



Observatório Nacional

Gabriela Antunes Marques

Análise do Efeito de Lentes Gravitacionais Fracas na Radiação Cósmica de Fundo

Rio de Janeiro

Julho de 2015

Gabriela Antunes Marques

Análise do Efeito de Lentes Gravitacionais Fracas na Radiação C3smica de Fundo

Disserta33o apresentada 33 Divis33o de Programas de P33s-Gradua33o do Observat33rio Nacional, Brasil, como requisito parcial para a obten33o do t33tulo de Mestre em Astronomia.

Orientador: Dr.Armando Bartolome Bernui

Coorientador: Dr.Ivan Soares Ferreira

Rio de Janeiro

Julho de 2015

Gabriela Antunes Marques

Análise do Efeito de Lentes Gravitacionais Fracas na Radiação Cós mica de Fundo

Dissertação apresentada à Divisão de Programas de Pós-Graduação do Observatório Nacional, Brasil, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Astronomia.

Trabalho aprovado. Rio de Janeiro, 23 de Julho de 2015.

Dr.Armando Bartolome Bernui
Orientador

Dr. Miguel Boavista Quartin
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Dr. Jailson Alcaniz
Observatório Nacional

Dr. Ivan Soares Ferreira
Universidade de Brasília

Rio de Janeiro
Julho de 2015

À minha avó Bete (In memoriam)

Agradecimentos

Além de poeira das estrelas, sou fruto também do convívio com todas as pessoas que passaram pela minha vida. Sou muito grata de diferentes formas, porém com a mesma intensidade e neste pequeno espaço gostaria de ressaltar o meu muito obrigada:

Ao meu orientador, Dr. Armando Bernui, por todo trabalho desenvolvido, pela sua dedicação, disponibilidade, paciência e generosidade nos últimos anos. Ainda, pelo seu envolvimento e entusiasmo diante dos problemas propostos. O aprendizado durante este tempo se estendeu também ao meu lado pessoal e pretendo, algum dia enquanto profissional, passar adiante todas as gentilezas recebidas.

Ao Dr. Ivan Ferreira, pela orientação não apenas do mestrado, mas também pela sua participação na minha graduação. Pelas valiosas discussões, aulas, conversas, por acreditar na minha capacidade (assim como o observei fazendo com outros alunos) e principalmente por descortinar um universo de possibilidades e questões interessantes. Pessoas assim fazem verdadeiramente a diferença para o mundo. E de fato, fez toda diferença para o meu. Minha trajetória acadêmica provavelmente teria sido bem diferente se não tivesse o impulsionamento que recebi.

Aos meus pais, meus primeiros professores, pelo incondicional apoio e suporte em todas as minhas escolhas. Sou muito grata pelos valores e a educação libertária que eles me deram, sempre pautada no diálogo e no amor. Isso fez com que eu e minha irmã nos tornássemos pessoas questionadoras diante o mundo e certamente, isto tem muita influência em minhas escolhas como profissional e principalmente como ser humano até hoje.

À minha irmã, por todas as conversas, conselhos e por me fazer sentir sempre abraçada. A nossa conexão rompe grandes escalas de distâncias e isto é algo que agradeço diariamente e me dá forças para continuar caminhando.

À minha avó Bete, minha pequena menina, que deixou tanto amor dentro de mim que ainda não consigo me expressar sem deixar que os sentimentos transbordem.

A todos (que são muitos) do grupo de Cosmologia (GCON): pelos debates, conversas, dicas e por criarem um ambiente de trabalho muito agradável. Especialmente pelas conversas com a Camila Novaes, Javier González e Carlos Paes. Ao professor Jailson Alcaniz pela sua dedicação ao GCON e comentários sempre relevantes dos quais eu aprendo muito. Agradeço a todos os colegas do ON pelos bons momentos partilhados e pelas colaborações. Especialmente, agradeço à vizinhança pela companhia na volta para casa de bicicleta: Guga, Diogo S., Diogo L. e Miquelutti. Agradeço ainda à Dona Maria

Emília pelo cuidado e carinho oferecido a todos os alunos (e por fazer o café propulsor do trabalho). É engrandecedor sentir que entre as correrias e suor do trabalho, há também sangue passando nas veias das pessoas.

A todas as pessoas que ampliaram o meu conceito de família ao me acolherem no Rio, principalmente: Mariane Matos, Gabriela Leite, Camila do Vale, Thiago Dias, Aline Braga, Anna P. Bacalhau e Hélio Perottoni. Aos primos José Sebastião e Deodina Antunes, por me ajudarem durante o processo de locação do imóvel que resido no Rio. Ao Mário De Prá pelo companheirismo, por todos os bons momentos vividos nestes anos, por transformar o Rio em um lugar mais auspicioso e por se manter presente mesmo com a distância.

Pela amizade de longa data e por me ensinarem o real conceito de sororidade, minha gratidão pelas mulheres incríveis: Geysa Marques, Grazielle Delmasso e Ívina Paiva. Ainda, pela amizade do Leonardo Crocetti, Aline Freire, Rodrigo Menezes, Fábio Dias e Thiago Melo.

Por fim, à CAPES pelo auxílio financeiro e todos os serviços prestados da Divisão de Programas de Pós-Graduação (DPPG) do ON.

*“Oh leave the Wise our measures to collate
One thing at least is certain, light has weight
One thing is certain and the rest debate
Light rays, when near the Sun, do not go straight”.*
(Arthur Eddington)

Resumo

Observações da temperatura e polarização da radiação cósmica de fundo (RCF) fornecem importantes informações do Universo primordial. De acordo com o modelo de melhor ajuste dos dados observacionais, suas flutuações de temperatura estão diretamente ligadas a perturbações de origem inflacionária, de modo que suas propriedades estatísticas podem validar diversas classes de modelos inflacionários. No entanto, a RCF também traz consigo informações de processos que ocorrem após a última superfície de espalhamento, causando flutuações de temperatura denominadas como secundárias. Um destes, é o efeito de lentes gravitacionais fracas (LGF), causado por pequenas deflexões da trajetória dos fótons da RCF devido a campos gravitacionais inhomogêneos. O efeito de LGF pode mascarar as propriedades intrínsecas da RCF, uma vez que gera distorções espaciais das anisotropias. Consequentemente, é alterado o modo de polarização, o espectro de potência e as propriedades estatísticas. Entretanto, LGF podem ser utilizadas ainda para restringir propriedades cosmológicas, uma vez que está relacionada diretamente à distribuição de estruturas em grande escala.

Este trabalho tem como objetivo analisar as características do efeito de LGF na RCF, particularmente, em verificar como este efeito induz sinais não-gaussianos e altera o espectro de potência. Para tal, as análises consistiram em comparações, via χ^2 , de propriedades entre conjuntos de mapas simulados da RCF contendo informações apenas de origem primordial e mapas da RCF com o efeito de LGF. Para simulação dos mapas da RCF com efeito de LGF, foram utilizados os dados do potencial de lentes recentemente disponibilizado pela equipe do satélite Planck. A metodologia foi aplicada em diversas calotas com a finalidade de procurar por regiões da esfera celeste que poderiam ser diferentemente influenciadas por LGF. A análise estatística foi baseada no cálculo, em cada calota, dos funcionais de Minkowski (FM), área, perímetro e genus. Além disto, foi calculado o espectro de potência dos mapas com e sem o efeito de LGF e o quanto eles são modificados em cada calota.

Encontramos que há regiões da esfera celeste onde os FM indicaram, comparativamente, maior e menor desvios de gaussianidades. No entanto, estes valores não são estatisticamente significativos. Dentre os funcionais, a área (perímetro) se mostrou menos (mais) sensível ao tipo de NG induzida por LGF. Para o teste realizado com a diferença dos espectros de potência, encontramos também locais com maior e menor alterações devido ao lenteamento, mas as diferenças encontradas também não foram estatisticamente significativas.

Palavras-chaves: {Efeito de lentes gravitacionais fracas na radiação cósmica de fundo.

Radiação cósmica de fundo. Não gaussianidades da radiação cósmica de fundo. Anisotropias secundárias. Funcionais de Minkowski.}

Abstract

Observations of temperature and polarization of the cosmic microwave background (CMB) provide important information of the early universe. The CMB temperature fluctuations are related to the perturbations from inflationary epoch and their statistical properties can discriminate between different classes of inflationary models. However, there are also secondary processes and the production of temperature fluctuations, generated after the last scattering surface, which can mask the primordial signal of the CMB, hence hiding the study of their intrinsic properties. One of these processes is called weak gravitational lensing effect (WL), caused by small deflections of the propagation of the photons due to inhomogeneous gravitational fields. The WL effect change the properties of RCF, since it induces distortions in the spatial pattern of CMB anisotropies. Consequently, the polarization is changed as well as the power spectrum and also their statistical properties. Moreover WL may can be used to constrain cosmological properties, since it is directly related to the large-scale structure.

This thesis presents analyses of the properties of the WL effect on CMB, particularly, the study of how this effect induces non gaussian signals and changes slightly the power spectrum at small scales. These analyses consist on comparisons, using χ^2 , between properties of simulated CMB maps sets, containing only primordial information and CMB with and without WL effect. The CMB maps with WL effect were produced from the lensing potential data released by the Planck satellite team. The methodology was applied in different patches on the sky, in order to look for regions of the celestial sphere that are differentially influenced by WL. Statistical analysis were based on the calculation, in each patch, of the Minkowski functional (MF) area, perimeter and genus. Moreover, the power spectrum of the maps were calculated in CMB maps with and without the WL effect, also in different patches of the sky .

Our results show that there are regions of the celestial sphere in which the MF indicated comparatively larger and smaller gaussianity deviations, yet the statistical significance is low. Among the functionals, the area (perimeter) was less (high) sensitive to the type NG induced by WL. About the difference of angular power spectra, we found regions with minor and major changes due to WL however, the statistical significance remains low.

Keywords: {Weak lensing effect of the CMB. Cosmic microwave background. Non-Gaussianity on Cosmic Microwave Background. Secondaries Anisotropies of the CMB. Minkowski Functionals.}

Lista de ilustrações

- Figura 1 – Medidas da intensidade da RCF detectado por vários experimentos. A curva tracejada indica o ajuste do espectro de corpo negro com temperatura igual a 2.726 K. Fonte: Imagem retirada de recursos online especificado em Smoot (2007). 31
- Figura 2 – Medidas do espectro de potência da temperatura da RCF realizada pelo satélite Planck (dados do primeiro *release*). Os pontos em vermelho representam os medidas da RCF enquanto que a curva contínua (verde celeste) representa o melhor ajuste dos dados. Fonte: (Ade et al., 2014b) 32
- Figura 3 – Intensidade de emissão de acordo com a frequência para diferentes processos de emissão da Galáxia (*foregrounds*) comparados com o sinal da RCF. Fonte: (Hinshaw et al., 2013) 36
- Figura 4 – Espectros de potência: das anisotropias de temperatura da RCF (preto), do modo EE de polarização (em vermelho), do modo BB de polarização (em azul) devido a ondas gravitacionais com uma razão tensor/escalar $r=0.28$ e o modo BB ocasionado pelo efeito de LGF (verde). Todos espectros são de acordo com modelo padrão. A curva tracejada indica o efeito da reionização no modo EE. Fonte: Imagem retirada de recursos online especificado em (Takahashi, 2002). 37
- Figura 5 – Espectro de potência do ângulo de deflexão, dado em termos do potencial de lentes, de acordo com o modelo de concordância Λ CDM. A linha sólida é o resultado para a aproximação linear enquanto que a tracejada em vermelha representa as correções devido a evolução não-linear. Fonte: (Lewis & Challinor, 2006). 47
- Figura 6 – Esquerda: Mapa de RCF sem efeito de LGF. Meio: Diferença entre o mapa com LGF e sem LGF intensificada em $5\times$. Direita: Mapa do potencial de lentes ψ sobreposto pelo seu gradiente. Fonte: (Hanson, Challinor & Lewis, 2010). 48
- Figura 7 – Em cima: Espectro de potência para a RCF sem efeito de lentes (preto) e com efeito de lentes (vermelho tracejado). Ambos espectros foram calculados utilizando código CAMB (Lewis, 2006), com aproximação linear. Abaixo: maiores detalhes em um menor intervalo de multipolos. 50
- Figura 8 – Diferença relativa entre os espectros de potência da RCF sem lentes e com LGF. 51

Figura 9 – Espectro de potência do potencial de LGF com diferentes níveis de ruído para cada estimador de reconstrução: $\hat{\phi}^{TT}$, $\hat{\phi}^{TE}$, $\hat{\phi}^{EE}$, $\hat{\phi}^{EB}$ e $\hat{\phi}^{TB}$. A linha sólida preta representa o espectro de potência teórico do potencial de LGF de acordo com Λ CDM. Fonte: (Ade et al., 2015a).	54
Figura 10 – Máscara dispoibilizada pela equipe do satélite Planck e utilizada na reconstrução do potencial de LGF. Tal máscara corta 32.7% do céu, ou seja, habilita 67.3% para uso.	55
Figura 11 – Mapa do potencial de LGF reconstruído utilizando o estimador quadrático $\hat{\phi}^{MV}$ com mapas da RCF em várias frequências. O mesmo, foi filtrado a fim de minimizar os efeitos do ruído. Foi disponibilizado publicamente os coeficientes a_{lm}^{κ} , o espectro de potência da convergência κ e do ruído, associados a este mapa. Fonte: (Ade et al., 2015a)	56
Figura 12 – Medida do espectro de potência do potencial de LGF obtido para: o primeiro <i>release</i> do satélite Planck (em laranja), para os dados de 2015 do Planck (caixas), para o <i>South Pole Telescope- SPT</i> (em azul) (Van Engelen et al., 2012) e para o <i>Atacama Cosmology Telescope- ACT</i> (em verde) (Das et al., 2014). A linha sólida preta representa o espectro de potência do potencial de LGF teórico, de acordo com o modelo Λ CDM. Fonte: (Ade et al., 2015a).	56
Figura 13 – Espectro de potência da RCF produzido pelo código CAMB a partir dos parâmetros cosmológicos da tabela 1.	59
Figura 14 – Esquema resumido da produção dos conjuntos de mapas {RCF-G} e {RCF-L}.	60
Figura 15 – Diferentes conjuntos de contornos para um mapa da RCF. A escala de cores indica os níveis do limiar de temperatura selecionado. Fonte: (Fantaye et al., 2014).	63
Figura 16 – Acima: Mapa do potencial de LGF ($\hat{\psi}$) estimado a partir dos dados disponibilizados do satélite Planck. Abaixo: Mapa da amplitude do ângulo de deflexão. Ambos estão no sistema de pixelização do HEALPix com $N_{side} = 2048$, projeção Mollweide, coordenadas galácticas e foram reconstruídos utilizando a máscara ilustrada na figura 10.	68
Figura 17 – Comparação entre um dos mapas produzidos de temperatura T da RCF sem o efeito de LGF (acima) com o mapa de temperatura \tilde{T} da RCF com LGF (abaixo), correspondentes aos conjuntos {RCF-G} e {RCF-L}, respectivamente. Ambos mapas estão na projeção Mollweide, sistemas de coordenadas galácticas e escala de μK	69

Figura 18 – Acima: Diferença entre um mapa produzido do conjunto {RCF-L} e o seu correspondente do conjunto {RCF-G}. Este mapa corresponde à influência do termo de LGF na temperatura da RCF da expansão 4.1. Abaixo: O mesmo mapa exposto acima, porém, com maior contraste na escala de cores. Ambos mapas estão na projeção Mollweide e em coordenadas galácticas. A escala de cor indica intensidade de temperatura em μK	70
Figura 19 – Diferença relativa entre os espectros de potência de um dos mapas do conjunto {RCF-L} e {RCF-G}, ou seja, $(\tilde{C}_l - C_l)/C_l$ (foi excluída a região delimitada pela máscara ilustrada na figura 10).	71
Figura 20 – FM médio da calota 80 com coordenadas $(b, l)=(89.97^\circ, 225.00^\circ)$ dos mapas de {RCF-G} (em preto) e dos mapas de {RCF-L} (em vermelho) com a barra de erro de 1σ de confiança (azul): a) para a área b) para o perímetro e c) para o genus.	72
Figura 21 – Projeção <i>Mollweide</i> do χ^2 obtido em cada calota para o funcional área (V_0). As cores indicam a intensidade do valor do χ^2	73
Figura 22 – Projeção <i>Mollweide</i> do χ^2 obtido em cada calota para o funcional perímetro (V_1). As cores indicam a intensidade do valor do χ^2	73
Figura 23 – Projeção <i>Mollweide</i> do χ^2 obtido em cada calota para o funcional genus (V_2). As cores indicam a intensidade do valor do χ^2	74
Figura 24 – Acima: Curvas médias para o funcional área nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de máximo χ^2 (calota 155). Abaixo: Resíduo da área da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.	76
Figura 25 – Acima: Curvas médias para o funcional perímetro nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de máximo χ^2 (calota 58). Abaixo: Resíduo do perímetro da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.	77
Figura 26 – Acima: Curvas médias para o funcional genus nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de máximo χ^2 (calota 140). Abaixo: Resíduo do genus da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.	78
Figura 27 – Acima: Curvas médias para o funcional área nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de mínimo χ^2 (calota 13). Abaixo: Resíduo da área da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.	79

Figura 28 – Acima: Curvas médias para o funcional perímetro nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de mínimo χ^2 (calota 13). Abaixo: Resíduo do perímetro da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.	80
Figura 29 – Acima: Curvas médias para o funcional genus nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de mínimo χ^2 (calota 103). Abaixo: Resíduo do genus da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.	81
Figura 30 – Valor do χ^2 do FM área de acordo com a respectiva quantidade de pixels úteis (percentual) da calota selecionada	82
Figura 31 – Valor do χ^2 do FM perímetro de acordo com a respectiva quantidade de pixels úteis (percentual) da calota selecionada	82
Figura 32 – Valor do χ^2 do FM genus de acordo com a respectiva quantidade de pixels úteis (percentual) da calota selecionada.	83
Figura 33 – Projeção <i>Mollweide</i> na esfera celeste dos valores de χ^2 associados à diferença entre o espectro de potência dos mapas da RCF sem e com efeito de LGF. A barra de cor indica a intensidade do χ^2 , onde o valor mínimo é igual a 2037 e máximo igual a 2076 (para 2036 graus de liberdade).	85
Figura 34 – Resíduo do espectro de potência do mapa da RCF com efeito de LGF e sem o efeito na região de menor χ^2 (calota 89), ver tabela 4. A linha horizontal (vermelho) representa o caso sem efeito de LGF nos mapas.	85
Figura 35 – Resíduo do espectro de potência do mapa da RCF com efeito de LGF e sem o efeito na região de maior χ^2 (calota 21), ver tabela 4. A linha horizontal (vermelho) representa o caso sem efeito de LGF nos mapas.	86
Figura 36 – Valores do χ^2 de acordo com o número de pixels úteis de cada calota.	86

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros cosmológicos utilizados como entrada no código CAMB a fim de gerar o espectro de potência semente das flutuações de temperatura da RCF.	58
Tabela 2 – Valor de máximo χ^2 para cada FM com as respectivas coordenadas das regiões (em graus).	75
Tabela 3 – Valor de mínimo χ^2 para cada FM com as respectivas coordenadas das regiões (em graus).	75
Tabela 4 – Calotas com valores de máximo e mínimo χ^2 para 2036 graus de liberdade.	84
Tabela 5 – Calotas selecionadas para análise com as respectivas coordenadas: \mathbf{l} é a longitude galáctica enquanto que \mathbf{b} é a latitude galáctica.	103

Lista de abreviaturas e siglas

RG	Relatividade Geral
LG	Lentes Gravitacionais
RCFM	Radiação Cósmica de Fundo em micro-ondas
RCF	Radiação Cósmica de Fundo
USE	Última Superfície de Espalhamento
LGF	Lentes Gravitacionais Fracas
FM	Funcionais de Minkowski
NG	Não-Gaussianidades
FLRW	Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker
SZ	Sunyaev Zel'dovich
SW	Sachs-Wolfe
SWI	Sachs-Wolfe-Integrado
WMAP	<i>Wilkinson Microwave Anisotropy Probe</i>
DASI	<i>Degree Angular Scale Interferometer</i>
HEALPix	<i>Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelization</i>
CAMB	<i>Code for Anisotropies in the Microwave Background</i>
J-PAS	<i>The Javalambre-Physics of the Accelerated Universe Astrophysical Survey</i>

Lista de símbolos

$\frac{\Delta T}{T}$	Flutuações de temperatura
a_{lm}	Coefficientes da expansão dos harmônicos esféricos
Y_{lm}	Harmônicos esféricos
C_l	Espectro de potência da RCF sem efeito de LGF
δ	Delta de Dirac
z	<i>redshift</i>
\mathcal{B}_Φ	Biespectro
f_{NL}	Parâmetro de NG
Ψ	Potencial gravitacional de Weyl
χ	Distância comóvel
f_K	Distância diâmetro angular
α	Ângulo de deflexão
ψ	Potencial de Lentes Gravitacionais
C_l^ψ	Espectro de potência do potencial de LGF
\tilde{T}	Temperatura das anisotropias da RCF com efeito de LGF
T	Temperatura das anisotropias da RCF sem o efeito de LGF
ν	Limiar de temperatura
V_0	Funcional de Minkowski Área
V_1	Funcional de Minkowski Perímetro
V_2	Funcional de Minkowski Genus
κ	Convergência de lentes
a_{lm}^κ	Coefficientes da expansão dos harmônicos esféricos do mapa de convergência
$\hat{\psi}$	Mapa do potencial de LGF calibrado

{RCF-G} Mapas simulados da RCF

{RCF-L} Mapas simulados da RCF com efeito de LGF

Sumário

1	Introdução	27
2	Fundamentos da Radiação Cósmica de Fundo	29
2.1	Radiação Cósmica de Fundo	29
2.1.1	Flutuações de temperatura	30
2.1.2	Contaminantes da galáxia (<i>Foregrounds</i>)	33
2.1.2.1	Emissão Síncrotron	34
2.1.2.2	Emissão livre-livre ou <i>Bremsstrahlung</i>	34
2.1.2.3	Emissão térmica de poeira	34
2.1.2.4	<i>Spinning dust</i>	35
2.1.3	Anisotropias da Polarização	35
2.1.4	Não-Gaussianidades das anisotropias primárias da RCF	37
2.1.4.1	Não-Gaussianidades primordiais: Inflação	38
3	Lentes Gravitacionais Fracas	41
3.1	Formalismo de Lentes Gravitacionais Fracas	42
3.1.1	Potencial de lentes gravitacionais fracas	44
3.2	Efeito de Lentes Gravitacionais Fracas na Radiação Cósmica de Fundo	47
3.2.1	Não-Gaussianidades e LGF na RCF	49
3.3	Reconstrução do Mapa de Potencial de Lentes	52
3.4	Status observacional	53
4	Metodologia	57
4.1	Construção dos Conjuntos de Dados Utilizados	57
4.1.1	Mapas simulados da RCF	58
4.1.2	Mapas da RCF com efeito de LGF	58
4.1.3	Seleção das regiões	60
4.2	Funcionais de Minkowski	60
4.2.1	Variação do Espectro de Potência	62
5	Análises e Resultados	65
5.1	Mapas produzidos	65
5.1.1	Cálculo dos Funcionais de Minkowski	66
5.2	Variação do Espectro de Potência Angular	84
6	Conclusões	87
	Referências	89

Anexos 99

ANEXO A – Anexos 101

1 Introdução

Diversas questões sobre a estrutura e evolução do Universo foram levantadas ao longo da história. No entanto, para respondê-las é necessário a compreensão da ação gravitacional, uma vez que esta é a principal forma de interação na grande escala do Universo. A estrutura vigente para a Cosmologia do século XXI é completamente distinta do que se imaginava ao final do século XIX. Grande parte desta mudança, foi devido ao advento da Teoria da Relatividade Geral (TRG) proposta em 1915 por Einstein (Einstein, 1915). A partir desta teoria, tornou-se possível descrever com mais precisão a evolução e propriedades do Universo.

