmicamente espaçados no intervalo $300 < \ell < 5000$.

Os três FMs são medidos sobre 50 *bins* uniformemente espaçados, entre $\nu = -6.0$ e $\nu = 6.0$, em unidades de desvio padrão do ruído, $\sigma_{\text{ruído}} = [0.034, 0.027, 0.030, 0.037, 0.048]$ para $z_F = [0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5]$, respectivamente. Para o caso do único *redshift* em $z_F = 1.0$ o desvio padrão é $\sigma_{\text{noise}} = 0.0157$.

Os valores dos FMs nos extremos (isto é, nas caudas da distribuição), embora possam conter informações adicionais, são muito ruidosas para serem modeladas com precisão dentro da limitação computacional. Portanto, em nossas análises, descartamos os primeiros e últimos *bins* da distribuição. Especificamente, removemos as caixas extremas com valor absoluto menor que 5% do valor máximo total do FMs. Para V_0 , convertemos a distribuição em função de probabilidade antes de aplicar este critério.

4.4.2 Emulador

Para modelar cada uma das estatísticas em um ponto arbitrário no espaço de parâmetros, construímos um emulador baseado na interpolação dos FMs e do EP dos mapas com ruído para todas as cosmologias (Figura 26). Para tal, utilizamos o algoritmo de Processos Gaussianos (PG) implementado pelo pacote `scikit-learn`⁷.

O método de PG é uma técnica para interpolar funções em uma grade irregular, minimizando artefatos relacionado ao agrupamento de pontos da amostra no espaço pa-

⁷ <http://scikit-learn.org>

ramétrico. PG utiliza não apenas o valor da média das simulações em cada ponto, mas também o desvio padrão calculado sobre as 10000 realizações.

Nós testamos a validade e a precisão da interpolação da seguinte maneira: Primeiramente, escolhemos uma das cosmologias para ser o ponto de teste, p_0 , e utilizamos as 100 cosmologias restantes para construir o emulador. Neste caso, escolhemos o modelo fiducial massivo $p_0 = [M_\nu, \Omega_m, A_s] = [0.1, 0.3, 2.1 \times 10^9]$ como o ponto de teste. Para cada uma das estatísticas, comparamos o resultado do emulador no ponto paramétrico do modelo de teste com o seu valor atual. Os quatro gráficos da figura 27 mostram a comparação do emulador em p_0 (pontos azuis) com o valor real (linha sólida preta) do conjunto de V_0 (gráfico superior esquerdo), V_1 (gráfico superior direito), V_2 (gráfico inferior esquerdo) e C_ℓ^κ (gráfico inferior direito). A diferença entre o emulador em p_0 e o seu correspondente valor real, dividido pelo desvio padrão das 10000 realizações do modelo fiducial é representado pela linha vermelha nos gráficos inferiores, para cada uma das estatísticas. Tanto para os funcionais de Minkowski quanto para o espectro de potência, o valor resultante do PG é consistente ao valor real do modelo massivo, com desvios significativamente menores que o erro estatístico devido ao ruído. Este resultado também é obtido considerando outros modelos de teste, isto é, se escolhermos outros valores de p_0 .

4.4.3 Matriz de covariância

Utilizamos o conjunto independente de $N_r = 10000$ realizações do modelo fiducial de neutrino sem massa para calcular a matriz de covariância,

$$C_{ij} = \frac{1}{N_r - 1} \sum_{n=1}^{N_r} (d_i^n - \langle d_i \rangle)(d_j^n - \langle d_j \rangle), \quad (4.26)$$

onde d_i^n denota o *bin*- i e a realização- n para o descritor estatístico d , no qual pode se tratar do EP, um dos FMs, ou da combinação deles, no caso da análise conjunta. Enquanto os mapas simulados possuem 12.25 graus², o LSST irá cobrir cerca de 2×10^4 graus² do céu (LSST Science Collaboration, 2009). Para levar em consideração esta diferença de cobertura do céu, nós multiplicamos a covariância pela razão $12.25/(2 \times 10^4)$.

A figura 28 mostra os coeficientes de correlação da matriz de covariância dos três FMs e do espectro de potência (nas figuras, denominado como “PS”), para os 5 *redshifts*, para os mapas sem ruído (acima) e com ruído (abaixo),

$$\rho_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii}C_{jj}}}, \quad (4.27)$$

onde i e j indicam o número do *bin*. O número total de *bins* são diferentes para os mapas com e sem ruído, devido ao critério de seleção dos FMs. No caso sem ruído (com ruído), temos 70, 53, 53 e 125 (70, 120, 130 e 125) *bins* para V_0 , V_1 , V_2 e EP, respectivamente. Para cada bloco de cada estatística, há 5 sub-blocos representando os 5 *bins* de *redshift*.

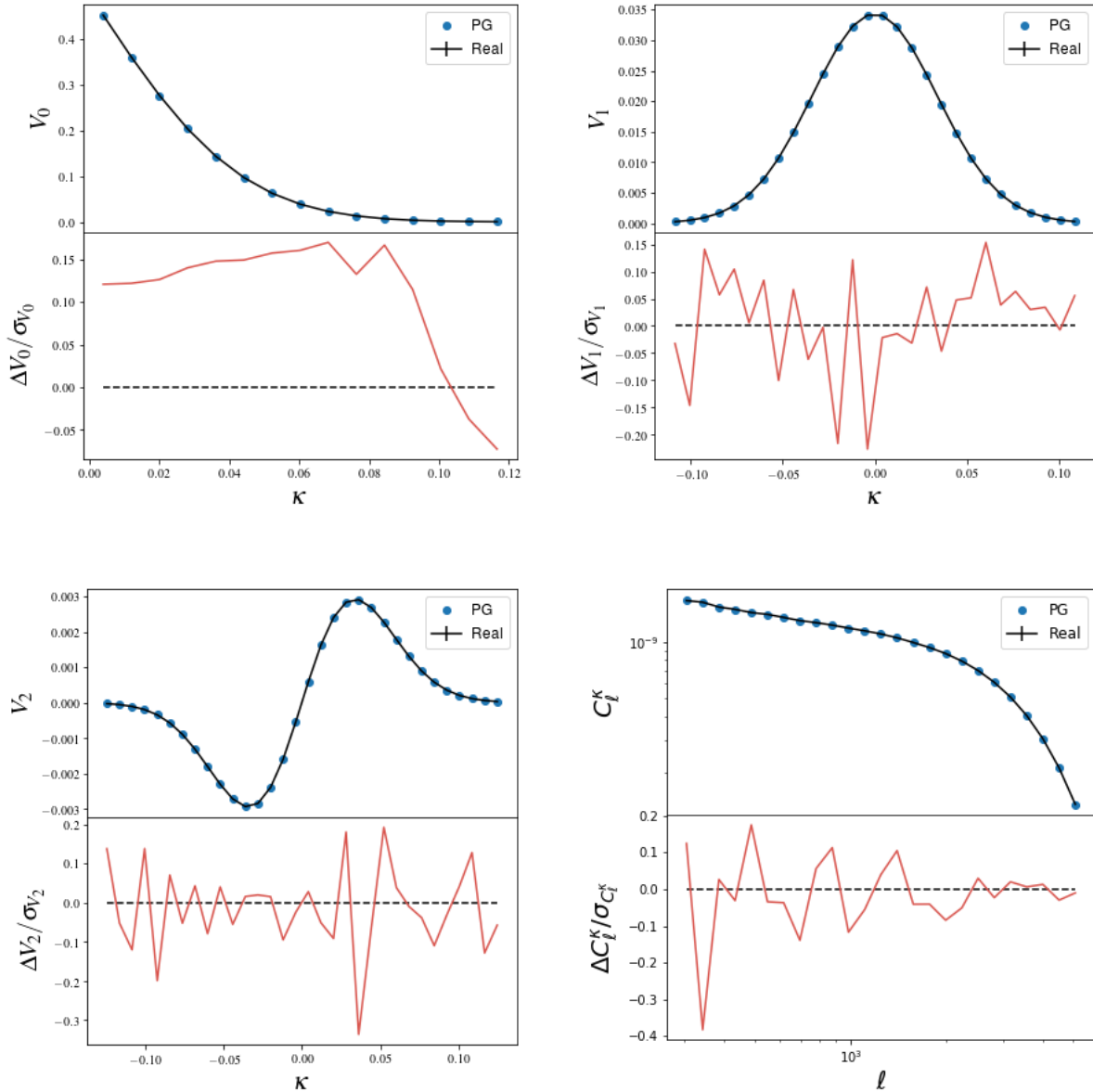


Figura 27 – Ilustramos como exemplo a precisão da interpolação para V_0 (gráfico superior esquerdo), V_1 (gráfico superior direito), V_2 (gráfico inferior esquerdo) e EP (gráfico inferior direito). As curvas sólidas pretas mostram as quantidades reais para a média do modelo fiducial massivo com parâmetros p_0 , enquanto os pontos em azuis mostram a interpolação usando PG, baseada nas outras 100 cosmologias restantes. As linhas vermelhas nos gráficos inferiores, mostram a diferença entre a média do modelo massivo e a interpolação, dividido pelo desvio padrão das 10000 realizações.

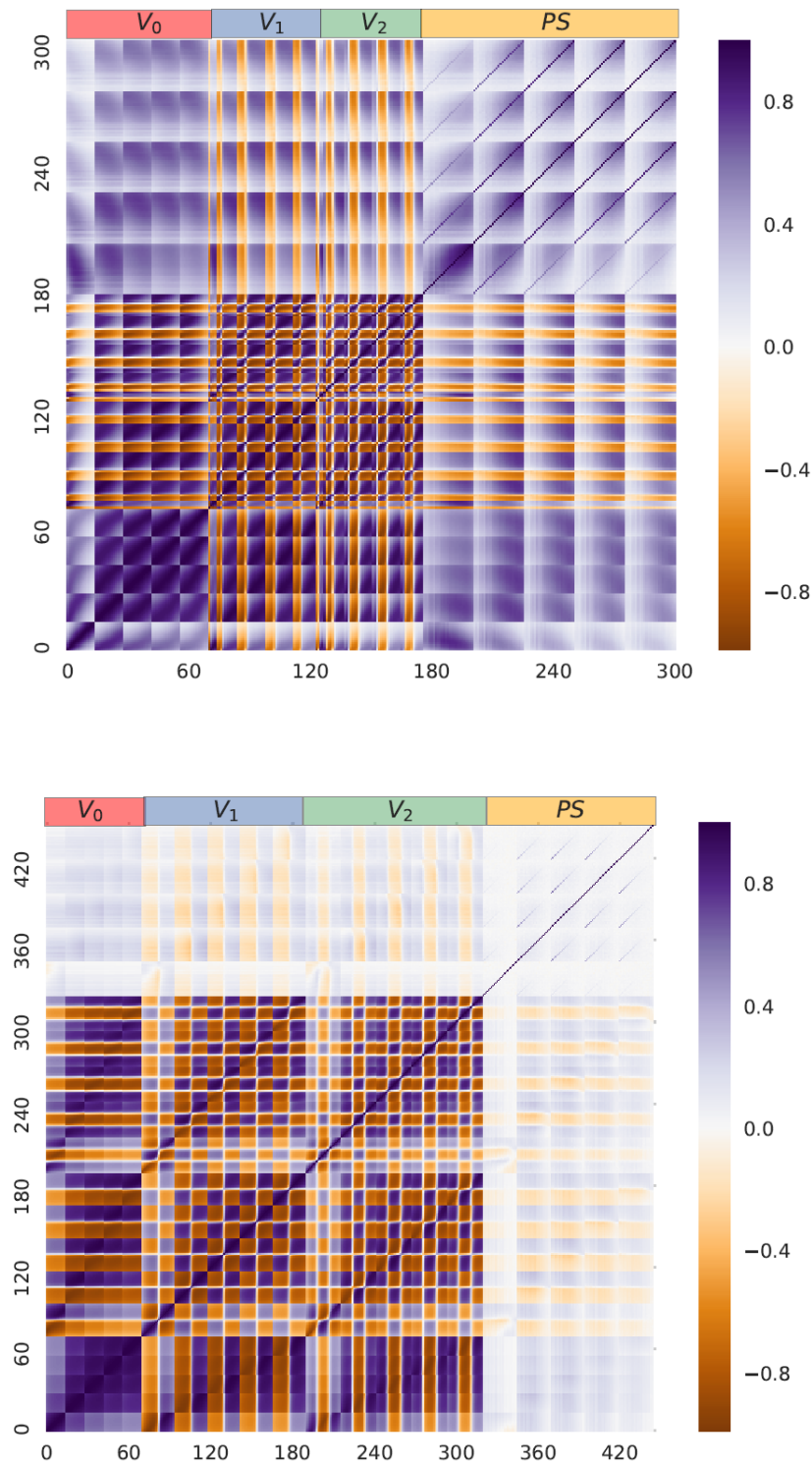


Figura 28 – Coeficientes de correlação da matriz de covariância total para os mapas sem ruído (acima) e com ruído (abaixo) para os três FMs (V_0 , V_1 , V_2) e o espectro de potência (denominado “PS” na figura). Para cada um dos 4 blocos de cada estatística, há 5 sub-blocos representando os 5 *bins* de *redshift*. A covariância cruzada (termos fora da diagonal principal) mostra correlações não-triviais, as quais são incluídas na análise de verossimilhança. Fonte: (Marques et al., 2019).

Para o EP dos mapas sem ruído, a contribuição dos termos fora da diagonal principal é maior para baixos *redshifts* e crescente com os multipolos ℓ . Tal comportamento é significativamente reduzido ao incluir ruído. Entretanto, os FMs mostram componentes fora da diagonal tanto para o caso sem, quanto o caso com ruído, indicando a existência de correlações entre os *bins* e mostrando a importância em modelar a covariância completa para os FMs e para a análise conjunta.

4.4.4 Estimativa dos parâmetros

De acordo com o teorema de Bayes, a *posteriori* de um conjunto de parâmetros $\boldsymbol{\theta} = [\Omega_m, A_s, M_\nu]$ para um determinado dado $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_i]$, é calculado por

$$P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \frac{P(\boldsymbol{\theta})P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{x})}, \quad (4.28)$$

onde $P(\boldsymbol{\theta})$ é a *priori*, $P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ é a função de verossimilhança e $P(\mathbf{x})$ é a normalização. Assumindo uma função de verossimilhança Gaussiana,

$$P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x}_i - \mu_i(\boldsymbol{\theta})) C_{ij}^{-1} (\mathbf{x}_j - \mu_j(\boldsymbol{\theta})) \right], \quad (4.29)$$

onde $\boldsymbol{\mu}$ é a predição para um conjunto de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$, dado pelo emulador. Assumimos o “dado observado”, \mathbf{x} , como sendo a média da estatística de interesse do modelo fiducial massivo.

Embora a covariância calculada a partir das simulações (equação 4.26) não é enviesada, sua inversa pode ser enviesada devido ao número limitado de realizações. Corrigimos a inversa da covariância de acordo com Hartlap, Simon & Schneider (2007),

$$C^{-1} = \frac{N_r - N_b - 2}{N - 1} C_*^{-1}, \quad (4.30)$$

onde N_b é o número de *bins*, $N_r=10000$ é o número de realizações e C_* é a covariância calculada a partir das simulações. Adotamos que covariância é independente da cosmologia, uma vez que $dC/d\boldsymbol{\theta}$ é pequeno e assim, podemos assumir uma verossimilhança Gaussiana (Carron, 2013).

Calculamos a *posteriori* utilizando o método de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) (Foreman-Mackey et al., 2013). Para tal, usamos uma *priori* plana e assumimos M_ν com valores maiores ou iguais a zero. Nossos resultados são estáveis sob diferentes tamanhos de cadeias e considerando diferentes posições dos caminhantes.

4.5 Resultados

4.5.1 Assinatura dos neutrinos nos FMs

Com o intuito de entender o efeito dos neutrinos massivos na assinatura dos FMs e conseqüentemente, na estrutura em grande escala, nós comparamos a média dos FMs

do modelo massivo com a média do modelo sem massa, isto é, para $M_\nu = 0.1$ eV e $M_\nu = 0.0$ eV, mantendo todos os outros parâmetros cosmológicos fixos com mesmo valor, em ambos os casos. A evolução da média de V_0 , V_1 e V_2 por *redshift*, bem como a diferença relativa entre os modelos massivo e sem massa, são dispostos na figura 29. Também está disposto o caso sem ruído (linha superior) e com ruído (linha inferior). Incluímos também os erros (68% N.C.) adaptados ao LSST nas curvas sombreadas. Ilustrativamente, o efeito dos neutrinos massivos podem ser vistos na figura 30, onde mostramos a região conexa de um mapa de convergência com dois limites, $\kappa=0.03$ (gráfico do meio) e $\kappa_{th}=-0.01$ (gráfico à direita), para os dois modelos fiduciais.

Focando no caso sem ruído, onde os efeitos físicos são mais transparentes, encontramos que os neutrinos massivos suprimem os valores altos de κ em V_0 , que pode ser associado com os halos de matéria escura mais massivos no universo. Tal característica corrobora com a expectativa que os neutrinos massivos suprimem o crescimento das estruturas em grande escala. De maneira similar, para o modelo massivo em altos valores de κ , poucas regiões satisfazem o limiar, resultando em um menor valor do perímetro, V_1 , em torno destas regiões. Além disto, um menor número de “ilhas” é encontrado, isto é, um V_2 reduzido. Para valores pequenos de κ , observamos um comportamento mais complicado (figura 30, gráfico direito) devido à natureza das regiões de sub-densidade. Ao incluir ruído (figura 29, gráfico inferior), estas características permanecem, embora com menor amplitude.

4.5.2 Predição Gaussiana

Como descrito na seção 4.2.2, podemos escrever analiticamente os FMs para CG. Assim, podemos investigar se, de fato, os FMs capturam informações para além das preditas para CG. Para uma comparação direta, utilizamos o valor médio dos momentos estatísticos σ_0 e σ_1 , calculados para as 10000 realizações, para obter a predição Gaussiana. Por simplicidade, consideramos o conjunto de mapas de $z_F = 1$.

A figura 31 mostra, nos gráficos superiores, os FMs calculados diretamente das simulações e a predição teórica para campos Gaussianos. A coluna à direita representa o caso com ruído e à esquerda sem ruído. Nos gráficos centrais de cada gráfico, mostramos as diferenças entre os FMs das simulações e da predição para CGs, para ambos os modelos fiduciais com e sem massa dos neutrinos. É possível ver que, todos os três FMs das simulações diferem da predição Gaussiana, demonstrando que os FMs capturam de fato, informações não-Gaussianas devido ao crescimento das estruturas. Além disso, investigamos também sua sensibilidade à massa de neutrinos nos gráficos inferiores, comparando $dV = V^{massivo} - V^{sem massa}$ para os FMs dos campos reais e Gaussianos. Para quase toda a faixa de valores de κ o valor de dV das simulações difere daqueles para campos Gaussianos. Esses testes indicam que não apenas os FMs capturam informações não-Gaussianas,

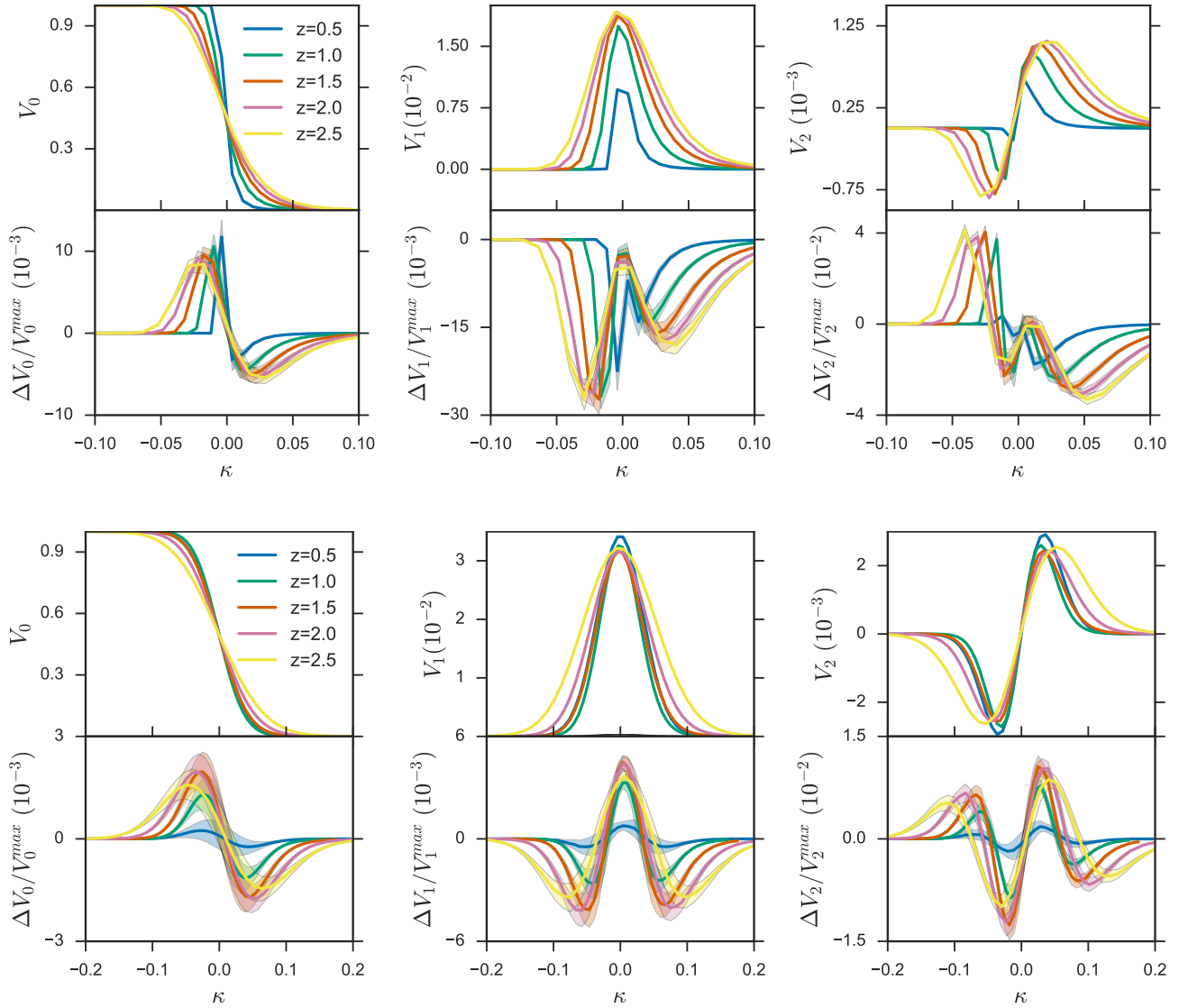


Figura 29 – Os três Funcionais de Minkowski, V_0 (esquerda), V_1 (centro) e V_2 (direita) em função dos valores de κ , para o modelo massivo (gráficos superiores), bem como as diferenças fracionais entre os modelos com e sem massa (gráficos inferiores), para os 5 *redshifts* $z_F=[0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5]$. Na linha superior o ruído não é incluído nas simulações, enquanto que a linha inferior considera-se ruído. Os erros esperados para o LSST são mostrados nas curvas sombreadas. Fonte: (Marques et al., 2019).

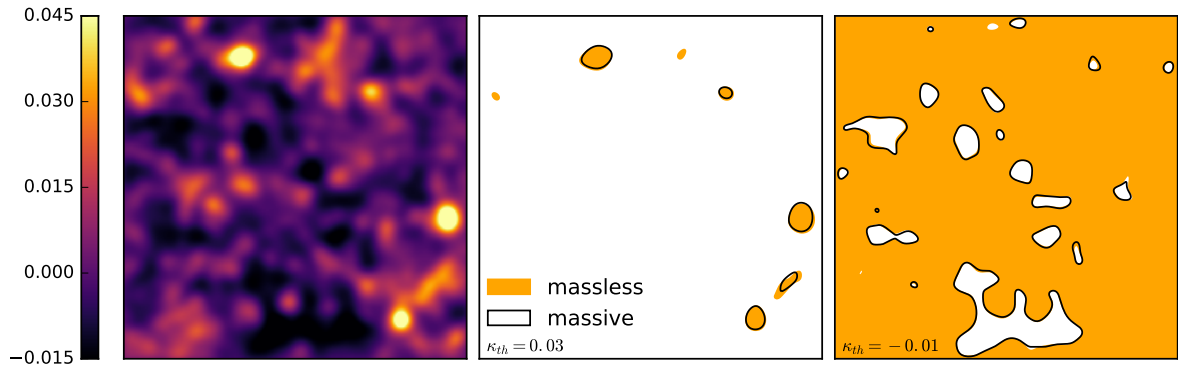


Figura 30 – Esquerda: Mapa de convergência em $z_F = 1$ para o modelo fiducial sem massa, suavizado com uma janela Gaussiana de 1 minuto de arco. Centro: região conexa para o caso sem massa (regiões sombreadas em laranja) para altos limiares $\kappa = 0.03$. O correspondente para o modelo massivo ($M_\nu = 0.1$ eV) é representado nas linhas pretas (por clareza, sem sombreadar). Direita: similar ao gráfico do centro, porém, para baixos limiares $\kappa = -0.01$. Fonte: (Marques et al., 2019).

mas também que sua sensibilidade aos parâmetros cosmológicos é diferente ao caso Gaussiano. Portanto, esperamos que os FMs revelem informações adicionais em comparação com as estatísticas de segunda ordem.