Entretanto, teoria e observação são dois pilares para satisfazer o método científico, de maneira que várias predições teóricas motivaram investigações com um viés observacional. Uma destas, foi a expedição liderada por Arthur Eddington em 1919, a fim de verificar o efeito da luz de estrelas ao passar próximo à borda do Sol. Uma das expedições destinou-se a Sobral, no Ceará, para observar então, com eclipse solar. O resultado esteve em concordância com o predito por Einstein, em que a luz sofre desvios de sua trajetória devido à perturbações no espaço-tempo geradas pelo conteúdo material. Tais desvios caracterizam o denominado efeito de lentes gravitacionais (LG). Desde então, o efeito de LG se tornou uma importante ferramenta para sondar as componentes do Universo. Uma de suas características é gerar imagens múltiplas das fontes muito massivas, como por exemplo, de estrelas e galáxias. Atualmente, esta propriedade é uma das principais formas de obter evidências da matéria escura, assim como proposto por Zwicky (1933).

Uma série de outras evidências ao longo do século XX ajudaram a estabelecer o atual cenário cosmológico. Dentre elas, podemos mencionar o afastamento das galáxias descoberto por Hubble, que indicaram a possibilidade de um Universo em expansão (Hubble, 1929). No entanto, somente após 1965, com a detecção da radiação cósmica de fundo em micro-ondas (RCFM), foi possível sustentar de forma mais robusta a teoria de um Universo em expansão com uma fase muito quente e densa no passado, isto é, a teoria do *Big Bang*.

A RCFM é um sinal eletromagnético observável em todas as direções do céu, cuja intensidade máxima encontra-se hoje na faixa de micro-ondas. Porém, ela pode ser detectada em uma grande faixa de frequências do espectro eletromagnético. Neste trabalho, a chamaremos apenas de radiação cósmica de fundo (RCF). A mesma possui origem no Universo primordial e a partir de medidas de suas propriedades - temperatura, sua distribuição angular no céu e seu grau de polarização - pode-se extrair diversas informações do Universo.

Os fótons da RCF se propagam desde a chamada última superfície de espalhamento (*redshift* ~ 1100) até os dias atuais, trazendo consigo algumas informações não apenas de origem primordial, mas também de mecanismos físicos que ocorreram ao longo do percurso. Um destes mecanismos é o efeito de lentes gravitacionais fracas (LGF), ou seja, pequenas deflexões causadas por gradientes do potencial gravitacional. Tal efeito modifica algumas propriedades das flutuações de temperatura da RCF, tais como sua distribuição espacial, polarização e também induz não-gaussianidades (NG). Desta forma, é necessário o entendimento detalhado deste efeito, uma vez que precisamos dissociar características de origem primordial daquelas secundárias (isto é, que acontecem após a última superfície de espalhamento). É possível ainda extrair informações cosmológicas a partir de LGF, uma vez que estão diretamente ligados à distribuição de matéria do Universo.

Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo compreender como o efeito de LGF altera as propriedades da RCF. Em específico, estamos interessados em testar NG induzidas nas flutuações de temperatura da RCF em diferentes regiões do céu. Para tal, utilizamos os funcionais de Minkowski como indicadores de NG. A análise foi feita em calotas com diferentes coordenadas, a fim de encontrar regiões da esfera celeste onde há maior ou menor contribuição de gerada pelo lenteamento. Além disto, realizamos testes a partir de características do espectro de potência da RCF para encontrar as regiões nas quais há maior ou menor mudança do espectro de potência angular devido à LGF.

Os próximos capítulos da presente dissertação estão organizados do seguinte modo: No capítulo 2, descrevemos os fundamentos teóricos da RCF, descrevendo as anisotropias primárias e secundárias. No terceiro capítulo, discutimos as características de LGF e como este efeito altera as propriedades da RCF do ponto de vista teórico. No capítulo 4 explicamos o método de simulação dos dados e as ferramentas empregadas em nossa análise. Em seguida, no capítulo 5, apresentamos os resultados obtidos com as suas respectivas implicações. Por fim, as principais conclusões da dissertação assim como as repercussões e perspectivas encontram-se no capítulo 6.

2 Fundamentos da Radiação Cósmica de Fundo

A detecção da radiação cósmica de fundo foi um dos marcos da era da Cosmologia de precisão. A partir de medidas de suas propriedades, pode-se extrair informações sobre as características do Universo ainda jovem e, em conjunto com outros dados, estabelecer o cenário cosmológico atual, conhecido como Λ CDM. Este capítulo é destinado a discorrer sobre as principais propriedades cosmológicas deste observável além de expor algumas questões ainda em aberto.

2.1 Radiação Cósmica de Fundo

Entre 1930 a 1950, diversas teorias foram propostas a fim de descrever a evolução termodinâmica do Universo (Tolman (1934), Gamow (1946), Dicke (1946), por exemplo). Entre elas, Alpher e Herman em 1948, propuseram que o Universo primordial deveria estar permeado por uma radiação que esteve em equilíbrio térmico com a matéria (Alpher & Herman, 1948). Em meados da década de 50, George Gamow e colaboradores, incluindo Alpher e Herman, formularam uma série de estimativas da *temperatura de fundo* (termo utilizado pelos autores para se referir à temperatura desta radiação) que variavam de 3 a 50 Kelvin (Gamow, 1956). Anteriormente, Andrew McKellar (McKellar, 1940) relatou evidências que moléculas de cianogênio do meio interestelar estariam imersas em uma radiação térmica em torno de 2.3 K e, um ano mais tarde, Walter Adams obteve medidas similares (Adams, 1941). No entanto, com o advento da II guerra mundial o foco do desenvolvimento científico foi voltado majoritariamente para questões militares.

Somente em 1965, Arnold Penzias e Robert Wilson, utilizando uma antena destinada a testes com satélites de telecomunicações do laboratório *Bell Telephone Laboratories*, detectaram um excesso de sinal de origem desconhecida em todas as direções do céu de 3.5 ± 1 K (Penzias & Wilson, 1965). Na mesma época, Dicke em colaboração com Peebles, Roll e Wilkinson, tentavam construir um experimento que realizasse uma medida da radiação proveniente do Universo primordial e assim, eles forneceram a interpretação cosmológica correta do sinal encontrado por Penzias e Wilson (Dicke et al., 1965). Este artigo saiu publicado no mesmo volume da revista, precedendo o artigo de Penzias e Wilson. Para uma discussão detalhada sobre a história da detecção da RCF, veja (Peebles, Page & Partridge, 2010).

Desde a primeira detecção desta radiação, denominada então como radiação cósmica de fundo (RCF), diversos instrumentos foram projetados com a finalidade de extrair

suas características. Uma delas, foi o espectro térmico estimado por Roll e Wilkinson, utilizando medidas de intensidade em dois diferentes comprimentos de onda em que eles obtiveram um ajuste próximo a uma curva de um corpo negro (Roll & Wilkinson, 1966). Em 1990, o experimento FIRAS (*do inglês, Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) que estava a bordo do satélite COBE (*do inglês, Cosmic Background Explorer*) confirmou com alta precisão o comportamento do espectro de corpo negro da RCF e indicou uma temperatura média igual a $2.72548 \text{ K} \pm 0.00057 \text{ K}$ (Fixsen, 2009; Mather et al., 1994). Este resultado, que está de acordo com o obtido por outros experimentos, como pode ser visualizado na figura 1, é um dos pilares do modelo cosmológico padrão pois favorece o cenário em que o Universo, quando jovem, era quente e denso de modo a permitir que radiação e matéria estivessem em equilíbrio térmico no plasma primordial.

Ao passo que o Universo sofre expansão adiabática, com uma temperatura de $\sim 3000\text{K}$, os fótons da RCF se desacoplam da matéria e se propagam livremente. A região em que ocorre a última interação entre matéria e radiação, antes do desacoplamento, é denominada como **última superfície de espalhamento** (USE). Desde então, a frequência destes fótons primordiais é alterada (hoje possui máximo de intensidade localizado na faixa de micro-ondas) e a sua temperatura diminui, uma vez que a mesma se altera com o inverso do fator da expansão. No entanto, a expansão não afeta a natureza planckiana do espectro (Ryden, 2003).

2.1.1 Flutuações de temperatura

Desde a primeira detecção da RCF, diversas questões foram levantadas como por exemplo, a necessidade de medir pequenas flutuações de temperatura presentes na radiação. Esta detecção seria um indício da existência de perturbações primordiais originadas (possivelmente) na era inflacionária, que por sua vez são fundamentais para entender o mecanismo de formação de estruturas. Em 1967, variações na temperatura correspondente ao dipolo cinemático foram confirmadas com uma amplitude de $\Delta T/T \sim 10^{-3}$ pelo experimento projetado por Partridge e Wilkinson (Wilkinson & Partridge, 1967) e mais tarde, flutuações da ordem de $\Delta T/T \sim 10^{-5}$ pelo experimento *Diferencial Microwave Radiometer*, a bordo do satélite COBE (Smoot et al., 1992). As pequenas flutuações de temperatura na RCF, denominadas anisotropias primárias por terem origem antes da USE, correspondem a pequenas variações na densidade e na velocidade do plasma primordial, de forma que pode-se conhecer diversas propriedades cosmológicas, a partir da análise destes dados (ver por exemplo, Sugiyama (1994)).

Uma vez que as flutuações de temperatura $\Delta T/T$ são definidas na esfera celeste, elas podem ser representadas em termos da expansão dos harmônicos esféricos

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (2.1)$$

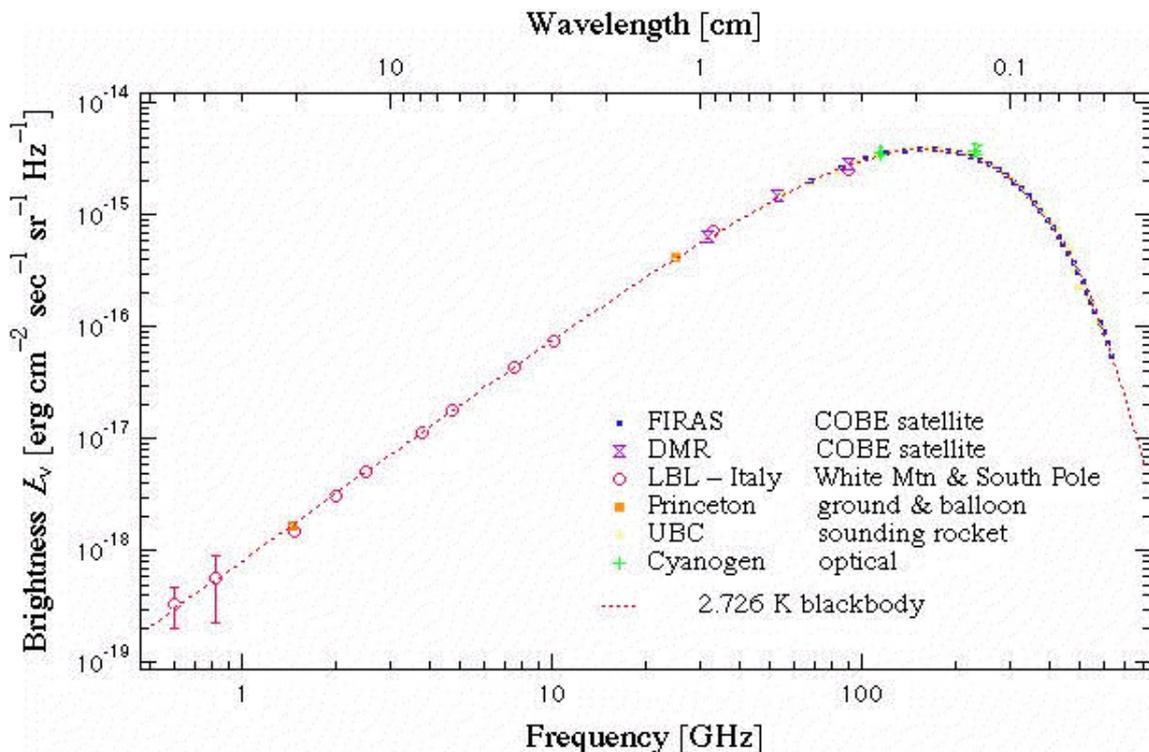


Figura 1 – Medidas da intensidade da RCF detectado por v3rios experimentos. A curva tracejada indica o ajuste do espectro de corpo negro com temperatura igual a 2.726 K. Fonte: Imagem retirada de recursos online especificado em Smoot (2007).

onde os a_{lm} s3o os coeficientes da expans3o e $Y_{lm}(\theta, \phi)$ s3o os harm3nicos esf3ricos. O momento m descreve a orienta3o angular das flutua3es, enquanto que o multipolo l est3 associado a escala angular. O multipolo $l = 0$, isto 3, 3o monopolo, corresponde ao valor m3dio da temperatura da RCF ($T = 2.72548 \text{ K} \pm 0.00057 \text{ K}$), enquanto que para $l = 1$, o termo de dipolo, trata-se efeito do Doppler devido ao nosso movimento em rela3o ao referencial da RCF, isto 3, um efeito basicamente cinem3tico (Ryden, 2003). Este efeito possui amplitude igual a $3.335 \pm 0.008 \text{ mK}$ (Scott & Smoot, 2010).

Assumindo isotopia estat3stica, as propriedades das flutua3es de temperatura, podem ser descritas no espa3o harm3nico pelo espectro de pot3ncia C_l onde,

$$\langle a_{lm}^* a_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l, \quad (2.2)$$

em que os termos em colchetes angulados representam uma m3dia angular calculada para todo o c3u.

Estimamos o espectro de pot3ncia C_l utilizando

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2. \quad (2.3)$$

A incerteza estat3stica de C_l devido ao n3mero de observa3es do c3u 3 conhecida como

variância cósmica e é determinada por

$$\Delta C_l = \sqrt{\frac{2}{2l+1}} C_l. \quad (2.4)$$

Ao levar em consideração a hipótese da isotropia estatística, implica em $l = l'$ e $m = m'$. Assim, C_l independe da orientação do sistema de coordenadas utilizado na expansão dos harmônicos.

A curva que relaciona o espectro de potência C_l com os valores dos momentos de multipolo l , possui picos ligados a quantidades fundamentais sobre a evolução do Universo, conhecidos como parâmetros cosmológicos. Desta forma, pode-se confrontar a predição teórica com a detecção em diferentes escalas angulares do céu e assim, restringir tais parâmetros e estimar o modelo cosmológico que melhor descreve tal cenário (Kosowsky, 2001). Os dados do espectro de potência recentemente obtidos pelo satélite Planck, juntamente com a curva de melhor ajuste está representado na figura 2 (Ade et al., 2014b).

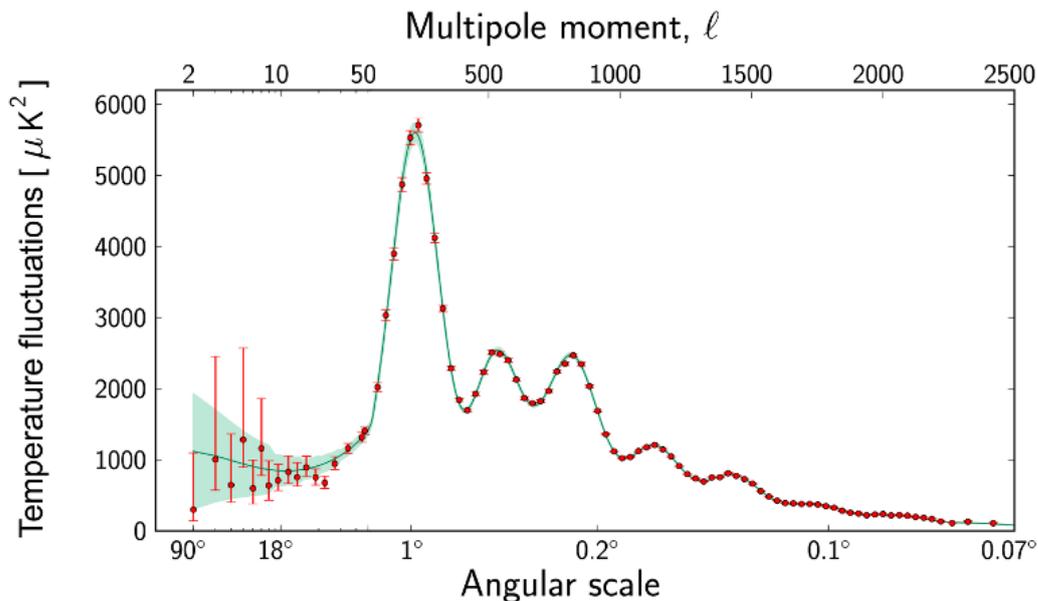


Figura 2 – Medidas do espectro de potência da temperatura da RCF realizada pelo satélite Planck (dados do primeiro *release*). Os pontos em vermelho representam os medidas da RCF enquanto que a curva contínua (verde celeste) representa o melhor ajuste dos dados. Fonte: (Ade et al., 2014b)

A sequência de picos observada no espectro de potência são ocasionados por mecanismos físicos ocorridos antes da USE. Em grandes escalas, isto é, $l \lesssim 50$, o comportamento dos C_l é dominado pelas variações do potencial gravitacional primordial devido à flutuações na densidade, conhecido como efeito Sachs-Wolfe (SW). A origem das flutuações de temperatura em pequenas escalas angulares ($l \gtrsim 50$) deve-se a interação fóton-bárion

no plasma primordial, denominada de **oscilações acústicas**, onde os picos representados no espectro de potência C_l estão associados aos modos harmônicos desta oscilação. O primeiro pico, por exemplo, em $\sim 1^\circ$, representa o harmônico fundamental e pode ser utilizado para aferir a curvatura do Universo (para uma revisão detalhada ver: [Liddle \(2015\)](#) e [Hu & Dodelson \(2001\)](#)).

No entanto, durante a propagação dos fótons ocorrem diversos mecanismos físicos que também geram flutuações de temperatura nos mapas da RCF. Tais flutuações são decorrentes de processos de interações não-primordiais, isto é, originadas após a USE e por isto são denominadas de **anisotropias secundárias**. Um destes processos acontece quando os fótons atravessam o interior de aglomerados de galáxias e sofrem espalhamento Compton inverso por elétrons energéticos do meio. Tal efeito foi descrito primeiramente por Sunyaev e Zel'dovich ([Zeldovich & Sunyaev, 1969](#)), motivo pelo qual é denominado como efeito Sunyaev-Zel'dovich (efeito SZ). Uma das principais propriedades deste efeito é gerar distorções no espectro térmico da RCF. Quando os aglomerados possuem movimento em relação aos fótons, a distorção espectral da RCF gera uma assinatura adicional causada por este efeito cinético (efeito Doppler), denominado efeito SZ cinemático, enquanto que as distorções causadas apenas pela interação entre os fótons e elétrons do meio, produzem o efeito SZ térmico.

Causado predominantemente por estruturas em grande escala, o efeito Sachs-Wolfe integrado (SWI) é uma anisotropia secundária gerada pela interação entre os fótons da RCF com campos gravitacionais que variam com o tempo ao longo da trajetória. O efeito SWI está diretamente ligado ao crescimento de estruturas onde a energia escura é predominante ([Crittenden & Turok, 1996](#)). O espectro de potência da RCF é sensível a este efeito principalmente para pequenos valores de l , porém, o espectro de corpo negro não é alterado ([Ade et al., 2014a](#)). A principal forma de detecção de SWI é através de correlações cruzadas com traçadores de matéria.

Outro efeito que altera o espectro de potência da RCF, advém de pequenos desvios dos fótons da RCF devido a potenciais gravitacionais inomogêneos ao longo da linha de visada, isto é, o chamado efeito de LGF. Tal efeito está correlacionado com o efeito SWI uma vez que ambos possuem origem gravitacional, no entanto, com mecanismos físicos (e escalas angulares) distintos. O estudo das propriedades deste efeito na RCF é o foco deste trabalho, por isto o descrevemos em maiores detalhes nos capítulos seguintes.

2.1.2 Contaminantes da galáxia (*Foregrounds*)

Além das anisotropias secundárias, há outros mecanismos de emissão nas mesmas frequências da RCF, provenientes da nossa Galáxia ou do meio extragaláctico, que também contaminam o sinal das anisotropias primárias. O estudo destas emissões galácticas, denominadas *foregrounds*, são essenciais para separar o sinal da RCF, além de carregarem

consigo importantes informações do meio interestelar, donde se originam. Em termos de emissão contínua e difusa da Galáxia, sabe-se que é composta das seguintes componentes: síncrotron, livre-livre (ou *Bremsstrahlung*), térmica de poeira e *spinning dust*.

2.1.2.1 Emissão Síncrotron

A emissão síncrotron resulta de elétrons, possivelmente provenientes de raios cósmicos originados em supernovas e em outros choques interestelares, que são subsequentemente acelerados a altas velocidades em regiões com campo magnético (Allen et al., 1997). Sua intensidade de emissão depende do espectro de energia dos elétrons e da amplitude do campo magnético (Rybicki & Lightman, 2008). Em fontes de rádio, os campos magnéticos são muitos mais fracos, motivo pelo qual a radiação síncrotron é dominante em baixas frequências (até ~ 30 GHz). Este é o principal mecanismo não-térmico em fontes de rádio e o seu espectro pode ser descrito pela lei de potência dada por

$$I_\nu = \frac{\sqrt{3}e^3}{8\pi mc^2} \left(\frac{3e}{4\pi m^3 c^5} \right)^{(p-1)/2} L N_0 B^{(p+1)/2} \nu^{-(p-1)/2} a(p), \quad (2.5)$$

onde $a(p)$ é a função de distribuição de energia do elétron, p é o índice espectral, L é o comprimento ao longo da linha de visada, N_0 é o número de elétrons, ν é a frequência B é o campo magnético, m é a massa do elétron e c é a velocidade da luz (Smoot, 1999).