4.5.3 Tomografia

A tomografia, isto é, dividir as amostras de galáxias em vários *bins* de *redshift*, tem sido empregada com o propósito de compreender a história de crescimento das estruturas (Giannantonio et al., 2016; Cai & Bernstein, 2012; Li et al., 2018; Liu & Madhavacheril, 2018; Hu, 1999; Hannestad, Tu & Wong, 2006; Petri, May & Haiman, 2016; Hu, 2002; Mancini et al., 2018).

Com intuito de estudar a capacidade de restrição para a massa dos neutrinos através da tomografia dos FMs e do EP, consideramos a combinação dos 5 *bins* de *redshift* (sendo a configuração adotada também em nossas análises finais) em comparação ao conjunto de único *redshift* em $z_F = 1$, com densidade de galáxias equivalente à soma dos 5 *bins* de *redshift*. Denotamos o conjunto de único *redshift* como “1z”, enquanto que a análise tomográfica sendo “5z”.

A figura 32 mostra os contornos de confiança 95% para “1z” e “5z”, para os três FMs e o EP (denotado como “PS” nas figuras). Para todos os descritores estatísticos, a tomografia beneficia na redução dos contornos de confiança, para todos os parâmetros cosmológicos analisados. Listamos na tabela 1 a razão entre erros marginalizados (95%) de “1z” e “5z”. Enquanto que a tomografia do EP é particularmente importante para uma melhor restrição de Ω_m , os FMs melhoram significativamente a restrição de M_ν , em pelo menos um fator de 2.

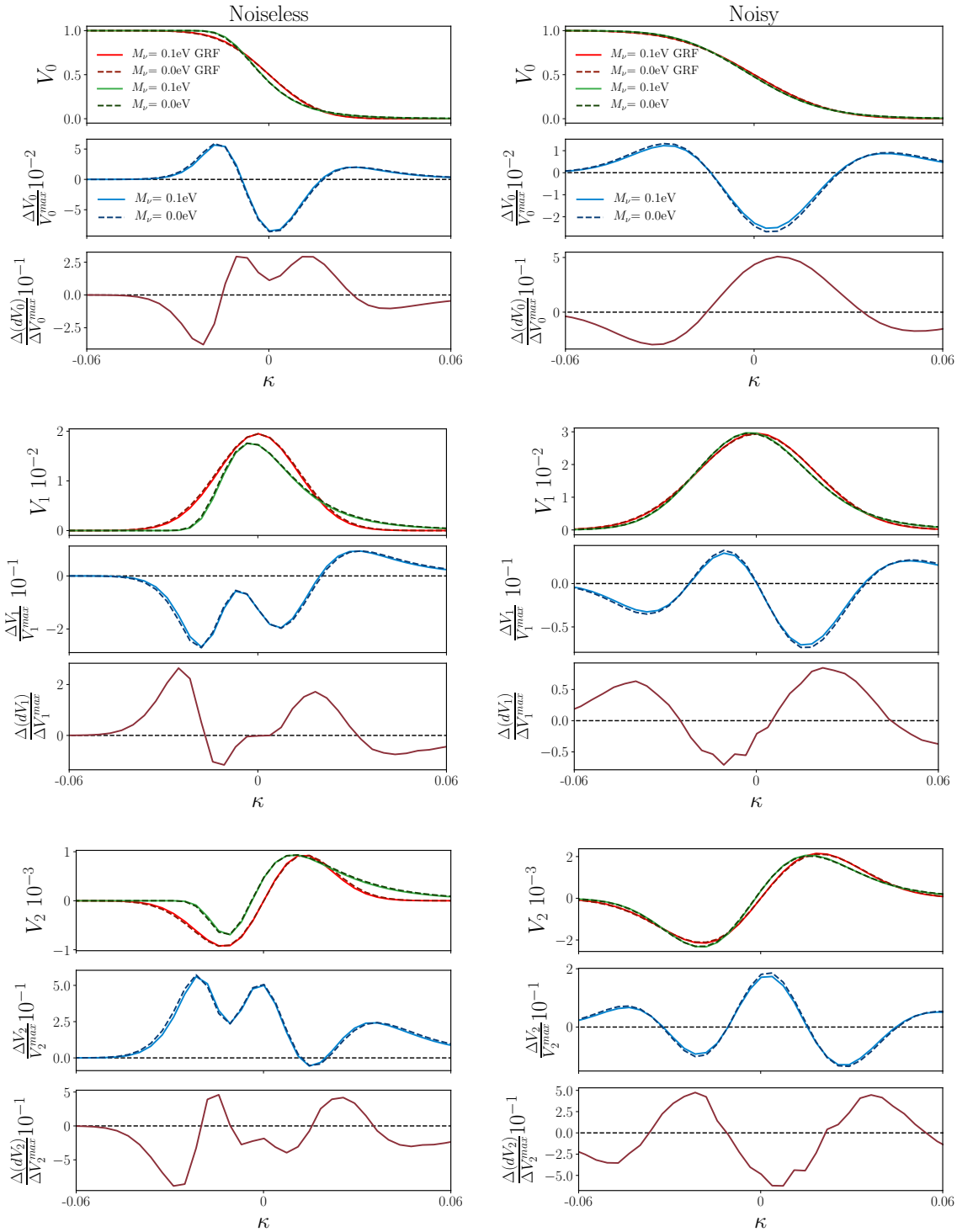


Figura 31 – Caso sem adição de ruído (coluna à esquerda) e com ruído (coluna à direita) dos FMs (de cima para baixo): V_0, V_1, V_2 dos modelos massivo (linha sólida) e não massivo (linha tracejada), em comparação com a predição teórica para CG. Assume-se as galáxias fontes em $z_F = 1.0$ e todos os mapas são suavizados com uma janela Gaussiana de 1 minuto de arco. Nos gráficos centrais de cada sub-figura, mostramos a diferença fracional entre os FMs das simulações e de CG, indicando que os FMs capturam as informações não-Gaussianas. Nos gráficos inferiores de cada sub-figura, mostramos a diferença da sensibilidade dos parâmetros, $(dV^{sim} - dV^{CG})/dV_{max}^{sim}$, onde $dV = V^{massivo} - V^{sem massa}$. Fonte: (Marques et al., 2019).

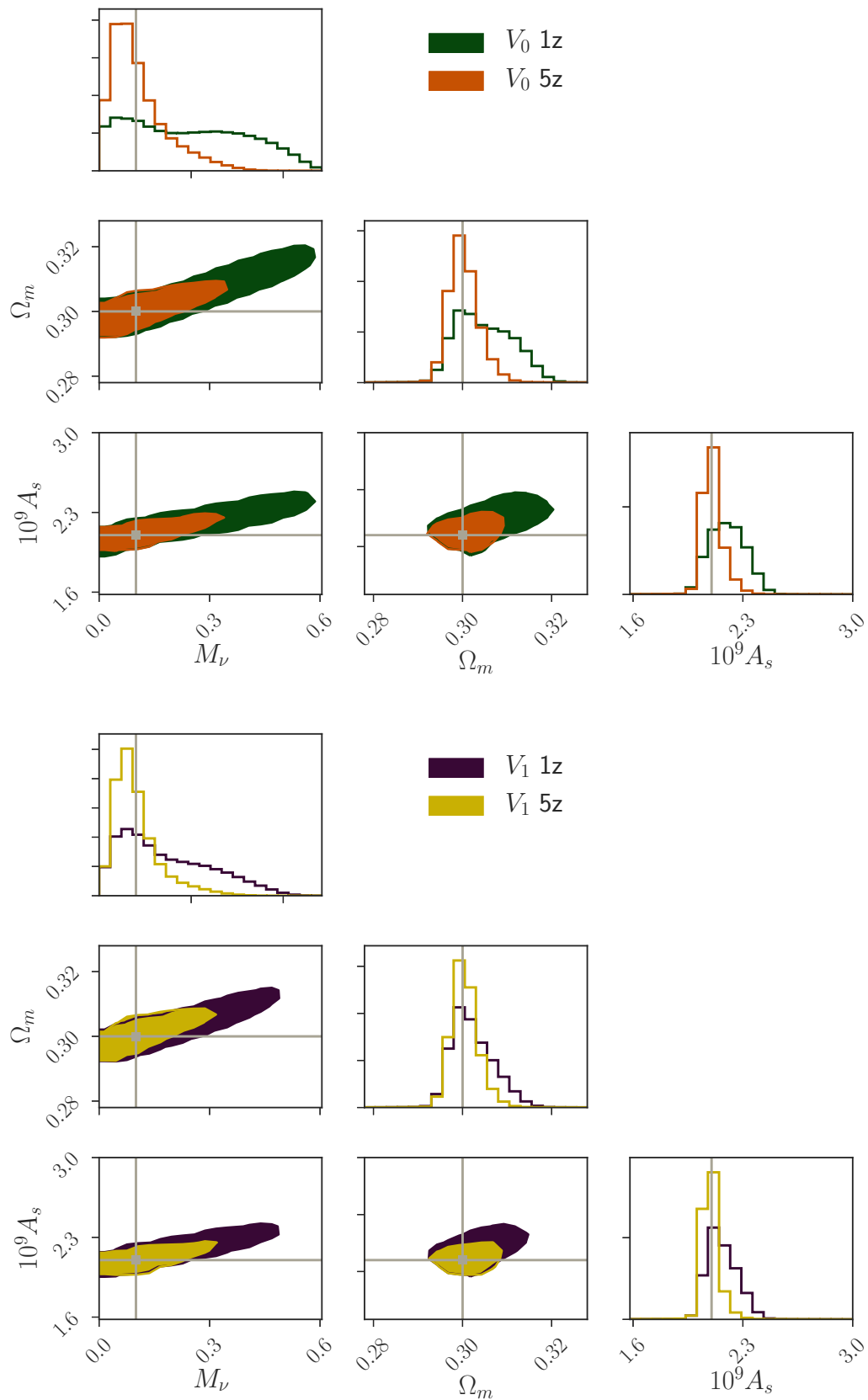


Figura 32 – Restrição de 95% NC para os três FMs e para o EP (denotado como “PS”), a partir da análise de um único *bin* de *redshift* (“1z”) e da análise tomográfica (“5z”). Ambas análises consideram a mesma densidade total de galáxias. Enquanto a tomografia beneficia o EP principalmente na restrição de Ω_m , a tomografia dos FMs beneficia principalmente a restrição de M_ν . Fonte: (Marques et al., 2019)

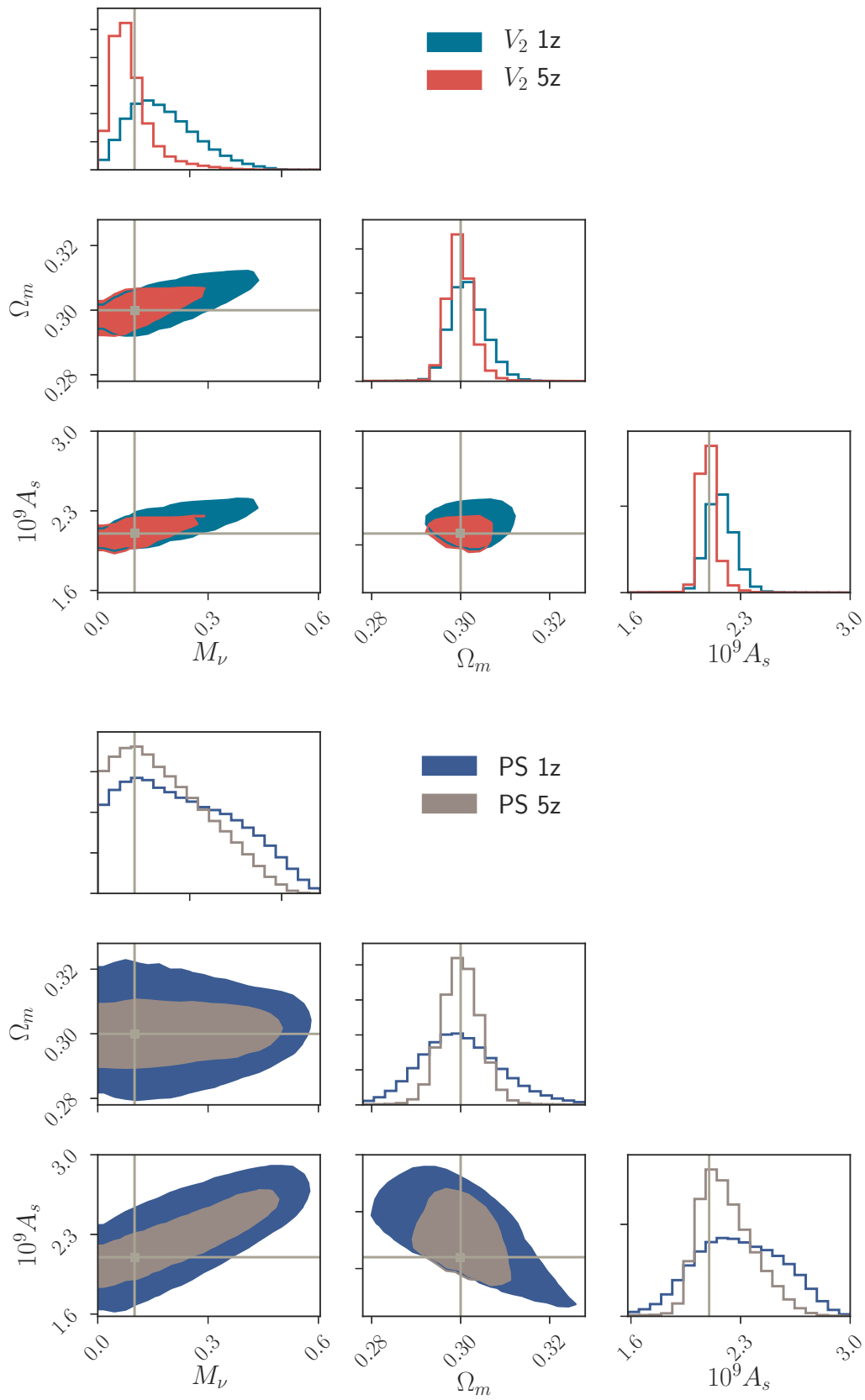


Figura 32 – Continuação.

$$\sigma_p^{1z}/\sigma_p^{5z}$$

p	M_ν	Ω_m	A_s
V_0	2.55	2.07	2.09
V_1	2.50	1.63	2.21
V_2	2.02	1.46	1.79
EP	1.23	2.16	1.65

Tabela 1 – Melhorias na restrição dos três parâmetros cosmológicos a partir da tomografia, para os três FMs e o EP, representado como a razão dos erros marginalizados (95%) do conjunto com um único *bin* de *redshift* (“1z”) e da combinação dos 5 *bins* de *redshift* (“5z”).

$$\sigma_p^{EP}/\sigma_p$$

p	M_ν	Ω_m	A_s
V_0	1.67	1.30	2.83
V_1	2.46	1.49	3.95
V_2	2.79	1.58	3.57
FMs	4.82	2.01	5.59
FMs+EP	4.87	2.06	5.76

Tabela 2 – Razão dos erros marginalizados (95%) do EP (σ^{EP}) por cada um dos descritores σ^p de interesse. Assumimos ruído e a distribuição da densidade de galáxias para um levantamento do tipo do LSST e a combinação de 5 *bins* de *redshift* $z_F = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$.

4.5.4 Análise conjunta

Finalmente, inspecionamos as restrições sobre $[M_\nu, \Omega_m, A_s]$ com V_0, V_1, V_2 e o EP, bem como a combinação dos três FMs e também a combinação dos três funcionais e do espectro de potência. Para tal, adotamos a análise combinada dos 5 *bins* de *redshifts*, uma vez que para todos os casos, a tomografia auxilia nas restrições paramétricas. Os contornos de confiança, 95%, destes descritores são mostrados na figura 33.

Em todos os planos 2D, $[\Omega_m, M_\nu]$, $[A_s, M_\nu]$ e $[A_s, \Omega_m]$, os FMs individualmente desempenham melhores restrições que o EP. Além disto, a degenerescência entre os parâmetros de cada um dos FMs é diferente da revelada para o EP. Este resultado pode ser vinculado às informações de altas ordens contidas nos FMs. A combinação dos três FMs melhora ainda mais as restrições, especialmente para a massa de neutrinos. Adicionar o EP aos três FMs (“PS+MFs” na figura), não traz uma melhoria significativa em comparação aos FMs combinados (“MFs” na figura), mostrando que eles já contêm a maior parte das informações capturadas pela estatística de dois pontos. A tabela 2 mostra a melhoria para cada um dos descritores estatísticos, através da razão dos erros marginalizados, 95%, do EP pelo erro do descritor de interesse.

A combinação dos três FMs restringe a massa dos neutrinos em cerca de ~ 5 vezes mais que o EP sozinho. Individualmente, a ordem de sensibilidade dos FMs é $V_2 \gtrsim V_1 > V_0$,

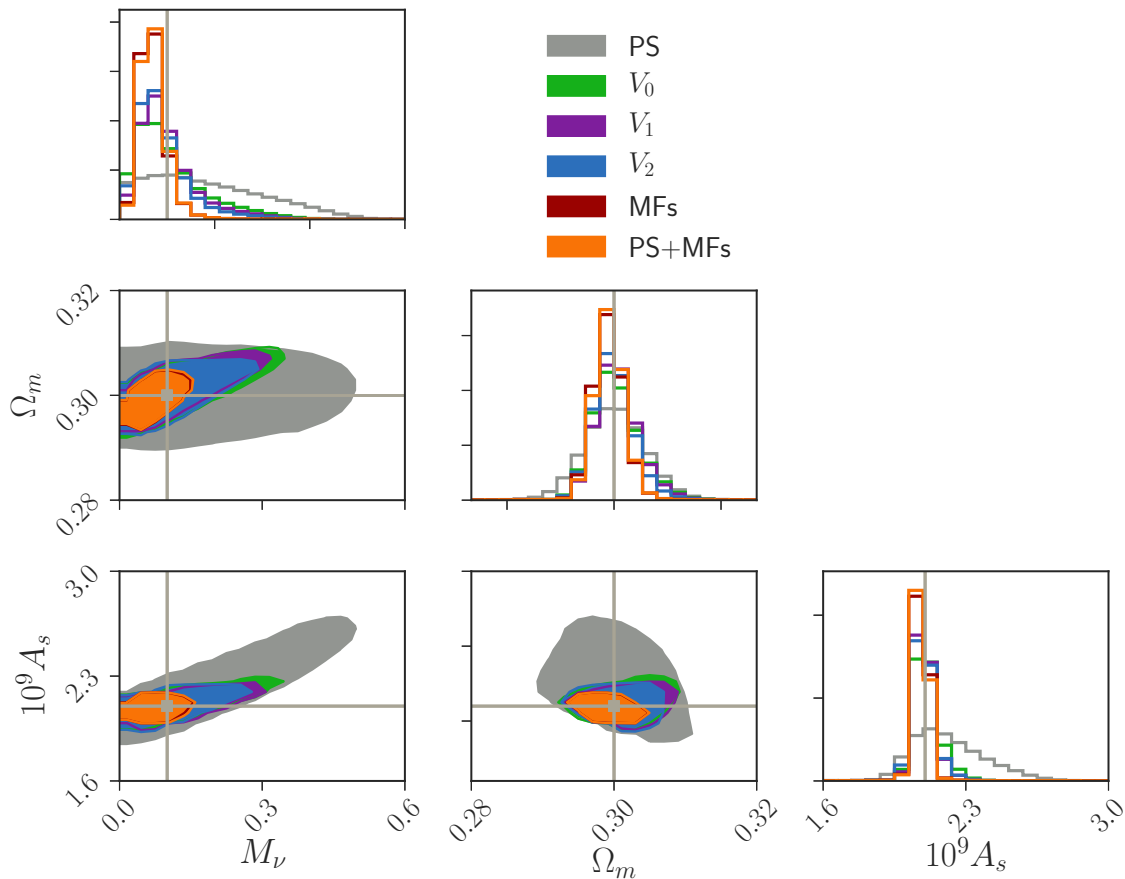


Figura 33 – Contornos de confiança (95%) para o EP (cinza), os três FMs V_0 (verde), V_1 (lilás) e V_2 (azul), os três FMs combinados (vermelho) e o EP combinado aos FMs (laranja). Assumimos nos mapas de convergência as propriedades esperadas para o levantamento LSST, bem como a análise tomográfica dos 5 *bins* de *redshift* $z_F = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$. Foi utilizado para cada uma das estimativas as respectivas matrizes de covariância completas. Os valores fiduciais são mostradas pelas linhas em cinza.

similar ao encontrado por outros trabalhos (Ducout et al., 2012; Kratochvil et al., 2012; Novaes et al., 2016; Novaes et al., 2018). Isso ocorre porque tanto o perímetro quanto o genus são sensíveis não apenas à distribuição geral de sub/superdensidade, como fornecida pela área, mas também às informações espaciais.

Nossos resultados mostram que FMs podem potencialmente se tornar uma ferramenta poderosa para restringir a massa de neutrinos e outros parâmetros em futuros levantamentos de LGF.

4.6 Conclusões

Neste capítulo, abordamos o efeito dos neutrinos massivos em mapas de LGF através dos FMs, que são ferramentas morfológicas capazes de capturar informações es-

tatísticas para além das fornecidas pela estatística de dois pontos. Realizamos a previsão das restrições da soma da massa dos neutrinos (M_ν), densidade de matéria (Ω_m) e amplitude do espectro de potência primordial (A_s), obtidos pelos FMs em comparação com as restrições via EP. Para tal, utilizamos as simulações **MassiveNuS**, com 5 *bins* de *redshifts* das fontes e assumimos a distribuição de galáxias e propriedades do ruído baseado no levantamento do LSST. Exploramos também a capacidade de melhoria das restrições a partir da análise tomográfica, ou seja, a combinação dos 5 *bins* de *redshift*. Realizamos as restrições dos parâmetros a partir dos três FMs individualmente, sua combinação bem como a análise conjunta do EP com os três FMs. Nossas principais conclusões são:

- Os três FMs são sensíveis à existência e aos valores da massa dos neutrinos. A assinatura deixada pelos neutrinos nos mapas de convergência é capturada pelos FMs (figura 29), e diferente das previsões esperadas em campos Gaussianos (figura 31). Portanto, os FMs capturam informações não-Gaussianas, para além do espectro de potência.
- A análise tomográfica, ou seja, utilizar os dados em vários *bins* de *redshift*, é uma técnica poderosa para restringir M_ν , pois os neutrinos têm uma história evolutiva distinta em comparação a outros parâmetros cosmológicos. Com relação à análise tomográfica, encontramos que para todos os três FMs as restrições de M_ν (95%) são beneficiadas, em pelo menos o dobro, comparado ao uso de um único *bin* de *redshift*. A tomografia para o EP é eficiente principalmente para restringir Ω_m (figura 32).
- Cada funcional de Minkowski, individualmente, supera o espectro de potência na restrição de $[M_\nu, \Omega_m, A_s]$. A performance dos FMs é: $V_2 \gtrsim V_1 > V_0$. Ao combinar os três FMs como um único descritor estatístico, os erros marginalizados para M_ν melhoram, por um fator de 4.82, em comparação com a do EP sozinho (figura 33). A análise conjunta dos FMs com o EP retorna restrições semelhantes aos obtidos pelos três FMs combinados.

No futuro próximo, esperamos que as restrições mais robustas para M_ν provenham da combinação de dados de LGF com outros observáveis cosmológicos, incluindo dados de galáxias, temperatura e polarização da RCF, lenteamento da RCF, Oscilações Acústicas Bariônicas e *Lyman alpha forest*. Mishra-Sharma, Alonso & Dunkley (2018) utilizando matriz de Fisher, encontraram que a restrição de M_ν a partir da combinação dos dados da RCF do Planck e LGF do LSST é de cerca de $\sigma(M_\nu) = 0.041\text{eV}$. Esta restrição é melhorada mais ainda ao adicionar outros dados: $\sigma(M_\nu) = 0.032\text{eV}$ (+ galáxias do LSST) e $\sigma(M_\nu) = 0.023\text{eV}$ (+ galáxias do LSST+ CMB-S4). Esta previsão inclui apenas o espectro de potência de LGF do LSST e esperamos que elas sejam ainda mais restritas se forem adicionados os FMs dos mapas de LGF. Para estudar os FMs de LGF em conjunto com outros observáveis, é necessário implementar um novo conjunto de simulações que

implementem os modelos da distribuição dos halos e, portanto, deixamos para futuras investigações.

Em suma, os FMs nos permitem acessar informações adicionais que estão limitadas nas análises tradicionais da estatística de dois pontos, sendo então, uma ferramenta promissora para restringir a soma da massa de neutrinos para os próximos levantamentos cosmológicos. Em nosso trabalho, no entanto, consideramos apenas os erros da elipticidade das galáxias. Para obter uma previsão realística dos FMs, é necessário abordar também o impacto de outros sistemáticos, por exemplo da física bariônica, os erros associado ao *redshift* fotométrico, o *bias* multiplicativo das galáxias, entre outros. Embora seja irrealista supor que as FMs sejam imunes a esses sistemáticos, esperamos que tais efeitos tenham impacto sobre FMs de maneira diferente do EP. Desta forma, combinar estas duas estatísticas pode trazer a possibilidade de modelar conjuntamente a cosmologia e a astrofísica de diferentes processos. Outras questões a serem consideradas incluem a degenerescência da massa de neutrinos com outros parâmetros cosmológicos, a interação da matéria escura e modelos de energia escura dependente do tempo. Estes estão além do escopo do nosso trabalho, mas são pontos necessários a serem tomados futuramente.

5 Teste do crescimento linear das estruturas através da tomografia de LGF da RCF e da aglomeração de galáxias

Apresentamos neste capítulo, uma análise da restrição do fator de crescimento linear das estruturas, em função do *redshift*. Para tal, realizamos a análise tomográfica do mapa de convergência do Planck, κ , por meio da correlação cruzada com os mapas de flutuações de densidade de galáxias, δ_g , construídos com o catálogo fotométrico proveniente da combinação dos dados do SCUSS, SDSS e WISE. Consideramos o catálogo de galáxias em seis *bins* de *redshift*, abrangendo o intervalo de $0.1 < z < 0.7$. Através do espectro de potência cruzado e do espectro de potência dos mapas de δ_g , obtivemos com alta significância estatística, o *bias* das galáxias e a amplitude da correlação, para cada um dos *bins* de *redshift*, bem como para a amostra completa de galáxias. Encontramos que os valores do *bias*, resultante da auto-correlação, e a amplitude de correlação, resultante da correlação-cruzada, encontram-se em concordância. Finalmente, utilizando o estimador independente do *bias* das galáxias, \hat{D}_G , introduzido por Giannantonio et al. (2016), determinamos o fator de crescimento linear para os seis *bins* de *redshift*. Nossa análise revela uma amplitude do crescimento das estruturas, em comparação à cosmologia estabelecida pelo Planck, de $A_D = 1.02 \pm 0.14$, altamente consistente, portanto, com o esperado pelo modelo fiducial. Realizamos verificações de consistência dos nossos resultados contra possíveis efeitos sistemáticos.

5.1 Introdução

O progresso na sensibilidade dos levantamentos astronômicos dedicados ao estudo da estrutura em larga escala, vem fornecendo informações valiosas sobre as propriedades do Universo em diversas escalas e *redshifts*. Por outro lado, as anisotropias da RCF nos permitem testar o Universo primitivo, por ser um observável proveniente da última superfície de espalhamento. No entanto, antes de chegar até nós, os fótons RCF são afetados pelas inhomogeneidades ao longo da linha-de-visada, produzindo uma gama de efeitos (Sachs & Wolfe, 1967; Sunyaev & Zeldovich, 1980; Rees & Sciama, 1968). Um destes efeitos secundários, é a deflexão gravitacional dos fótons da RCF.

O efeito de LGF da RCF tem sido investigado por vários métodos e experimentos (Hirata et al., 2004; Smith, Zahn & Dore, 2007b; Das et al., 2011; Van Engelen et al., 2012; Das et al., 2014a). Como descrito anteriormente, através das observações do

satélite Planck, foi possível não apenas detectar o efeito de LGF com alta significância, mas também realizar a reconstrução robusta do mapa de potencial de lentes com ampla cobertura do céu (Planck Collaboration et al., 2016; Planck Collaboration et al., 2014). Tal mapa contém informações exclusivas da estrutura em grande escala, uma vez que está relacionado com a integral ao longo da linha da distribuição de matéria do Universo.

A correlação cruzada do mapa de LGF da RCF com outros traçadores de matéria, podem fornecer informações astrofísicas e cosmológicas (Das, Errard & Spergel, 2013; Liu & Hill, 2015). Em particular, através do estudo de lentes da RCF combinadas com as informações de levantamentos de galáxia com *redshifts* conhecidos, podemos estimar o crescimento linear das estruturas, como uma função do *redshift*. A evolução temporal do crescimento pode ser utilizada para distinguir uma variedade de modelos de aceleração cósmica (Reyes et al., 2010; Pullen, Alam & Ho, 2015).

O objetivo principal do presente trabalho é restringir a função de crescimento linear $D(z)$. Uma das maneiras propostas para aferir tal quantidade pode ser realizada através do estimador E_G , introduzido por (Zhang et al., 2007),

$$E_G \propto \frac{C_\ell^{\kappa g}}{C_\ell^{\theta g}} = \frac{C_\ell^{\kappa g}}{\beta C_\ell^{gg}}, \quad (5.1)$$

onde $C_\ell^{\kappa g}$ é o espectro de potência cruzado entre a convergência e o contraste de densidade de galáxias e C_ℓ^{gg} é o espectro de potência do contraste de densidade de galáxias. O parâmetro θ representa as perturbações de velocidade linear, dada por $\theta = f\delta$, onde $f \equiv d\ln D/d\ln a$ é a taxa de crescimento linear e $\beta = f/b$ é um observável proveniente das distorções do espaço de redshifts (RSD)¹. Por estar relacionado com a dinâmica relativa das partículas massivas e relativísticas, o estimador E_G atua como um teste de consistência de teorias de gravitação (Reyes et al., 2010). Porém, E_G só pode ser medido com precisão com dados de levantamentos espectroscópicos.

Embora os levantamentos espectroscópicos sejam extremamente precisos para mapear a matéria no espaço $3D$, eles são mais custosos em termos de tempo e recursos, comparado com levantamentos fotométricos. Uma maneira alternativa de estimar o fator de crescimento linear para levantamentos fotométricos, é através da estatística \hat{D}_G , introduzida por Giannantonio et al. (2016). Tal estimador, para escalas lineares, é relativamente independente do *bias* das galáxias e também utiliza a combinação das estimativas de $C_\ell^{\kappa g}$ e C_ℓ^{gg} .

Neste trabalho, consideramos a estatística \hat{D}_G aplicada ao mapa de convergência da RCF do Planck e ao catálogo fotométrico de galáxias (Gao et al., 2018). Tal catálogo é baseado na combinação do imageamento em vários filtros do *South Galactic Cap u-band Sky Survey* (SCUSS), *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) e *Wide-field Infrared Survey*

¹ do inglês, *Redshift Space Distortions*.

Explorer (WISE). Realizamos uma análise tomográfica, separando o intervalo $0.1 < z < 0.7$ em seis *bins* de *redshift* e, assim, permitindo mapear a evolução do valor de D_G . Como complemento, a partir das estimativas da auto-correlação e da correlação-cruzada, restringimos o *bias* linear das galáxias e a amplitude da correlação cruzada.

Previamente, foram realizadas análises com o estimador \hat{D}_G para $z \sim 0.08$ com dados do *2MASS photometric Redshift catalog* (2MASS) (Bianchini & Reichardt, 2018), dados do *Dark Energy Survey (DES) Science Verification galaxies* e para os resultados das observações de 1 ano do DES, em um intervalo mais amplo de *redshift*, $0.2 < z < 1.2$ e $0.15 < z < 0.9$, respectivamente. Neste sentido, a presente análise é complementar, uma vez que além de considerar tomograficamente outra faixa de *redshift*, $0.1 < z < 0.7$, utiliza de outro catálogo de galáxias e, portanto, cobre uma região diferente do céu, com uma densidade de galáxias distinta e é susceptível a outros sistemáticos.

Este capítulo é estruturado da seguinte maneira: primeiramente, introduzimos o formalismo na seção 5.2 e descrevemos em seguida, os dados utilizados em nossas análises em 5.3. A metodologia é descrita na seção 5.4. Apresentamos os resultados na seção 5.5 e resumimos os principais pontos na seção 5.6.

5.2 Formalismo

No Universo primordial e em grandes escalas espaciais, as flutuações na densidade de matéria são pequenas ($\delta \ll 1$), de forma que elas evoluem linearmente com o tempo em um processo conhecido como crescimento linear (Peacock, 1999). A evolução do crescimento das flutuações de matéria pode ser obtido através da solução da equação

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - 4\pi G\bar{\rho}_M\delta = 0, \quad (5.2)$$

onde H é o parâmetro de Hubble-Lemaître, os pontos representam derivadas com respeito ao tempo e $\bar{\rho}_M$ é a média, calculada sob todo o espaço, da densidade de matéria. As soluções para esta equação diferencial de segunda ordem governam a evolução temporal da estrutura no regime linear. Dadas as dependências de $H(t)$ e $\bar{\rho}_M(t)$, as soluções exatas em um tempo específico, são dependentes das densidades dos diferentes constituintes de massa e da taxa de expansão do Universo. Se a RG for substituída por outra teoria de gravitação ou se a forma como as componentes de densidade evoluem for modificada, a equação 5.2 também sofrerá alterações, sendo necessário então, redefinir a evolução do crescimento. Fisicamente, o último termo corresponde ao efeito gravitacional, o qual expressa como a gravidade promove o crescimento das perturbações. O termo do meio codifica como a expansão suprime o crescimento das perturbações, também chamado de “*Hubble drag*”.

Podemos definir a função de crescimento linear, D , em termos do fator de escala,

a , via

$$\delta(a) = D(a)\delta(a = 1), \quad (5.3)$$

onde $d \ln a = H dt$ e $a = 0$ ($a = 1$) corresponde ao *Big Bang* (hoje). Equivalentemente, a expressão acima pode ser reescrita em termos do *redshift* z , uma vez que $1 + z = 1/a$. O gráfico esquerdo da figura 34 ilustra a função de crescimento linear em função de a , para o modelo Λ CDM e o modelo Einstein-de Sitter, enquanto que a figura à direita, mostra fotogramas de simulações de N-corpos para os dois modelos. Devido ao efeito da energia escura no modelo Λ CDM, o crescimento das perturbações é amortecido pela expansão. Para o modelo Einstein-de Sitter, em que é dominado puramente por matéria, o crescimento das estruturas é beneficiado. Para um contraste de densidade atual similar para ambos modelos, as diferentes histórias de aglomeração implicam em diferentes amplitudes das perturbações no passado.

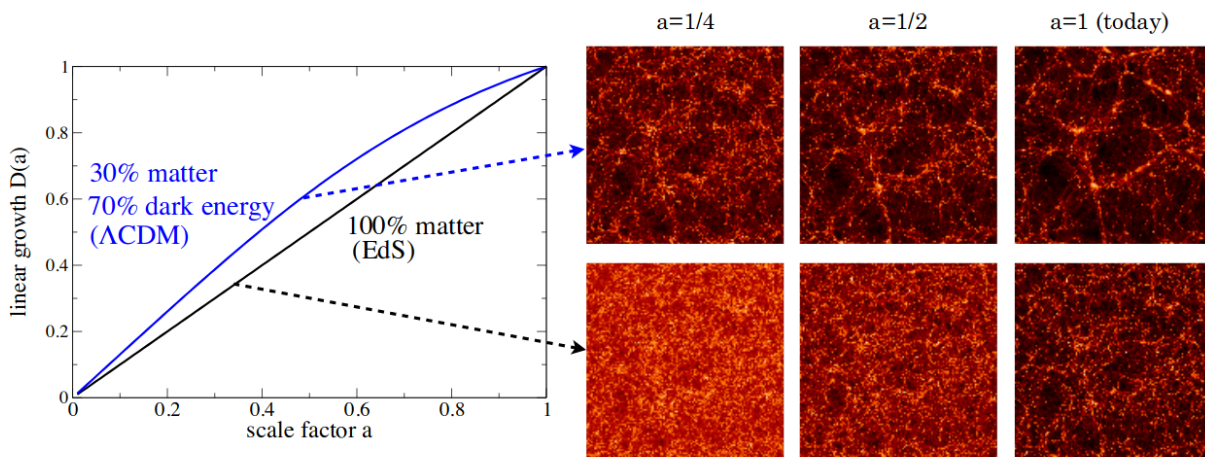


Figura 34 – Crescimento linear das estruturas em grandes escalas. Gráfico à esquerda: Função de crescimento linear, $D(a)$, para o modelo Λ CDM (curva em azul) e modelo Einstein-de Sitter (curva em preto). Ambas curvas encontram-se normalizadas pelo seu valor atual, $D(a = 1) = 1$. Figura à direita: Fotogramas das simulações numéricas (N-corpos) *Virgo consortium* (Jenkins et al., 1998), mostrando que uma quantidade de aglomeração atual aproximadamente similar para ambos modelos, implica em grandes diferenças no passado. Desta forma, medidas precisas da aglomeração, em função da escala espacial e do tempo, é fundamental para restringir o modelo cosmológico. Fonte:(Huterer et al., 2015).

5.2.1 Estimador do fator de crescimento

A ideia básica por trás da combinação de medidas de lentes da RCF e de aglomeração de galáxias, é que os dois observáveis respondem ao campo de matéria escura de maneiras complementares: enquanto as medidas de LGF são sensíveis à distribuição de matéria integrada ao longo de toda linha-de-visada, os levantamentos de galáxias fornecem

uma amostragem parcial do campo de matéria escura. Bem como descrito no capítulo 2, na seção 2.3, a convergência κ pode ser escrita como a projeção ao longo da linha-de-visada do contraste de densidade de matéria δ . O contraste de densidade de galáxias δ_g de um determinado levantamento de dados também pode ser relacionado de maneira análoga, de forma que

$$X(\hat{\mathbf{n}}) = \int_0^\infty dz W^X(z) \delta(\chi(z)\hat{\mathbf{n}}, z), \quad (5.4)$$

em que $X = \{\kappa, g\}$ e $g(\hat{\mathbf{n}})$ é o contraste de densidade em uma dada direção $\hat{\mathbf{n}}$ do céu. A função $W^X(z)$ codifica, a resposta de cada observável à distribuição de matéria escura, tal que

$$W^g(z) = b(z) \frac{dn}{dz}, \quad (5.5)$$

em que $b(z)$ é o *bias* das galáxias e dn/dz é a distribuição de *redshift* normalizada da amostra de galáxia. Aqui, assumimos um *bias* linear, local e determinístico para relacionar as flutuações de densidade das galáxias, δ_g , com as flutuações de densidade da matéria, δ (Fry & Gaztanaga, 1993). A função $W^\kappa(z)$ para a convergência da RCF é definida por

$$W^\kappa(z) = \frac{3\Omega_m}{2c} \frac{H_0^2}{H(z)} (1+z)\chi(z) \frac{\chi^* - \chi(z)}{\chi^*}, \quad (5.6)$$

em que $H(z)$ é o parâmetro de Hubble-Lemaître em determinado redshift z , $\chi(z)$ e χ^* são as distâncias comóveis a um redshift z e na última superfície de espalhamento, respectivamente.

Utilizando a aproximação de Limber (Limber, 1953), a estatística de dois-pontos no espaço harmônico para as correlações de galáxia-galáxia e galáxia-lentes da RCF são dadas, respectivamente, por

$$\begin{aligned} C_\ell^{gg} &= \int_0^\infty \frac{dz}{c} \frac{H(z)}{\chi^2(z)} [W^g(z)]^2 P_\delta\left(k = \frac{\ell}{\chi(z)}, z\right); \\ C_\ell^{\kappa g} &= \int_0^\infty \frac{dz}{c} \frac{H(z)}{\chi^2(z)} W^\kappa(z) W^g(z) P_\delta\left(k = \frac{\ell}{\chi(z)}, z\right), \end{aligned} \quad (5.7)$$

onde $P_\delta(k, z)$ é o espectro de potência da matéria. A aproximação de Limber é bastante precisa para ℓ não tão pequenos, isto é, $\ell > 10$ (Limber, 1953), que é o regime considerado no presente trabalho.

De acordo com a relação 5.3, é possível reescrever as equações 5.7 em termos da função de crescimento linear $D(z)$, uma vez que $P_\delta(k, z) = P_\delta(k, 0)D^2(z)$. Assim sendo,

$$\begin{aligned} C_\ell^{gg} &\propto b^2(z)D^2(z), \\ C_\ell^{\kappa g} &\propto b(z)D^2(z), \end{aligned} \quad (5.8)$$

em que a função D é normalizada $D(z=0) = 1$. Combinando apropriadamente as duas quantidades da equação 5.8, é possível eliminar a dependência do *bias* e assim, romper a

degenerescência entre o *bias* e o crescimento linear (Gaztañaga et al., 2012; Giannantonio et al., 2016). Assim, nós introduzimos o estimador

$$\hat{D}_G \equiv \left\langle \frac{\hat{C}_\ell^{\kappa g}}{\mathcal{C}_\ell^{\kappa g}} \sqrt{\frac{\mathcal{C}_\ell^{gg}}{\hat{C}_\ell^{gg}}} \right\rangle_\ell. \quad (5.9)$$

Na equação acima, o estimador \hat{D}_G depende apenas das quantidades observadas, denotadas pelo acento circunflexo, \hat{C}_ℓ^{gg} , $\hat{C}_\ell^{\kappa g}$ e teóricas, denotados por \mathcal{C}_ℓ^{gg} and $\mathcal{C}_\ell^{\kappa g}$, as quais são calculadas a partir da equação 5.7 para $z=0$ e portanto, a dependência com a função de crescimento é removida. O estimador é calculado diretamente no espaço harmônico pela média sobre os multipolos ℓ . Entretanto, é necessário levar em consideração os multipolos considerados e os erros associados à auto-correlação, $\Delta\hat{C}_\ell^{gg}$, e à correlação cruzada, $\Delta\hat{C}_\ell^{\kappa g}$, como discutido na seção 5.4. Para tal, utilizamos a média ponderada proposta por Giannantonio et al. (2016), que utiliza as incertezas para estimar apropriadamente o \hat{D}_G . Os detalhes sobre o esquema de ponderação podem ser encontrados no apêndice B.

Para obter as previsões teóricas para evolução não-linear do espectro de potência da matéria, utilizamos o Halofit (Smith et al., 2003), gerado utilizando o código CAMB² (Lewis & Challinor, 2011). Ao longo deste trabalho, utilizamos a cosmologia dos resultados do Planck 2015 (Ade et al., 2016c) como modelo fiducial, descrito pela combinação dos dados de TT, TE, EE+lowP+lensing+ext com os parâmetros $\{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \Omega_m, \tau, n_s, A_s, h\} = \{0.0223, 0.118, 0.308, 0.066, 0.966, 2.1 \times 10^{-9}, 0.677\}$.

5.3 Dados

No presente estudo, utilizamos os dados fotométricos (Gao et al., 2018), baseado no imageamento de três levantamentos de dados independentes: o *South Galactic Cap u-band Sky Survey* (SCUSS; (Zhou et al., 2016)), o *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS; (York et al., 2000)) e *Wide-field Infrared Survey Explorer* (WISE; (Wright et al., 2010)).

O SCUSS é um levantamento na banda-u (354nm), realizado através do telescópio Bok de 2.3m, localizado no Observatório Nacional de *Kitt Peak*, EUA. Os dados foram disponibilizados em dezembro de 2015, onde os catálogos cobrem uma área de aproximadamente 4000 graus quadrados e se sobrepõem em cerca de 75% da área coberta pelo SDSS (Zou et al., 2016). As informações detalhadas sobre o SCUSS e sobre a redução dos dados podem ser encontrados em (Zou et al., 2016) and (Zou et al., 2015).

O SDSS é um levantamento com diversos filtros ópticos e espectrógrafos abrangendo uma área de cerca de 14000 graus quadrados. O SDSS usa uma câmera de campo amplo, composta por 30 CCDs de 2048 × 2048 pixels. O levantamento realizou o imageamento em 5 bandas, *u, g, r, i, z*, com limite de magnitude com 95% de completeza

² <https://camb.info/>

22.0, 22.2, 22.2, 21.3 e 20.5 mag, respectivamente. Os dados foram disponibilizados publicamente em uma série de lançamentos anuais. Especificamente, para obter o catálogo fotométrico final utilizado neste trabalho (Gao et al., 2018), é considerado os dados do *Data Release 10* (DR10) (Ahn et al., 2014).

O WISE é um telescópio espacial que mapeou aproximadamente todo o céu com detectores no infravermelho em 3.4, 4.6, 12 e 22 μm , conhecidos como W1, W2, W3 e W4, respectivamente. Em outubro de 2010 seu refrigeração de hidrogênio se esgotou e sua missão foi continuada através do NEOWISE, utilizando as bandas W1 e W2. A fim de combinar apropriadamente os catálogos oficiais do WISE com os dados do SDSS, foi considerada uma técnica para medir as magnitudes dos objetos do SDSS nos novos conjuntos de imagens do WISE, chamada de “fotometria forçada”. Como resultado, é fornecido um catálogo com mais de 400 milhões de fontes extragalácticas.

O catálogo que utilizamos foi construído combinando os dados de 7 bandas fotométricas, que vão do ultravioleta próximo ao infravermelho próximo. Para tal, é usado um algoritmo de regressão linear (Beck et al., 2016), no qual adota-se um conjunto de treinamento composto majoritariamente por dados espectroscópicos do SDSS DR13, além de outros levantamentos. As magnitudes do modelo utilizam os parâmetros da banda r do SDSS e é considerada a separação estrela/galáxia do SDSS para caracterizar o tipo de fonte do catálogo. O catálogo total contém ~ 23.1 milhões de galáxias³ com cerca de $\sim 99\%$ das fontes dentro do intervalo de *redshift* $z \leq 0.9$ (Gao et al., 2018). A combinação de dados em diversos filtros permite estimar os *redshifts* fotométricos (photo- z) das fontes de maneira mais precisa e menos enviesada que os *redshifts* fotométricos do SDSS, com média do viés normalizado do photo- z $\overline{\Delta z_{norm}} = 2.28 \times 10^{-4}$ e desvio padrão de $\sigma_z = 0.019$.

A fim de realizar uma análise tomográfica, dividimos o catálogo total em 6 fatias de *redshift*, entre $z = 0.1$ e $z = 0.7$. Não consideramos os *bins* com *redshifts* extremos, onde os erros do photo- z se tornam maiores e as densidades de galáxias são pequenas. A partir da posição das fontes, criamos uma máscara da região abrangida pelo catálogo, para cada uma dos *bins* de *redshift*, considerando o esquema de pixelização HEALPix, com um parâmetro de resolução $N_{side} = 512$. Subsequentemente, construímos com a mesma resolução, um mapa do contraste de densidade δ_g , usando $\delta_g(\vec{x}) = \frac{n_g(\vec{x}) - \bar{n}}{\bar{n}}$, onde n_g é o número de galáxias observadas em um determinado pixel e \bar{n} é o número médio de objetos por pixel na área não-mascarada do céu. A figura 35 mostra o mapa de contraste de densidade nos 6 *bins* tomográficos, onde a área cinza indica as regiões mascaradas. No entanto, descartamos para análise as faixas localizadas nas longitudes $210^\circ < l < 330^\circ$, onde l é a longitude, devido à baixa densidade de galáxias, permanecendo em torno de $f_{sky} = 0.08$, em cada fatia. O número total de fontes para cada correspondente *redshift*,

³ Disponível para *download* em <http://batc.bao.ac.cn/zouhu/doku.php?id=projects:photoz:start>

Intervalo de <i>redshift</i>	N_{tot}	\bar{n}_g [gal sr^{-1}]
0.1 - 0.2	2.208.869	2.19×10^6
0.2 - 0.3	3.178.981	3.14×10^6
0.3 - 0.4	3.686.820	3.64×10^6
0.4 - 0.5	5.155.408	5.09×10^6
0.5 - 0.6	4.348.898	4.29×10^6
0.6 - 0.7	2.101.281	2.08×10^6
0.1- 0.7	20.680.257	2.04×10^7

Tabela 3 – Especificações de cada uma das amostras consideradas.

bem como o número médio de galáxias por esterradiano é fornecido na tabela 3.