2.1.2.2 Emissão livre-livre ou *Bremsstrahlung*

Bremsstrahlung térmico é uma emissão contínua, produzida quando íons de um meio contendo gás ionizado aceleram a trajetória dos elétrons (Dickinson, Davies & Davis, 2003). É denominado também como emissão livre-livre devido ao mecanismo de emissão possuir elétrons livres tanto antes, como após a interação com os íons. Assim como a emissão síncrotron, o espectro obedece uma lei de potência. Outra semelhança é o fato de ser dominante em baixas frequências, porém com um índice espectral menor, isto é, menor inclinação da lei de potência que a descreve. Tal radiação é observada em diversos sistemas astrofísicos, principalmente em regiões de hidrogênio ionizado (regiões HII) associada a locais de formação estelar.

2.1.2.3 Emissão térmica de poeira

Grãos de poeira desempenham um papel crucial na astrofísica do meio interestelar, como no processo de resfriamento do gás e na formação estelar. Estes grãos ao absorverem energia dos fótons, elevam suas temperaturas e irradiam em seguida, caracterizando a emissão térmica de poeira.

A emissão térmica de poeira também contamina o sinal da RCF, além de outros observáveis astronômicos, sendo que cerca de $\sim 30\%$ das emissões da Galáxia é devido a este processo (Draine, 2003). Esta emissão possui intensidade crescente, sendo mais

significativa em altas frequências principalmente na faixa do infravermelho. Sua intensidade é influenciada por uma combinação de propriedades da poeira, tais como densidade, composição química e tamanho dos grãos. Caracterizar tais propriedades é um tema de pesquisa atual, motivo pelo qual diversos instrumentos como o satélite Planck, possuem detectores em altas frequências.

2.1.2.4 *Spinning dust*

Estudando o sinal da Galáxia nas frequências entre 10 a 60 GHz encontrou-se uma nova componente de emissão com comportamento espectral desconhecido (Bennett et al., 1996), (Oliveira-Costa et al., 1997). Pequenos grãos de poeira do meio interestelar, estão continuamente expostos a processos que podem fazer com que os grãos tenham rotação (Draine & Lazarian, 1998a). Draine & Lazarian (1998b) calcularam o excesso de emissão nesta faixa de frequência e relacionaram com pequenos grãos de poeira interestelar com dipolo elétrico em alta rotação. Este modelo denominado *spinning dust* é o que melhor se ajusta aos dados atualmente.

O comportamento desta e das outras componentes em função da frequência, de acordo com o respectivo modelo de emissão, pode ser visto na figura 3. Devido principalmente a esta dependência com a frequência, são feitas observações do céu em diferentes bandas de frequências, como realizado pelo satélite WMAP e pelo Planck. Apesar destes processos de emissão serem modelados, ainda é um desafio subtraí-los com uma grande precisão do sinal total detectado da RCF. Isto ocorre pois não se conhece satisfatoriamente a distribuição espacial deles, isto é, qual a sua intensidade em cada pixel do céu. Torna-se necessário então, a utilização de máscaras construídas a fim de garantir que tais componentes não estejam presentes na análise da RCF (Leach et al., 2008).

2.1.3 Anisotropias da Polarização

Perturbações primordiais resultam não apenas em variações na temperatura, mas geram também polarização em pequenas frações no campo da RCF (Cabella & Kamionkowski, 2004). Através de sua determinação, é possível extrair informações cosmológicas adicionais como por exemplo, melhorar as estimativas dos parâmetros cosmológicos e restringir alguns modelos inflacionários. Isto é possível porque o modo e intensidade de polarização está diretamente ligado ao tipo de perturbação que a originou (Kosowsky, 1995).

Características da radiação polarizada podem ser descritas pelos parâmetros de Stokes, ou podem ser decompostas nas componentes E (irrotacional) e B (divergente nulo). A principal vantagem da utilização das componentes E e B está na possibilidade de expandi-los em harmônicos esféricos e, desta forma, fazer análises da polarização através dos seus espectros de potência e correlações cruzadas (Hu & Dodelson, 2001). Assim, o

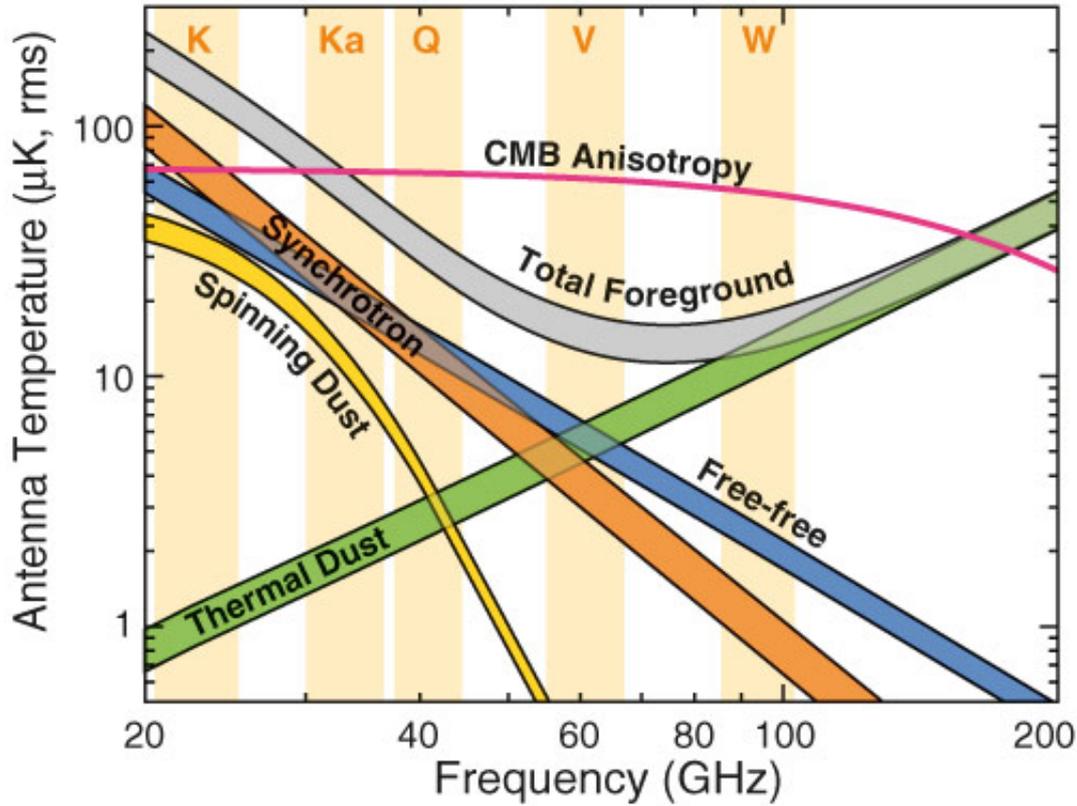


Figura 3 – Intensidade de emiss3o de acordo com a frequ3ncia para diferentes processos de emiss3o da Gal3xia (*foregrounds*) comparados com o sinal da RCF. Fonte: (Hinshaw et al., 2013)

modo EE, ou seja, a correla3o3o desta componente, resulta em seu espectro de pot3ncia C_l^{EE} de forma

$$\langle E_{lm}^* E_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{EE}, \quad (2.6)$$

e de maneira an3loga para o modo de polariza3o3o BB, o espectro de pot3ncia C_l^{BB} satisfaz

$$\langle B_{lm}^* B_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{BB}. \quad (2.7)$$

A primeira detec3o3o do modo EE foi realizada em uma pequena regi3o3o do c3eu pelo experimento DASI (do ingl3s, *Degree Angular Scale Interferometer*) (Kovac et al., 2002). No entanto, ainda n3o h3a medidas do modo BB devido a processos primordiais. A exist3ncia do modo EE, corrobora com perturba3o3es escalares ou tensoriais no fluido primordial, uma vez que ambos tipos gerariam tal assinatura. A detec3o3o do modo BB indicaria perturba3o3es do tipo tensorial e seria uma medida indireta de ondas gravitacionais primordiais (Hu & Dodelson, 2001). H3a ainda, outras classes de modelos inflacion3rios que produziram tais modos.

Al3m da amplitude do modo BB ser muito menor que a do modo EE, h3a outros mecanismos f3sicos que dificultam sua poss3vel detec33o, pois tamb3m produzem este tipo de polariza33o. Um destes, pode ser associado a *foregrounds*, assim como tamb3m ao efeito de LGF (Ade et al., 2015b). A figura 4 mostra o espectro de pot3ncia para cada modo de polariza33o da RCF, comparado com o espectro produzido devido ao efeito de lentes fracas e ao da temperatura da RCF. Nota-se que, principalmente em grandes multipolos ($l > 200$), o sinal gerado por lentes interfere na possibilidade de detec33o do modo BB da polariza33o da RCF.

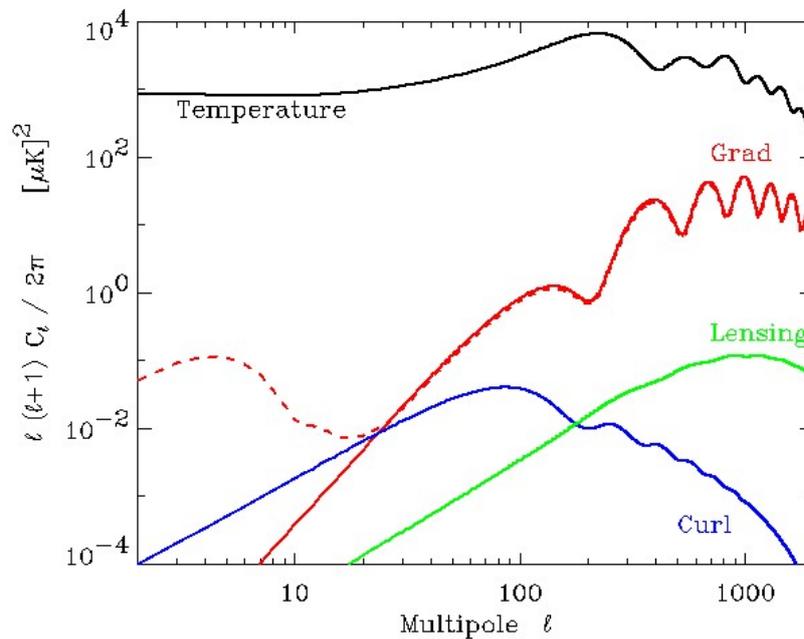


Figura 4 – Espectros de pot3ncia: das anisotropias de temperatura da RCF (preto), do modo EE de polariza33o (em vermelho), do modo BB de polariza33o devido a ondas gravitacionais com uma raz3o tensor/escalar $r=0.28$ e o modo BB ocasionado pelo efeito de LGF (verde). Todos espectros s3o de acordo com modelo padr3o. A curva tracejada indica o efeito da reioniza33o no modo EE. Fonte: Imagem retirada de recursos online especificado em (Takahashi, 2002).

2.1.4 N3o-Gaussianidades das anisotropias prim3rias da RCF

Testes envolvendo estimadores capazes de detectar sinais n3o-gaussianos na RCF s3o importantes por diversos motivos. Um deles 3 verificar se o espectro de pot3ncia cont3m todas as informa33es estat3sticas para caracterizar este campo ou se h3 tamb3m informa33o em correla33es de ordens superiores. Al3m disto, atrav3s de medidas de n3o-gaussianidades (NG), pode-se detectar contaminantes residuais, efeitos secund3rios, erros sistem3ticos instrumentais ou causados pelo processamento dos dados e desta forma, remover tais efeitos (Vielva et al., 2004). 3 poss3vel ainda, atrav3s da busca por sinais NG na

distribuição das flutuações de temperatura da RCF, restringir alguns cenários propostos para explicar o mecanismo de geração de perturbações cosmológicas.

2.1.4.1 Não-Gaussianidades primordiais: Inflação

A idéia básica do modelo de inflação foi inicialmente proposta na década de 80, a fim de solucionar alguns problemas do modelo do *Big Bang*, tais como a planaridade, o problema do horizonte e dos monopólos (para maiores detalhes ver Guth (1981), Bartelmann & Schneider (2001), Linde (1982), Sato (1981)). De acordo com o modelo de concordância cosmológica atual, as anisotropias primárias da RCF são causadas devido à inhomogeneidades primordiais do Universo. Tais perturbações, geradas no período de inflação, se tornaram as sementes para formação das estruturas observadas atualmente (Modest et al., 2013). Os dados recentes do satélite Planck concordam que estas anisotropias primárias têm uma distribuição aproximadamente gaussiana (Ade et al., 2014d). No entanto, há diferentes cenários propostos que gerariam diferentes tipos e níveis de NG, inclusive em limites instrumentais ainda não alcançáveis (Verde et al., 2000; Bernardeau & Uzan, 2003; Chen, Easther & Lim, 2007). Evidências da existência de NG são, então, uma forma de testar e restringir tais classes de modelos.

Vários métodos de análise estatística foram empregados, a fim de detectar NG primordiais na distribuição da RCF (por exemplo, Bernui, Tsallis & Villela (2007), Chiang et al. (2003), McEwen et al. (2008), Yadav, Komatsu & Wandelt (2007), Dalal et al. (2008)). Entre eles, estão as correlações de alta ordem no espaço dos harmônicos, denominados como biespectro (correlação de três pontos) ou ainda o triespectro (correlação de quatro pontos).

O biespectro \mathcal{B}_Φ é definido em termos das perturbações no potencial gravitacional primordial $\Phi(\mathbf{x})$. Considerando o regime linear, o potencial pode ser escrito como a combinação de um termo gaussiano ϕ_L mais uma contribuição não-gaussiana ϕ_{NL} , tal que

$$\Phi(\mathbf{x}) = \phi_L(\mathbf{x}) + \phi_{NL}(\mathbf{x}) = \phi_L(\mathbf{x}) + f_{NL}[\phi_L^2(\mathbf{x}) + \langle \phi_L^2(\mathbf{x}) \rangle], \quad (2.8)$$

onde f_{NL} é um parâmetro adimensional e representa a amplitude da contribuição NG. Para o caso das flutuações gaussianas, o f_{NL} esperado seria igual a 0. As flutuações de temperatura da RCF estão diretamente relacionadas a este potencial, de forma que a correlação de três-pontos destas flutuações podem ser expressas em termos de Φ (Ade et al., 2014d), onde

$$\langle \Phi(\mathbf{k}_1)\Phi(\mathbf{k}_2)\Phi(\mathbf{k}_3) \rangle = (2\pi)^3 \mathcal{B}_\Phi(k_1, k_2, k_3) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3), \quad (2.9)$$

em que $\Phi_{\mathbf{k}}$ é a transformada de Fourier do potencial.

O biespectro \mathcal{B}_Φ pode ser escrito como

$$\mathcal{B}_\Phi(k_1, k_2, k_3) = f_{NL} F(k_1, k_2, k_3), \quad (2.10)$$

onde a função $F(k_1, k_2, k_3)$ é denominada *forma do biespectro*. Os parâmetros f_{NL} podem ser restringidos a partir de observações da RCF e calculados teoricamente para diferentes modelos do universo primordial.

A partir da definição delta de Dirac da equação (2.9), se tem a condição para os vetores de onda no espaço de Fourier

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0. \quad (2.11)$$

Há então, diferentes configurações triangulares para os vetores de onda. Consequentemente, cada uma delas está relacionada a um tipo específico de NG e por sua vez, a distintos mecanismos físicos do Universo primordial. Há três tipos de configurações consideradas com maior recorrência na literatura, sendo elas, local (f_{NL}^{LOCAL}), ortogonal (f_{NL}^{ORTO}) e equilateral (f_{NL}^{EQUI}) (maiores detalhes podem ser encontrados em Bartolo, Matarrese & Riotto (2010)). Resultados recentes encontrados pelo satélite Planck restringem os valores a: $f_{NL}^{LOCAL} = 0.8 \pm 5.0$, $f_{NL}^{ORTO} = -26 \pm 21$ e $f_{NL}^{EQUI} = -4 \pm 43$, onde as incertezas indicam 1σ de confiança (Ade et al., 2014d).

Estes valores ainda admitem uma grande classe de modelos. Portanto, é necessário restringir NG primordiais de maneira cada vez mais precisa e utilizando outros estimadores, pois tratam-se de sinais extremamente pequenos. Além disto, outros mecanismos secundários, como o efeito de LGF que é o foco deste trabalho, podem interferir em tal detecção, ocultando as pequenas NG primordiais. No capítulo 3, serão abordadas as características do efeito de LGF na RCF e especificamente a sua possível influência na gaussianidade. Discutiremos ainda nos capítulos subsequentes, um indicador de NG competitivo ao biespectro, denominado funcionais de Minkowski, o qual foi empregado neste trabalho.

3 Lentes Gravitacionais Fracas

Um campo gravitacional é capaz de mudar a direção de propagação de fótons produzindo um efeito denominado de lenteamento gravitacional. Por extensão, tais campos são chamados de lentes gravitacionais (LG). Os primeiros cálculos da ação da gravidade sobre a luz remontam-se ao século XVIII com a teoria de gravitação de Newton, a partir da consideração de que a luz possui natureza corpuscular. No entanto, apenas no início do século XX, com advento da relatividade geral (RG), foi possível uma descrição apropriada para este efeito. Além do desvio esperado pela RG ser o dobro da previsão newtoniana, em termos conceituais, LG resultariam de deformações locais do espaço-tempo devido a presença de massa. Em 1919 foi detectado pela primeira vez este efeito, o qual se mostrou em concordância com a teoria de Einstein, sendo desde então considerado um dos pilares para a validação da RG (ver [Schneider \(1992\)](#) para detalhes históricos).

LG são definidas em três diferentes regimes: forte, micro e fraco ([Treu, Marshall & Clowe, 2012](#)). O regime forte é caracterizado quando a perturbação gerada pelo campo gravitacional é intensa. Como consequência, há formação de múltiplas imagens, grandes distorções ou magnificações da fonte. Quando a separação angular entre estas múltiplas imagens é muito pequena (tipicamente da ordem de microsegundos de arco), é denominada como microlentes e pode ser detectada principalmente através do aumento de brilho da fonte. A terminologia lente gravitacional fraca (LGF) é utilizada para se referir a diferentes aspectos ([Lewis & Challinor, 2006](#)). Para se diferenciar dos dois outros regimes, é definido quando o campo gravitacional não é suficientemente intenso para gerar múltiplas imagens ou alterações drásticas nelas. O efeito observável são apenas fracas distorções e pequenas magnificações da imagem da fonte, sendo detectável através de propriedades estatísticas (para revisão, ([Bartelmann & Schneider, 2001](#); [Uzan & Bernardeau, 2001](#))).

Vários autores ([Kashlinsky, 1988](#); [Blanchard & Schneider, 1987](#); [Cole & Efstathiou, 1989](#); [Sasaki, 1989](#); [Tomita & Watanabe, 1989](#); [Cayon, Martinez-Gonzalez & Sanz, 1993](#); [Seljak, 1995](#); [Fukushige, Makino & Ebisuzaki, 1994](#)) mostraram a aplicabilidade do efeito de LGF para os fótons da RCF e relataram a futura possibilidade de detecção com o avanço instrumental. Nos anos subsequentes, diversos experimentos realizaram medidas cada vez mais precisas da RCF, permitindo explorar propriedades do Universo primordial e também evidências observacionais para LGF. A primeira delas foi indiretamente obtida utilizando correlação cruzada entre a RCF e traçadores de estrutura em grande escala ([Smith, Zahn & Dore, 2007](#); [Hirata et al., 2008](#)). Desde então, LGF na RCF tem sido diretamente detectável por outros instrumentos ([Das et al., 2011](#); [Van Engelen et al., 2012](#); [Dunkley et al., 2011](#)) como pelo mais recente satélite Planck (mostrando uma detecção com $\sim 40 \sigma$ de confiança) ([Ade et al., 2015a](#)).

Uma das principais consequências do lenteamento na RCF, é a distorção angular das anisotropias primárias. Consequentemente, algumas propriedades da RCF são modificadas, tais como o espectro de potência, o modo de polarização e suas características estatísticas. No entanto, há uma vasta aplicação deste efeito para a Cosmologia, uma vez que está diretamente ligado à distribuição de matéria do Universo.

Este capítulo tem como objetivo descrever o efeito de LGF na RCF. Primeiramente, é feita uma revisão de conceitos fundamentais de LGF, bem como de características da RCF lenteada. É descrito também, brevemente, um método de reconstrução do mapa de potencial de lentes. Para tal, é considerada a validade da teoria de RG e o modelo cosmológico fiducial Λ CDM, para revisão (Jaffe, 2012; Padmanabhan, 2010; Weinberg & Dicke, 1973).

3.1 Formalismo de Lentes Gravitacionais Fracas

Os raios de luz se propagam no espaço-tempo ao longo de uma linha geodésica nula, com métrica espacial γ_{ij} igual a

$$\gamma_{ij}dx^i dx^j = d\chi^2 + f_K^2(\chi)(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2), \quad (3.1)$$

onde f_K é a distância diâmetro angular. A função f_K está relacionada com a distância comóvel χ e com o escalar de curvatura $K = \frac{k}{R_0}$, (R_0 é o raio de curvatura e k é o escalar de curvatura normalizado), da forma

$$f_K(\chi) = \begin{cases} K^{-1/2} \text{sen}(K^{1/2}\chi) & \text{para } K > 0, \text{ 3-espaço com geometria esférica} \\ \chi & \text{para } K = 0, \text{ 3-espaço com geometria euclideana} \\ |K|^{-1/2} \text{senh}(|K|^{1/2}\chi) & \text{para } K < 0, \text{ 3-espaço com geometria hiperbólica.} \end{cases} \quad (3.2)$$

No entanto, ao passarem por regiões com potencial gravitacional, os fótons sofrem deflexões na trajetória. Tal efeito é denominado de lentes gravitacionais (LG). No caso de pequenas deflexões, considera-se o tratamento linear, isto é, em lentes gravitacionais fracas (LGF). Para um entendimento mais detalhado de LGF a partir da RG, é necessário a descrição da propagação dos fótons ao longo da métrica do espaço-tempo perturbada (para revisão sobre a teoria de perturbação ver Mukhanov (2005)).