Como discutido na seção 5.2, é necessário conhecer a distribuição dn/dz e o *bias* das galáxias para conectar o contraste de densidade de galáxias, δ_g , e a flutuação de matéria, δ . Entretanto, para estimar dn/dz do levantamento de dados, temos que levar em consideração o efeito dos erros dos photo-z (Budavari et al., 2003; Sheth & Rossi, 2010). Podemos reconstruir com precisão a distribuição dn/dz , através da convolução da distribuição de photo-zs da amostra $dn/dz(z_{ph})$ com a função do erro dos photo-z do catálogo $p(z|z_{ph})$, de forma que

$$\frac{dn}{dz} = \int_0^\infty dz_{ph} \frac{dn}{dz}(z_{ph})p(z|z_{ph})W(z_{ph}), \quad (5.10)$$

onde $p(z|z_{ph})$ é parametrizado como uma distribuição Gaussiana com média nula e dispersão $\sigma_z(1+z)$. A função janela $W(z_{ph})$ é definida tal que $W = 1$ para z_{ph} no intervalo selecionado e $W = 0$, caso contrário. A distribuição do *redshift* para o catálogo total é mostrado como a linha preta sólida na figura 36, enquanto que a distribuição para cada fatia tomográfica é mostrada como linhas tracejadas.

O dado de LGF da RCF considerado no presente trabalho, é o mapa de convergência do segundo *realease* do satélite Planck (Planck Collaboration et al., 2016), κ , que apresenta sobreposição com a área coberta pelo catálogo de galáxias. Maiores detalhes sobre o mapa κ podem ser vistos na seção 3.2. Para realizar a correlação cruzada entre δ_g e κ é necessário utilizar a mesma resolução em ambos mapas. Desta forma, a partir dos coeficientes dos harmônicos esféricos de κ , produzimos o correspondente mapa considerando $N_{side} = 512$, bem como sua respectiva máscara.

5.4 Estimador

Ao longo dos últimos anos, especialmente com o avanço das observações da RCF, diversos métodos foram desenvolvidos para uma estimativa otimizada do espectro de potência (EP), proveniente da auto-correlação, bem como para a estimativa do espectro de potência cruzado (EPC), proveniente da correlação cruzada (Bond, Jaffe & Knox, 1998;

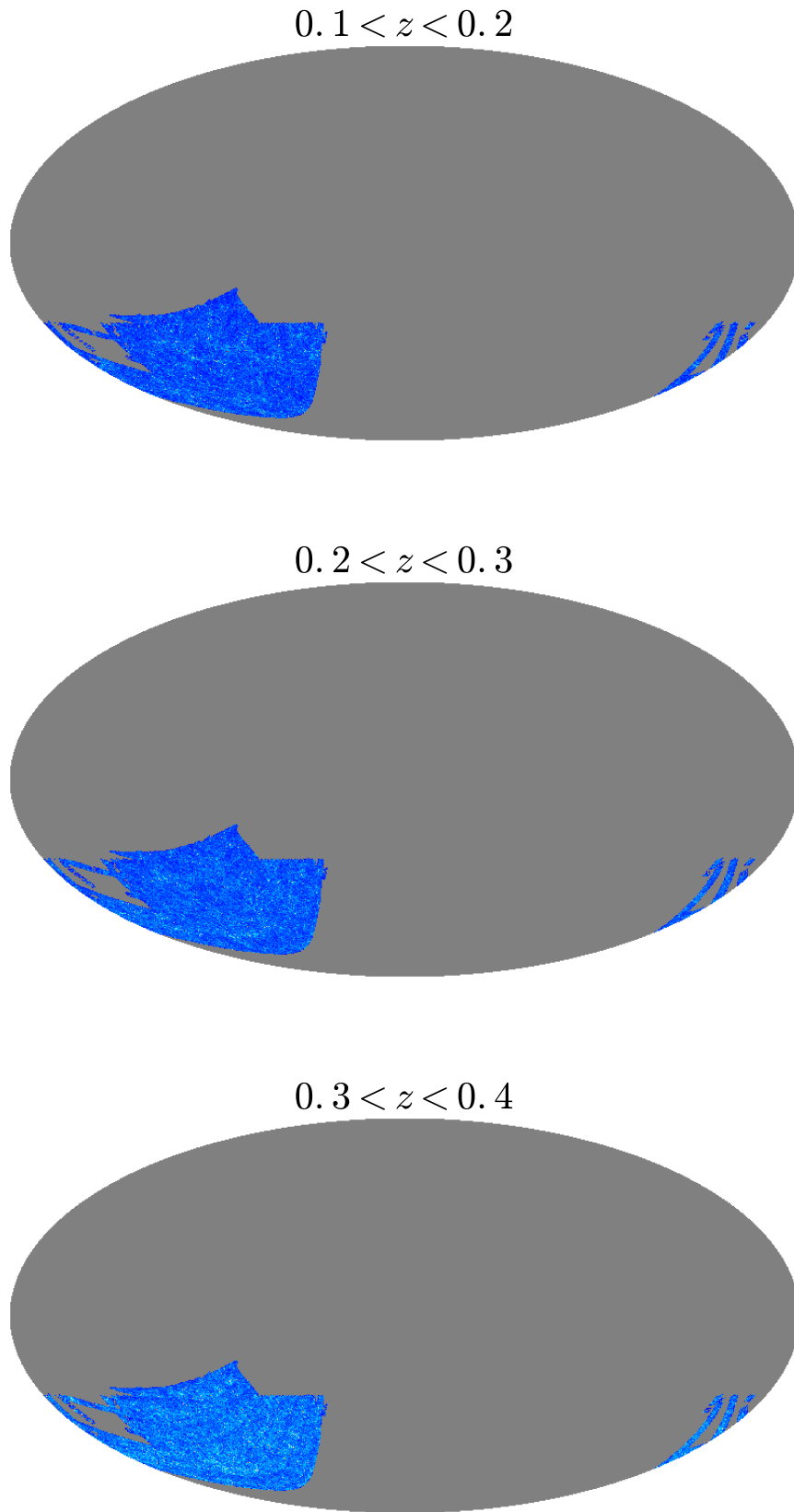
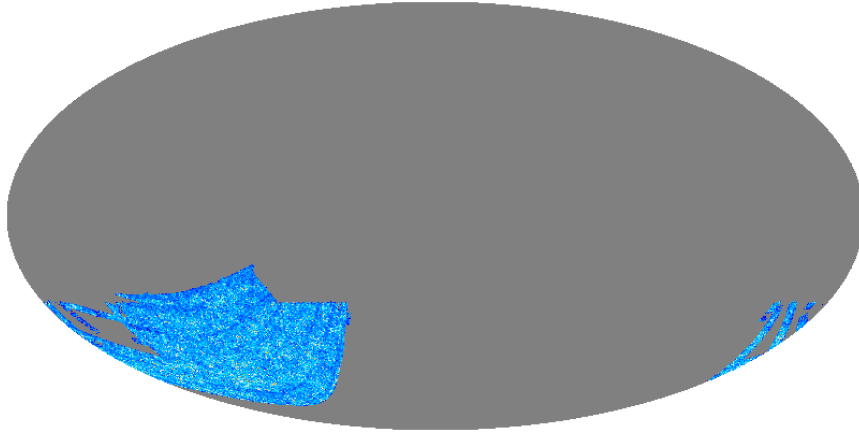
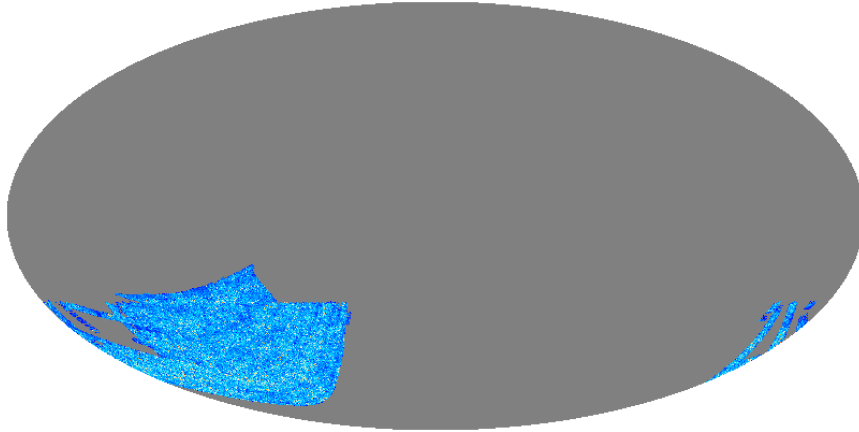


Figura 35 – Projeção Mollweide em coordenadas Galácticas, do contraste de densidade de galáxias δ_g para os 6 *bins* de photo- z entre 0.1 a 0.7, como indicado na figura. Os mapas possuem parâmetro de resolução $N_{side} = 512$ e as áreas cinzas correspondem às áreas mascaradas.

$0.4 < z < 0.5$



$0.5 < z < 0.6$



$0.6 < z < 0.7$

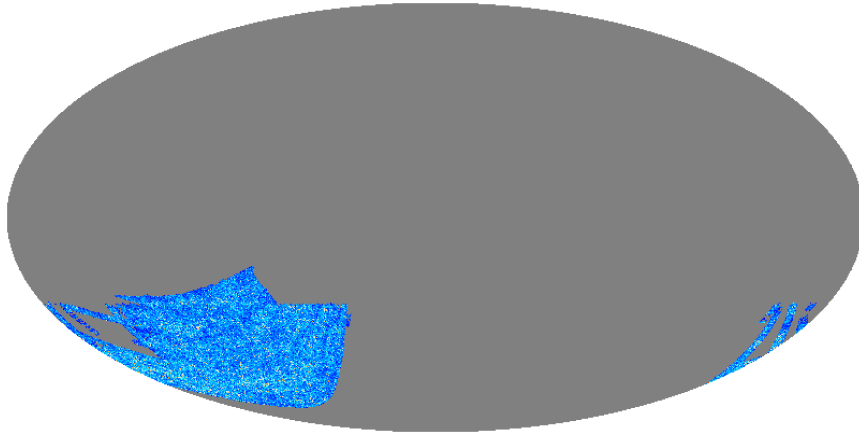


Figura 35 – Continuação.

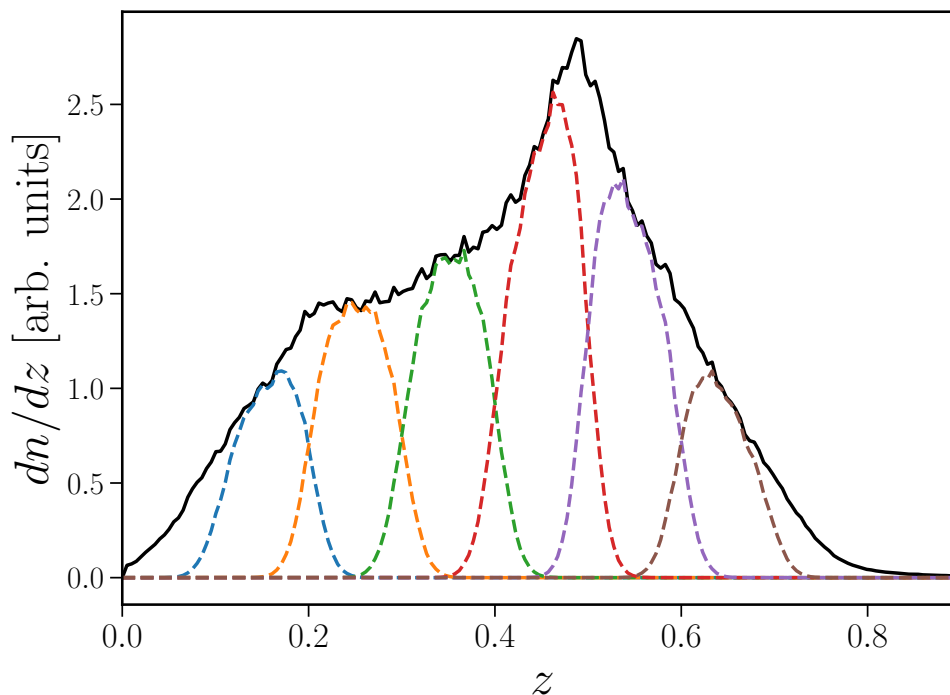


Figura 36 – Distribuição normalizada de redshifts, dn/dz do catálogo total de galáxias (linha sólida preta) e para cada uma das 6 fatias tomográficas utilizadas na análise (linhas tracejadas), obtidas pela convolução da distribuição dos photo-zs com a distribuição dos respectivos erros.

Tegmark, 1997; Wandelt, Hivon & Gorski, 2001; Efstathiou, 2004). Sejam dois campos, X e Y , com EP igual a C_ℓ^{XX} (quando $X = Y$) e EPC igual a C_ℓ^{XY} . Do ponto de vista estatístico, um estimador não-enviesado destas quantidades, é dado por (daqui por diante o acento circunflexo \hat{X} indicará as quantidades estimadas):

$$\hat{C}_\ell^{XY} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} x_{\ell m} y_{\ell m}^*, \quad (5.11)$$

onde $x_{\ell m}$ e $y_{\ell m}^*$ são os coeficientes dos harmônicos esféricos dos campos. Os harmônicos esféricos são particularmente interessantes por serem estatisticamente ortogonais para mapas com distribuição Gaussiana, isto é, a covariância é diagonal, $\text{Cov}_{\ell\ell'} \propto \delta_{\ell\ell'}$, de forma que o espectro de potência caracteriza completamente as propriedades destes campos. Entretanto, para dados observacionais é necessário lidar com uma série de limitações, como por exemplo, céu incompleto, ruído anisotrópico, resposta assimétrica do feixe, contaminação por *foregrounds*, estratégia do escaneamento do céu, isto é, função de exposição, entre outros. A fim de atenuar tais efeitos, geralmente é feita a utilização de máscaras. Apesar das máscaras serem necessárias, o espectro de potência e o espectro de potência cruzado são afetados pela cobertura incompleta do céu, introduzindo acoplamento entre os diferentes modos (Hauser & Peebles, 1973).

Considere um esquema de ponderação dependente da posição $W(\hat{\mathbf{n}})$, isto é, a

máscara, cuja expansão em harmônicos é $W(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{\ell m} w_{\ell m} Y_{\ell m}^*(\hat{\mathbf{n}})$ e seu espectro de potência é \mathcal{W}_ℓ . De acordo com a abordagem denominada MASTER, proposta por Hivon et al. (2002), é possível obter uma estimativa do EP (EPC) através da estimativa do pseudo-EP (-EPC),

$$\tilde{C}_\ell^{XY} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m \tilde{x}_{\ell m} \tilde{y}_{\ell m}^*. \quad (5.12)$$

Os respectivos pseudo espectros de potência calculados para uma cobertura parcial do céu, \tilde{C}_ℓ^{XY} , está relacionado com o espectro de potência para o céu inteiro, C_ℓ^{XY} , através de

$$\tilde{C}_\ell^{XY} = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} C_{\ell'}^{XY}, \quad (5.13)$$

em que $M_{\ell\ell'}$ é a matriz de acoplamento

$$M_{\ell\ell'} = \frac{2\ell' + 1}{4\pi} \sum_{\ell''} (2\ell'' + 1) \mathcal{W}_{\ell''} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \ell'' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2. \quad (5.14)$$

Assim, a matriz $M_{\ell\ell'}$ é inferida a partir da geometria da máscara. O tamanho da área observada no céu (f_{sky}) determina a forma de $M_{\ell\ell'}$, que além de caracterizar o acoplamento dos modos, também estabelece, aproximadamente, o menor multipolo que pode ser recuperado, $\ell_{min} \sim \pi/\sqrt{f_{sky}}$. A ideia central do método é inverter a equação 5.13 para recuperar então, C_ℓ^{XY} . Entretanto, para porções pequenas do céu, tal inversão não é possível, pois a matriz $M_{\ell\ell'}$ se torna singular e portanto, não-inversível (Hinshaw et al., 2003). Para contornar este problema e também reduzir os erros na estimativa, podemos sub-particionar a matriz de acoplamento em alguns intervalos (isto é, em diferentes *bins*) e assim, recuperar o EP (EPC) para estes intervalos de multipolos L , da forma

$$\hat{C}_L^{XY} = \sum_{L'\ell} K_{LL'}^{-1} P_{L'\ell} \tilde{C}_\ell^{XY}, \quad (5.15)$$

onde $K_{LL'}$ é a matriz de acoplamento sub-particionada, definida por

$$K_{LL'} = \sum_{\ell\ell'} P_{L\ell} M_{\ell\ell'} B_{\ell'}^X B_{\ell'}^Y Q_{\ell'L'}, \quad (5.16)$$

onde $P_{L\ell}$ e $Q_{\ell'L'}$ são, respectivamente, o operador da binagem e o seu recíproco (ver Hivon et al. (2002) para suas expressões exatas). Para corrigir também a resolução angular, é adicionada a função janela do pixel, $B_{\ell'}^X$ e $B_{\ell'}^Y$ para o campo considerado X e Y , que inclui os efeitos de suavização do feixe e o tamanho do pixel.

Uma das vantagens da correlação cruzada é que dois observáveis como por exemplo, a RCF e o contraste de densidade de galáxias, são medidas completamente independentes e a princípio, os níveis de ruído não se correlacionam. Portanto, trata-se de um estimador aproximadamente imune ao ruído. Entretanto, para a auto-correlação, é necessário corrigir o estimador através da subtração do termo de ruído. A equação 5.15 se torna então

$$\hat{C}_L^{XX} = \sum_{L'\ell} K_{LL'}^{-1} P_{L'\ell} (\tilde{C}_\ell^{XX} - \tilde{N}_\ell^{XX}), \quad (5.17)$$

em que \tilde{N}_ℓ^{XX} é o ruído do pseudo-EP.

Se a fração do céu disponível para análise, f_{sky} for *grande* o suficiente⁴, a equação 5.13 pode ser aproximada por

$$\tilde{C}_\ell^{XY} \approx f_{sky} C_\ell^{XY}, \quad (5.18)$$

também chamada de aproximação de f_{sky} (Komatsu et al., 2002).

Para a análise desenvolvida no presente trabalho, foi desenvolvido um código para estimar o EP e EPC, levando em consideração o método descrito acima. Neste código, para o cálculo dos símbolos 3- j de Wigner, foi utilizado a biblioteca SLATEC⁵, na linguagem de programação Fortran transformada em uma interface para o Python. Para exemplificar concretamente o efeito do acoplamento dos modos devido à máscara, o gráfico à esquerda da figura 37 mostra a matriz $M_{\ell\ell'}$ para a máscara da fatia de photo- z $0.1 < z < 0.2$ (figura 35). É possível ver que, ao redor da diagonal principal, há uma estrutura gerado pelo acoplamento dos modos, cuja largura é determinada pela cobertura do céu e pela topologia da máscara. Para destacar este aspecto, à direita da figura 37 está disposto o gráfico que mostra como alguns harmônicos específicos, por exemplo $\ell = 5, 15, 40, 90$ e 150 , estão acoplados com os outros na matriz $M_{\ell\ell'}$.

Para o cálculo do EP e do EPC, consideramos os multipolos linearmente espaçados, entre $10 < L < 512$ e largura $\Delta\ell = 10$. Nós testamos o uso de uma largura maior e menor de $\Delta\ell$, porém não observamos um impacto significativo sobre nossos resultados. O valor mínimo de L foi estabelecido baseado tanto no valor mínimo do mapa κ do Planck, quanto na precisão da aproximação de Limber. Entretanto, limitamos nossas análises de maneira conservativa para $L_{max} = 70$, a fim de evitar os efeitos das não-linearidades. Corrigimos o estimador de C_ℓ^{gg} pela equação 5.17, subtraindo o termo de *shot-noise*, isto é: $N_\ell^{gg} = 1/\bar{n}$, onde \bar{n} é a densidade média de galáxias por esterradiano, para cada *bin* de *redshift*.

5.4.1 Estimativa da covariância

Em complemento às estimativas do EP, ou do EPC, é necessário atribuir as respectivas barras de erro e assim, avaliar a qualidade e a significância das medidas. Há diversas maneiras consistentes de se estimar a matriz de covariância para a correlação $\kappa \times \delta_g$ e para a auto-correlação de δ_g (Giannantonio et al., 2016; White, Song & Percival, 2009; Bianchini et al., 2016). Dentre elas, a covariância analítica Gaussiana⁶ no espaço harmônico, usando

$$Cov(C_\ell^{XY}, C_{\ell'}^{XY}) = \frac{\delta_{\ell\ell'}}{2\ell + 1} [C_\ell^{XY} C_{\ell'}^{XY} + C_\ell^{XX} C_{\ell'}^{YY}]. \quad (5.19)$$

⁴ O que dependerá da precisão almejada na análise.

⁵ <http://www.netlib.org/slatec/>

⁶ Assumindo que ambos campos são descritos por uma distribuição Gaussiana nas escalas de interesse.

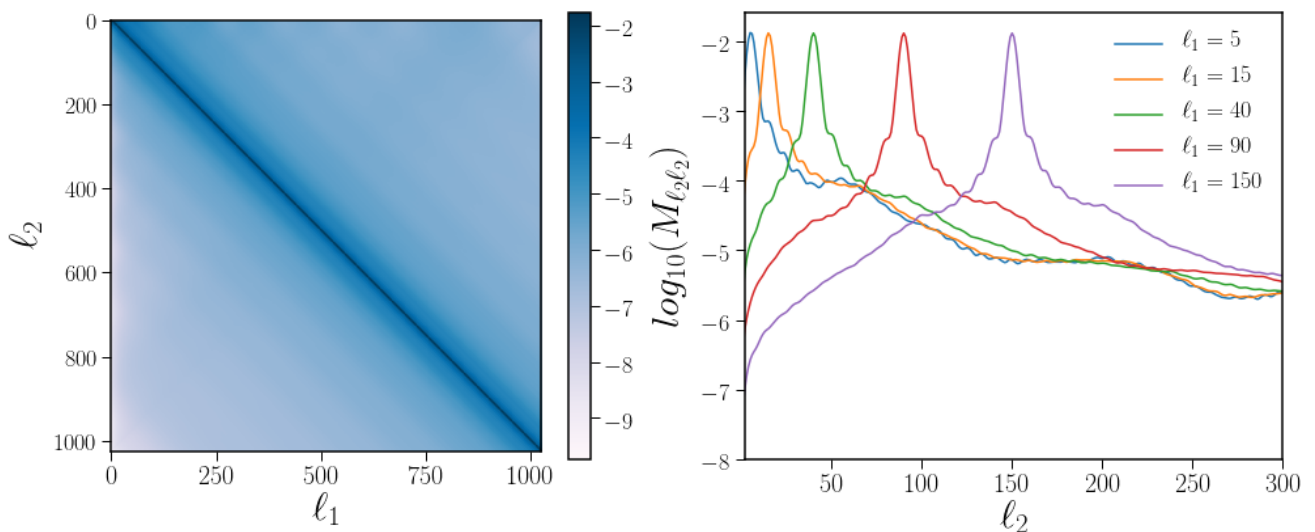


Figura 37 – Gráfico à esquerda: Matriz de acoplamento $M_{\ell\ell'}$ para a máscara de δ_g entre $0.1 < z < 0.2$, mostrada na figura 35. Gráfico à direita: comportamento da mesma matriz de acoplamento mostrada no gráfico esquerdo, porém, mostrando como alguns modos ℓ_1 fixos se acoplam em ℓ_2 .

Assim, a variância associada ao EP e ao EPC são, respectivamente,

$$(\Delta C_\ell^{XY})^2 = \frac{1}{2\ell + 1} [(C_\ell^{XY})^2 + C_\ell^{XX} C_\ell^{YY}], \quad (5.20)$$

$$(\Delta C_\ell^{XX})^2 = \frac{2}{2\ell + 1} (C_\ell^{XX})^2. \quad (5.21)$$

É válido ressaltar alguns pontos com respeito às equações acima: Primeiramente, se os mapas da análise possuem ruído (como na maior parte das situações), então, o erro do EP deve incluir o termo de ruído, ou seja, $C_\ell^{XX} \rightarrow C_\ell^{XX} + N_\ell^{XX}$. Para os erros calculados para uma região mascarada, como no presente trabalho, é necessário considerar o estimador proveniente da equação 5.15, incluindo as informações sobre o f_{sky} e os multipolos L considerados, da forma

$$(\Delta \hat{C}_L^{XY})^2 = \frac{1}{(2L + 1)\Delta\ell f_{sky}} [(\hat{C}_L^{XY})^2 + \hat{C}_L^{XX} \hat{C}_L^{YY}], \quad (5.22)$$

em que $\Delta\ell$ é a largura do *bin* do multipolo centrado em L (Balaguera-Antolínez et al., 2018).

5.5 Resultados e Discussões

5.5.1 *Bias* e amplitude de lentes

A coluna à esquerda da figura 38 mostra as estimativas do EP de δ_g , enquanto que a coluna à direita representa as estimativas do EPC de $\delta_g \times \kappa$. As seis sub-figuras de cada

coluna mostram o correspondente para cada um dos 6 *bins* tomográficos considerados. As barras de erro dos pontos foram calculadas utilizando a expressão 5.22.

Apesar do estimador \hat{D}_G ser independente do *bias* das galáxias, em *bins* estreitos de *redshift* e em escalas lineares, podemos restringir b e a amplitude da correlação cruzada A , a partir das estimativas do EP e do EPC. Isto é possível porque a amplitude da auto-correlação de δ_g depende de b^2 e a correlação-cruzada de $\delta_g \times \kappa$ depende de A , a qual é proporcional tanto ao *bias* quanto à amplitude do sinal de LGF, A_{lens} , de modo que $A = bA_{lens}$. Portanto, quando há concordância entre os dados e o modelo cosmológico fiducial, $\langle A_{lens} \rangle$ será igual a 1 e a amplitude A deverá ter o mesmo valor que o *bias* estimado com o EP, considerando as mesmas escalas para análise. Para este propósito, assumimos que em cada *bin* tomográfico o *bias* linear não evolui com o tempo, de forma que b e A são parâmetros livres que melhor se ajustam às estimativas de C_L^{gg} e $C_L^{\kappa g}$, respectivamente. Para este ajuste, assumimos uma função de verossimilhança Gaussiana,

$$\mathcal{L}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta}))^T C^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})) \right], \quad (5.23)$$

onde \mathbf{x} é o EP ou o EPC proveniente da estimativa dos dados, $\boldsymbol{\mu}$ é a predição teórica para os parâmetros $\boldsymbol{\theta} = \{b, A\}$ e C é a matriz de covariância. É válido ressaltar que $\boldsymbol{\mu}$ deve ser particionado da mesma maneira que os dados. A matriz de covariância é calculada assumindo diagonal com elementos da equação 5.22. Para ajustar os parâmetros, consideramos 6 *bins* na faixa $10 \leq \ell \leq 70$.

Em seguida, amostramos a probabilidade *a posteriori* explorando o espaço paramétrico com o método MCMC através do pacote `emcee`⁷, para cada *bin* de *redshift*. A título de comparação, também realizamos a análise para a amostra abrangendo um maior intervalo de *redshift*: $0.1 < z < 0.7$. Em ambos casos, utilizamos uma probabilidade *a priori* uniforme.

Os parâmetros b e A de melhor ajuste, juntamente com seus respectivos erros (1σ) estão dispostos nas legendas da figura 38. As curvas de melhor ajuste e suas incertezas em 1σ são mostradas pelas linhas sólidas e pelas regiões sombreadas em cinza, respectivamente. A significância da detecção é definida pela razão sinal-ruído $S/N = \sqrt{\chi_{null}^2 - \chi_{min}^2}$, onde χ_{null}^2 é o valor de χ^2 calculado sob a hipótese nula, isto é, $\chi^2(\theta = 0)$ e χ_{min}^2 é o valor de χ^2 do melhor ajuste. Os valores dos parâmetros, o S/N e o χ_{min}^2 do melhor ajuste para cada *bin* de *redshift* estão dispostos na Tabela 4.

Na análise tomográfica, os valores do *bias* se encontram em concordância, em até 1σ , com os valores da amplitude da correlação-cruzada, indicando que o lenteamento é consistente com o previsto pelo modelo fiducial considerado ($A_{lens} \simeq 1$). De acordo com o *bias* estimado através da auto-correlação de δ_g , é possível verificar que, com exceção do último *bin* de *redshift*, os valores de b crescem com o *redshift*, em concordância com

⁷ <http://dfm.io/emcee/current/>

o observado para outras amostras de galáxias (Omori et al., 2018; Crocce et al., 2015). Para todos os *bins* de *redshift*, o ajuste do *bias* possui alto $S/N \simeq 13$. Naturalmente, a estimativa de A utilizando a correlação cruzada é claramente mais fraca comparada à auto-correlação, embora verificamos uma correlação significativa com $S/N \sim 1.97 - 2.59\sigma$. A partir do χ^2 por graus de liberdade (d.o.f.⁸) associado ao melhor ajuste do *bias* e da amplitude, podemos verificar que, na maior parte dos casos, a estimativa da covariância é realista e que nosso modelo de melhor ajuste é consistente com as observações. As únicas exceções notáveis são as auto-correlações das galáxias nos dois últimos *bins* de *redshift*, $0.5 < z < 0.6$ e $0.6 < z < 0.7$.

A figura 39 mostra o $C_L^{\kappa g}$ (gráfico superior) e o C_L^{gg} (gráfico inferior) analisando o catálogo de galáxias em uma ampla faixa de *redshift*, $0.1 < z < 0.7$. O valor do *bias* e da amplitude da correlação, bem como o S/N e o χ^2 se encontram na tabela 5. Neste caso, verificamos que $A < b$ em mais de 3σ (incluindo apenas erros estatísticos), diferentemente do encontrado na análise tomográfica. Se por um lado, a divergência entre o valor de b e A para um catálogo cobrindo várias faixas de *redshift* pode indicar uma possível evolução do *bias* neste intervalo ou efeitos que não foram contabilizados, por outro, tal discrepância pode indicar uma possível tensão entre os dados e o modelo fiducial. A tensão entre o *bias* e a amplitude da correlação cruzada de LGF da RCF também foi relatada previamente por outros autores: Giannantonio et al. (2016) encontrou $A(z) < b(z)$ em $2 - 3\sigma$ utilizando os dados de galáxias do DES correlacionado com lentes da RCF do SPT e do Planck em 5 *bins* de *redshift*, na faixa $0.2 < z < 1.2$, bem como para a amostra completa de galáxias. Também, correlações entre a densidade de galáxias do CFHTLens com LGF da RCF do Planck (Omori & Holder, 2015) e o cisalhamento do CFHTLens e LGF da RCF do Planck, mostraram uma amplitude de lenteamento menor que 1, embora com significância estatística modesta (Liu & Hill, 2015).

5.5.2 Teste nulo

A fim de verificar a robustez da estimativa da correlação cruzada, contra a possibilidade de sinais espúrios de efeitos sistemáticos, realizamos um teste de hipótese nula, isto é: de não haver sinal cosmológico na correlação entre o mapa de convergência do Planck e do contraste de densidade. Fazemos isso considerando a correlação cruzada desses dois campos, sendo um deles o mapa real e o segundo proveniente de simulações que não consideram as correlações espaciais entre os dois campos. Portanto, se a correlação cruzada não contém erros sistemáticos relevantes, a correlação média deve ser consistente com zero.

Para cada uma das fatias de *redshift*, realizamos a correlação-cruzada entre os mapas reais de δ_g com as 100 simulações realistas de convergência κ do Planck (Planck

⁸ do inglês, *degrees of freedom*.

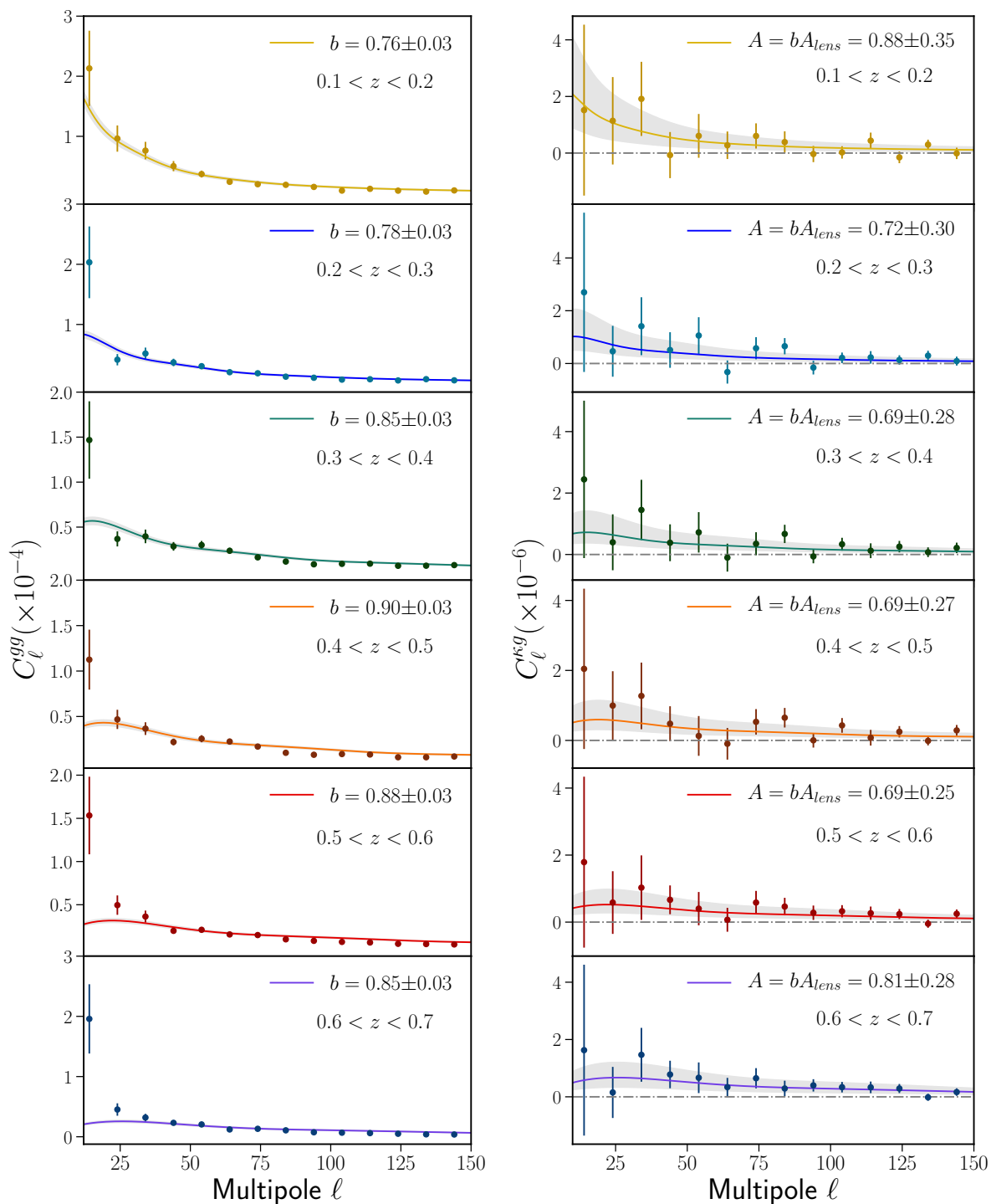


Figura 38 – Espectro de potência das galáxias (coluna esquerda) e espectro de potência cruzado das galáxias com LGF da RCF (coluna direita) dos seis *bins* tomográficos considerados. As sub-figuras representam cada um dos *bins* de photo-*z*, do menor para o maior *redshift* (de cima para baixo). Os pontos representam os dados estimados enquanto que as linhas sólidas são a estimativa teórica do modelo fiducial dimensionado pelo *bias* do melhor ajuste (para C_ℓ^{gg}) e pela amplitude da correlação cruzada $A = bA_{lens}$ (para C_ℓ^{kg}). A amplitude e o *bias* de melhor ajuste são relatados nas legendas juntamente com o erro em 1σ . Os parâmetros foram inferidos usando $\ell < 70$. As regiões sombreadas em cinza indicam o 1σ ao redor do valor de melhor ajuste.

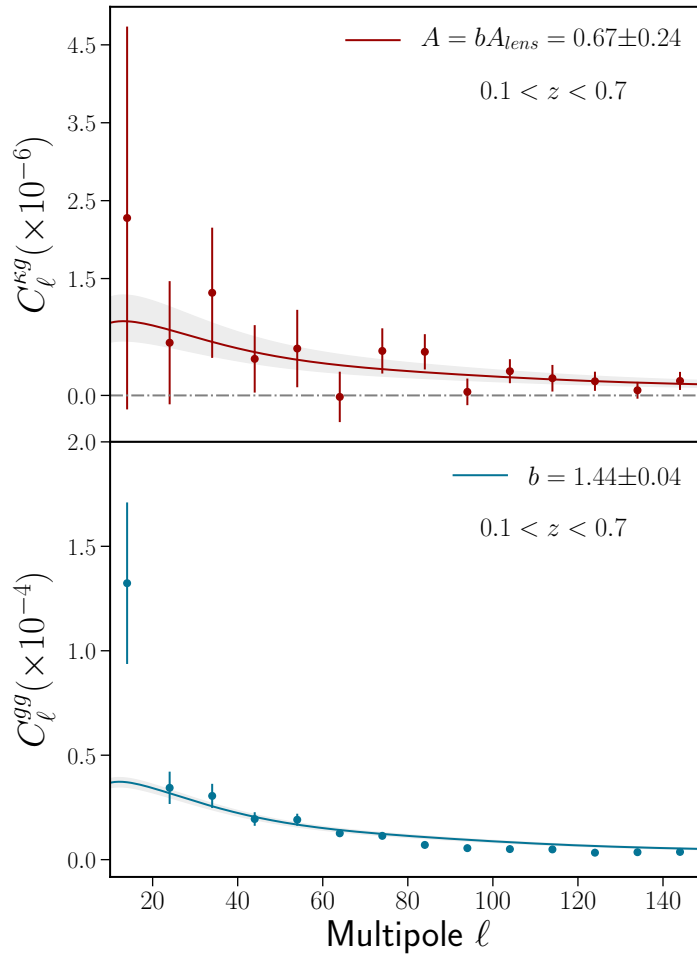


Figura 39 – Espectro de potência cruzado das galáxias com LGF da RCF (gráfico superior) e espectro de potência das galáxias (gráfico inferior) para o catálogo de galáxias na faixa de *redshift* $0.1 < z < 0.7$. Bem como a figura 38, a amplitude e o bias de melhor ajuste e os seus erros em 1σ são dispostos nas legendas e a região sombreada em cinza indica o 1σ em torno do melhor ajuste teórico, representado na linha sólida.

Collaboration et al., 2016). Embora estas simulações incorporem os níveis de ruído e as propriedades estatísticas do mapa real, como descrito na seção 3.2.2, elas não possuem sinal cosmológico correlacionado com a distribuição espacial dos catálogos de galáxias. Além disso, realizamos também a correlação-cruzada do mapa real de convergência do Planck com 100 mapas simulados de contraste de densidade de galáxias. Estas 100 simulações de δ_g foram realizadas considerando o modelo cosmológico fiducial, os valores de melhor ajuste do *bias*, as respectivas máscaras, *shot-noise* e densidade do número de galáxias que o mapa real em cada *bin* de *redshift*. A figura 40 mostra o EPC médio para cada um dos casos, onde as barras de erro foram calculadas através da diagonal da matriz de covariância do conjunto de 100 EPC, tal que $\Delta \hat{C}_L^{XY} = (\text{Cov}_{LL}^{XY} / N_{sim})^{1/2}$, onde $N_{sim} = 100$.

Considerando as matrizes de covariância obtidas usando as simulações, calculamos

Correlação	Photo-z <i>bin</i>	$b \pm \sigma_b$	S/N	$\chi^2/d.o.f$
Gal-Gal	$0.1 < z < 0.2$	0.76 ± 0.03	13.62	3.79/5
	$0.2 < z < 0.3$	0.78 ± 0.03	13.66	8.75/5
	$0.3 < z < 0.4$	0.85 ± 0.03	13.69	7.94/5
	$0.4 < z < 0.5$	0.90 ± 0.03	13.72	8.69/5
	$0.5 < z < 0.6$	0.88 ± 0.03	13.67	13.49/5
	$0.6 < z < 0.7$	0.85 ± 0.03	13.47	18.52/5

Correlação	Photo-z <i>bin</i>	$A \pm \sigma_A$	S/N	$\chi^2/d.o.f$
Gal- lentes RCF	$0.1 < z < 0.2$	0.88 ± 0.35	1.97	1.47/5
	$0.2 < z < 0.3$	0.72 ± 0.30	2.47	4.15/5
	$0.3 < z < 0.4$	0.69 ± 0.28	2.22	2.72/5
	$0.4 < z < 0.5$	0.69 ± 0.27	2.14	2.29/5
	$0.5 < z < 0.6$	0.69 ± 0.25	2.26	1.30/5
	$0.6 < z < 0.7$	0.81 ± 0.28	2.83	1.48/5

Tabela 4 – Resultados obtidos a partir do EP e do EPC para os 5 *bins* de *redshift*: a primeira metade da tabela mostra o melhor ajuste para o bias b , a partir da auto-correlação das galáxias (“Gal-Gal”), enquanto que o restante da tabela mostra o melhor ajuste da amplitude da correlação-cruzada $A = bA_{lens}$. O sinal-ruído (S/N) e o χ^2 de melhor ajuste também estão dispostos.

Correlação	Photo-z <i>bin</i>	$b \pm \sigma_b$	S/N	$\chi^2/d.o.f$
Gal-Gal	$0.1 < z < 0.7$	1.44 ± 0.04	13.80	8.60/5

Correlação	Photo-z <i>bin</i>	$A \pm \sigma_A$	S/N	$\chi^2/d.o.f$
Gal- lentes RCF	$0.1 < z < 0.7$	0.67 ± 0.24	2.59	2.60/5

Tabela 5 – O mesmo que mostrado na tabela 4, porém, considerando o catálogo de galáxias na faixa de *redshift* $0.1 < z < 0.7$, ao invés de *bins* tomográficos.

o χ^2 e a probabilidade-de-exceder (PTE)⁹, para os dados nas escalas $10 \leq \ell \leq 70$ e *d.o.f.* $\nu = 6$. Os resultados são exibidos na Tabela 6. Embora tenhamos encontrado valores diferentes de PTE, para cada um dos testes e *bin* tomográfico, não é detectado nenhum sinal estatisticamente significativo para nenhum dos casos e, assim, o sinal é consistente com zero.

5.5.3 Restrições de D_G

Calculamos o fator de crescimento linear utilizando os EP e EPC estimados, através do estimador definido pela equação 5.9. Realizamos o cálculo para os 6 *bins* de *redshift*, considerando apenas as escalas $\ell < 70$, como descrito na seção 5.4. A figura 41 mostra o resultado, com as respectivas barras de erro (1σ).

As barras de erro para cada um dos pontos da figura 41 foram estimadas da

⁹ do inglês, *probability-to-exceed*.

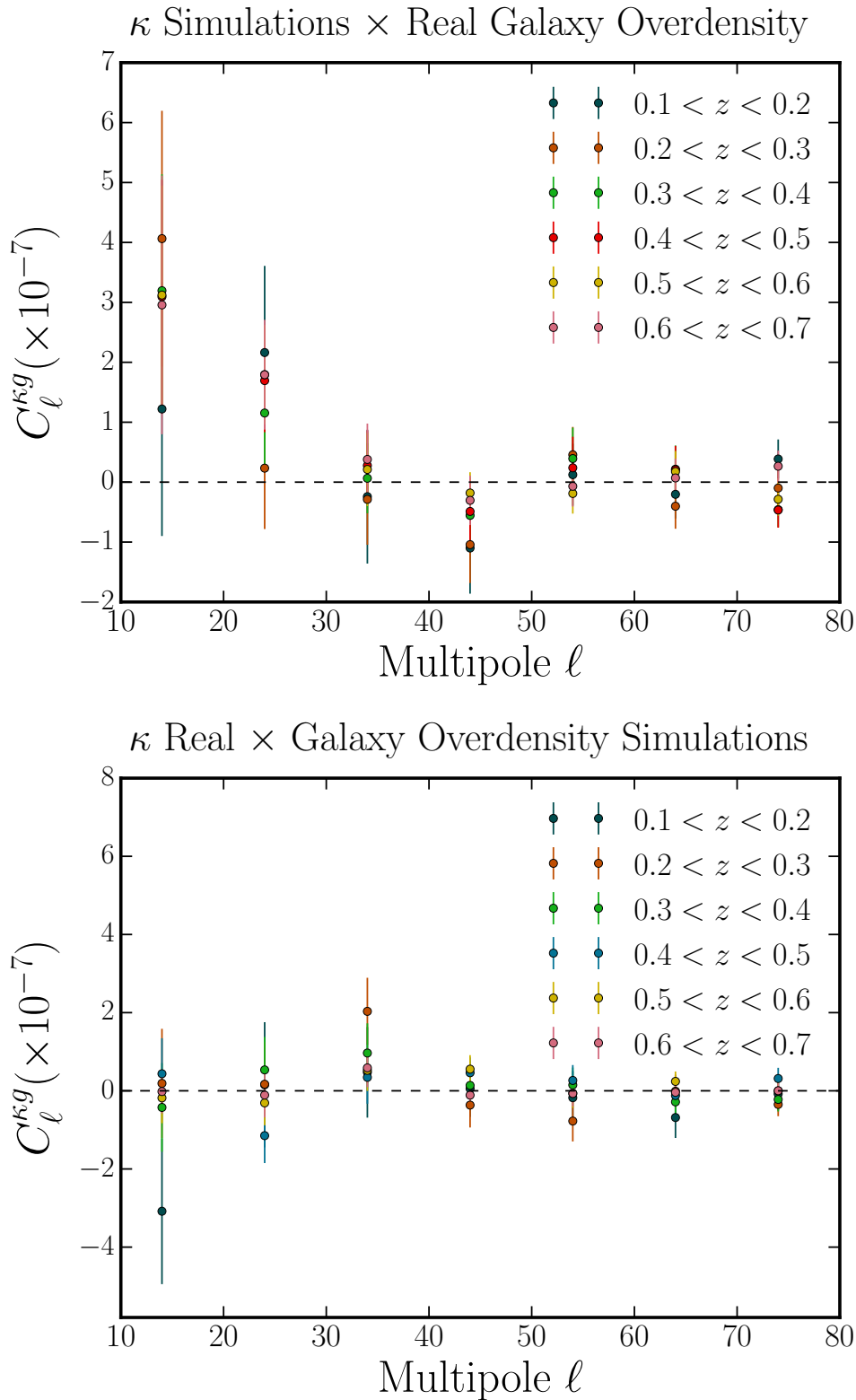


Figura 40 – Teste nulo para o espectro de potência cruzado, para as 6 fatias de *redshift*. O gráfico superior apresenta o EPC médio entre o mapa de convergência do Planck e as 100 mapas de contraste de densidade de galáxia, nos quais foram simulados considerando as respectivas propriedades do mapa real de δ_g de cada *redshift*. O gráfico inferior apresenta o EPC médio entre os mapas reais de contraste de densidade de galáxia e as 100 simulações realistas da convergência do Planck. As barras de erro são estimadas pelo desvio padrão dos 100 espectros-cruzados, dividido por $\sqrt{100}$.