Assumindo o princípio cosmológico, isto é, que o Universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas, as relações de distâncias podem ser descritas pela métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Para esta métrica, com assinatura (+ - - -) e $c=1$, o elemento de linha após sofrer uma perturbação de densidade pode ser escrita no gauge Newtoniano como

$$ds^2 = a^2(\eta)[(1 + 2\Psi_N)d\eta^2 - (1 + 2\Phi_N)\gamma_{ij}dx^i dx^j], \quad (3.3)$$

onde η é o tempo conforme e Φ_N e Ψ_N são potenciais escalares e a é um parâmetro adimensional denominado de fator de escala. Por se tratar do regime fraco, estes potenciais são predominantes em primeira ordem, de forma que se podem desconsiderar os termos de ordem superior. Como os fótons se propagam em uma geodésica nula, isto é, $ds^2 = 0$, a igualdade em (3.3) pode ser reescrita dividindo por $a^2(\eta)(1 + 2\Phi_N)$

$$d\hat{s}^2 = (1 + 4\Psi)d\eta^2 - \gamma_{ij}dx^i dx^j, \quad (3.4)$$

em que $\Psi \equiv (\Psi_N - \Phi_N)/2$ é denominado o potencial de Weyl. Em primeira ordem em Ψ , os símbolos de Christoffel para $d\hat{s}^2$ são

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{00}^i &= 2\gamma^{ij}\partial_j\Psi, & \tilde{\Gamma}_{j0}^i &= 0, & \tilde{\Gamma}_{jm}^i &= \bar{\Gamma}_{jm}^i, \\ \tilde{\Gamma}_{00}^0 &= 2\partial_\eta\Psi, & \tilde{\Gamma}_{0i}^0 &= \tilde{\Gamma}_{i0}^0 = 2\partial_i\Psi, & \tilde{\Gamma}_{ij}^0 &= 0, \end{aligned}$$

onde $\bar{\Gamma}_{jm}^i$ são os símbolos de Christoffel para a métrica sem perturbação γ_{ij} . Desta forma, a equação de movimento da geodésica parametrizada, $\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\lambda} \frac{dx^\rho}{d\lambda} = 0$, para $\mu = 0$ é

$$\frac{d^2\eta}{d\hat{\lambda}^2} + 2\left(\frac{d\eta}{d\hat{\lambda}}\right)^2 \frac{d\Psi}{d\eta} + 2\frac{d\eta}{d\hat{\lambda}} \frac{dx^i}{d\hat{\lambda}} \frac{\partial\Psi}{dx^i} = 0. \quad (3.5)$$

Eliminando o parâmetro a fim $\hat{\lambda}$ em termos de η , a equação de movimento fica

$$\frac{d^2x^i}{d\eta^2} - 2\frac{dx^i}{d\eta} \left(\frac{d\Psi}{d\eta} + \frac{dx^j}{d\eta} \frac{\partial\Psi}{\partial x^j} \right) + 2\gamma^{ij} \frac{\partial\Psi}{\partial x^j} + {}^{(3)}\Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{d\eta} \frac{dx^k}{d\eta} = 0. \quad (3.6)$$

É conveniente considerar que o observador está localizado na origem das coordenadas espaciais, ou seja, os raios incidem em $x^i = 0$. Para estes raios, se tem que $d\chi/d\eta = -1 + O(\Psi)$, $d\theta/d\eta = O(\Psi)$ e $d\phi/d\eta = O(\Psi)$. Utilizando estas condições em (3.6) e calculando os coeficientes da conexão da métrica de fundo (métrica sem os termos perturbativos), encontra-se as seguintes relações até primeira ordem de Ψ para os raios perturbados

$$\frac{d^2\chi}{d\eta^2} + 2\frac{d\Psi}{d\eta} = 0, \quad (3.7)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2} - 2\frac{d \ln f_K(\chi)}{d\chi} \frac{d\theta}{d\eta} + \frac{2}{f_K^2(\chi)} \frac{\partial\Psi}{\partial\theta} = 0, \quad (3.8)$$

$$\frac{d^2\phi}{d\eta^2} - 2\frac{d \ln f_K(\chi)}{d\chi} \frac{d\phi}{d\eta} + \frac{2}{f_K^2(\chi)} \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial\Psi}{\partial\phi} = 0. \quad (3.9)$$

Ao integrar duas vezes a equação (3.7) ao longo do caminho do feixe de luz, se obtém

$$\chi = \eta_0 - \eta - 2 \int_{\eta_0}^{\eta} \Psi d\eta', \quad (3.10)$$

em que η_0 é o tempo conforme atual. Esta integral pode ser calculada ao longo do caminho não perturbado, ou seja, com $\chi = \eta_0 - \eta$, sendo θ e ϕ constantes. Esta consideração é denominada como **aproximação de Born** e pode ser utilizada quando a deflexão do fóton for pequena comparada a escala de interesse.

Utilizando a aproximação de Born, as equações (3.8) e (3.9) podem ser integradas duas vezes, com intervalo desde o observador até a distância comóvel da fonte $\chi_* = \eta_0 - \eta_*$, que resulta em

$$\theta(\eta_0 - \chi_*) = \theta_0 - \int_0^{\chi_*} d\chi \frac{f_K(\chi_* - \chi)}{f_K(\chi_*)f_K(\chi)} 2 \frac{\partial}{\partial \theta} \Psi(\chi \hat{\mathbf{n}}; \eta_0 - \chi), \quad (3.11)$$

$$\phi(\eta_0 - \chi_*) = \phi_0 - \int_0^{\chi_*} d\chi \frac{f_K(\chi_* - \chi)}{f_K(\chi_*)f_K(\chi)} \frac{2}{\text{sen}^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \Psi(\chi \hat{\mathbf{n}}; \eta_0 - \chi), \quad (3.12)$$

onde ϕ_0 e θ_0 são referentes a linha de visada $\hat{\mathbf{n}}$, maiores detalhes em (Kaiser, 1998). As pequenas variações angulares $\delta\theta = \theta - \theta_0$ e $\delta\phi = \phi - \phi_0$ são as componentes do vetor deslocamento $\vec{\alpha}$ na esfera, isto é, $\alpha_\theta = \theta - \theta_0$ e $\alpha_\phi = (\phi - \phi_0)\text{sen}^2\theta$. Desta forma,

$$\vec{\alpha} = -2 \int_0^{\chi_*} d\chi \frac{f_K(\chi_* - \chi)}{f_K(\chi_*)f_K(\chi)} \nabla \Psi(\chi \hat{\mathbf{n}}; \eta_0 - \chi), \quad (3.13)$$

em que ∇ denota o gradiente transversal em relação à linha de visada. Assim, o vetor $\vec{\alpha}$ é o **ângulo de deflexão** dos fótons desde a fonte até o observador causado por gradientes de potencial gravitacional Ψ . Este resultado é válido para qualquer teoria descrita na geometria diferencial com a métrica equivalente a equação (3.3).

As equações de Einstein relacionam Ψ com o tensor energia-momento. A partir delas, a equação de Poisson é igual a

$$\left(\Delta + \frac{3K}{a^2}\right)\Psi = 4\pi G(\bar{\delta}\rho + \Pi), \quad (3.14)$$

onde Δ é o laplaciano em três dimensões, $\bar{\delta}\rho$ é a perturbação de densidade e Π é o traço do tensor energia-momento anisotrópico. Na era da matéria e na era de Λ , onde o efeito de LGF é predominante, o tensor energia-momento anisotrópico é negligenciável, de forma que Ψ pode ser considerado o potencial gravitacional newtoniano que está diretamente relacionado com a perturbação de matéria.

3.1.1 Potencial de lentes gravitacionais fracas

As características do efeito de LGF podem ser expressas em termos da matriz magnificação A_{ij} definida por (Lewis & Challinor, 2006)

$$A_{ij} \equiv \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial \theta_i} \alpha_j = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 + \omega \\ \gamma_2 - \omega & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

em que κ , $\gamma_1 + i\gamma_2$ e ω são respectivamente a convergência, cisalhamento e rotação. A matriz magnificação torna-se muito útil para o tratamento de lentes em galáxias, pois em alguns casos pode ser aproximada como constante em uma área observada. O termo de rotação ω será irrelevante quando considerado apenas primeira ordem. O cisalhamento produz distorções elípticas da fonte, enquanto que a convergência altera seu tamanho aparente. Para LGF de galáxias, observações de cisalhamento tem maior utilidade pois não requer conhecimento prévio sobre a distribuição das galáxias sem LGF. Para LGF na RCF, que é o objeto de interesse deste trabalho, tanto o cisalhamento quanto a convergência são importantes, já que suas propriedades sem o efeito de lentes podem ser modeladas. Por este motivo, é conveniente o tratamento em termos do ângulo de deflexão ou do potencial de lentes, pois fornecem informação completa sobre o re-mapeamento da RCF sob o efeito de LGF.

A partir da expressão do ângulo de deflexão (3.13), o **potencial de lentes** para um Universo plano é definido como:

$$\psi(\hat{\mathbf{n}}) \equiv -2 \int_0^{\chi_*} d\chi \frac{\chi(\eta_*) - \chi(\eta)}{\chi(\eta_*)\chi(\eta)} \Psi(\chi\hat{\mathbf{n}}; \eta_0 - \chi), \quad (3.16)$$

O ângulo de deflexão é então, definido como o gradiente de ψ . Como o potencial de lentes está definido na esfera, ele pode ser expandido em termos dos harmônicos esféricos,

$$\psi(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{lm} \psi_{lm} Y_{lm}(\hat{\mathbf{n}}). \quad (3.17)$$

Levando em consideração a condição de isotropia estatística, o espectro de potência de ψ , C_l^ψ , satisfaz

$$\langle \psi_{lm} \psi_{l'm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^\psi. \quad (3.18)$$

Para relacionar o espectro de potência do potencial gravitacional com C_l^ψ , Ψ pode ser escrito no espaço de Fourier como

$$\Psi(\mathbf{x}; \eta) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Psi(\mathbf{k}; \eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (3.19)$$

e seu correspondente espectro de potência \mathcal{P}_Ψ sob a condição de isotropia estatística do potencial é igual a

$$\langle \Psi(\mathbf{k}; \eta) \Psi^*(\mathbf{k}'; \eta') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\Psi(k; \eta, \eta') \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (3.20)$$

Utilizando a equação (3.16) e (3.20) obtém-se a correlação angular do potencial de lentes

$$\langle \psi(\hat{\mathbf{n}}) \psi(\hat{\mathbf{n}}') \rangle = 4 \int_0^{\chi_*} d\chi \int_0^{\chi_*} d\chi' \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \left(\frac{\chi_* - \chi'}{\chi_* \chi'} \right) \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\Psi(k; \eta, \eta') e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}'}. \quad (3.21)$$

No entanto, sabemos que

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(k\chi) Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{n}}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}}), \quad (3.22)$$

em que j_l é a função esférica de Bessel $j_l(r) = (\pi/2r)^{1/2} J_{l+1/2}(r)$. A integral angular sobre $\hat{\mathbf{k}}$ pode ser calculada utilizando as propriedades de ortogonalidade dos harmônicos esféricos e a partir disto reescrever,

$$\begin{aligned} \langle \psi(\hat{\mathbf{n}}) \psi(\hat{\mathbf{n}}') \rangle &= 16\pi \sum_{l'm'm'} \int_0^{\chi_*} d\chi \int_0^{\chi_*} d\chi' \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \left(\frac{\chi_* - \chi'}{\chi_* \chi'} \right) \\ &\times \int \frac{dk}{k} j_l(k\chi) j_{l'}(k\chi') \mathcal{P}_\Psi(k; \eta, \eta') Y_{lm}(\hat{\mathbf{n}}) Y_{l'm'}^*(\hat{\mathbf{n}}') \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Com algumas manipulações matemáticas nas equações (3.23), (3.17) e (3.18), o espectro de potência do potencial de lentes C_l^ψ é dado por

$$C_l^\psi = 16\pi \int \frac{dk}{k} \int_0^{\chi_*} d\chi \int_0^{\chi_*} d\chi' \mathcal{P}_\Psi(k; \eta_0 - \chi, \eta_0 - \eta') j_l(k\chi) j_l(k\chi') \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \left(\frac{\chi_* - \chi'}{\chi_* \chi'} \right). \quad (3.24)$$

Assumindo evolução linear das flutuações primordiais de densidade, tem-se que $\Psi(\mathbf{k}; \eta, \eta_0) = T_\Psi(k; \eta, \eta_0) \mathcal{R}(\mathbf{k})$, onde $\mathcal{R}(\mathbf{k})$ é a perturbação de curvatura primordial e $T_\Psi(k; \eta)$ é a função de transferência (Baumann, 2009). Sob estas considerações,

$$C_l^\psi = 16\pi \int \frac{dk}{k} \mathcal{P}_\mathcal{R}(k) \left[\int_0^{\chi_*} d\chi T_\Psi(k; \eta_0 - \chi) j_l(k\chi) \left(\frac{\chi_* - \chi}{\chi_* \chi} \right) \right]^2. \quad (3.25)$$

Assim, o espectro do potencial de lentes está diretamente relacionado ao espectro de potência primordial, $\mathcal{P}_\mathcal{R}(k)$, sensível a parâmetros relacionados ao crescimento de estruturas (Smith et al. 2009).

O espectro de potência do ângulo de deflexão, $\alpha(\hat{\mathbf{n}}) = \nabla\psi(\hat{\mathbf{n}})$, é dado por $l(l+1)C_l^\psi$. Na figura 5 esta quantidade é representada na escala logarítmica e multiplicada por um fator de $l(l+1)/2\pi$ para melhor ilustrar o comportamento. Isto ocorre pois

$$\langle |\vec{\alpha}|^2 \rangle \approx \int d \ln l \frac{[l(l+1)]^2 C_l^\psi}{2\pi}. \quad (3.26)$$

Ou seja, este gráfico dá a medida direta em qual escala há maior contribuição de amplitude da média quadrática da deflexão. O pico de C_l^ψ é em $l \sim 50$, ou seja, devido à contribuição de estruturas em grandes escalas. Ao considerar teoria linear e que as flutuações primordiais são gaussianas, implica que potencial gravitacional Ψ possui natureza gaussiana também. Entretanto, principalmente em pequenas escalas, ou seja, em grandes multipolos, os potenciais estão sujeitos a mudança desta assunção devido a evolução não-linear da função de transferência. Desta forma, a não-linearidade pode afetar o espectro de potência com pequenas correções em pequenas escalas, como se observa na linha tracejada em vermelho na figura 5.

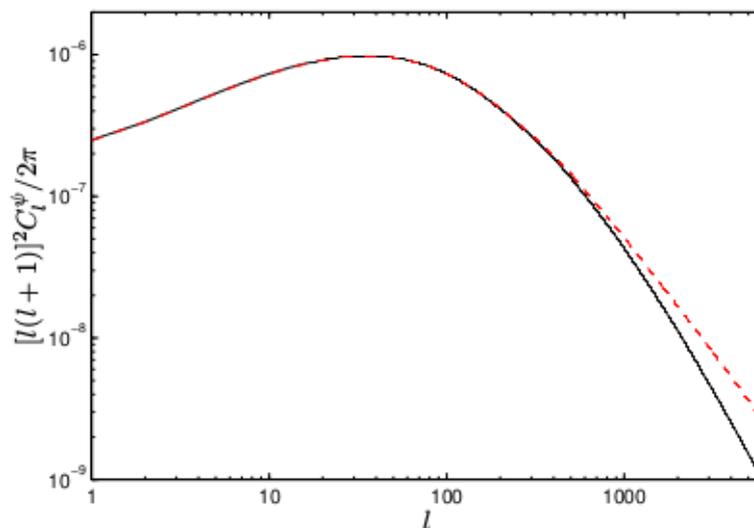


Figura 5 – Espectro de pot4ncia do 4ngulo de deflex4o, dado em termos do potencial de lentes, de acordo com o modelo de concord4ncia Λ CDM. A linha s3lida 4 o resultado para a aproxima4o linear enquanto que a tracejada em vermelha representa as corre4o5es devido a evolu4o4o n4o-linear. Fonte: (Lewis & Challinor, 2006).

3.2 Efeito de Lentes Gravitacionais Fracas na Radia4o C3smica de Fundo

Os f3tons da RCF, provenientes da 3ltima superf3cie de espalhamento ($\chi^* \simeq 14.000$ Mpc), sofrem deflex3es da ordem de minutos de arco devido a varia4o5es de densidade distribu3das ao longo da trajet3ria, principalmente no intervalo de *redshift* $z = 1 - 3$. Com isso, o n3mero de f3tons que chega em uma dire4o particular 4 alterado, ou seja, tais desvios fazem com que cheguem mais ou menos f3tons nesta dire4o. Entretanto, o tamanho angular subtendido na dire4o observada tamb4m cresce proporcionalmente, de forma que o n3mero de f3tons por unidade de 4ngulo de s3lido permanece o mesmo e h4 conserva4o4o da superf3cie de brilho. Desta forma, o sinal produzido pelo lenteamento na RCF n4o 4 detect4vel por meio de observa4o5es em multi-frequ4ncias, uma vez que o espectro de corpo-negro n4o 4 modificado por este efeito. Uma das principais consequ4ncias de LGF nos mapas da RCF, 4 a distor4o4o do padr4o espacial das anisotropias prim4rias de temperatura e polariza4o4o.

Neste trabalho, todas as abordagens s4o voltadas para LGF em mapas de temperatura. Para detalhes e discuss3es sobre LGF na polariza4o4o da RCF ver em (Durrer, 2008; Fabbian & Stompor, 2013; Namikawa, Yamauchi & Taruya, 2014). O lenteamento gravitacional altera o mapa T de temperatura, de forma que o mapa **lenteado** \tilde{T} pode

ser escrito como

$$\tilde{T}(\mathbf{x}) = T(\mathbf{x} + \alpha) = T(\mathbf{x} + \nabla\psi) \approx T(\mathbf{x}) + \nabla^a\psi(\mathbf{x})\nabla_a T(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\nabla^a\psi(\mathbf{x})\nabla^b\psi(\mathbf{x})\nabla_a\nabla_b T(\mathbf{x}) + \dots \quad (3.27)$$

Esta expansão em série de Taylor até primeira ordem é considerada uma boa aproximação quando o ângulo de deflexão for muito menor que a escala de interesse (Hanson, Challinor & Lewis, 2010). A figura 6 mostra a contribuição de LGF na RCF em uma região do céu, juntamente com o mapa de potencial de lentes. A diferença entre o mapa lenteado e sem lentes é, em magnitude, extremamente pequena. No entanto, o padrão das flutuações da RCF é ligeiramente distorcida.

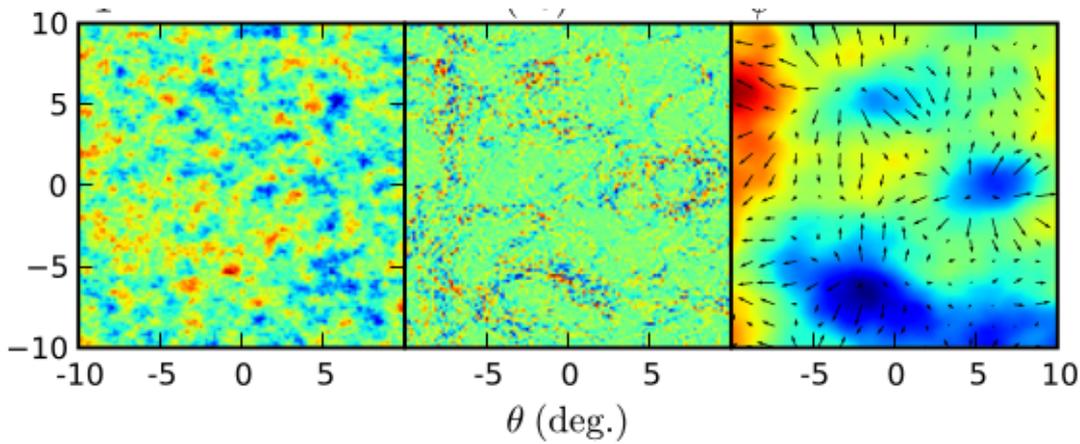


Figura 6 – Esquerda: Mapa de RCF sem efeito de LGF. Meio: Diferença entre o mapa com LGF e sem LGF intensificada em $5\times$. Direita: Mapa do potencial de lentes ψ sobreposto pelo seu gradiente. Fonte: (Hanson, Challinor & Lewis, 2010).

A transformada de Fourier em duas dimensões fornece a base apropriada para descrever o campo de temperatura,

$$T(\mathbf{x}) = \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} T(\mathbf{l}) e^{-i\mathbf{l}\cdot\mathbf{x}}, \quad \nabla T(\mathbf{x}) = i \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} \mathbf{l} T(\mathbf{l}) e^{i\mathbf{l}\cdot\mathbf{x}}. \quad (3.28)$$

De maneira análoga para o potencial de lentes, o $\nabla\psi$ é determinado por:

$$\nabla\psi(\mathbf{x}) = i \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} \mathbf{l} \psi(\mathbf{l}) e^{-i\mathbf{l}\cdot\mathbf{x}}. \quad (3.29)$$

Como discutido anteriormente, as flutuações da RCF são descritas por um campo estatisticamente isotrópico e gaussiano. Consequentemente, o espectro de potência para o campo de temperatura é diagonal em \mathbf{l}

$$\langle T(\mathbf{l}) T^*(\mathbf{l}') \rangle = C_l^T \delta(\mathbf{l} - \mathbf{l}'). \quad (3.30)$$

Uma das consequências do lenteamento, é a alteração do espectro de potência C_l^T . Uma das formas de calcular \tilde{C}_l^T para a RCF lenteada, é reescrever a expansão em (3.27) no

espaço harm3nico e substituir os termos calculados anteriormente de forma que

$$\begin{aligned} \tilde{T}(\mathbf{l}) &\approx T(\mathbf{l}) - \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{2\pi} \mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}') \psi(\mathbf{l} - \mathbf{l}') T(\mathbf{l}') \\ &- \frac{1}{2} \int \frac{d^2\mathbf{l}_1}{2\pi} \int \frac{d^2\mathbf{l}_2}{2\pi} \mathbf{l}_1 \cdot [\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}] \mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2 T(\mathbf{l}_1) \psi(\mathbf{l}_2) \psi^*(\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2 - \mathbf{l}). \end{aligned} \quad (3.31)$$

3 v3lido notar que na express3o para a temperatura lenteada, h3 termos acoplados entre ψ e T com diferentes vetores de onda. Para a temperatura lenteada considera-se isotropia estatística, de forma que

$$\langle \tilde{T}(\mathbf{l}) \tilde{T}^*(\mathbf{l}') \rangle = \delta(\mathbf{l} - \mathbf{l}') \tilde{C}_l^T. \quad (3.32)$$

Desta forma, seu espectro de pot3ncia pode ser determinado ao relacionar a equa3es (3.32) e (3.31), que resulta em

$$\tilde{C}_l^T \approx C_l^T + \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{(2\pi)^2} [\mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}')]^2 C_{|\mathbf{l}-\mathbf{l}'|}^\psi C_{l'}^T - C_l^T \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{(2\pi)^2} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{l}')^2 C_{l'}^\psi. \quad (3.33)$$

O resultado pode ser simplificado da seguinte forma

$$\tilde{C}_l^T \approx (1 - l^2 R^\psi) C_l^T + \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{(2\pi)^2} [\mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}')]^2 C_{|\mathbf{l}-\mathbf{l}'|}^\psi C_{l'}^T, \quad (3.34)$$

em que $R^\psi \equiv \frac{1}{4\pi} \int \frac{dl}{l} l^4 C_l^\psi$ e de acordo com a teoria possui valor $\sim 3 \times 10^{-7}$, correspondendo a uma amplitude de 2.7 minutos de arco. A compara3o entre o espectro de pot3ncia da RCF sem lentes e com LGF est3 na figura 7. Ambos espectros foram calculados utilizando o c3digo CAMB¹. Apesar de C_l^ψ ser dominante em $l \sim 50$, devido aos termos cruzados com os modos de \tilde{C}_l^T , a maior diferen3a comparado a C_l^T ocorre em grandes multipolos, isto 3, em pequenas escalas angulares ($l \gtrsim 1000$). Isto pode ser visto na figura 8, que representa a diferen3a relativa entre elas.