Correlação	Photo-z <i>bin</i>	χ^2	PTE (%)
κ Planck Sims \times Gal	$0.1 < z < 0.2$	6.64	35.45
	$0.2 < z < 0.3$	8.73	18.89
	$0.3 < z < 0.4$	6.92	32.81
	$0.4 < z < 0.5$	8.89	17.96
	$0.5 < z < 0.6$	10.15	11.81
	$0.6 < z < 0.7$	8.83	18.30
Correlação	Photo-z <i>bin</i>	χ^2	PTE (%)
κ Planck \times Gal Sims	$0.1 < z < 0.2$	4.50	60.92
	$0.2 < z < 0.3$	9.38	15.28
	$0.3 < z < 0.4$	4.21	64.79
	$0.4 < z < 0.5$	5.08	53.24
	$0.5 < z < 0.6$	4.64	59.01
	$0.6 < z < 0.7$	1.62	95.09

Tabela 6 – Resultados do teste nulo, incluindo o *bin* de *redshift* considerado, o χ e a probabilidade de exceder (PTE): para a correlação entre as 100 simulações de convergência do Planck e os mapas reais de contraste de densidade de galáxia (“ κ Planck Sims \times Gal”) e entre o mapa real de convergência do Planck e as 100 mapas de contraste de densidade de galáxia simulados com as especificações dos mapas reais (“ κ Planck \times Gal Sims”).

seguinte maneira: utilizando os espectros de potência teóricos fornecidos pelas expressões da equação 5.7 e da equação 2.64 escrita para a convergência, geramos mapas de céu inteiro injetando o grau conhecido da correlação, de forma que, os modos harmônicos dos campos simulados da convergência e de galáxias satisfaçam tanto a auto-correlação como a correlação cruzada (Kamionkowski, Kosowsky & Stebbins, 1997),

$$\kappa_{\ell m} = \zeta_1 (C_\ell^{\kappa\kappa})^{1/2},$$

$$g_{\ell m} = \zeta_1 \frac{C_\ell^{\kappa g}}{(C_\ell^{\kappa\kappa})^{1/2}} + \zeta_2 \left[C_\ell^{gg} - \frac{(C_\ell^{\kappa g})^2}{C_\ell^{\kappa\kappa}} \right]^{1/2}, \quad (5.24)$$

onde $\kappa_{\ell m}$ e $g_{\ell m}$ são os coeficientes dos harmônicos esféricos do campo de convergência e de galáxia, respectivamente. Para cada valor de ℓ e $m > 0$, ζ_1 e ζ_2 são dois números complexos extraídos de uma distribuição Gaussiana com variância unitária, enquanto que para $m = 0$ eles são reais e normalmente distribuídos. É válido ressaltar que, estimamos o C_ℓ^{gg} teórico considerando as respectivas especificações de cada fatia de redshift, ou seja, dn/dz e o b .

Desta forma, geramos 500 realizações Gaussianas para os dois campos. Para que tais mapas sejam realistas, utilizamos o espectro de potência do ruído do mapa de convergência, N_ℓ , disponibilizado pela equipe do Planck¹⁰, para gerar o mapa de ruído e, assim, adicionamos à respectiva realização do mapa de convergência. Para levar em consideração

¹⁰ https://wiki.cosmos.esa.int/planckpla/index.php/Specially_processed_maps

o ruído nas simulações dos mapas de galáxias, procedemos da seguinte maneira: para cada mapa contendo a superdensidade da galáxia, geramos um conjunto de mapas de contagem do número de galáxias, onde o valor de cada pixel é extraído de uma distribuição de Poisson, com média

$$\lambda(\hat{\mathbf{n}}) = \bar{n}(1 + g(\hat{\mathbf{n}})), \quad (5.25)$$

onde \bar{n} é o número médio de fontes por pixel do mapa real utilizado (considerando o seu devido *bin* de *redshift*) e $g(\hat{\mathbf{n}})$ é o mapa de galáxia simulado, contendo apenas sinal. O mapa de contagem de número de galáxias $\lambda(\hat{\mathbf{n}})$ foi então, convertido em contraste de densidade de galáxia. Note que os mapas obtidos desta forma já incluem o ruído poissônico com variância $N_{\ell}^{gg} = 1/\bar{n}$.

Em seguida, aplicamos as máscaras de cada um dos *bins* de *redshift* aos respectivos conjuntos de simulações e o *pipeline* descrito acima para recuperar os espectros de potência \hat{C}_{ℓ}^{gg} e o $\hat{C}_{\ell}^{\kappa g}$. Finalmente, utilizamos as 500 auto-correlações e correlações cruzadas extraídas das simulações para obter os valores de \hat{D}_G e estabelecemos a dispersão ao longo destas medidas para obter o valor do erro da medida em 1σ .

A linha sólida preta da figura 41 representa a função de crescimento linear de acordo com o modelo fiducial utilizando os parâmetros do Planck, $D_G^{fid}(z)$. Como a função D_G depende dos parâmetros cosmológicos, especificamente de $\Omega_m \sigma_8 H_0^2$, consideramos as cadeias de Monte Carlo da análise do Planck a fim de obter a estimativa da função D_G de acordo com a precisão dos parâmetros atuais. Deste modo, sorteamos aleatoriamente 3000 pontos das cadeias do Planck e calculamos a função de crescimento linear para cada uma das cosmologias. A região sombreada em torno de $D_G^{fid}(z)$ representa a dispersão em 2σ para as 3000 cosmologias. É válido mencionar que para a cosmologia fiducial, normalizamos $D_G = 1$ hoje, enquanto que para qualquer outra cosmologia i , D_G é multiplicado pelo fator $(\Omega_m \sigma_8 H_0^2)^i / (\Omega_m \sigma_8 H_0^2)^{fid}$.

Podemos acessar a amplitude da função de crescimento linear A_D , com respeito à predição fiducial, assumindo uma parametrização de D_G fixa para $D_G^{fid}(z)$ (Giannantonio et al., 2016; Bianchini & Reichardt, 2018), de modo que

$$D_G(z) = A_D D_G^{fid}(z), \quad (5.26)$$

onde para cada *bin* tomográfico, utilizamos a mediana da distribuição de *redshift* como a “entrada” para z . Através do uso do método MCMC com uma *priori* plana, ajustamos a amplitude A_D . Encontramos $A_D = 1.02 \pm 0.14$, em excelente concordância com o valor fiducial $A_D = 1$.

Análises similares utilizando outros catálogos, para um intervalo de *redshift* mais próximo (Bianchini & Reichardt, 2018) e para intervalos mais profundos que o considerado neste trabalho (Giannantonio et al., 2016; Omori et al., 2018), também indicam valores de A_D em concordância com a cosmologia fiducial estabelecida pelo Planck, embora para a

amostra do DES *Science Verification* tenha revelado uma amplitude de $\sim 1.7\sigma$ distante do valor fiducial, com $A_D = 0.73 \pm 0.16$. Neste sentido, nossas análises são complementares, uma vez que considera uma região diferente do céu e com outro levantamento e, portanto, susceptível a outros sistemáticos, além de outro intervalo de *redshift*.

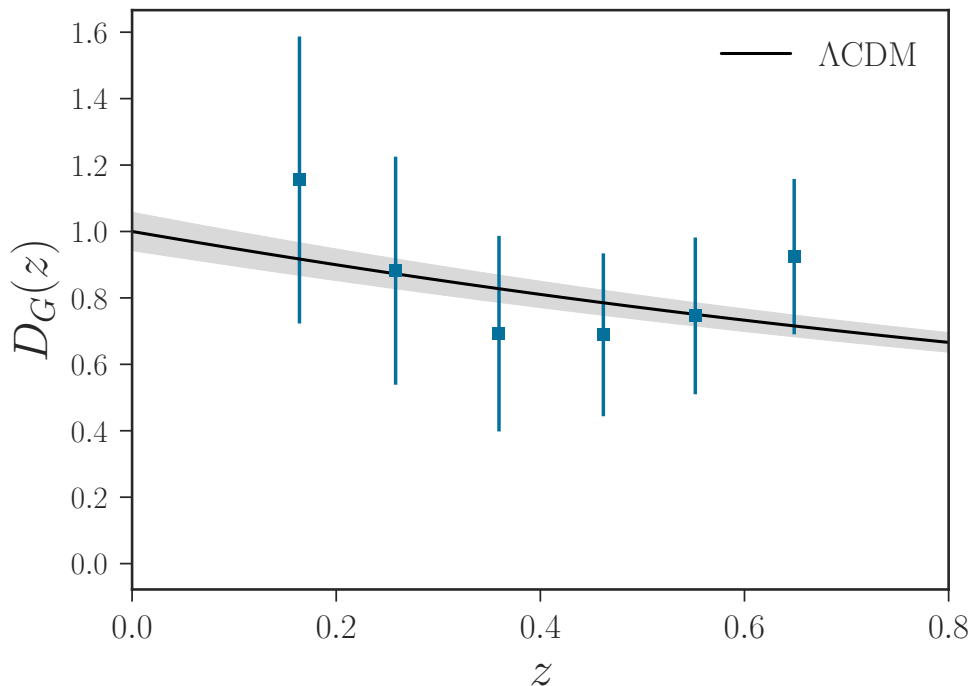


Figura 41 – Fator de crescimento linear obtido com o estimador de \hat{D}_G , para os seis *bins* de *redshift*. A linha sólida representa a função de crescimento linear para a cosmologia fiducial do Planck. A região sombreada em cinza representa a dispersão (2σ) do \hat{D}_G calculado para as 3000 cosmologias, aleatoriamente escolhidas utilizando as cadeias do Planck.

5.5.4 Impacto da escolha da escala

A fim de evitar uma contaminação das não-linearidades, limitamos nossas análises em $\ell < 70$ para todos os *bins* de *redshift*. Entretanto, é necessário investigar o impacto da nossa escolha, uma vez que a escala angular subtendida pelos modos que estão entrando no regime não-linear, isto é, $\Delta^2(k_{NL}) = k_{NL}^3 P^{linear}(k_{NL}) / (2\pi^2) \approx 1$, varia para cada um das faixas de *redshift* consideradas.

Desta forma, exploramos a variação do valor de \hat{D}_G , considerando diferentes escolhas de ℓ_{max} , para cada um dos *bins* de *redshift*. Efetivamente, a questão é entender se, ao estender o intervalo para o regime não linear levaria a uma mudança no valor observado de \hat{D}_G . Em ordem-zero, esperaríamos que o crescimento da estrutura não-linear fosse cancelado por razões semelhantes às do cancelamento do *bias*. Entretanto, se o cresci-

mento não-linear estiver influenciando o resultado, deveríamos observar um deslocamento monotônico de \hat{D}_G com o crescimento de ℓ_{max} .

A figura 42 mostra o valor de \hat{D}_G estimado, em função do multipolo máximo ℓ_{max} considerado na análise. Os gráficos estão dispostos de maneira crescente com o *redshift*, de cima para baixo, como indicado pelos respectivos títulos. A região sombreada em cinza representa 1σ do fator de crescimento, estimado através das 500 simulações descritas na seção anterior. A linha horizontal pontilhada indica o valor de \hat{D}_G encontrado para o caso padrão, ou seja, com ℓ até 70. Para uma melhor visualização, o intervalo considerado no eixo-x é diferente para cada *bin* de *redshift*, devido aos diferentes valores das escalas em que a não-linearidade é relevante. Podemos observar que, para os três primeiros gráficos e para o último, não há desvios significativos dos valores de \hat{D}_G com o ℓ_{max} , sendo improvável que a amplitude A_D inferida seja afetada pela inclusão inadequada de escalas não-lineares. Entretanto, para os *bins*, $0.4 < z < 0.5$ e $0.5 < z < 0.6$, podemos ver um aumento de \hat{D}_G gradativo com o ℓ_{max} , embora teoricamente, nestes *redshifts*, a influência das não-linearidades seja irrelevante em $\ell < 376$ e $\ell < 467$, respectivamente. É válido mencionar que, nestes mesmos intervalos, foram os que revelaram menor PTE no teste nulo com as correlações cruzadas entre as simulações do κ do Planck com os mapas reais de δ_g , como mostrado na tabela 6. Desta forma, é necessário uma melhor investigação sobre possíveis sistemáticos nestes intervalos de *redshift*, a fim de melhor determinar a causa deste efeito. Para a análise realizada neste trabalho, este perfil observado não impacta significativamente o resultado geral, uma vez que o valor estimado (mostrado na linha pontilhada da figura 42), se encontra em até 2σ dos valores de D_G do regime não-linear.

5.6 Conclusões

Estudos recentes demonstram a importância em medir quantidades relacionadas ao crescimento das estruturas cósmicas, utilizando catálogos profundos de galáxias e mapas de LGF da RCF (Peacock & Bilicki, 2018; Giannantonio et al., 2016; Omori et al., 2018; Bianchini & Reichardt, 2018). Neste trabalho, apresentamos um novo teste de consistência do modelo Λ CDM, através da correlação-cruzada do mapa de convergência do Planck, κ , com o mapa de flutuações de densidade de galáxias δ_g e da auto-correlação de δ_g , a fim de restringir o fator de crescimento linear das estruturas. O mapa de δ_g foi construído a partir do catálogo fotométrico proveniente da combinação dos dados do SCUSS, SDSS e WISE. Desta forma, realizamos as análises em seis fatias de *redshift* no intervalo $0.1 < z < 0.7$.

Com o uso da auto-correlação e da correlação cruzada, em cada uma das fatias tomográficas e para amostra no intervalo total ($0.1 < z < 0.7$), estimamos o *bias* das galáxias (b) e a amplitude da correlação (A), respectivamente. Os principais resultados da análise tomográfica, que estão dispostos na tabela 4, indicam que, além de uma detecção

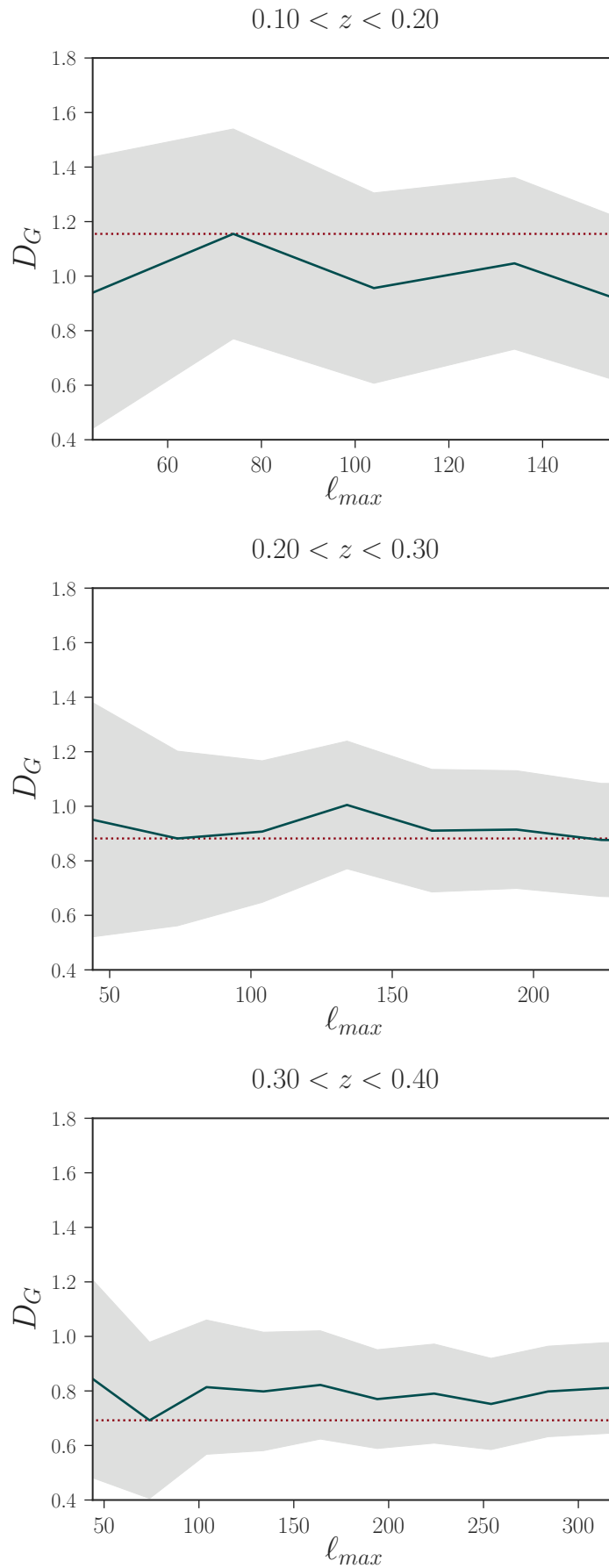


Figura 42 – Dependência do valor de D_G de acordo com o l_{max} considerado, para cada uma das fatias de *redshift* (em ordem crescente, de cima para baixo).

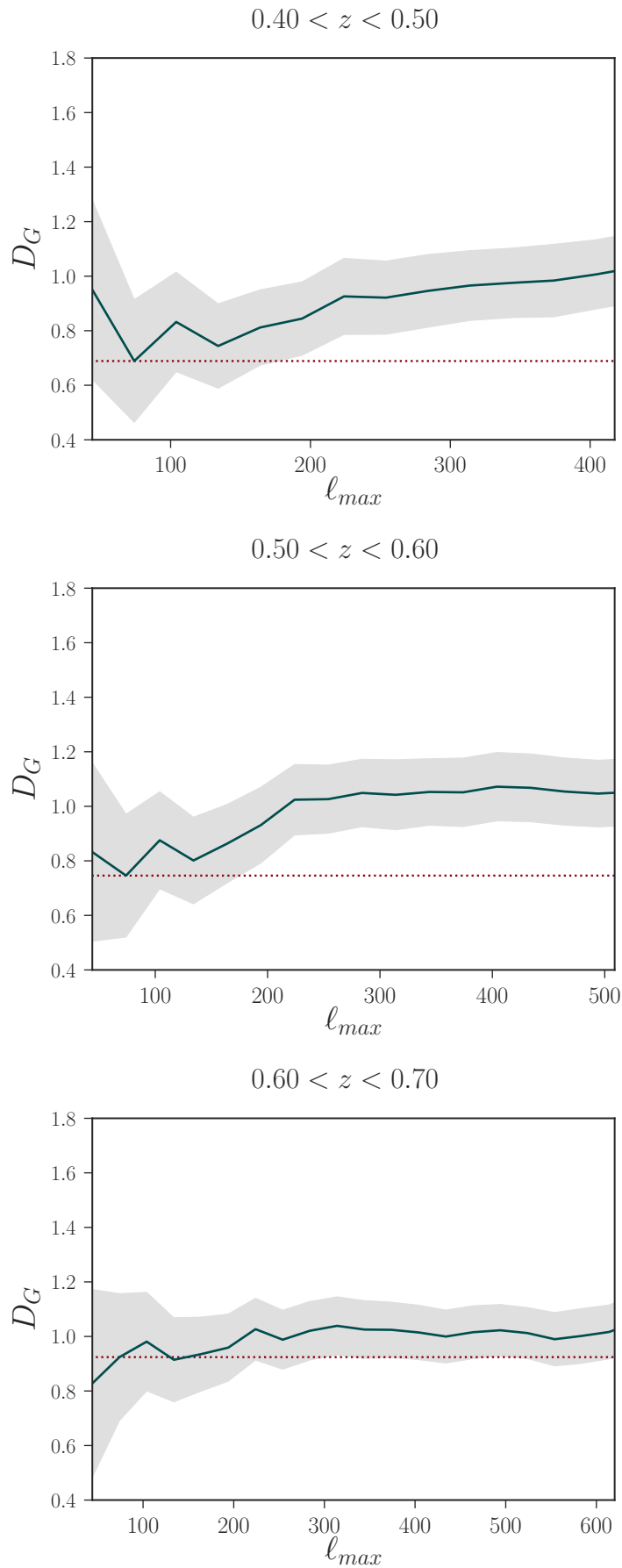


Figura 43 – Continuação.

com S/N consideravelmente alto, os valores de b e A são consistentes entre si, mostrando concordância com o esperado pelo modelo Λ CDM. Porém, o resultado para a amostra completa, disposto na tabela 5, sugere que $A < b$, com uma tensão moderada de $\sim 3\sigma$ (incluindo apenas erros estatísticos). Tal resultado pode indicar tanto uma possível evolução do bias neste intervalo, quanto algum efeito não contabilizado pela modelagem, como a estocasticidade (Tegmark & Peebles, 1998).

Adicionalmente para cada *redshift*, mediante 100 simulações de δ_g com ruído incluso e 100 simulações realistas de κ , realizamos testes nulos para verificar que nossas medidas de correlação-cruzada não são contaminadas por sinais artificiais (como por efeitos sistemáticos ou sinais espúrios). Como mostrado na figura 40, os sinais encontrados são estatisticamente consistentes com zero e portanto, indicando uma baixa probabilidade da correlação-cruzada ser afetada por tais efeitos.

Combinando a auto-correlação com a correlação-cruzada, analisamos o crescimento linear das estruturas, utilizando o estimador \hat{D}_G , introduzido por Giannantonio et al. (2016). Pela análise tomográfica, é possível verificar a evolução de \hat{D}_G para as seis fatias de *redshift* e assim, comparar com o a função $D_G^{fid}(z)$ baseada no modelo Λ CDM (figura 41). Nosso resultado se encontra em concordância com o cenário do modelo cosmológico fiducial, com amplitude do crescimento das estruturas $A_D = 1.02 \pm 0.14$, sendo $A_D = 1$ o valor fiducial. Validamos a estabilidade do valor de \hat{D}_G com a escolha da escala máxima utilizada ℓ_{max} , verificando que as não-linearidades esperadas nas pequenas escalas não influenciam substancialmente nossos resultados (figura 42). Entretanto, para as fatias em $0.4 < z < 0.5$ e $0.5 < z < 0.6$ há indícios de uma evolução de \hat{D}_G com o ℓ_{max} , embora este resultado não afeta de forma relevante nossa estimativa, quando consideramos as respectivas barras de erro.

Em resumo, embora a tomografia de LGF da RCF esteja em estágios iniciais de desenvolvimento, tem se mostrado ser um método eficiente para testar o crescimento linear das estruturas cósmicas e, por extensão, testar modelos de energia escura e/ou modelos alternativos de gravitação. As perspectivas de continuar as descobertas neste campo são muito promissoras. No futuro próximo, vários levantamentos de galáxias produzirão dados abrangentes tanto em área observada quanto em *redshift*, como por exemplo, o LSST (Collaboration, 2009), *Dark Energy Spectroscopic Instrument* (DESI), DES, *Javalambre-Physics of the Accelerated Universe Astrophysical Survey* (J-PAS) (Benitez et al., 2014), Euclid (Laureijs et al., 2011) e WFIRST. Ao mesmo tempo, experimentos da RCF, tais como o *Simons Observatory* (Ade et al., 2019), AdvACT (Henderson et al., 2016) e CMB-S4 (Abazajian et al., 2016), permitirão uma reconstrução de LGF da RCF com menores níveis de ruído, bem como um maior controle de outros efeitos que potencialmente contaminam os dados.

6 Conclusões e perspectivas

Devido ao avanço observacional nas últimas duas décadas, foi possível impor vínculos sobre diversos modelos teóricos que visam explicar a composição e a dinâmica do Universo. Especificamente, os dados recentes do satélite Planck contribuíram para vincular o modelo cosmológico padrão Λ CDM, talvez sendo as medidas consolidadas das flutuações primárias de temperatura da RCF (Akrami et al., 2018). Entretanto, várias questões fundamentais ainda se encontram em aberto. As próximas fronteiras para a Cosmologia observacional incluem, entre outros, a medida precisa da polarização da RCF (especialmente o modo-B), a extensão para pequenas escalas de LGF da RCF, bem como um mapeamento extensivo da estrutura em grande-escala em diferentes comprimentos de onda e em altos *redshifts*. Os dados de LGF dos próximos levantamentos, tais como LSST, DES, Euclid, WFIRST, J-PAS, *Simons observatory* e CMB-S4, certamente serão aprimorados ou até fundamentalmente mudarão a nossa compreensão do Universo. Entretanto, o grande volume de dados coletados pelos próximos levantamentos da RCF e da estrutura em grande-escala colocarão novos desafios no que diz respeito à melhor abordagem para extração de informações astrofísicas, na construção de estimadores otimizados, na combinação (através da correlação-cruzada) de dados de diferentes sondas, na modelagem e controle de sistemáticos e em métodos para marginalização de parâmetros cosmológicos, entre outros. Neste sentido, as principais motivações por trás desta tese foram explorar estes problemas com dados atuais e simulações realísticas.

Na presente tese, estudamos como extrair informações cosmológicas a partir do efeito de LGF de galáxias e da RCF. Especificamente, no capítulo 3, exploramos a validade do PC através do teste da isotropia estatística do mapa de convergência do Planck, κ , pela estimativa da variância de pequenas (locais) e grandes (hemisférios) regiões do céu. Comparamos os valores obtidos do mapa κ com os valores típicos do conjunto de simulações realísticas disponibilizadas pelo Planck, que incorporam os efeitos de contaminantes e instrumentais presentes nos dados. Encontramos tanto na análise local, quanto na análise hemisférica, que a distribuição da variância de κ se encontra em concordância com a hipótese de isotropia estatística, como esperado pelas simulações. Entretanto, na análise local, encontramos 8 regiões que merecem ser destacadas. Embora estas regiões não apresentem desvios estatisticamente significativos (menores que 3σ), este estudo permitiu identificar possíveis correlações com sub ou superdensidades no Universo ou uma melhor compreensão de possíveis fontes sistemáticas adicionais, para além daquelas consideradas nas simulações do Planck.