3.2.1 N3o-Gaussianidades e LGF na RCF

Como discutido anteriormente, testar a exist3ncia de sinais n3o-gaussianos na RCF 3 extremamente importante, uma vez que este tipo de informa3o est3 diretamente relacionada com a natureza das perturba3es primordiais. Observa3es recentes mostram que a RCF 3 compatível com a hip3tese gaussiana, como esperado no modelo fiducial (Ade et al., 2014d). No entanto, mecanismos f3sicos provenientes de diferentes fontes podem influenciar na medida de NG primordiais. Contaminantes tais como *foregrounds*, ruído instrumental e fontes pontuais n3o-resolvidas podem gerar falsos sinais (Eriksen et al., 2004a; Gumrukcuoglu, Contaldi & Peloso, 2007; Groeneboom & Eriksen, 2009). Outra fonte de contamina3o de NG s3o as anisotropias secund3rias, como aquelas produzidas pelo efeito de LGF.

¹ <http://camb.info/>

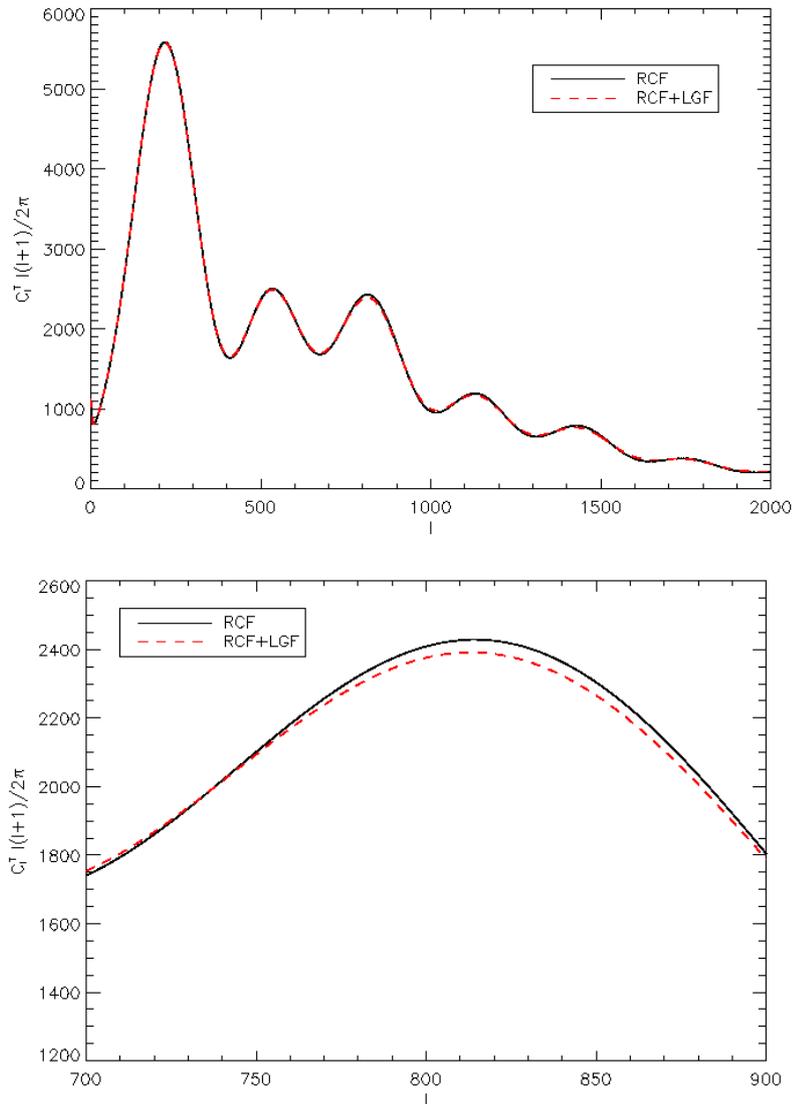


Figura 7 – Em cima: Espectro de potência para a RCF sem efeito de lentes (preto) e com efeito de lentes (vermelho tracejado). Ambos espectros foram calculados utilizando código CAMB (Lewis, 2006), com aproximação linear. Abaixo: maiores detalhes em um menor intervalo de multipolos.

Para os cálculos desenvolvidos neste projeto, consideramos isotropia estatística e gaussianidade da RCF. Como o potencial de lentes gravitacionais está diretamente relacionado a perturbações de densidades, também o consideramos gaussiano. Porém, uma função não-linear dependente de dois campos gaussianos, como a expressão (3.31), não necessariamente será gaussiana. Desta forma, o lenteamento na RCF induz desvios da gaussianidade. Uma forma de verificar sinais NG na RCF *lenteada* é através da correlação de três-pontos ou também chamado biespectro (Ducout et al, 2010). Levando em consideração a expansão (3.31) até somente primeira ordem, temos

$$\tilde{T}(\mathbf{l}) \approx T(\mathbf{l}) - \int \frac{d^2\mathbf{l}'}{2\pi} \mathbf{l}' \cdot (\mathbf{l} - \mathbf{l}') \psi(\mathbf{l} - \mathbf{l}') T(\mathbf{l}'). \quad (3.35)$$

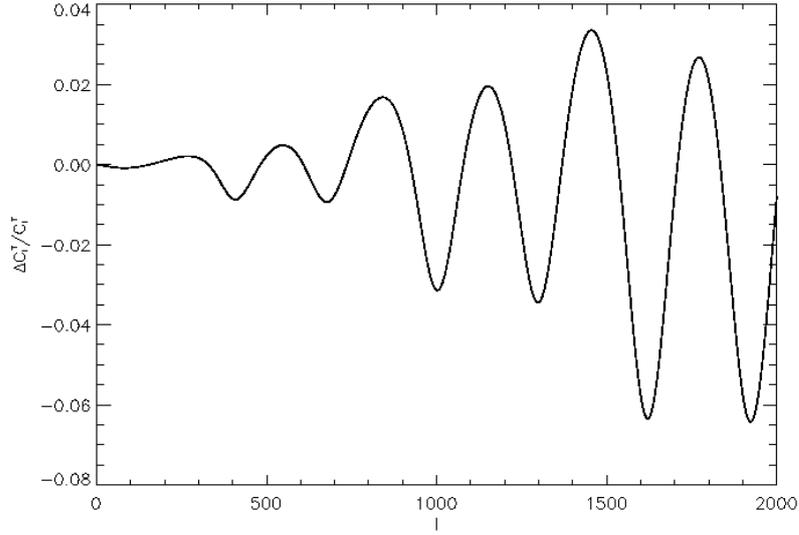


Figura 8 – Diferença relativa entre os espectros de potência da RCF sem lentes e com LGF.

Desta forma, a correlação de três-pontos terá termos diferentes de zero, em contraste com o esperado para RCF se o efeito de LGF estivesse ausente, já que o biespectro será

$$\langle \tilde{T}(\mathbf{l}_1)\tilde{T}(\mathbf{l}_2)\tilde{T}(\mathbf{l}_3) \rangle \approx -\frac{1}{2\pi}\delta(\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2 + \mathbf{l}_3)\left(C_{l_1}^{T\psi}C_{l_2}^T\mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{l}_2 + perm\right), \quad (3.36)$$

em que *perm* indicam termos com as 5 outras permutações de $\mathbf{l}_1 \dots \mathbf{l}_3$ e $C_l^{T\psi}$ é o espectro de potência cruzado da temperatura com o potencial de lentes. Estes termos cruzados indicam a contribuição para NG e são responsáveis por gerar contaminação na RCF primordial.

De maneira análoga, a correlação de quatro-pontos, isto é, o triespectro, também é modificado (Hu, 2001a). Para a RCF sem lentes, espera-se que o triespectro seja igual a expressão

$$\langle T(\mathbf{l}_1)T(\mathbf{l}_2)T(\mathbf{l}_3)T(\mathbf{l}_4) \rangle = C_{l_1}^T C_{l_3}^T \delta(\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2)\delta(\mathbf{l}_3 + \mathbf{l}_4) + perm, \quad (3.37)$$

em que *perm* denota todas permutações entre $l_1 \dots l_4$. Enquanto que para \tilde{T} será

$$\langle \tilde{T}(\mathbf{l}_1)\tilde{T}(\mathbf{l}_2)\tilde{T}(\mathbf{l}_3)\tilde{T}(\mathbf{l}_4) \rangle \approx \frac{1}{2(2\pi)^2}\delta(\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_2+\mathbf{l}_3+\mathbf{l}_4)\left[C_{|\mathbf{l}_1+\mathbf{l}_3|}^\psi C_{l_3}^T C_{l_4}^T(\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_3) \cdot \mathbf{l}_3(\mathbf{l}_2 + \mathbf{l}_4) \cdot \mathbf{l}_4 + perms\right]. \quad (3.38)$$

Devido ao alto esforço computacional necessário para realizar as correlações de alta ordem (especialmente no triespectro), é conveniente a utilização de outras ferramentas estatísticas competitivas para extrair informações de NG induzidas pelo efeito de LGF (Munshi et al., 2012; Eriksen et al., 2004b). Um dos indicadores de NG baseado em propriedades geométricas são os funcionais de Minkowski.

3.3 Reconstrução do Mapa de Potencial de Lentes

O efeito de LGF altera a correlação espacial das flutuações primárias de temperatura da RCF, como foi descrito anteriormente em termos do espaço de Fourier. No espaço real, em que a correlação entre dois pontos depende apenas da distância entre eles, significa dizer que a LGF faz com que esta distância seja ligeiramente maior ou menor comparada à RCF sem o efeito. Esta característica e as correspondentes propriedades estatísticas podem ser utilizadas para estimar o potencial de lentes. A principal motivação para esta reconstrução, vem da necessidade de separar sinais não-primordiais da RCF observada. No entanto, é possível ainda restringir e testar diversas informações cosmológicas através do potencial de lentes gravitacionais, uma vez que o mesmo está diretamente ligado a distribuição de matéria escura e estruturas do Universo (Zaldarriaga & Seljak, 1999; Kaiser & Squires, 1993; Hoekstra, Yee & Gladders, 2004).

Há diversos métodos de reconstrução parcial do potencial de lentes, fundamentados em traçadores de estrutura em grade escala, tais como emissão de linhas de 21 cm (Sigurdson & Cooray, 2005; Zahn & Zaldarriaga, 2006) e observações de catálogos de galáxias (Clowe, Gonzalez & Markevitch, 2004; Bradač et al., 2006). Uma das formas de reconstrução a partir da RCF, é através de uma ferramenta considerado na literatura como ótima, denominado de estimador quadrático (Okamoto & Hu, 2003; Hu, 2001a; Hanson, Challinor & Lewis, 2010; Lewis & Challinor, 2006). A ideia geral do estimador quadrático é utilizar os modos acoplados que estão fora da diagonal na correlação de dois pontos $\langle \tilde{T}(\mathbf{l})\tilde{T}(\mathbf{l}') \rangle_T$ para estimar o potencial de lentes. Uma explicação geral deste estimador será abordada aqui de maneira simplificada. Para maiores detalhes sobre o método completo de reconstrução ver Okamoto & Hu (2003).

Considerando o vetor de onda $\mathbf{L} = \mathbf{l} - \mathbf{l}'$, o potencial de lentes do estimador quadrático $\hat{\psi}$ é definido como

$$\hat{\psi}(\mathbf{L}) \equiv N(\mathbf{L}) \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} \tilde{T}(\mathbf{l}) \tilde{T}^*(\mathbf{l} - \mathbf{L}) g(\mathbf{l}, \mathbf{L}), \quad (3.39)$$

em que $g(\mathbf{l}, \mathbf{L})$ é uma função peso e $N(\mathbf{L})$ é a normalização. A média sobre todas as realizações da correlação de dois pontos para a temperatura lenteada, considerando a expansão (3.31) até primeira ordem é escrita da seguinte forma

$$\langle \tilde{T}(\mathbf{l})\tilde{T}(\mathbf{l} - \mathbf{L}) \rangle_T = \delta(\mathbf{L}) C_l^T + \frac{1}{2\pi} \left[(\mathbf{L} - \mathbf{l}) \cdot \mathbf{L} C_{|\mathbf{l} - \mathbf{L}|}^T + \mathbf{l} \cdot \mathbf{L} C_l^T \right] \psi(\mathbf{L}) + \mathcal{O}(\psi^2). \quad (3.40)$$

O modo de lentes não será observável quando $\mathbf{L} = 0$, de forma a considerar apenas $|\mathbf{L}| > 0$. Para o estimador ser não-enviesado, tem-se a condição de $\langle \hat{\psi}(\mathbf{L}) \rangle_T = \psi(\mathbf{L})$ (Hu & Okamoto, 2002). O termo de normalização será dado por

$$N(\mathbf{L})^{-1} = \int \frac{d^2\mathbf{l}}{(2\pi)^2} \left[(\mathbf{L} - \mathbf{l}) \cdot \mathbf{L} C_{|\mathbf{l} - \mathbf{L}|}^T + \mathbf{l} \cdot \mathbf{L} C_l^T \right] g(\mathbf{l}, \mathbf{L}). \quad (3.41)$$

Um dos princípios para escolha da função peso g é tal que minimize a variância e maximize a relação sinal-ruído. Na ordem zero de C_l^ψ , ψ é considerado gaussiano de forma que a variância é dada por $\langle |\hat{\psi}(\mathbf{L}) - \psi(\mathbf{L})|^2 \rangle \sim \langle |\hat{\psi}(\mathbf{L})|^2 \rangle$. Assim,

$$\langle \hat{\psi}^*(\mathbf{L}) \hat{\psi}(\mathbf{L}') \rangle = \delta(\mathbf{L} - \mathbf{L}') 2N(\mathbf{L})^2 \int \frac{d^2\mathbf{l}}{(2\pi)^2} \tilde{C}_l^{\text{tot}} \tilde{C}_{|\mathbf{l}-\mathbf{L}|}^{\text{tot}} \left[g(\mathbf{l}, \mathbf{L}) \right]^2 + \mathcal{O}(C_l^\psi), \quad (3.42)$$

em que $\tilde{C}_l^{\text{tot}} = \tilde{C}_l^T + N_l$ e N_l representa o espectro de potência referente à contribuição do ruído. Então, considerando a condição de mínima variância e maior razão sinal-ruído, a função peso é dada por (Hu, 2001b)

$$g(\mathbf{l}, \mathbf{L}) = \frac{(\mathbf{L} - \mathbf{l}) \cdot \mathbf{L} C_{|\mathbf{l}-\mathbf{L}|}^T + \mathbf{l} \cdot \mathbf{L} C_l^T}{2\tilde{C}_l^{\text{tot}} \tilde{C}_{|\mathbf{l}-\mathbf{L}|}^{\text{tot}}}. \quad (3.43)$$

Combinando todos estes termos em (3.39), o estimador quadrático é

$$\hat{\psi}(\mathbf{L}) \equiv N(\mathbf{L}) \mathbf{L} \cdot \int \frac{d^2\mathbf{l}}{2\pi} \frac{C_l^T \tilde{T}(\mathbf{l}) \tilde{T}(\mathbf{L} - \mathbf{l})}{\tilde{C}_l^{\text{tot}} \tilde{C}_{|\mathbf{l}-\mathbf{L}|}^{\text{tot}}}. \quad (3.44)$$

É válido notar que este estimador é construído sob consideração de primeira ordem em C_l^ψ . Além disso, possui dependência do espectro de potência do modelo fiducial e do espectro de potência observado \tilde{C}_l^{tot} (que inclui o espectro de potência do ruído observacional). Para maiores detalhes sobre N_l ver Hanson, Rocha & Górski (2009).

3.4 Status observacional

Em termos de aspectos observacionais, o efeito de LGF na RCF foi detectado por diversos instrumentos, principalmente por meio de correlações cruzadas com outros traçadores de estruturas em grande escala. No entanto, a reconstrução do mapa do potencial de lentes só foi possível recentemente com os dados do satélite Planck. Isto porque os instrumentos não possuíam sensibilidade suficiente para obter informação em grandes multipolos com boa uma razão sinal-ruído.

O satélite Planck é a primeira missão da Agência Espacial Européia dedicada ao estudo da RCF (Dupac & Tauber, 2005). Lançado em 2009, seus detectores operam em 9 diferentes canais de frequência com alta resolução (5-10 minutos de arco). O primeiro *release* foi liberado em 2013 e em março de 2015 foram liberados parte dos dados correspondentes a observações do período de agosto de 2009 a outubro de 2014. Dentre os vários resultados obtidos, encontram-se os dados para LGF².

O potencial de LGF foi reconstruído com alto nível de confiança: 25σ para o primeiro *release* e $\sim 40\sigma$ para o segundo (Ade et al., 2014c), (Ade et al., 2015a). Neste trabalho, consideramos o resultado do segundo *release* pois além do maior nível de confiança,

² Disponível em: <<http://pla.esac.esa.int/pla/>>

foi disponibilizado também o espectro de potência do ruído associado a esta reconstrução, de forma que podemos ter maior controle em nossa análise.

O mapa do potencial de lentes da RCF foi reconstruído pela equipe do Planck, utilizando o estimador quadrático mencionado na subseção anterior. Para maiores detalhes técnicos sobre o estimador, ver (Okamoto & Hu, 2003). Há cinco possíveis estimadores quadráticos ($\hat{\phi}$) para reconstruir o potencial de lentes, baseados nas correlações entre a temperatura (T) e polarização (com as componentes E e B) da RCF, sendo denotado como: $\hat{\phi}^{TT}$, $\hat{\phi}^{TE}$, $\hat{\phi}^{EE}$, $\hat{\phi}^{EB}$ e $\hat{\phi}^{TB}$. A partir da combinação deste cinco, é possível construir um estimador com mínima variância, denotado como $\hat{\phi}^{MV}$. A figura 9 mostra os diferentes níveis de ruído ($N_l^{\phi\phi}$) envolvidos na reconstrução de cada estimador, comparado ao espectro para o potencial de LGF teórico. Nota-se que o estimador $\hat{\phi}^{MV}$ é o menos ruidoso, porém, é necessário uma filtragem para que o sinal reconstruído esteja de acordo com a teoria.

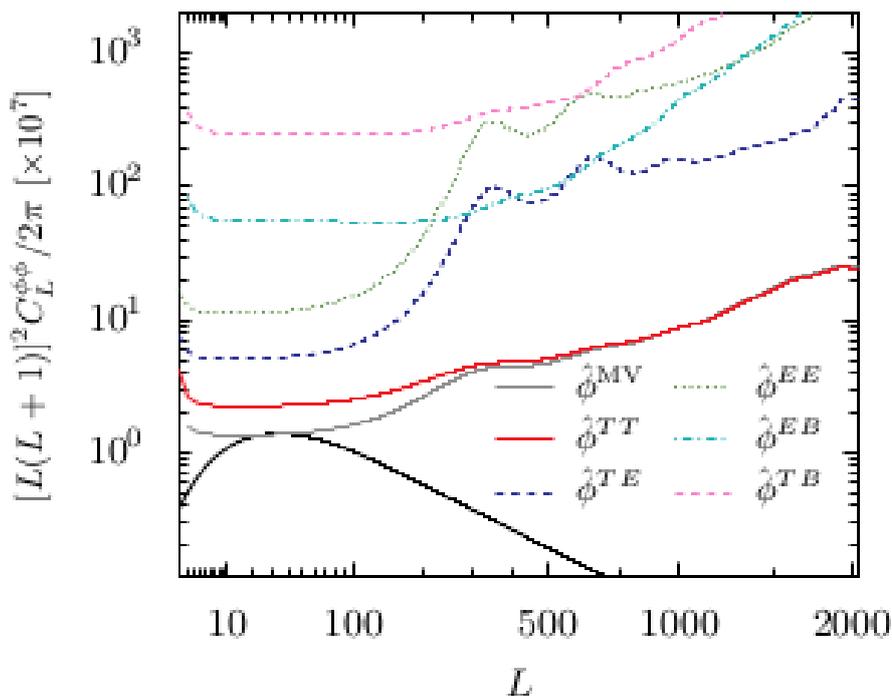


Figura 9 – Espectro de potência do potencial de LGF com diferentes níveis de ruído para cada estimador de reconstrução: $\hat{\phi}^{TT}$, $\hat{\phi}^{TE}$, $\hat{\phi}^{EE}$, $\hat{\phi}^{EB}$ e $\hat{\phi}^{TB}$. A linha sólida preta representa o espectro de potência teórico do potencial de LGF de acordo com Λ CDM. Fonte: (Ade et al., 2015a).

O potencial de LGF foi reconstruído a partir do estimador $\hat{\phi}^{MV}$ para a faixa de multipolos de $8 < l < 2048$ e o mapa correspondente está ilustrado na figura 11. Para reconstrução, é utilizando a máscara exposta na figura 10, que corta 32.7% do céu devido a fontes pontuais e *foregrounds*. Foi disponibilizado publicamente, dados referentes à convergência de lentes κ , sendo eles: o espectro de potência do ruído, $N_l^{\kappa\kappa}$, associado a

reconstrução de $\hat{\phi}^{MV}$, a máscara e o espectro de potência $C_l^{\kappa\kappa}$ com o respectivo a_{lm}^κ de κ (ambos possuem a contribuição do ruído $N_l^{\kappa\kappa}$) (Adam et al., 2015).

A convergência de lentes κ é relacionada com o $\hat{\phi}^{MV}$ da seguinte forma:

$$a_{lm}^\kappa = \frac{l(l+1)}{2} a_{lm}^{\hat{\phi}^{MV}}, \quad (3.45)$$

em que $a_{lm}^{\hat{\phi}^{MV}}$ são os coeficientes a_{lm} do potencial de LGF reconstruído. A figura 12 mostra o espectro de potência do potencial de LGF reconstruído, após uma filtragem para minimizar a contribuição do ruído (caixas). Os pontos encontrados estão em ótima concordância com o espectro de potência teórico do modelo Λ CDM, como pode ser visto pela linha sólida preta (Ade et al., 2015a).

No presente trabalho utilizamos em nossas análises, os dados de LGF liberados em 2015 pela equipe do Planck ³ e a metodologia empregada será descrita no capítulo seguinte.