Motivados pelos próximos levantamentos astronômicos, como o LSST, investigamos no capítulo 4 a habilidade de ferramentas morfológicas, como os FMs, em restringir a

soma das massas dos neutrinos (Σm_ν) em dados simulados de LGF. Comparamos o EP e os FMs das simulações **MassiveNus**, considerando o ruído, densidade e distribuição de *redshift* para um levantamento do tipo LSST, em 5 *bins* de *redshift* entre $0.5 < z < 2.5$. Encontramos que os FMs capturam as informações dos neutrinos massivos impressas nos dados da estrutura em grande-escala, para além das informações contidas em campos Gaussianos. Os FMs superam significativamente o EP na restrição de Σm_ν , por mais de um fator de quatro, quando se considera a abordagem tomográfica. Este resultado é particularmente importante pois com os próximos levantamentos de galáxias poderá se vincular melhor Σm_ν e outros parâmetros cosmológicos. Tal método também pode ser complementar a outras ferramentas e observáveis, como a RCF, LGF da RCF, aglomeração de galáxias e as oscilações acústicas bariônicas.

No capítulo 5, investigamos como medir a função de crescimento linear $D_G(z)$, através da combinação da correlação cruzada entre κ da RCF e das flutuações de densidade de galáxias δ_g com a auto-correlação de δ_g . Utilizamos a estatística introduzida por Giannantonio et al. (2016) para o catálogo fotométrico proveniente da combinação dos dados do SCUSS, SDSS e WISE e o mapa de convergência do Planck. Em uma abordagem tomográfica, para *bins* finos de *redshift* e em escalas lineares, tal estimador é independente do *bias* das galáxias. Para cada uma dos seis *bins* de *redshift*, calculamos os respectivos D_G e, assumindo um *template* para a função $D_G(z)$ baseado na cosmologia fiducial do Planck, determinamos a amplitude do crescimento das estruturas $A_D = 1.02 \pm 0.14$, em concordância com o modelo fiducial $A_D = 1$. Este trabalho é complementar às medições de D_G para diferentes *redshifts* e para outras coberturas do céu, em comparação com as análises reportadas na literatura até o momento.

O trabalho apresentado aqui pode ser estendido em diferentes maneiras, não apenas utilizando as técnicas aqui empregadas em dados de levantamentos futuros. A utilização de ferramentas estatísticas de segunda ordem e de ordem superior, como a auto-correlação, correlação-cruzada, FMs, momentos estatísticos, contagem de picos e o biespectro, são promissoras para extrair diversas informações cosmológicas em dados de LGF. Enquanto isso, é necessário também quantificar os principais sistemáticos que podem afetar cada uma das estatísticas diferentemente, incluindo efeitos da física bariônica, incertezas do *redshift* fotométrico, contaminantes da galáxia, erros de medição do cisalhamento e dos alinhamentos intrínsecos das galáxias.

Para concluir, a presente tese representa um esforço em utilizar o efeito de LGF da RCF e da estrutura em grande-escala para melhorar nossa compreensão em questões atualmente em aberto na Cosmologia. Neste sentido, há muito a ser explorado utilizando LGF, incluindo tópicos que não foram diretamente discutidos, como por exemplo, as interações entre a matéria escura e bárions, o efeito *Sachs-Wolfe* integrado, estudos de *voids* e testes de modelos inflacionários e de gravidade modificada.

Referências

ABAZAJIAN, K. N., et al. 2016, CMB-S4 science book. *arXiv preprint arXiv:1610.02743*. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 131.

ABAZAJIAN, K. N., et al. 2015, Neutrino physics from the cosmic microwave background and large scale structure. *Astroparticle Physics*, Elsevier, v. 63, p. 66–80. Citado na página 32.

ABBOTT, T., et al. 2018, Dark energy survey year 1 results: cosmological constraints from galaxy clustering and weak lensing. *Physical Review D*, APS, v. 98, n. 4, p. 043526. Citado na página 83.

ACQUAVIVA, V.; BACCIGALUPI, C. 2006, Dark energy records in lensed cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 74, n. 10, p. 103510. Citado na página 51.

ADAM, R., et al. 2016, Planck 2015 results-i. overview of products and scientific results. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 594, p. A1. Citado na página 62.

ADE, P., et al. 2014, Planck 2013 results. xvii. gravitational lensing by large-scale structure. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 571, p. A17. Citado na página 57.

ADE, P., et al. 2016, Planck 2015 results-xii. full focal plane simulations. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 594, p. A12. Citado na página 63.

ADE, P., et al. 2016, Planck 2015 results-xii. full focal plane simulations. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 594, p. A12. Citado na página 73.

ADE, P., et al. 2016, Planck 2015 results-xxi. the integrated sachs-wolfe effect. *Astronomy & Astrophysics*, EDP sciences, v. 594, p. A21. Citado na página 110.

ADE, P., et al. 2019, The simons observatory: science goals and forecasts. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2019, n. 02, p. 056. Citado na página 131.

ADE, P. A., et al. 2014, Planck 2013 results. xxiii. isotropy and statistics of the cmb. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 571, p. A23. Citado na página 71.

ADE, P. A. R. et al. 2014, Measurement of the Cosmic Microwave Background Polarization Lensing Power Spectrum with the POLARBEAR experiment. *Phys. Rev. Lett.*, v. 113, p. 021301. Citado na página 57.

ADE, P. A. R. et al. 2016, BICEP2 / Keck Array VIII: Measurement of gravitational lensing from large-scale B-mode polarization. *Astrophys. J.*, v. 833, n. 2, p. 228. Citado na página 57.

AGHANIM, N., et al. 2018, Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. *arXiv preprint arXiv:1807.06209*. Citado 3 vezes nas páginas 32, 44 e 81.

AGHANIM, N. et al. 2018, Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 58.

AGHANIM, N. et al. 2018, Planck 2018 results. VIII. Gravitational lensing. Citado na página 57.

AHMED, S., et al. 2004, Measurement of the Total Active B 8 Solar Neutrino Flux at the Sudbury Neutrino Observatory with Enhanced Neutral Current Sensitivity. *Physical review letters*, APS, v. 92, n. 18, p. 181301. Citado na página 78.

AHN, C. P., et al. 2014, The tenth data release of the sloan digital sky survey: first spectroscopic data from the sdss-iii apache point observatory galactic evolution experiment. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 211, n. 2, p. 17. Citado na página 111.

AKRAMI, Y., et al. 2018, Planck 2018 results. i. overview and the cosmological legacy of planck. *arXiv preprint arXiv:1807.06205*. Citado na página 133.

ALI-HAÏMOUD, Y.; BIRD, S. 2012, An efficient implementation of massive neutrinos in non-linear structure formation simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 428, n. 4, p. 3375–3389. Citado na página 87.

ALONSO, D., et al. 2015, Homogeneity and isotropy in the two micron all sky survey photometric redshift catalogue. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 449, n. 1, p. 670–684. Citado na página 59.

ANSARI, R. 1995, Gravitational microlensing experiments: a review. *Nuclear Physics B-Proceedings Supplements*, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 108–117. Citado na página 30.

AVILA, F., et al. 2019, The angular scale of homogeneity in the local universe with the sdss blue galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 488, n. 1, p. 1481–1487. Citado na página 59.

AVILA, F., et al. 2018, The scale of homogeneity in the local universe with the alfalfa catalogue. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2018, n. 12, p. 041. Citado na página 59.

BALAGUERA-ANTOLÍNEZ, A., et al. 2018, Extracting cosmological information from the angular power spectrum of the 2mass photometric redshift catalogue. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 476, n. 1, p. 1050–1070. Citado na página 118.

BARTELMANN, M.; MATURI, M. 2016, Weak gravitational lensing. *arXiv preprint arXiv:1612.06535*. Citado 3 vezes nas páginas 17, 37 e 38.

BARTELMANN, M.; SCHNEIDER, P. 2001, Weak gravitational lensing. *Physics Reports*, Elsevier, v. 340, n. 4-5, p. 291–472. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 83.

BARTLETT, J., et al. 2016, Planck 2015 results: IX. diffuse component separation: Cmb maps. *Astronomy and Astrophysics*, Springer-Verlag GmbH, v. 594, p. A9–A9. Citado na página 71.

- BASAK, S. 2012. Sparse component separation for accurate cmb map estimation. In: *Proceedings of "Big Bang, Big Data, Big Computers"(Big3). September 19-21, 2012. Laboratoire Astroparticule et Cosmologie, 10 rue A. Domon et L. Duquet, 75205 Paris 13, France. Published online at <http://pos.sissa.it/cgi-bin/reader/conf.cgi?confid=165>, id. 17.* [S.l.: s.n.]. Citado na página 62.
- BAUMANN, D. 2009, Tasi lectures on inflation. *arXiv preprint arXiv:0907.5424*, p. 56–60. Citado na página 52.
- BECK, R., et al. 2016, Photometric redshifts for the sdss data release 12. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 460, n. 2, p. 1371–1381. Citado na página 111.
- BECKER-SZENDY, R., et al. 1992, Electron-and muon-neutrino content of the atmospheric flux. *Physical Review D*, APS, v. 46, n. 9, p. 3720. Citado na página 78.
- BENGALY, C., et al. 2016, Is there evidence for anomalous dipole anisotropy in the large-scale structure? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 464, n. 1, p. 768–774. Citado na página 59.
- BENGALY, C. A. P., et al. 2016, Probing cosmological isotropy with planck sunyaev-zeldovich galaxy clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. Citado na página 59.
- BENITEZ, N., et al. 2014, J-pas: the javalambre-physics of the accelerated universe astrophysical survey. *arXiv preprint arXiv:1403.5237*. Citado na página 131.
- BERNUI, A., FERREIRA, I., ; WUENSCHÉ, C. 2008, On the large-scale angular distribution of short gamma-ray bursts. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 673, n. 2, p. 968. Citado na página 59.
- BERNUI, A., OLIVEIRA, A., ; PEREIRA, T. 2014, North-south non-gaussian asymmetry in planck cmb maps. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 10, p. 041. Citado na página 59.
- BIANCHINI, F., et al. 2016, Toward a tomographic analysis of the cross-correlation between planck cmb lensing and h-atlas galaxies. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 825, n. 1, p. 24. Citado na página 117.
- BIANCHINI, F.; REICHARDT, C. L. 2018, Constraining gravity at large scales with the 2mass photometric redshift catalog and planck lensing. *The Astrophysical Journal*, v. 862, n. 1, p. 81. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0004-637X/862/i=1/a=81>>. Citado 3 vezes nas páginas 107, 126 e 128.
- BIRD, S., et al. 2018, An efficient and accurate hybrid method for simulating non-linear neutrino structure. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 481, n. 2, p. 1486–1500. Citado na página 87.
- BLANCHARD, A.; SCHNEIDER, J. 1987, Gravitational lensing effect on the fluctuations of the cosmic background radiation. *Astronomy and Astrophysics*, v. 184, p. 1–6. Citado na página 50.

- BOND, J., JAFFE, A. H., ; KNOX, L. 1998, Estimating the power spectrum of the cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 57, n. 4, p. 2117. Citado 2 vezes nas páginas 112 e 115.
- BRADAČ, M., et al. 2006, Strong and weak lensing united. iii. measuring the mass distribution of the merging galaxy cluster 1es 0657–558. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 652, n. 2, p. 937. Citado na página 55.
- BUDAVARI, T., et al. 2003, Angular clustering with photometric redshifts in the sloan digital sky survey: Bimodality in the clustering properties of galaxies. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 595, n. 1, p. 59. Citado na página 112.
- CAI, Y.-C.; BERNSTEIN, G. 2012, Combining weak-lensing tomography and spectroscopic redshift surveys. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 422, n. 2, p. 1045–1056. Citado na página 97.
- CARRON, J. 2013, On the assumption of Gaussianity for cosmological two-point statistics and parameter dependent covariance matrices. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 551, p. A88. Citado na página 88.
- Carron, J. mar. 2013, On the assumption of Gaussianity for cosmological two-point statistics and parameter dependent covariance matrices. , v. 551, p. A88. Citado na página 94.
- CHWOLSON, O. 1924, Über eine mögliche form fiktiver doppelsterne. *Astronomische Nachrichten*, Wiley Online Library, v. 221, n. 20, p. 329–330. Citado na página 29.
- CLARKSON, C.; MAARTENS, R. 2010, Inhomogeneity and the foundations of concordance cosmology. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 27, n. 12, p. 124008. Citado na página 60.
- CLOWE, D., GONZALEZ, A., ; MARKEVITCH, M. 2004, Weak-lensing mass reconstruction of the interacting cluster 1e 0657–558: Direct evidence for the existence of dark matter. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 604, n. 2, p. 596. Citado na página 55.
- COLE, S.; EFSTATHIOU, G. 1989, Gravitational lensing of fluctuations in the microwave background radiation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press Oxford, UK, v. 239, n. 1, p. 195–200. Citado na página 50.
- COLLABORATION, L. 2009, Lsst science book, version 2.0. *ArXiv e-prints*. Citado 3 vezes nas páginas 17, 32 e 131.
- COULTON, W. R., et al. 2018, Constraining Neutrino Mass with the Tomographic Weak Lensing Bispectrum. *arXiv preprint arXiv:1810.02374*. Citado na página 83.
- CROCCE, M., et al. 2015, Galaxy clustering, photometric redshifts and diagnosis of systematics in the des science verification data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 455, n. 4, p. 4301–4324. Citado na página 120.
- DAS, S., ERRARD, J., ; SPERGEL, D. 2013, Can CMB Lensing Help Cosmic Shear Surveys? Citado na página 106.

- DAS, S., et al. 2014, The atacama cosmology telescope: temperature and gravitational lensing power spectrum measurements from three seasons of data. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 04, p. 014. Citado na página 105.
- DAS, S. et al. 2014, The Atacama Cosmology Telescope: temperature and gravitational lensing power spectrum measurements from three seasons of data. *JCAP*, v. 1404, p. 014. Citado na página 57.
- DAS, S., et al. 2011, Detection of the power spectrum of cosmic microwave background lensing by the atacama cosmology telescope. *Physical Review Letters*, APS, v. 107, n. 2, p. 021301. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 105.
- DODELSON, S. 2003. *Modern cosmology*. [S.l.]: Elsevier. Citado na página 78.
- DOLGOV, A. D. 2002, Neutrinos in cosmology. *Physics Reports*, Elsevier, v. 370, n. 4-5, p. 333–535. Citado na página 78.
- DUCOUT, A., et al. 2012, Non-Gaussianity and Minkowski functionals: forecasts for Planck. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 429, n. 3, p. 2104–2126. Citado 3 vezes nas páginas 83, 84 e 102.
- DUNKLEY, J., et al. 2011, The atacama cosmology telescope: cosmological parameters from the 2008 power spectrum. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 739, n. 1, p. 52. Citado na página 50.
- DUPAC, X.; TAUBER, J. 2005, Scanning strategy for mapping the cosmic microwave background anisotropies with planck. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 430, n. 1, p. 363–371. Citado na página 60.
- DURRER, R. 2008. *The cosmic microwave background*. [S.l.: s.n.], v. 140. 290-300 p. Citado na página 51.
- EDDINGTON, A. S. 1923, The mathematical theory of relativity. *The mathematical theory of relativity, by AS Eddington. Cambridge: University Press, 1923, 1st edition*. Citado na página 29.
- EFSTATHIOU, G. 2004, Myths and truths concerning estimation of power spectra: the case for a hybrid estimator. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 349, n. 2, p. 603–626. Citado 2 vezes nas páginas 112 e 115.
- EINSTEIN, A. 1915, Erklärung der perihelionbewegung der merkur aus der allgemeinen relativitätstheorie. *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., vol. 47, No. 2, pp. 831-839, 1915*, v. 47, p. 831–839. Citado na página 29.
- EINSTEIN, A. 1936, Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 84, n. 2188, p. 506–507. Citado na página 30.
- ENGELLEN, A. van et al. 2012, A measurement of gravitational lensing of the microwave background using South Pole Telescope data. *Astrophys. J.*, v. 756, p. 142. Citado na página 57.

- FABBIAN, G.; STOMPOR, R. 2013, High-precision simulations of the weak lensing effect on cosmic microwave background polarization. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 556, p. A109. Citado na página 51.
- FANG, W., LI, B., ; ZHAO, G.-B. 2017, New probe of departures from general relativity using Minkowski functionals. *Physical review letters*, APS, v. 118, n. 18, p. 181301. Citado na página 83.
- FIXSEN, D., et al. 1996, The cosmic microwave background spectrum from the full coBE* firas data set. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 473, n. 2, p. 576. Citado na página 78.
- FOREMAN-MACKEY, D., et al. 2013, emcee: the mcmc hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, IOP Publishing, v. 125, n. 925, p. 306. Citado na página 94.
- FRY, J. N.; GAZTANAGA, E. 1993, Biasing and hierarchical statistics in large-scale structure. *Astrophys. J.*, v. 413, n. astro-ph/9302009, p. 447–452. Citado na página 109.
- FUKUDA, Y., et al. 1998, Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Physical Review Letters*, APS, v. 81, n. 8, p. 1562. Citado na página 32.
- FUKUDA, Y., et al. 1998, Measurements of the solar neutrino flux from Super-Kamiokande's first 300 days. *Physical Review Letters*, APS, v. 81, n. 6, p. 1158. Citado na página 78.
- GAO, J., et al. 2018, A photometric redshift catalog based on scuss, sdss, and wise surveys. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 862, n. 1, p. 12. Citado 3 vezes nas páginas 106, 110 e 111.
- GAZTAÑAGA, E., et al. 2012, Cross-correlation of spectroscopic and photometric galaxy surveys: cosmology from lensing and redshift distortions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 422, n. 4, p. 2904–2930. Citado na página 110.
- GHOSH, S., et al. 2016, Dipole modulation of cosmic microwave background temperature and polarization. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2016, n. 01, p. 046. Citado na página 59.
- GIANNANTONIO, T., et al. 2016, Cmb lensing tomography with the des science verification galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 456, n. 3, p. 3213–3244. Citado 10 vezes nas páginas 97, 105, 106, 110, 117, 120, 126, 128, 131 e 134.
- GORSKI, K. M., et al. 2005, Healpix: a framework for high-resolution discretization and fast analysis of data distributed on the sphere. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 622, n. 2, p. 759. Citado na página 62.
- GROUP, P. D., COLLABORATION, C., et al. 2016, Patrignani et al., “review of particle physics.” *Chin. Phys. C*, v. 40. Citado na página 79.
- HADWIGER, H. 1957. *Vorlesungen über Inhalt, Oherjüche. und Isoperimetrir*. [S.l.]: Berlin: Springer Verlag. Citado na página 84.

- HAND, N., et al. 2015, First measurement of the cross-correlation of cmb lensing and galaxy lensing. *Physical Review D*, APS, v. 91, n. 6, p. 062001. Citado na página 75.
- HANNESTAD, S., TU, H., ; WONG, Y. Y. 2006, Measuring neutrino masses and dark energy with weak lensing tomography. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2006, n. 06, p. 025. Citado na página 97.
- HANSON, D., CHALLINOR, A., ; LEWIS, A. 2010, Weak lensing of the cmb. *General Relativity and Gravitation*, Springer, v. 42, n. 9, p. 2197–2218. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 56.
- HARTLAP, J., SIMON, P., ; SCHNEIDER, P. 2007, Why your model parameter confidences might be too optimistic. Unbiased estimation of the inverse covariance matrix. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 464, n. 1, p. 399–404. Citado na página 94.
- HAUSER, M.; PEEBLES, P. 1973, Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. ii. the abell catalog of rich clusters. *The Astrophysical Journal*, v. 185, p. 757–786. Citado na página 115.
- HEITMANN, K., et al. 2009, The coyote universe. ii. cosmological models and precision emulation of the nonlinear matter power spectrum. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 705, n. 1, p. 156. Citado na página 86.
- HENDERSON, S., et al. 2016, Advanced actpol cryogenic detector arrays and readout. *Journal of Low Temperature Physics*, Springer, v. 184, n. 3-4, p. 772–779. Citado na página 131.
- HEYMANS, C., et al. 2012, Cfhtlens: the canada–france–hawaii telescope lensing survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 427, n. 1, p. 146–166. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 83.
- HIKAGE, C., et al. 2008, The effect of primordial non-Gaussianity on the topology of large-scale structure. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 385, n. 3, p. 1613–1620. Citado 2 vezes nas páginas 84 e 85.
- HIKAGE, C., KOMATSU, E., ; MATSUBARA, T. 2006, Primordial non-Gaussianity and analytical formula for Minkowski functionals of the cosmic microwave background and large-scale structure. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 653, n. 1, p. 11. Citado na página 83.
- HILBERT, S., et al. 2009, Ray-tracing through the millennium simulation: Born corrections and lens-lens coupling in cosmic shear and galaxy-galaxy lensing. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 499, n. 1, p. 31–43. Citado na página 88.
- HILDEBRANDT, H., et al. 2016, KiDS-450: Cosmological parameter constraints from tomographic weak gravitational lensing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 465, n. 2, p. 1454–1498. Citado na página 83.
- HINSHAW, G., et al. 2003, First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap)* observations: The angular power spectrum. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 148, n. 1, p. 135. Citado na página 116.

- HIRATA, C. M., et al. 2008, Correlation of cmb with large-scale structure. ii. weak lensing. *Physical Review D*, APS, v. 78, n. 4, p. 043520. Citado na página 57.
- HIRATA, C. M., et al. 2004, Cross-correlation of cmb with large-scale structure: weak gravitational lensing. *Physical Review D*, APS, v. 70, n. 10, p. 103501. Citado na página 105.
- HIRATA, C. M.; SELJAK, U. 2003, Analyzing weak lensing of the cosmic microwave background using the likelihood function. *Physical Review D*, APS, v. 67, n. 4, p. 043001. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.
- HIVON, E., et al. 2002, Master of the cosmic microwave background anisotropy power spectrum: a fast method for statistical analysis of large and complex cosmic microwave background data sets. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 567, n. 1, p. 2. Citado na página 116.
- HOEKSTRA, H.; JAIN, B. 2008, Weak gravitational lensing and its cosmological applications. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 58, p. 99–123. Citado na página 83.
- HOEKSTRA, H., YEE, H. K., ; GLADDERS, M. D. 2004, Properties of galaxy dark matter halos from weak lensing. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 606, n. 1, p. 67. Citado na página 55.
- HU, W. 1999, Power spectrum tomography with weak lensing. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 522, n. 1, p. L21. Citado na página 97.
- HU, W. 2000, Weak lensing of the cmb: A harmonic approach. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 4, p. 043007. Citado na página 52.
- HU, W. 2001, Angular trispectrum of the cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 8, p. 083005. Citado na página 55.
- HU, W. 2002, Dark energy and matter evolution from lensing tomography. *Physical Review D*, APS, v. 66, n. 8, p. 083515. Citado na página 97.
- HU, W., HUTERER, D., ; SMITH, K. M. 2006, Supernovae, the lensed cosmic microwave background, and dark energy. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 650, n. 1, p. L13. Citado na página 51.
- HU, W.; OKAMOTO, T. 2002, Mass reconstruction with cosmic microwave background polarization. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 574, n. 2, p. 566. Citado 3 vezes nas páginas 50, 51 e 56.
- HUTERER, D., et al. 2015, Growth of cosmic structure: Probing dark energy beyond expansion. *Astroparticle Physics*, Elsevier, v. 63, p. 23–41. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 108.
- JENKINS, A., et al. 1998, Evolution of structure in cold dark matter universes. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 499, n. 1, p. 20. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 108.
- KAISER, N. 1998, Weak lensing and cosmology. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 498, n. 1, p. 26. Citado na página 48.

- KAISER, N.; SQUIRES, G. 1993, Mapping the dark matter with weak gravitational lensing. *The Astrophysical Journal*, v. 404, p. 441–450. Citado 3 vezes nas páginas 42, 43 e 55.
- KAMIONKOWSKI, M., KOSOWSKY, A., ; STEBBINS, A. 1997, Statistics of cosmic microwave background polarization. *Phys. Rev.*, D55, p. 7368–7388. Citado na página 125.
- KILBINGER, M. 2015, Cosmology with cosmic shear observations: a review. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 78, n. 8, p. 086901. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 48.
- KIRK, D., et al. 2016, Cross-correlation of gravitational lensing from des science verification data with spt and planck lensing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 459, n. 1, p. 21–34. Citado na página 75.
- KOLB, E.; TURNER, M. 1994. *The early universe, Paperback Ed.* [S.l.]: Westview Press. Citado na página 78.
- KOMATSU, E., et al. 2009, Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 180, n. 2, p. 330. Citado na página 83.
- KOMATSU, E., et al. 2002, Measurement of the cosmic microwave background bispectrum on the coBE dmr sky maps. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 566, n. 1, p. 19. Citado na página 117.
- KRATOCHVIL, J. M., et al. 2012, Probing cosmology with weak lensing Minkowski functionals. *Physical Review D*, APS, v. 85, n. 10, p. 103513. Citado 3 vezes nas páginas 83, 86 e 102.
- LAUREIJS, R., et al. 2011, Euclid definition study report. *arXiv preprint arXiv:1110.3193*. Citado na página 131.
- LESGOURGUES, J.; PASTOR, S. 2006, Massive neutrinos and cosmology. *Physics Reports*, Elsevier, v. 429, n. 6, p. 307–379. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 80.
- LEWIS, A.; CHALLINOR, A. 2006, Weak gravitational lensing of the cmb. *Physics Reports*, Elsevier, v. 429, n. 1, p. 1–65. Citado 5 vezes nas páginas 50, 52, 54, 55 e 73.
- LEWIS, A.; CHALLINOR, A. 2011, Camb: Code for anisotropies in the microwave background. *Astrophysics Source Code Library*. Citado na página 110.
- LI, Z., et al. 2018, Constraining neutrino mass with tomographic weak lensing peak counts. *arXiv preprint arXiv:1810.01781*. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 97.
- LIMBER, D. N. 1953, The analysis of counts of the extragalactic nebulae in terms of a fluctuating density field. *The Astrophysical Journal*, v. 117, p. 134. Citado na página 109.
- LIU, J., et al. 2018, MassiveNuS: cosmological massive neutrino simulations. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2018, n. 03, p. 049. Citado na página 86.

- LIU, J.; HILL, J. C. 2015, Cross-correlation of planck cmb lensing and cfhtlens galaxy weak lensing maps. *Physical Review D*, APS, v. 92, n. 6, p. 063517. Citado 5 vezes nas páginas 17, 44, 75, 106 e 120.
- LIU, J.; MADHAVACHERIL, M. S. 2018, Constraining neutrino mass with tomographic weak lensing one-point probability distribution function and power spectrum. *arXiv preprint arXiv:1809.10747*. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 97.
- LIU, J., et al. 2015, Cosmology constraints from the weak lensing peak counts and the power spectrum in cfhtlens data. *Physical Review D*, APS, v. 91, n. 6, p. 063507. Citado na página 43.
- LODGE, O. J. 1919, Gravitation and light. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 104, n. 2614, p. 354. Citado na página 29.
- LOVERDE, M.; AFSHORDI, N. 2008, Extended limber approximation. *Physical Review D*, APS, v. 78, n. 12, p. 123506. Citado na página 47.
- LSST Science Collaboration. 2009, LSST Science Book, Version 2.0. *ArXiv:0912.0201*. Citado 2 vezes nas páginas 88 e 91.
- LUPPINO, G.; KAISER, N. 1997, Detection of weak lensing by a cluster of galaxies at $z = 0.83$. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 475, n. 1, p. 20. Citado na página 42.
- MAARTENS, R. 2011, Is the universe homogeneous? *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society Publishing, v. 369, n. 1957, p. 5115–5137. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 60.
- MANCINI, A. S., et al. 2018, Testing (modified) gravity with 3D and tomographic cosmic shear. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 480, n. 3, p. 3725–3738. Citado na página 97.
- MANDELBAUM, R. 2017, Weak lensing for precision cosmology. *arXiv preprint arXiv:1710.03235*. Citado na página 83.
- MANGANO, G., et al. 2005, Relic neutrino decoupling including flavour oscillations. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 729, n. 1-2, p. 221–234. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 78.
- MANGANO, G., et al. 2011, Constraining the cosmic radiation density due to lepton number with big bang nucleosynthesis. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2011, n. 03, p. 035. Citado na página 78.
- MAO, S.; PACZYNSKI, B. 1991, Gravitational microlensing by double stars and planetary systems. *The Astrophysical Journal*, v. 374, p. L37–L40. Citado na página 30.
- MARQUES, A. G. 2015, Análise do efeito de lentes gravitacionais fracas na radiação cósmica de fundo. *Dissertação (Mestrado em Astronomia), Divisão de Programas de Pós-Graduação, Observatório Nacional*, p. 41–45. Citado na página 45.
- MARQUES, G., et al. 2017, Isotropy analyses of the planck convergence map. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 473, n. 1, p. 165–172. Citado 13 vezes nas páginas 18, 19, 20, 64, 65, 66, 67, 69, 70, 71, 72, 73 e 74.

- MARQUES, G. A., et al. 2019, Constraining neutrino mass with weak lensing Minkowski Functionals. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2019, n. 06, p. 019. Citado 7 vezes nas páginas 20, 21, 93, 96, 97, 98 e 99.
- MATHER, J. C., et al. 1999, Calibrator design for the COBE* far infrared absolute spectrophotometer (FIRAS). *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 512, n. 2, p. 511. Citado na página 78.
- MATSUBARA, T. 2010, Analytic Minkowski functionals of the cosmic microwave background: Second-order non-Gaussianity with bispectrum and trispectrum. *Physical Review D*, APS, v. 81, n. 8, p. 083505. Citado na página 85.
- Mecke, K. R., Buchert, T., ; Wagner, H. ago. 1994, Robust morphological measures for large-scale structure in the Universe. , v. 288, p. 697–704. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 84.
- MELLIER, Y. 1999, Probing the universe with weak lensing. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 37, n. 1, p. 127–189. Citado na página 40.
- MIRANDA, M.; MACCIÒ, A. V. 2007, Constraining warm dark matter using QSO gravitational lensing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 382, n. 3, p. 1225–1232. Citado na página 30.
- Mishra-Sharma, S., Alonso, D., ; Dunkley, J. Jun 2018, Neutrino masses and beyond- Λ CDM cosmology with LSST and future CMB experiments. , v. 97, p. 123544. Citado na página 103.
- MUNSHI, D., et al. 2016, Lensing-induced morphology changes in CMB temperature maps in modified gravity theories. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2016, n. 04, p. 056. Citado na página 83.
- NAMIKAWA, T., YAMAUCHI, D., ; TARUYA, A. 2014, Future detectability of gravitational-wave induced lensing from high-sensitivity CMB experiments. *arXiv preprint arXiv:1411.7427*. Citado na página 51.
- NOVAES, C., et al. 2016, Local analyses of Planck maps with Minkowski functionals. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 461, n. 2, p. 1363–1373. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 102.
- NOVAES, C. P., et al. 2014, Searching for primordial non-Gaussianity in Planck CMB maps using a combined estimator. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 01, p. 018. Citado na página 83.
- NOVAES, C. P., et al. 2015, A neural-network based estimator to search for primordial non-Gaussianity in Planck CMB maps. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, v. 2015, n. 09, p. 064. Citado na página 83.
- Novaes, C. P., et al. 2018, Tomographic local 2D analyses of the WISExSuperCOSMOS all-sky galaxy catalogue. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 478, n. 3, p. 3253–3265. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 102.

- OKAMOTO, T.; HU, W. 2003, Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky. *Physical Review D*, APS, v. 67, n. 8, p. 083002. Citado 3 vezes nas páginas 55, 56 e 60.
- OLIVE, K. A., et al. 2014, Review of particle physics. *Chinese physics C*, IOP Publishing Ltd., v. 38, n. 9, p. 090001. Citado na página 32.
- OMORI, Y., et al. 2018, Dark energy survey year 1 results: tomographic cross-correlations between des galaxies and cmb lensing from spt+ planck. *arXiv preprint arXiv:1810.02342*. Citado 3 vezes nas páginas 120, 126 e 128.
- OMORI, Y.; HOLDER, G. 2015, Cross-correlation of cfhtlens galaxy number density and planck cmb lensing. *arXiv preprint arXiv:1502.03405*. Citado na página 120.
- PARK, C., et al. 2005, Topology analysis of the Sloan Digital Sky Survey. I. Scale and luminosity dependence. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 633, n. 1, p. 11. Citado na página 83.
- PASTOR, S. 2007. Cosmology and neutrino masses. In: AIP. *AIP Conference Proceedings*. [S.l.], v. 917, n. 1, p. 108–115. Citado na página 78.
- PEACOCK, J.; BILICKI, M. 2018, Wide-area tomography of cmb lensing and the growth of cosmological density fluctuations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 481, n. 1, p. 1133–1148. Citado na página 128.
- PEACOCK, J. A. 1999. *Cosmological physics*. [S.l.]: Cambridge university press. Citado na página 107.
- PERLMUTTER, S., et al. 1997, Measurements* of the cosmological parameters ω and λ from the first seven supernovae at $z < 0.35$. *The astrophysical journal*, IOP Publishing, v. 483, n. 2, p. 565. Citado na página 31.
- PETRI, A. 2016, Mocking the Weak Lensing universe: the LensTools python computing package. *Astronomy and Computing*, Elsevier, v. 17, p. 73–79. Citado na página 87.
- PETRI, A., HAIMAN, Z., ; MAY, M. 2017, Validity of the born approximation for beyond gaussian weak lensing observables. *Physical Review D*, APS, v. 95, n. 12, p. 123503. Citado na página 88.
- PETRI, A., HAIMAN, Z., ; MAY, M. Jun 2017, Validity of the born approximation for beyond gaussian weak lensing observables. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 95, p. 123503. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.95.123503>>. Citado na página 88.
- PETRI, A., et al. 2015, Emulating the CFHTLenS weak lensing data: Cosmological constraints from moments and Minkowski functionals. *Physical Review D*, APS, v. 91, n. 10, p. 103511. Citado na página 83.
- PETRI, A., MAY, M., ; HAIMAN, Z. 2016, Cosmology with photometric weak lensing surveys: Constraints with redshift tomography of convergence peaks and moments. *Physical Review D*, APS, v. 94, n. 6, p. 063534. Citado na página 97.

- Planck Collaboration. 2016, Planck 2015 results - XVII. Constraints on primordial non-Gaussianity. *A&A*, v. 594, p. A17. Disponível em: <<https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525836>>. Citado na página 83.
- Planck Collaboration, et al. 2016, Planck 2015 results - ix. diffuse component separation: Cmb maps. *AA*, v. 594, p. A9. Citado na página 61.
- Planck Collaboration, et al. 2014, Planck 2013 results. xvii. gravitational lensing by large-scale structure. *AA*, v. 571, p. A17. Citado 4 vezes nas páginas 20, 53, 82 e 106.
- Planck Collaboration, et al. 2016, Planck 2015 results - xv. gravitational lensing. *AA*, v. 594, p. A15. Citado 9 vezes nas páginas 18, 43, 60, 61, 63, 73, 106, 112 e 122.
- PULLEN, A. R., ALAM, S., ; HO, S. 2015, Probing gravity at large scales through cmb lensing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 449, n. 4, p. 4326–4335. Citado na página 106.
- REES, M. J.; SCIAMA, D. W. 1968, Large scale Density Inhomogeneities in the Universe. *Nature*, v. 217, p. 511–516. Citado na página 105.
- REFREGIER, A. 2003, Weak gravitational lensing by large-scale structure. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 41, n. 1, p. 645–668. Citado na página 42.
- REFSDAL, S. 1964, On the possibility of determining hubble's parameter and the masses of galaxies from the gravitational lens effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 128, n. 4, p. 307–310. Citado na página 30.
- REICHARDT, C., et al. 2009, High-resolution cmb power spectrum from the complete acbar data set. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 694, n. 2, p. 1200. Citado na página 57.
- RENN, J., SAUER, T., ; STACHEL, J. 1997, The origin of gravitational lensing: A postscript to einstein's 1936 science paper. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 275, n. 5297, p. 184–186. Citado na página 30.
- REYES, R., et al. 2010, Confirmation of general relativity on large scales from weak lensing and galaxy velocities. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 464, n. 7286, p. 256. Citado na página 106.
- RIESS, A. G., et al. 1998, Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 116, n. 3, p. 1009. Citado na página 31.
- SACHS, R. K.; WOLFE, A. M. 1967, Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background. *Astrophys. J.*, v. 147, p. 73–90. [Gen. Rel. Grav.39,1929(2007)]. Citado na página 105.
- SALAS, P. F. de; PASTOR, S. 2016, Relic neutrino decoupling with flavour oscillations revisited. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2016, n. 07, p. 051. Citado na página 78.

- SARKAR, S. 1996, Big bang nucleosynthesis and physics beyond the standard model. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 59, n. 12, p. 1493. Citado na página 78.
- SCHMALZING, J.; GÓRSKI, K. M. 1998, Minkowski functionals used in the morphological analysis of cosmic microwave background anisotropy maps. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 297, n. 2, p. 355–365. Citado na página 85.
- SCHMIDT, M. 1963, 3c 273: a star-like object with large red-shift. *Nature*, v. 197, n. 4872, p. 1040. Citado na página 30.
- SCHNEIDER, P. 1992, Gravitational lensing statistics. In: *Gravitational Lenses*. [S.l.]: Springer. p. 196–208. Citado na página 29.
- SCHNEIDER, P., KOCHANÉK, C., ; WAMBSGANSS, J. 2006. *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro: Saas-Fee Advanced Course 33*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, v. 33. Citado 4 vezes nas páginas 29, 30, 40 e 48.
- SCHNEIDER, P., KOCHANÉK, C., ; WAMBSGANSS, J. 2006. *Gravitational lensing: strong, weak and micro: Saas-Fee advanced course 33*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, v. 33. Citado na página 48.
- SCHRABBACK, T., et al. 2010, Evidence of the accelerated expansion of the universe from weak lensing tomography with cosmos. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 516, p. A63. Citado na página 43.
- SCHWARZ, D. J., et al. 2016, Cmb anomalies after planck. *Class.Quant.Grav.* 33, no. 18, 184001. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 71.
- SELJAK, U. 1998, Weak lensing reconstruction and power spectrum estimation: minimum variance methods. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 506, n. 1, p. 64. Citado na página 48.
- SELJAK, U., et al. 2005, Cosmological parameter analysis including SDSS Ly α forest and galaxy bias: constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy. *Physical Review D*, APS, v. 71, n. 10, p. 103515. Citado na página 79.
- SHERWIN, B. D. et al. 2017, Two-season Atacama Cosmology Telescope polarimeter lensing power spectrum. *Phys. Rev.*, D95, n. 12, p. 123529. Citado na página 57.
- SHETH, R. K.; ROSSI, G. 2010, Convolution-and deconvolution-based estimates of galaxy scaling relations from photometric redshift surveys. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 403, n. 4, p. 2137–2142. Citado na página 112.
- SHIRASAKI, M.; YOSHIDA, N. 2014, Statistical and systematic errors in the measurement of weak-lensing Minkowski Functionals: application to the Canada-France-Hawaii lensing survey. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 786, n. 1, p. 43. Citado na página 83.
- SIGURDSON, K.; COORAY, A. 2005, Cosmic 21 cm delensing of microwave background polarization and the minimum detectable energy scale of inflation. *Physical review letters*, APS, v. 95, n. 21, p. 211303. Citado na página 55.

- SIMARD, G. et al. 2018, Constraints on Cosmological Parameters from the Angular Power Spectrum of a Combined 2500 deg² SPT-SZ and Planck Gravitational Lensing Map. *Astrophys. J.*, v. 860, n. 2, p. 137. Citado na página 57.
- SINGH, S., MANDELBAUM, R., ; BROWNSTEIN, J. R. 2016, Cross-correlating planck cmb lensing with sdss: lensing–lensing and galaxy–lensing cross-correlations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 464, n. 2, p. 2120–2138. Citado na página 75.
- SMITH, K. M., ZAHN, O., ; DORE, O. 2007, Detection of gravitational lensing in the cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 76, n. 4, p. 043510. Citado na página 57.
- SMITH, K. M., ZAHN, O., ; DORE, O. 2007, Detection of gravitational lensing in the cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 76, n. 4, p. 043510. Citado na página 105.
- SMITH, R. E., et al. 2003, Stable clustering, the halo model and non-linear cosmological power spectra. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 341, n. 4, p. 1311–1332. Citado na página 110.
- SPRINGEL, V. 2005, The cosmological simulation code GADGET-2. *Monthly notices of the royal astronomical society*, The Royal Astronomical Society, v. 364, n. 4, p. 1105–1134. Citado na página 87.
- STOMPOR, R.; EFSTATHIOU, G. 1999, Gravitational lensing of cosmic microwave background anisotropies and cosmological parameter estimation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 302, n. 4, p. 735–747. Citado na página 50.
- STORY, K., et al. 2015, A measurement of the cosmic microwave background gravitational lensing potential from 100 square degrees of sptpol data. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 810, n. 1, p. 50. Citado na página 43.
- STORY, K. T. et al. 2015, A Measurement of the Cosmic Microwave Background Gravitational Lensing Potential from 100 Square Degrees of SPTpol Data. *Astrophys. J.*, v. 810, n. 1, p. 50. Citado na página 57.
- SUNYAEV, R. A.; ZELDOVICH, Ya. B. 1980, Microwave background radiation as a probe of the contemporary structure and history of the universe. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, v. 18, p. 537–560. Citado na página 105.
- TEGMARK, M. 1997, How to measure cmb power spectra without losing information. *Physical Review D*, APS, v. 55, n. 10, p. 5895. Citado 2 vezes nas páginas 112 e 115.
- TEGMARK, M.; PEEBLES, P. 1998, The time evolution of bias. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 500, n. 2, p. L79. Citado na página 131.
- TIWARI, P.; NUSSER, A. 2016, Revisiting the nvss number count dipole. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2016, n. 03, p. 062. Citado na página 59.

- TOMITA, H. 1986, Curvature invariants of random interface generated by Gaussian fields. *Progress of Theoretical Physics*, Oxford University Press, v. 76, n. 4, p. 952–955. Citado na página 85.
- TROXEL, M.; ISHAK, M. 2015, The intrinsic alignment of galaxies and its impact on weak gravitational lensing in an era of precision cosmology. *Physics Reports*, Elsevier, v. 558, p. 1–59. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 50.
- VAN ENGELEN, A., et al. 2012, A measurement of gravitational lensing of the microwave background using south pole telescope data. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 756, n. 2, p. 142. Citado na página 105.
- VAN ENGELEN, A., et al. 2015, The atacama cosmology telescope: Lensing of cmb temperature and polarization derived from cosmic infrared background cross-correlation. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 808, n. 1, p. 7. Citado na página 43.
- WALSH, D., CARSWELL, R. F., ; WEYMANN, R. J. 1979, 0957+ 561 a, b- twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature*, v. 279, n. 5712, p. 381–384. Citado na página 30.
- WANDEL, B. D., HIVON, E., ; GORSKI, K. M. 2001, Cosmic microwave background anisotropy power spectrum statistics for high precision cosmology. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 8, p. 083003. Citado 2 vezes nas páginas 112 e 115.
- WHITE, M., SONG, Y.-S., ; PERCIVAL, W. J. 2009, Forecasting cosmological constraints from redshift surveys. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 397, n. 3, p. 1348–1354. Citado na página 117.
- WONG, Y. Y. 2011, Neutrino mass in cosmology: status and prospects. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 61, p. 69–98. Citado na página 79.
- WRIGHT, E. L., et al. 2010, The wide-field infrared survey explorer (wise): mission description and initial on-orbit performance. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 140, n. 6, p. 1868. Citado na página 110.
- YORK, D. G., et al. 2000, The sloan digital sky survey: Technical summary. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 120, n. 3, p. 1579. Citado na página 110.
- YUAN, C.; WANG, F. 2015, Cosmological test using strong gravitational lensing systems. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 452, n. 3, p. 2423–2433. Citado na página 30.
- ZAHN, O.; ZALDARRIAGA, M. 2006, Lensing reconstruction using redshifted 21 centimeter fluctuations. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 653, n. 2, p. 922. Citado na página 55.
- ZALDARRIAGA, M.; SELJAK, U. 1999, Reconstructing projected matter density power spectrum from cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 59, n. 12, p. 123507. Citado na página 55.
- ZHANG, P., et al. 2007, Probing gravity at cosmological scales by measurements which test the relationship between gravitational lensing and matter overdensity. *Physical Review Letters*, APS, v. 99, n. 14, p. 141302. Citado na página 106.

- ZHOU, X., et al. 2016, South galactic cap u-band sky survey (scuss): Project overview. *Research in Astronomy and Astrophysics*, IOP Publishing, v. 16, n. 4, p. 069. Citado na página 110.
- ZOU, H., et al. 2015, South galactic cap u-band sky survey (scuss): Data reduction. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 150, n. 4, p. 104. Citado na página 110.
- ZOU, H., et al. 2016, South galactic cap u-band sky survey (scuss): Data release. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 151, n. 2, p. 37. Citado na página 110.
- ZWICKY, F. 1937, Nebulae as gravitational lenses. *Physical Review*, APS, v. 51, n. 4, p. 290. Citado na página 30.

Apêndices

APÊNDICE A – Lista de publicações

O trabalho realizado durante este projeto de doutorado resultou nas seguintes publicações:

- C. P. Novaes; A. Bernui , **G.A. Marques**, I.S. Ferreira. *LOCAL ANALYSES OF PLANCK MAPS WITH MINKOWSKI FUNCTIONALS*, MNRAS, v. 461, p. 1363-1373, 2016.
 - **G.A. Marques**; C. P. Novaes , A. Bernui, I. S. Ferreira. *ISOTROPY ANALYSES OF THE PLANCK CONVERGENCE MAP*, MNRAS, v. 473, p. 165-172, 2017. Apresentado no capítulo 3
 - C. P. Novaes; A. Bernui , H.S. Xavier, **G.A. Marques**. *TOMOGRAPHIC LOCAL 2D ANALYSES OF THE WISExSuperCOSMOS ALL-SKY GALAXY CATALOGUE*, MNRAS, v. 478, p. 3253-3265, 2018.
 - **G.A. Marques**, J. Liu, J. M. Zorrilla Matilla, Z. Haiman, C. P. Novaes, A. Bernui. *CONSTRAINING NEUTRINO MASS WITH WEAK LENSING MINKOWSKI FUNCTIONALS*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP), V. 2019, June 2019. Apresentado no capítulo 4.
2. **G. A. Marques**, A. Bernui, *TOMOGRAPHIC ANALYSES OF THE CMB LENSING AND GALAXY CLUSTERING TO PROBE THE LINEAR STRUCTURE GROWTH*. Submetido ao Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP). Apresentado no capítulo 5.

APÊNDICE B – Média ponderada de D_G

A variância do estimador \hat{D}_G pode ser calculada como

$$\Delta \hat{D}_G^2 = \frac{1}{N_L^2} \sum_L \hat{D}_{G,L}^2 \left[\left(\frac{\Delta \hat{C}_L^{\kappa g}}{\hat{C}_L^{\kappa g}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta \hat{C}_L^{gg}}{\hat{C}_L^{gg}} \right)^2 \right], \quad (\text{B.1})$$

onde N_L é o número de multipolos considerados e \hat{D}_G para cada multipolo L pode ser escrito como

$$\hat{D}_{G,L} = \frac{\hat{C}_L^{\kappa g}}{\mathcal{C}_\ell^{\kappa g}} \sqrt{\frac{\Phi_\ell^{gg}}{\hat{C}_L^{gg}}}. \quad (\text{B.2})$$

Assim, podemos escrever o estimador \hat{D}_G como uma média ponderada entre os multipolos

$$\hat{D}_G = \frac{\sum_L w_L \hat{D}_{G,L}}{\sum_L w_L}, \quad (\text{B.3})$$

onde os pesos w_L são dados por

$$w_L^{-1} = \Delta \hat{D}_{G,L}^2 = \hat{D}_{G,L}^2 \left[\left(\frac{\Delta \hat{C}_L^{\kappa g}}{\hat{C}_L^{\kappa g}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta \hat{C}_L^{gg}}{\hat{C}_L^{gg}} \right)^2 \right]. \quad (\text{B.4})$$