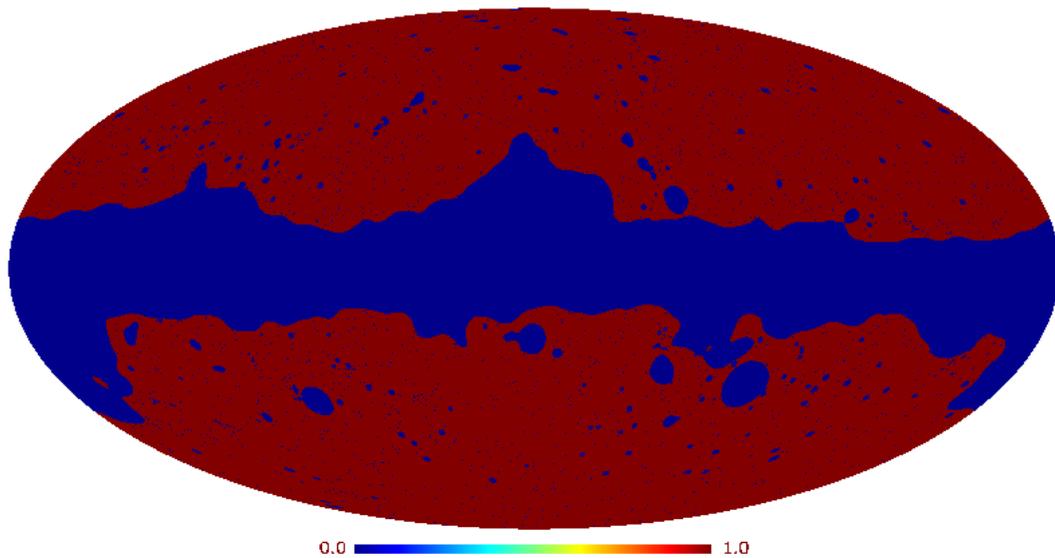


Figura 10 – Máscara disponibilizada pela equipe do satélite Planck e utilizada na reconstrução do potencial de LGF. Tal máscara corta 32.7% do céu, ou seja, habilita 67.3% para uso.

³ Disponível em: <<http://pla.esac.esa.int/pla/#results>>

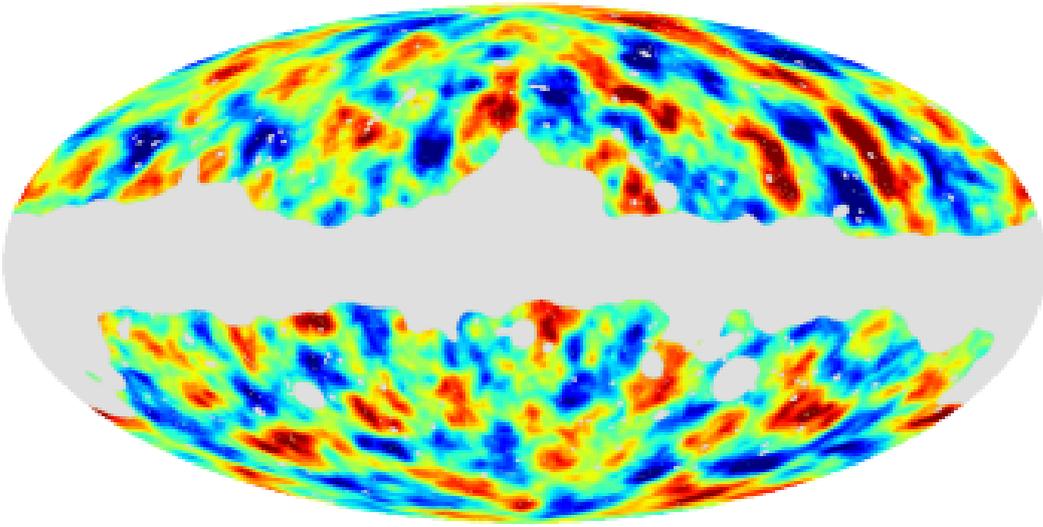


Figura 11 – Mapa do potencial de LGF reconstruído utilizando o estimador quadrático $\hat{\phi}^{MV}$ com mapas da RCF em várias frequências. O mesmo, foi filtrado a fim de minimizar os efeitos do ruído. Foi disponibilizado publicamente os coeficientes a_{lm}^{κ} , o espectro de potência da convergência κ e do ruído, associados a este mapa. Fonte: (Ade et al., 2015a)

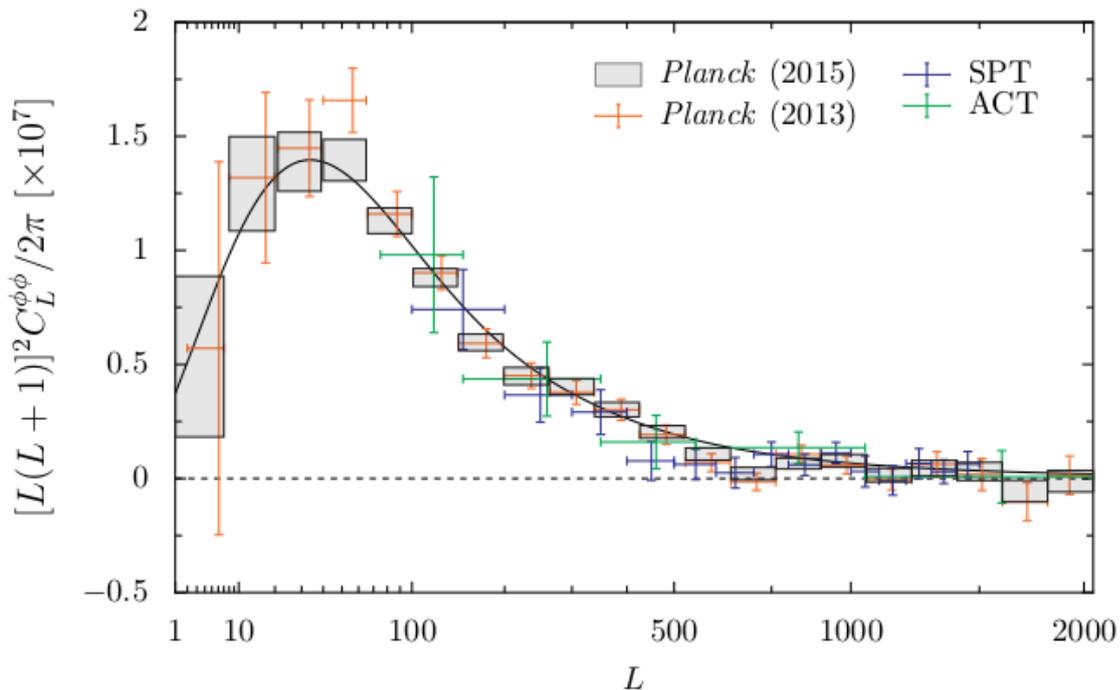


Figura 12 – Medida do espectro de potência do potencial de LGF obtido para: o primeiro *release* do satélite Planck (em laranja), para os dados de 2015 do Planck (caixas), para o *South Pole Telescope*- SPT (em azul) (Van Engelen et al., 2012) e para o *Atacama Cosmology Telescope*- ACT (em verde) (Das et al., 2014). A linha sólida preta representa o espectro de potência do potencial de LGF teórico, de acordo com o modelo Λ CDM. Fonte: (Ade et al., 2015a).

4 Metodologia

Uma das grandes dificuldades deparadas ao analisar propriedades da RCF, é separar sinais provenientes de fontes e processos secundários, isto é, após a USE. Como mencionado anteriormente, um destes mecanismos é o efeito de LGF, que além de modificar o espectro de potência angular, também gera o modo B de polarização e introduz não-gaussianidades (NG).

Aqui examinamos a influência de LGF nos dados da RCF, particularmente, desvios de gaussianidade, assim como procuramos conhecer se o lenteamento é maior ou menor em algumas regiões do céu. Este último, trata-se de um teste de isotropia do Universo, uma vez que o efeito está diretamente relacionado com a distribuição de matéria. Para tal, as análises consistem em comparações de propriedades entre conjuntos de mapas simulados de RCF contendo informações apenas de origem primordial e mapas da RCF com efeito de LGF a partir da utilização do mapa do potencial de LGF fornecido pelo Planck. A fim de obter total controle sobre quais efeitos estão incluídos nos dados, a primeira etapa deste trabalho, foi produzir tais mapas sintéticos, como será descrito a seguir. É feita também uma explanação geral da ferramenta estatística que foi utilizada, bem como da metodologia aplicada a fim de cumprir os objetivos propostos.

4.1 Construção dos Conjuntos de Dados Utilizados

Os mapas foram produzidos utilizando o sistema de pixelização do HEALPix (do inglês, *Hierarchical Equal Area iso-Latitude Pixelization*)¹ (Górski et al., 2005), que consiste em uma ferramenta de estruturação de dados na esfera. Com este sistema, a esfera celeste é dividida em pixels com mesma área e são distribuídos em linhas de latitudes constantes. A principal vantagem de utilizá-la para processamento de dados da RCF, é que além de permitir uma alta resolução angular também proporciona computacionalmente rápidas análises numéricas envolvendo os harmônicos esféricos. A resolução é determinada por um parâmetro denominado N_{side} , que é uma potência de base 2. A quantidade de pixels (N_{pix}) do mapa está relacionado com N_{side} de forma que, $N_{pix} = 12 \cdot N_{side}^2$.

Para este trabalho, utilizamos a resolução equivalente a do satélite Planck, com $N_{side} = 2048$, ou seja, cada mapa possui um total de $\sim 5 \times 10^7$ pixels e estão suavizados com tamanho igual a 5'. Utilizamos ainda o sistema de coordenadas galácticas e o esquema de pixelização *ring*, no qual os pixels começam a ser numerados no Pólo Norte Celeste ou Galáctico e vão até o Pólo Sul ao longo de faixas de declinação ou latitude constantes

¹ <http://healpix.jpl.nasa.gov/>

(Górski et al., 2005). Todas as análises envolvendo o espaço dos harmônicos esféricos foram feitas com multipolo até 2048 ($l_{max} = 2048$).

4.1.1 Mapas simulados da RCF

A primeira etapa do trabalho, foi produzir mapas sintéticos que reproduzam os dados da RCF com e sem o efeito das LGF. O conjunto de mapas da RCF que aqui chamaremos de {RCF-G}, contém apenas informações de origem primordial (flutuações gaussianas). Este conjunto foi produzido a partir de um espectro de potência, gerado pelo código CAMB (do inglês, *Code for Anisotropies in the Microwave Background*). O CAMB é um código desenvolvido na linguagem Fortran 90 e consiste em uma implementação numérica das equações linearizadas do formalismo covariante a 1+3 dimensões para as anisotropias da RCF a partir da introdução dos parâmetros cosmológicos (Lewis, 2006).

Os parâmetros cosmológicos de entrada foram escolhidos baseados nos recentes resultados do satélite Planck (Ade et al., 2014b) e estão dispostos na tabela 1. Para o cálculo do espectro de potência, consideramos também o tratamento linear, além de perturbações iniciais adiabáticas, assim como esperado no modelo Λ CDM.

O espectro obtido está disposto na figura 13 e foi a semente utilizada para a construção de 100 mapas gaussianos da RCF utilizando a rotina *synfast* do HEALPix. Ou seja, produzimos o conjunto de mapas {RCF-G}, com diferentes coeficientes a_{lm} mas com mesmo espectro de potência, exceto a incerteza da variância cósmica já considerada do *synfast*.

Parâmetro	$\Omega_b h^2$	$\Omega_m h^2$	Ω_k	H_0
Valor	0.0222	0.1197	0	67.31

Tabela 1 – Parâmetros cosmológicos utilizados como entrada no código CAMB a fim de gerar o espectro de potência semente das flutuações de temperatura da RCF.

4.1.2 Mapas da RCF com efeito de LGF

Para a construção do conjunto de mapas da RCF acrescido do efeito de LGF, que aqui chamaremos de mapas lenteados {RCF-L}, utilizamos a equação (3.27) no espaço real até primeira ordem. Ou seja

$$\tilde{T}(\hat{\mathbf{n}}) = T(\hat{\mathbf{n}}) + \nabla\psi(\hat{\mathbf{n}}) \cdot \nabla T(\hat{\mathbf{n}}). \quad (4.1)$$

Cada mapa do conjunto produzido {RCF-G}, representa o termo T da equação, enquanto que cada mapa lenteado do conjunto {RCF-L}, a ser produzido, é equivalente ao termo \tilde{T} . Consideramos somente a aproximação de primeira ordem, pois as contribuições em ordens superiores são muito pequenas. Tal equação possui dependência então, dos mapas

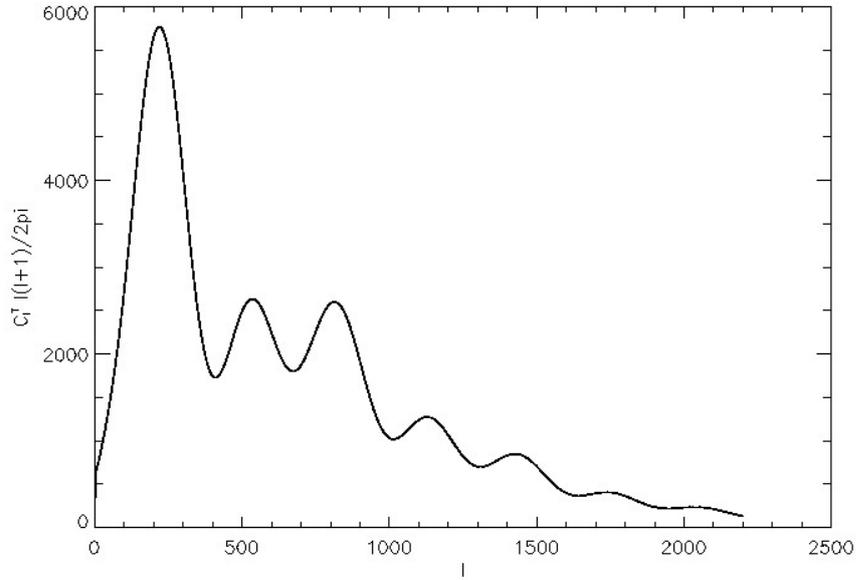


Figura 13 – Espectro de potência da RCF produzido pelo código CAMB a partir dos parâmetros cosmológicos da tabela 1.

sem o efeito de lentes, T , do seu gradiente, ∇T , além do gradiente do mapa de potencial de lentes, $\nabla\psi$.

Para obter o termo dependente do potencial de lentes, utilizamos os dados disponibilizados pelo satélite Planck, descritos no capítulo 3. Para tal, realizamos as seguintes transformações nos dados disponibilizados da convergência κ^2

1. A partir dos coeficientes da convergência de lentes, a_{lm}^κ , transformamos em coeficientes do potencial de lentes a_{lm}^ψ , utilizando a relação

$$a_{lm}^\psi = \frac{2a_{lm}^\kappa}{l(l+1)}. \quad (4.2)$$

2. Da posse dos coeficientes do potencial de LGF, a_{lm}^ψ , produzimos o mapa ψ utilizando a rotina *synfast* do HEALPix.
3. O mapa ψ obtido é dominado pelo ruído da reconstrução do κ . A fim de minimizar o ruído e maximizar o sinal, aplicamos o filtro de Wigner no mapa do potencial de lentes, resultando em um mapa calibrado $\hat{\psi}$. Isto é, realizamos

$$\hat{\psi} = \left(\frac{C_l^{\psi, fid}}{C_l^{\psi, fid} + N_l^\psi} \right) \psi, \quad (4.3)$$

onde $C_l^{\psi, fid}$ é o espectro de potência do potencial de LGF a partir do modelo fiducial e N_l^ψ equivale ao espectro de potência do ruído da reconstrução também disponibilizado.

² Disponível em: <<http://pla.esac.esa.int/pla/>>.

4. A partir do mapa de potencial de LGF calibrado, calculamos $\nabla\hat{\psi}$ em coordenadas esféricas, para utilizar como entrada na equação (4.1) e produzir o conjunto de mapas lenteados $\{\text{RCF-L}\}$.

Desta forma, produzimos um conjunto de 100 mapas $\{\text{RCF-L}\}$. A figura 14 apresenta um esquema resumido das etapas no processo de produção dos mapas.

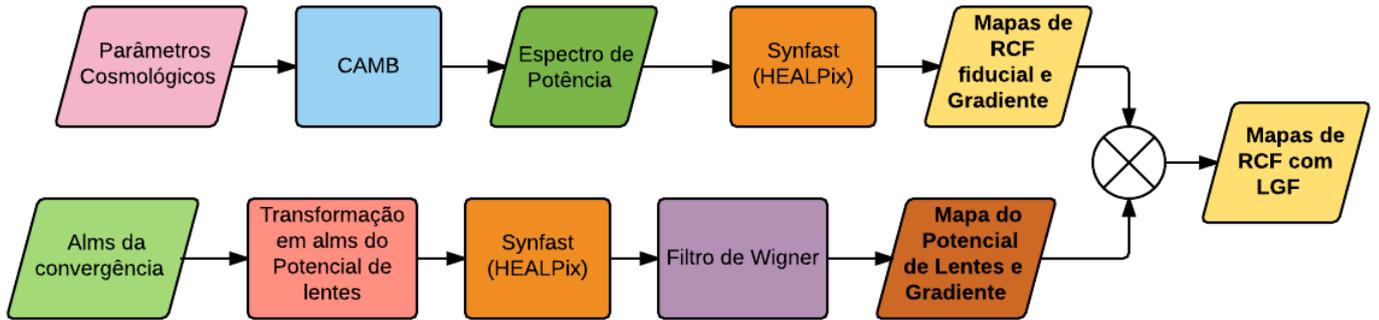


Figura 14 – Esquema resumido da produção dos conjuntos de mapas $\{\text{RCF-G}\}$ e $\{\text{RCF-L}\}$.

4.1.3 Seleção das regiões

Objetivamos analisar propriedades do efeito de LGF na RCF e como elas se manifestam em pequenas regiões da esfera celeste. Buscamos então, testar se tais propriedades ocorrem de maneira igualmente distribuídas no céu, ou se há regiões em que há maiores ou menores alterações.

Da posse dos conjuntos de mapas, selecionamos um total de 208 calotas, com raio de 15 graus cada. Como há regiões que abrangem o corte da máscara, utilizamos como critério, considerar aquelas que possuem um mínimo de 80% de pixels úteis, resultando em um total de 169 para análise. As respectivas coordenadas das regiões estão dispostas no anexo, na tabela 5.

4.2 Funcionais de Minkowski

Uma das formas de se extrair informações sobre a distribuição de matéria que causa LGF, é através de não-gaussianidades induzidas por este efeito na RCF observada. Diversos aferidores podem testar esta propriedade como, os mencionados anteriormente, biespectro e triespectro. Enquanto testes realizados no espaço harmônico são sensíveis a NG concentradas em uma escala angular característica l , os testes realizados no espaço

real são sensíveis a NG localizadas em regiões específicas no céu (Eriksen et al., 2004c). Ferramentas estatísticas independentes de escala vem sendo extensamente utilizadas pela literatura, especialmente, aquelas baseadas em propriedades morfológicas (Modest et al., 2013; Schmalzing & Górski, 1998; Novikov, Feldman & Shandarin, 1999).

Uma descrição morfológica completa de uma imagem requer ferramentas que especifiquem propriedades topológicas e geométricas para caracterizar não apenas a forma e o conteúdo, mas também a conectividade do padrão espacial. De acordo com o Teorema de Hadwiger, um conjunto \mathcal{Q} contido no espaço euclidiano d -dimensional, sob algumas condições, pode ser completamente descrito morfológicamente por uma combinação linear de $d + 1$ funcionais V_j , com j variando de 0 a d , denominados como **funcionais de Minkowski** (FMs) (para maiores detalhes ver Schmalzing, Kerscher & Buchert (1995); Schmalzing & Górski (1998)). Os FMs foram inicialmente introduzidos na cosmologia para descrever propriedades de estruturas em grande-escala por Kerscher et al. (1997) e em mapas da RCF por Winitzki & Kosowsky (1998) e Schmalzing & Górski (1998).

Os FMs formam uma ferramenta competitiva para detecção de NG na RCF, uma vez que contém informação estatística de todas as ordens e demandam menor esforço computacional em comparação à correlações de N-Pontos (Eriksen et al., 2005).

Para descrever a morfologia de um conjunto \mathcal{Q} definido em uma esfera bi-dimensional \mathbb{S}^2 , de raio R e curvatura constante (como é o caso das anisotropias de temperatura $\Delta T/T(\hat{n})$ da RCF), os três FMs correspondentes são definidos como

$$V_0 = \int_{\mathcal{Q}} da, \quad (4.4)$$

$$V_1 = \frac{1}{4} \int_{\partial\mathcal{Q}} dl, \quad (4.5)$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\partial\mathcal{Q}} dlk_g, \quad (4.6)$$

onde da e dl denotam respectivamente os elementos de superfície de \mathbb{S}^2 e o elemento de linha ao longo da borda $\partial\mathcal{Q}$ de \mathcal{Q} e k_g é a curvatura ao longo da borda (para revisões de FMs na esfera bi-dimensional ver (Schmalzing & Górski, 1998; Winitzki & Kosowsky, 1998)). Os funcionais V_0 e V_1 podem ser interpretados, nesta ordem, como as quantidades geométricas no espaço bi-dimensional área da superfície e perímetro. O funcional V_2 é denominado como a medida do genus (Modest et al., 2013).

Para o cálculo dos FM nos mapas de RCF pixelizados em uma esfera bi-dimensional, é necessário definir um conjunto de contornos \mathcal{Q}_ν a partir de um limiar de temperatura ν . Os pixels são selecionados de forma que satisfaçam valores iguais, acima ou abaixo de ν , isto é, $\mathcal{Q}_\nu^+ = \{n \in \mathbb{S}^2 | \Delta T/T(\hat{n}) \geq \nu\}$ ou $\mathcal{Q}_\nu^- = \{n \in \mathbb{S}^2 | \Delta T/T(\hat{n}) \leq \nu\}$.

A medida do limiar é definida por

$$\nu(\theta, \phi) \equiv \frac{\Delta T(\theta, \phi)/T}{\sigma_0}, \quad (4.7)$$

em que o desvio padrão σ_0 do campo das anisotropias é $\langle (\Delta T/T)^2 \rangle^{1/2}$.

A figura 15 mostra exemplos de conjuntos de contornos para diferentes limiares de temperatura na RCF. A partir da seleção de um conjunto, pode-se extrair as informações morfológicas do mapa subjacente através do cálculo dos FM (Komatsu et al., 2003). O funcional área V_0 é calculado a partir de

$$V_0 = A(\nu) = \frac{1}{A} \sum_i a_i = \frac{N_\nu}{N_{tot}}, \quad (4.8)$$

em que a_i é a área de um pixel individual enquanto que A é a área total do mapa ou da região de análise e N_{tot} representa um termo de normalização. Assim, $A(\nu)$ é a área fracional definida pela soma da razão entre o número de pixels subtendido na faixa do limiar de temperatura N_ν e o número de pixels total da região em questão N_{tot} .

O funcional perímetro é definido como a soma de todos os perímetros p do conjunto de contorno selecionado, de forma que

$$V_1 = P(\nu) = \frac{1}{4A} \sum_i p_i. \quad (4.9)$$

O terceiro funcional de Minkowski V_2 , o genus, é estabelecido pela diferença entre o número de pixels acima do limiar de temperatura (N_{quente}) e o número de pixels abaixo deste limiar (N_{frio}), de forma que

$$V_2 = G(\nu) = \frac{1}{2\pi A} (N_{quente} - N_{frio}). \quad (4.10)$$

Para verificar a influência da gaussianidade da RCF devido ao lenteamento, desenvolvemos um código para calcular os funcionais de Minkowski em cada calota selecionada no conjunto de mapas {RCF-L} e para {RCF-G}.

Para o cálculo dos funcionais área (V_0), perímetro (V_1) e genus (V_2), consideramos o limiar ν de temperatura na faixa de $-3.5\sigma < \nu < 3.5\sigma$, dividindo este intervalo em 120 *bins*, isto é, cada *bin* possui uma largura de 7/120. Realizamos estes cálculos em todas as calotas selecionadas, para cada conjunto de mapas. Para tal, aplicamos em todos os mapas a máscara exposta na figura 10, a fim de minimizar os efeitos dos *foregrounds*. Obtivemos desta forma, para cada uma das 169 calotas, os FM médios e seus correspondentes desvios padrão, para o conjunto de 100 mapas de {RCF-G} e para os 100 mapas de {RCF-L}.

4.2.1 Variação do Espectro de Potência

O efeito de LGF na RCF se manifesta também através da alteração do espectro de potência principalmente em pequenas escalas. Com base nesta propriedade, calculamos o

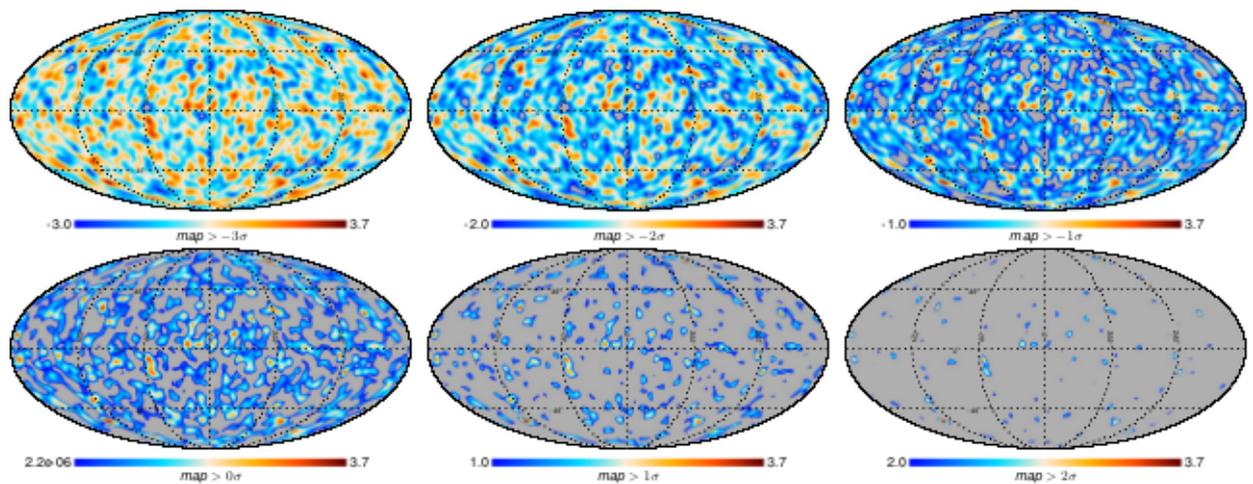


Figura 15 – Diferentes conjuntos de contornos para um mapa da RCF. A escala de cores indica os níveis do limiar de temperatura selecionado. Fonte: (Fantaye et al., 2014).

espectro de potência utilizando a rotina *anafast* do HEALPix, para cada uma das calotas dos conjuntos de mapas {RCF-G} e {RCF-L}. Nesta etapa, também aplicamos a máscara exposta na figura 10 em todos os mapas antes de realizar os cálculos para retirar os efeitos dos *foregrounds*.

5 Análises e Resultados

Neste capítulo apresentamos nossas análises e os resultados obtidos, além de comentários e discussões sobre os mesmos. As seções estão organizadas de acordo com a metodologia empregada.

5.1 Mapas produzidos

A figura 14 resume o processo de simulação dos conjuntos de mapas {RCF-G} e {RCF-L}. Operacionalizando tal processo, obtivemos em uma das etapas, o mapa calibrado do potencial de LGF, $\hat{\psi}$, ilustrado na figura 16 e se apresenta em aparente concordância com o relatado no artigo Ade et al. (2015a) e disponível também na figura 11. Na mesma figura 16, encontra-se o mapa do módulo do ângulo de deflexão, $|\nabla\hat{\psi}|$, cuja aparência é semelhante ao encontrado anteriormente por Delabrouille et al. (2013) utilizando simulações (*forecasts*). Este mapa de $\hat{\psi}$ foi utilizado, a partir do cálculo do seu gradiente, como entrada no processo de simulação do conjunto {RCF-L}. Todos os mapas aqui ilustrados encontram-se no sistema de projeção Mollweide e em coordenadas galácticas.

A partir do conjunto de mapas produzidos {RCF-L}, observa-se que o efeito de LGF causa pequenas magnificações e cisalhamento local das anisotropias de temperatura. Porém, o aspecto geral dos mapas de céu inteiro não é alterado de maneira expressiva. Isto pode ser visto na figura 17 que compara um dos mapas de {RCF-G} com o correspondente mapa lenteado do conjunto {RCF-L}. Na figura 18, que mostra a diferença entre eles, é perceptível que há pequenas mudanças no padrão da distribuição espacial das flutuações de temperatura. Porém, não há contribuição significativa em termos de um aumento total dos valores dos pixels, assim como era esperado.

Uma forma mais robusta de verificar se a técnica empregada de produção do conjunto {RCF-L} está de acordo com o previsto pela teoria, é através da comparação da diferença entre os espectros de potência dos dois conjuntos de dados produzidos. A figura 19 mostra a diferença relativa do espectro de potência de um dos mapas de {RCF-G} e de {RCF-L}, ou seja, $(\tilde{C}_l - C_l)/C_l$. O mesmo apresenta comportamento ruidoso pelo fato do cálculo ter sido realizado em apenas um dos 100 mapas produzidos. No entanto de um modo geral, o padrão e amplitude do gráfico corroboram com o esperado pela teoria se comparado com a figura 7.

Desta forma, a metodologia empregada para simulação dos conjuntos de dados, isto é, utilizando a expansão 4.1 até primeira ordem produz mapas com aparência e espectro

de potência em concordância com o esperado pela teoria relatado pela literatura.

5.1.1 Cálculo dos Funcionais de Minkowski

Calculamos os três FM (área, perímetro e genus) para cada uma das 169 calotas de 15° de raio a partir das relações 4.8, 4.9 e 4.10. Isto foi feito para os dois conjuntos de 100 mapas: {RCF-G} e {RCF-L}.

Os FM discriminam sinais não-gaussianos através da comparação do comportamento dos dados gaussianos com os da possível fonte de NG. Sendo assim, relacionamos os FM do conjunto de mapas da RCF com efeito de LGF e sem o efeito. Para tal, calculamos a média dos valores obtidos dos FM dos mapas de cada calota. Os gráficos dispostos na figura 20 exemplificam o comportamento geral das curvas médias encontradas para os três funcionais, para uma das calotas, com as barras em 1σ de confiança.

Pode-se observar que as curvas para os mapas com LGF (em vermelho) não se diferenciam das encontradas para os mapas da RCF (em preto), pois não fica evidente uma diferença expressiva entre elas. Isto pode ocorrer devido a uma série de motivos. Um destes, pode ser devido ao fato do efeito de LGF introduzir sinais não-gaussianos de muito baixa amplitude. É possível ainda, que os FM não possuam sensibilidade suficiente para detectar o tipo e/ou a amplitude de NG induzida pelo lenteamento. Outra possibilidade seria referente à limitação da escala angular trabalhada. Espera-se que o efeito de LGF se mostre dominante em escalas muito pequenas ($l \gtrsim 2000$) (Lewis & Challinor, 2006). Entretanto, os nossos mapas foram construídos até multipolo igual a 2048 (foi o l_{max} dos dados de convergência de lentes κ disponibilizados pelo satélite Planck). Desta forma, estas restrições devem ser consideradas em nossas análises.

Para quantificar as pequenas alterações entre os valores dos FM da RCF lenteada e do caso gaussiano, utilizamos a inferência baseada no cálculo do χ^2 , determinado por

$$\chi_j^2 = \sum_{i=1}^{120} \frac{(V_j^{i(LGF)} - V_j^i)^2}{(\sigma_j^i)^2}, \quad (5.1)$$

em que $j = 0, 1, 2$ se refere a área, perímetro e genus. V_j^i e $V_j^{i(LGF)}$ são os valores médios dos funcionais, na calota selecionada, nos mapas para {RCF-G} e para {RCF-L}, respectivamente. A variância $(\sigma_j^i)^2$ corresponde para o conjunto da {RCF-G}.

As figuras 21, 22 e 23 mostram uma projeção na esfera celeste do valor de χ^2 obtido para cada FM nas calotas. Em todas regiões, os valores encontrados foram muito próximos de zero, isto é, as diferenças entre as curvas da RCF com distribuição gaussiana e da RCF com efeito de LGF são muito pequenas, como pode ser visto pelos valores da escala de cores. No entanto, nota-se que comparativamente, existem calotas onde há maior ou menor valor de χ^2 , isto é, regiões no céu em que há maior indícios de NG devido ao lenteamento.

Cada calota possui 30 graus de diâmetro. Possivelmente se a varredura fosse feita de maneira mais refinada, isto é, se as regiões fossem selecionadas com menor deslocamento entre elas, resultaria em variações mais sutis dos valores do χ^2 .

As calotas que, comparativamente, obtiveram um maior e menor valor do χ^2 estão listadas com suas correspondentes coordenadas nas tabelas 2 e 3. As curvas médias de cada FM com os respectivos resíduos para as calotas de **máximo** χ^2 estão representadas nas figuras 24, 25 e 26. O resultado para as calotas referentes aos valores de **mínimo** χ^2 , estão dispostas nas figuras 27, 28 e 29. O resíduo é definido como $V_j - V_j^{LGF} / V_{j(max)}$, em que $V_{j(max)}$ é o valor máximo do funcional médio do conjunto {RCF-G} na calota selecionada. V_j e V_j^{LGF} são respectivamente os valores médios dos funcionais área, perímetro e genus para $j = 0, 1, 2$ dos conjuntos {RCF-G} e {RCF-L}.

Nota-se que o resíduo das curvas não apresenta um tipo de assinatura, mas obtém informação em qual limiar de temperatura ν há maior desvio dos funcionais. Uma possível razão para isto seria ocasionada pela magnificação, ou seja, o efeito faz com que haja maior ou menor concentração das anisotropias em uma região e temperatura específica, o que pode refletir em pequenos desvios de gaussianidade em limiares ν específicos.

As calotas encontradas com máximo valor de χ^2 não coincidem entre os FM: o maior afastamento do caso gaussiano para o funcional área ocorre na calota 155, enquanto que na calota 58 para o perímetro e na 140 para o genus. No entanto, a área e o perímetro concordaram quanto a região com menor desvio dos dados gaussianos (na calota 13) e para o genus foi encontrado na calota 103. Além disto, observamos que em relação aos três funcionais, a área foi a que produziu menor variação nas regiões, ou seja, apresentou-se menos sensível ao tipo de NG devido a LGF. As curvas obtidas da área para {RCF-G} e {RCF-L} na calota 13 foram idênticas ($\chi^2 = 0$). Este resultado pode ser explicado pelo fato do resíduo ser menor que a precisão das operações matemáticas envolvidas. No trabalho de [Ducout et al. \(2013\)](#) e [Novaes et al. \(2014\)](#) é verificado por exemplo, que para NG do tipo local, os funcionais perímetro, genus e área evidenciam, nesta ordem, uma sensibilidade decrescente. Desta forma, são necessários testes mais aprofundados sobre a eficiência destes estimadores para outros tipos NG, em particular aquela induzida por LGF.

Para os cálculos dos FM nos mapas, utilizamos a máscara mostrada na figura 10 a fim de eliminar efeitos dos *foregrounds*. Os gráficos 30, 31 e 32 exibem o valor do χ^2 para cada funcional de acordo com a quantidade percentual de pixels úteis considerados na região selecionada. Notamos que não há evidências que o valor do χ^2 seja influenciado pelo número de pixels úteis, uma vez que não há um padrão muito claro nestes gráficos. Além disto, todos os mapas de análise são provenientes de simulações. A única dependência de dado observacional é no conjunto de {RCF-L}. No entanto, foi minimizado o ruído no mapa de $\hat{\psi}$ e de acordo com o ([Ade et al., 2015a](#)), trata-se de ruído branco distribuído

uniformemente no céu. A partir disto, podemos inferir que as variações do χ^2 encontradas entre as calotas não são provenientes de um efeito do corte da máscara ou ainda uma consequência do ruído, mas sim devido a propriedades de LGF.

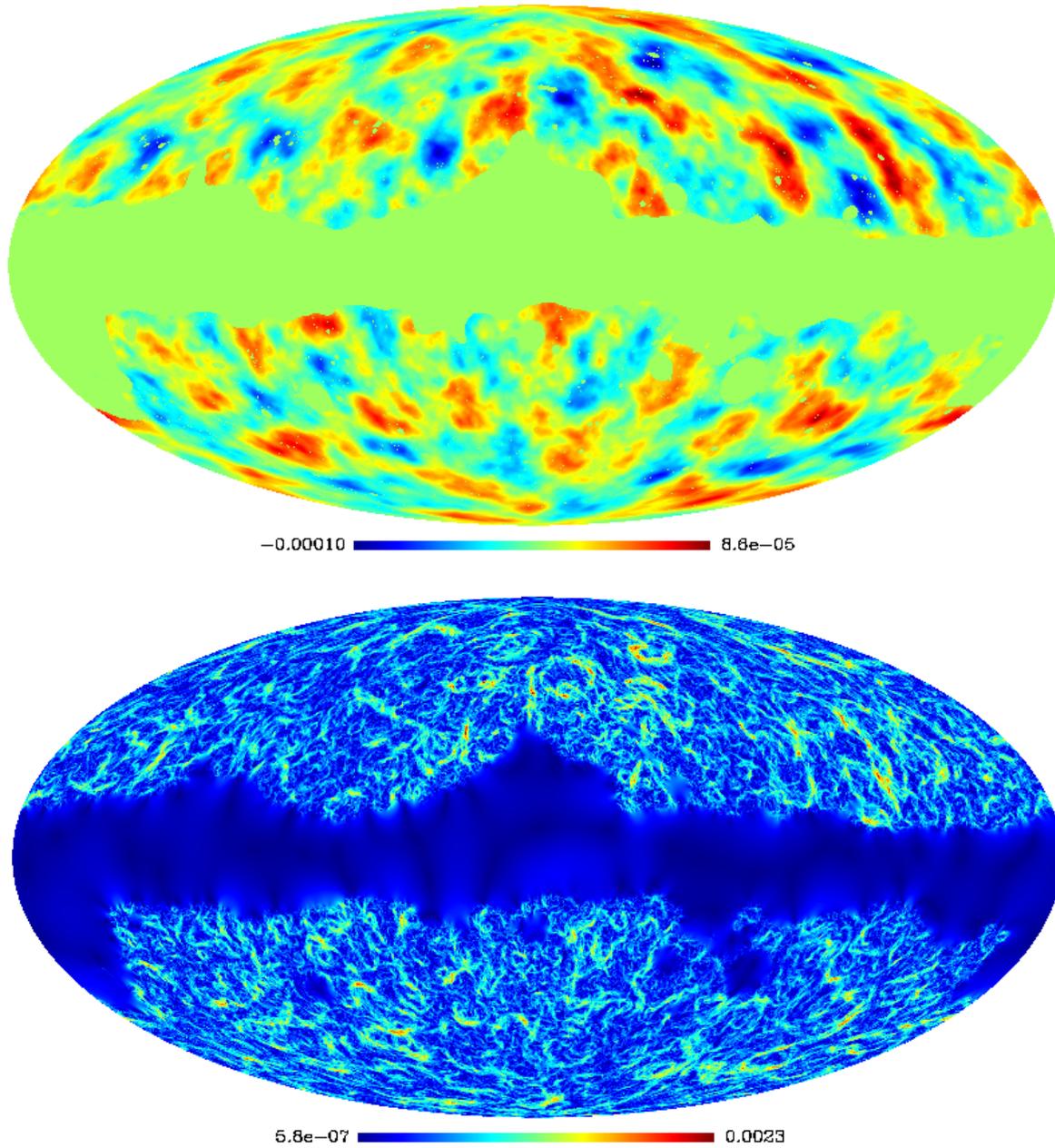


Figura 16 – Acima: Mapa do potencial de LGF ($\hat{\psi}$) estimado a partir dos dados disponibilizados do satélite Planck. Abaixo: Mapa da amplitude do ângulo de deflexão. Ambos estão no sistema de pixelização do HEALPix com $N_{side} = 2048$, projeção Mollweide, coordenadas galácticas e foram reconstruídos utilizando a máscara ilustrada na figura 10.

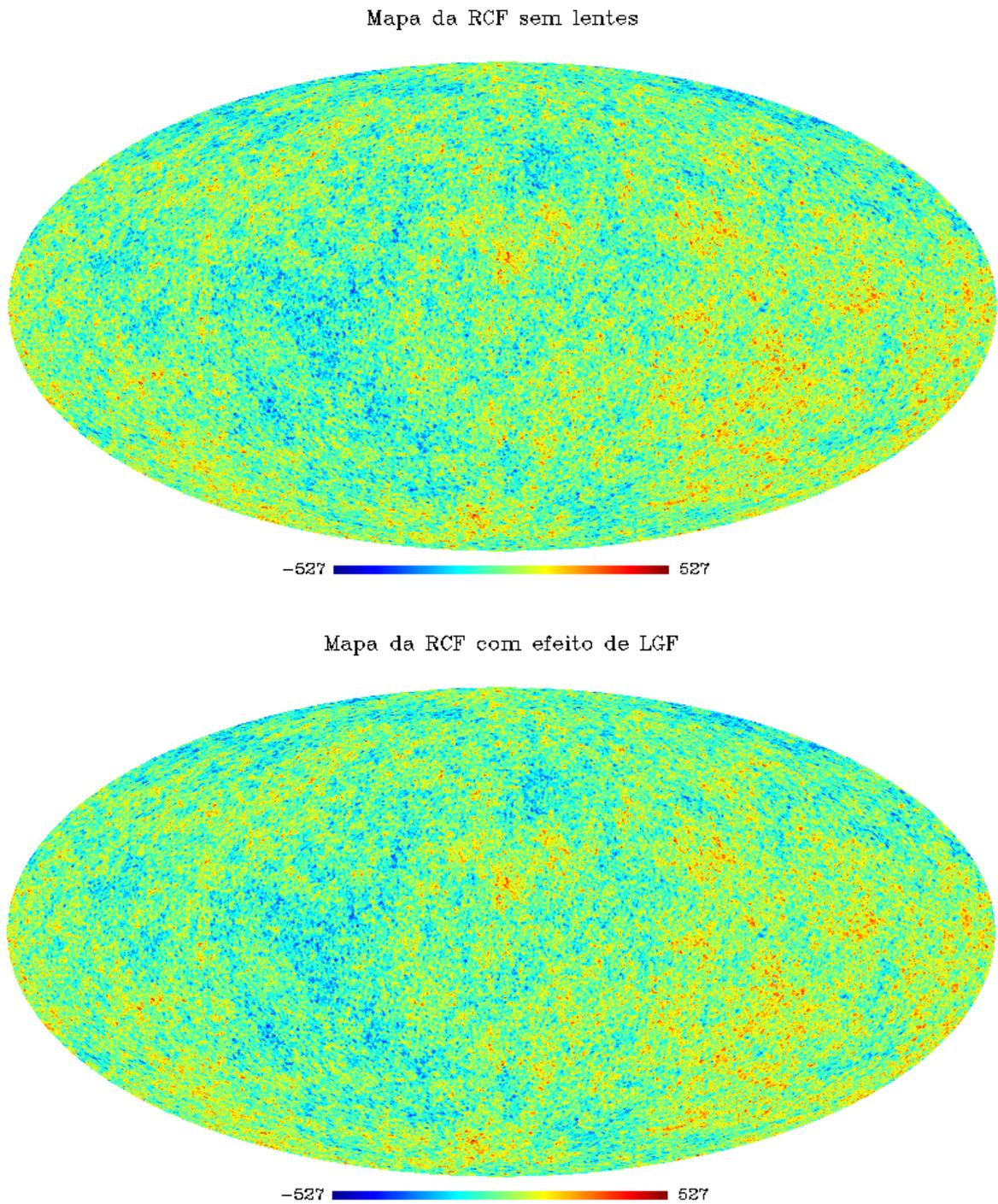


Figura 17 – Comparação entre um dos mapas produzidos de temperatura T da RCF sem o efeito de LGF (acima) com o mapa de temperatura \tilde{T} da RCF com LGF (abaixo), correspondentes aos conjuntos $\{RCF-G\}$ e $\{RCF-L\}$, respectivamente. Ambos mapas estão na projeção Mollweide, sistemas de coordenadas galácticas e escala de μK .

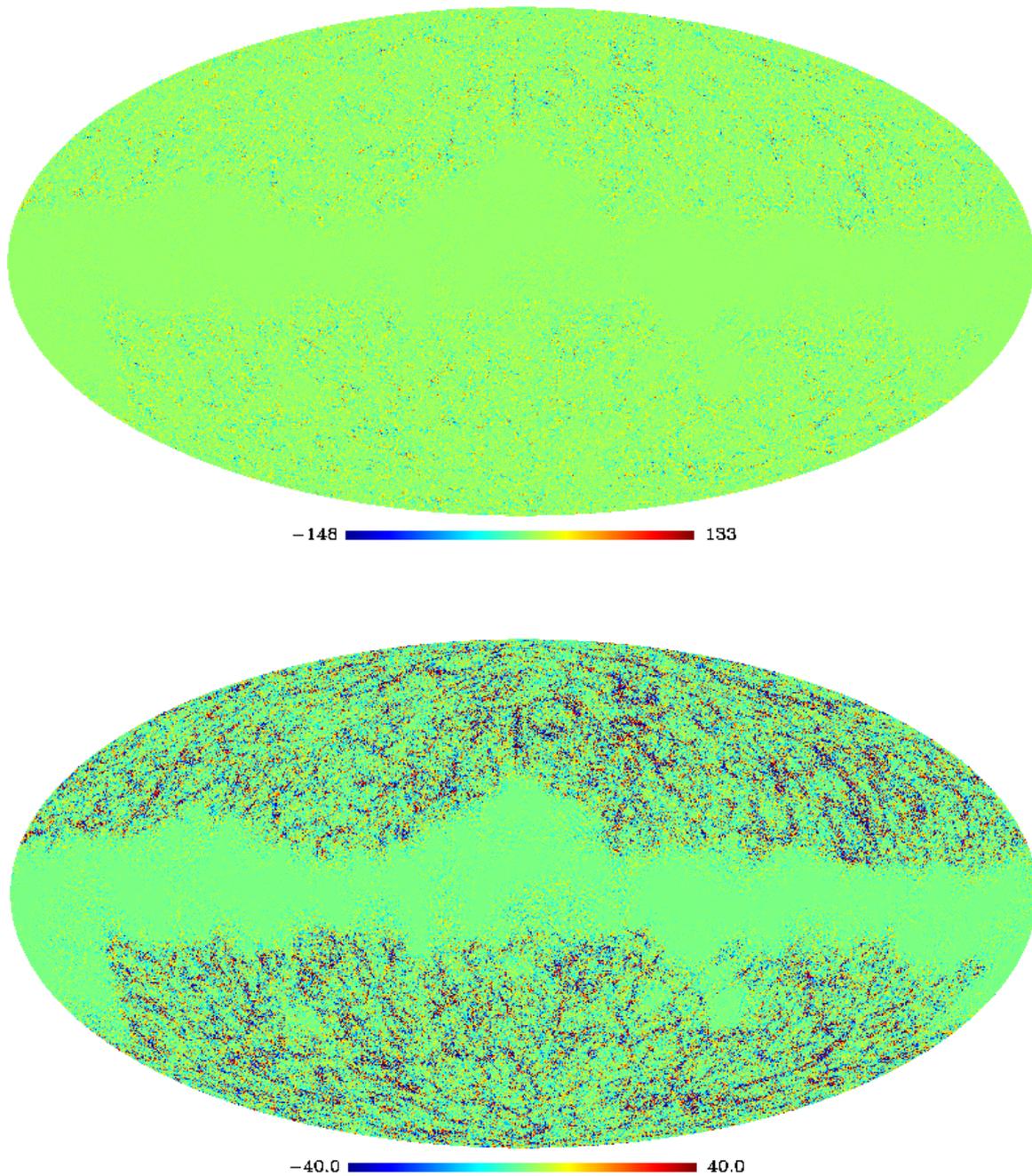


Figura 18 – Acima: Diferença entre um mapa produzido do conjunto $\{\text{RCF-L}\}$ e o seu correspondente do conjunto $\{\text{RCF-G}\}$. Este mapa corresponde à influência do termo de LGF na temperatura da RCF da expansão 4.1. Abaixo: O mesmo mapa exposto acima, porém, com maior contraste na escala de cores. Ambos mapas estão na projeção Mollweide e em coordenadas galácticas. A escala de cor indica intensidade de temperatura em μK

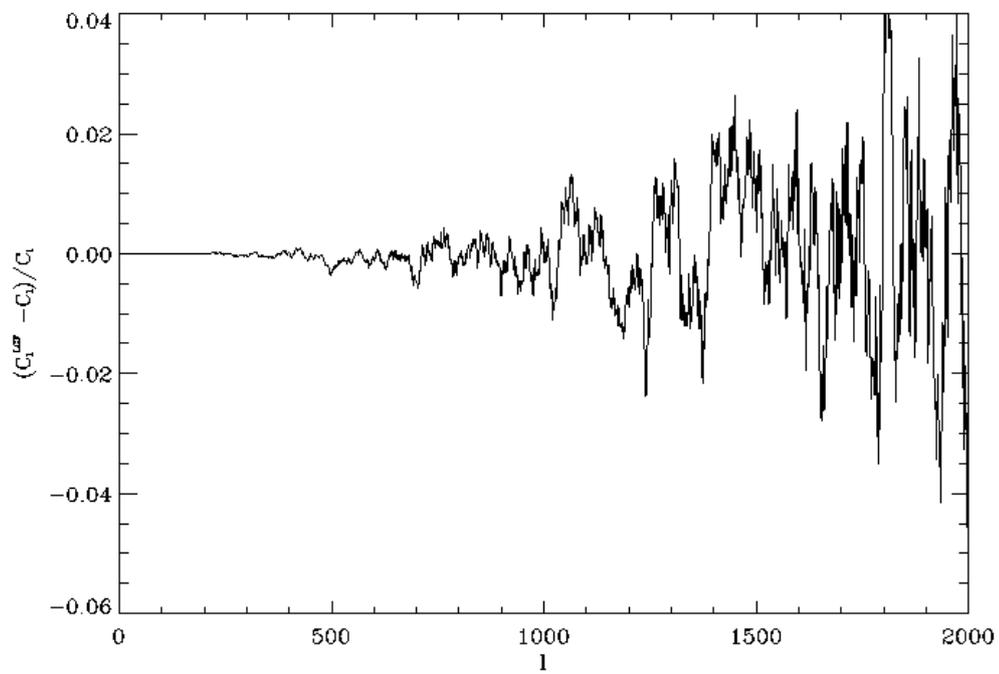


Figura 19 – Diferença relativa entre os espectros de potência de um dos mapas do conjunto {RCF-L} e {RCF-G}, ou seja, $(\tilde{C}_l - C_l) / C_l$ (foi excluída a região delimitada pela máscara ilustrada na figura 10).

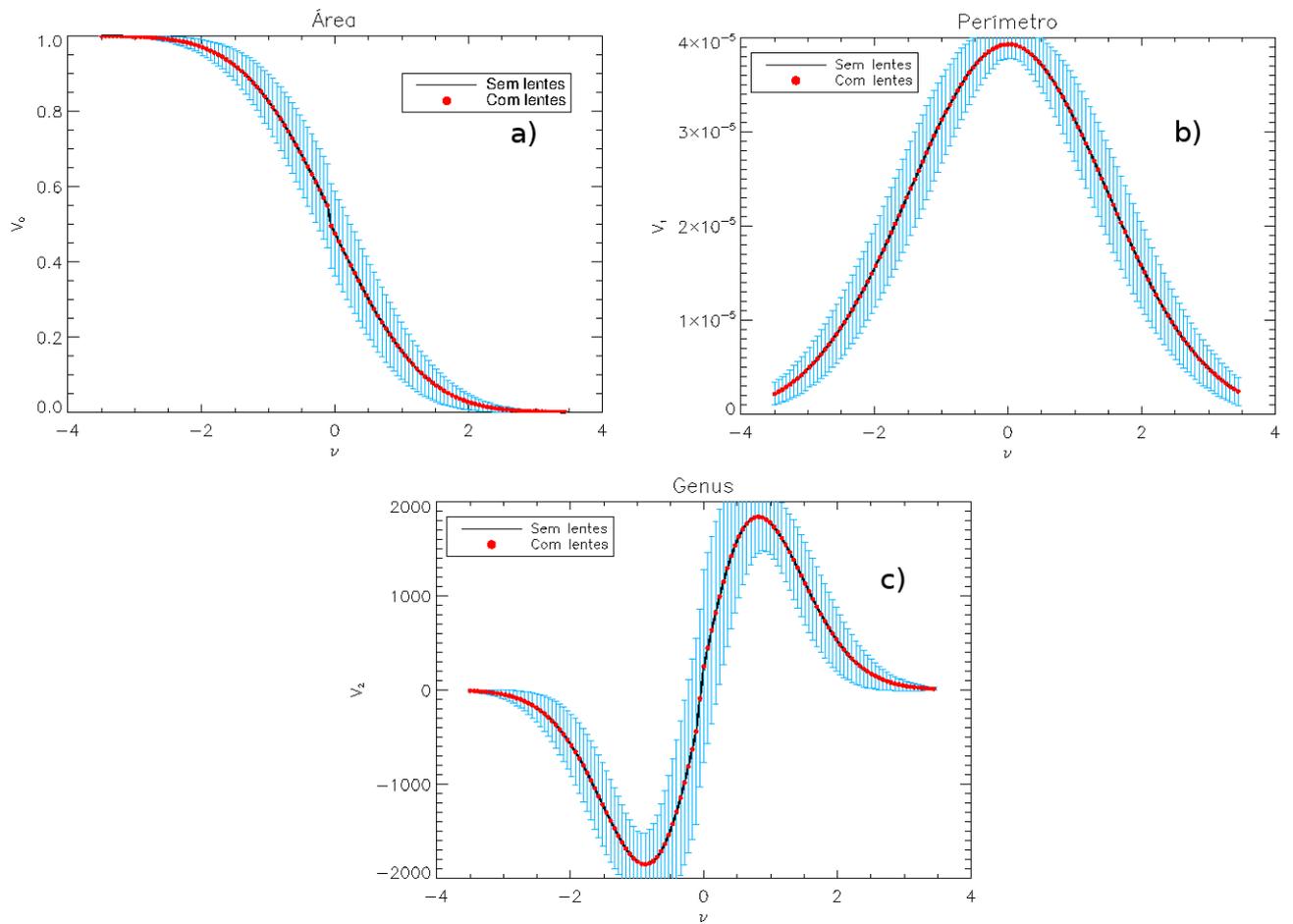


Figura 20 – FM médio da calota 80 com coordenadas $(b, l) = (89.97^\circ, 225.00^\circ)$ dos mapas de {RCF-G} (em preto) e dos mapas de {RCF-L} (em vermelho) com a barra de erro de 1σ de confiança (azul): a) para a área b) para o perímetro e c) para o genus.

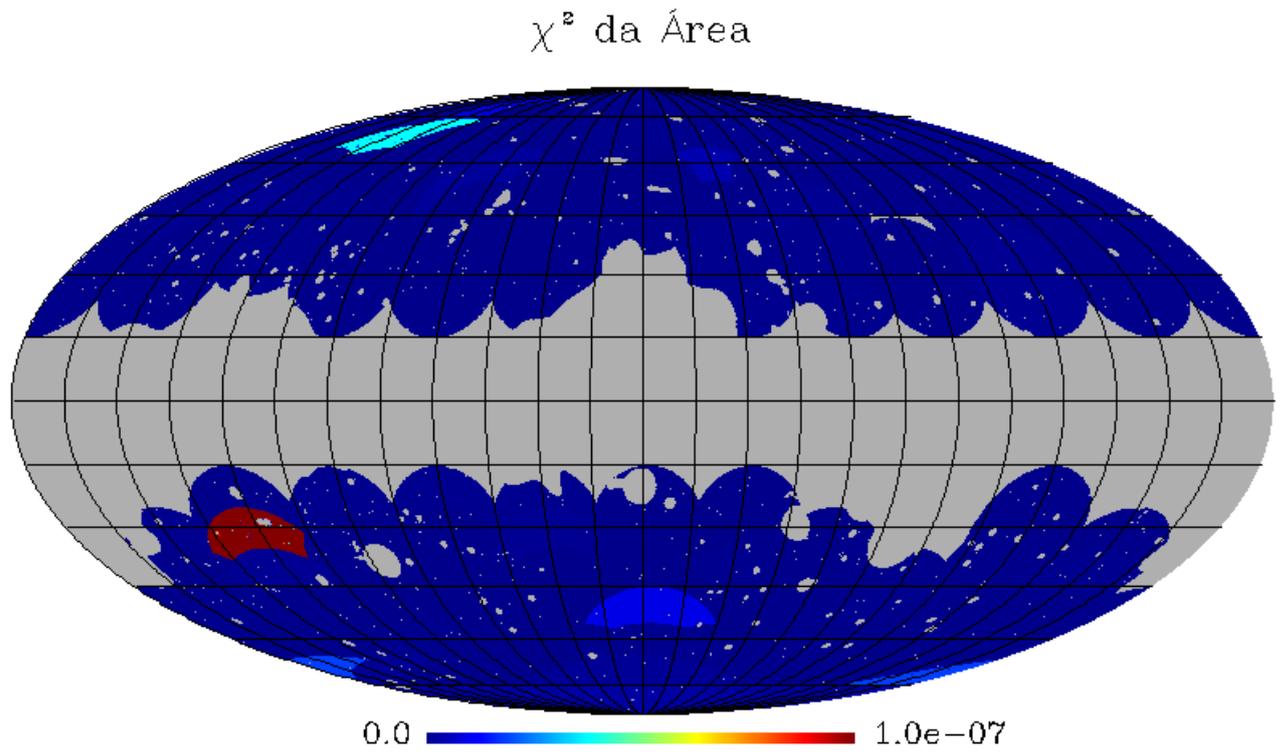


Figura 21 – Projeção *Mollweide* do χ^2 obtido em cada calota para o funcional área (V_0). As cores indicam a intensidade do valor do χ^2 .

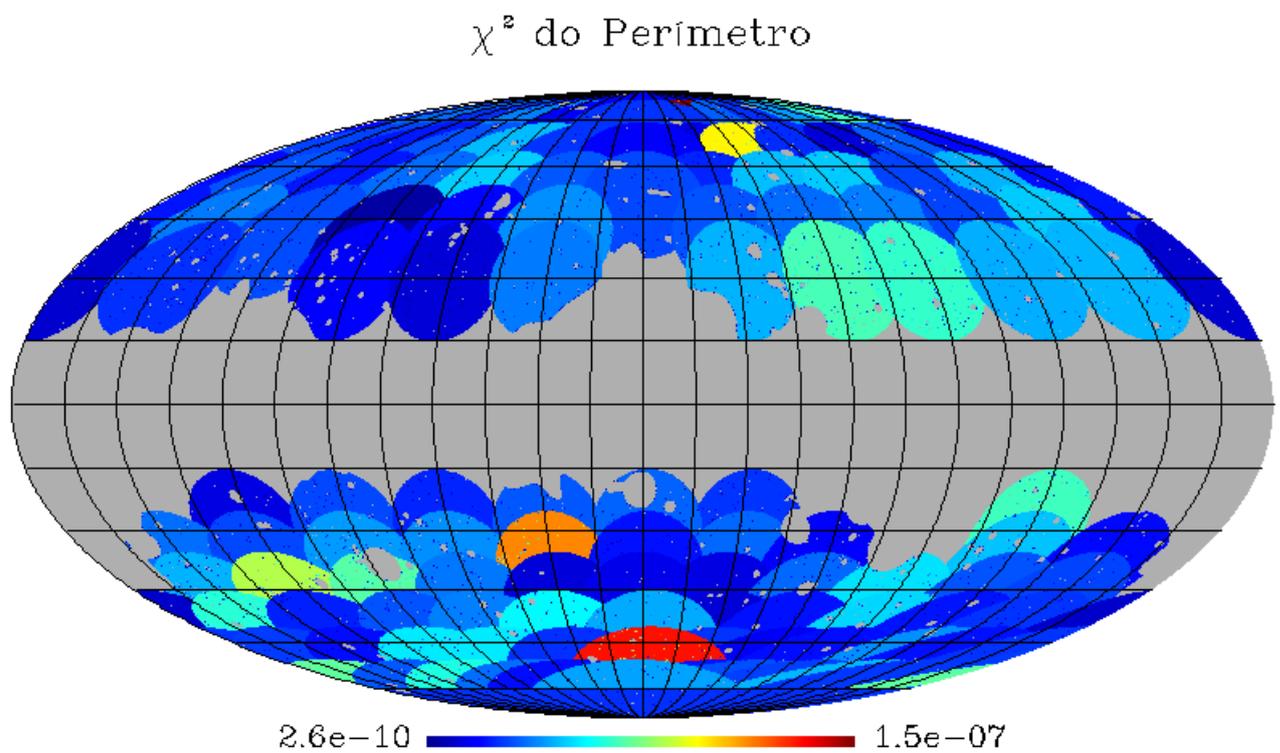


Figura 22 – Projeção *Mollweide* do χ^2 obtido em cada calota para o funcional perímetro (V_1). As cores indicam a intensidade do valor do χ^2 .

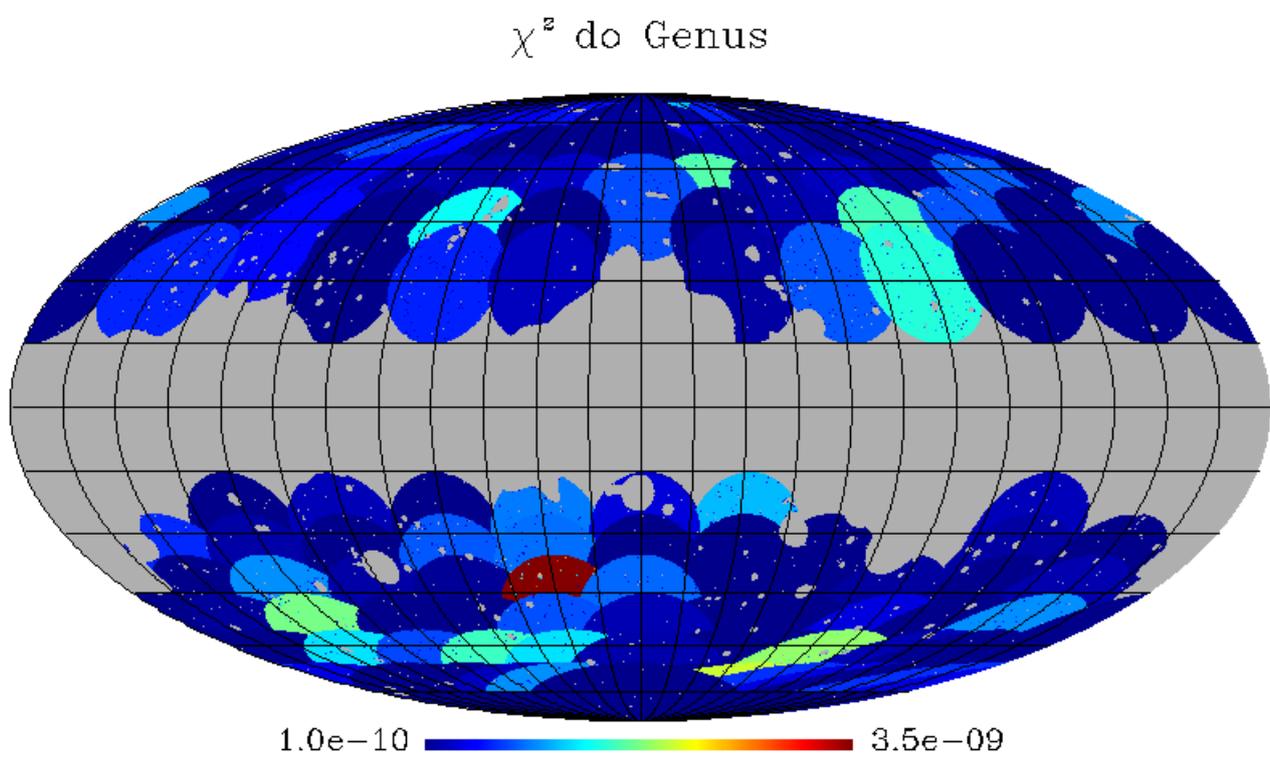


Figura 23 – Projeção *Mollweide* do χ^2 obtido em cada calota para o funcional genus (V_2). As cores indicam a intensidade do valor do χ^2 .

	Máximo χ^2	Latitude(b)	Longitude (l)	Calota
Área V_0	1.39×10^{-7}	-39.98	121.48	155
Perímetro V_1	1.51×10^{-7}	70.00	299.70	58
Genus V_2	3.51×10^{-9}	-50.01	27.94	140

Tabela 2 – Valor de máximo χ^2 para cada FM com as respectivas coordenadas das regiões (em graus).

	Mínimo χ^2	Latitude (b)	Longitude (l)	Calota
Área - V_0	0.00	40.00	90.17	13
Perímetro - V_1	4.12×10^{-9}	40.00	90.17	13
Genus - V_2	2.44×10^{-12}	-79.98	85.58	103

Tabela 3 – Valor de mínimo χ^2 para cada FM com as respectivas coordenadas das regiões (em graus).

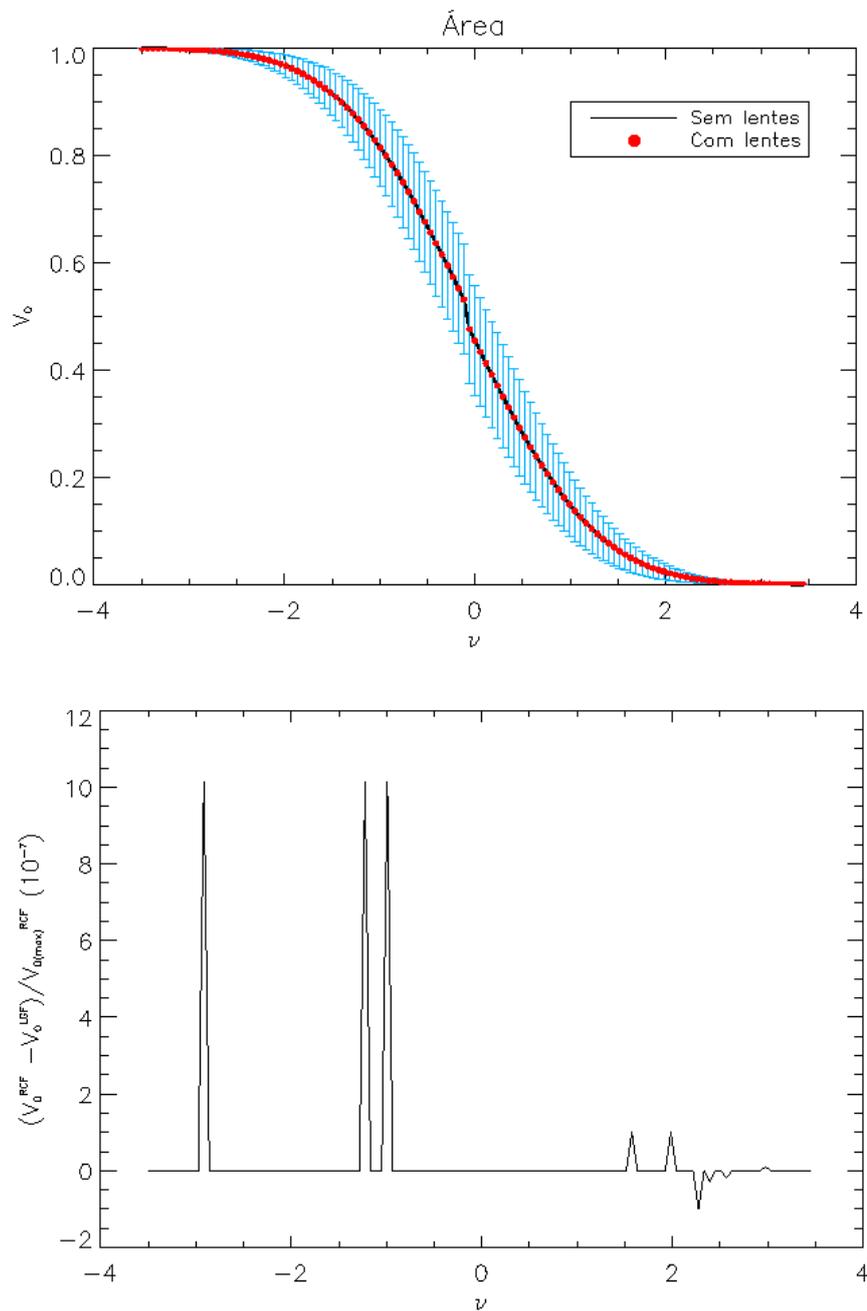


Figura 24 – Acima: Curvas médias para o funcional área nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de máximo χ^2 (calota 155). Abaixo: Resíduo da área da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.

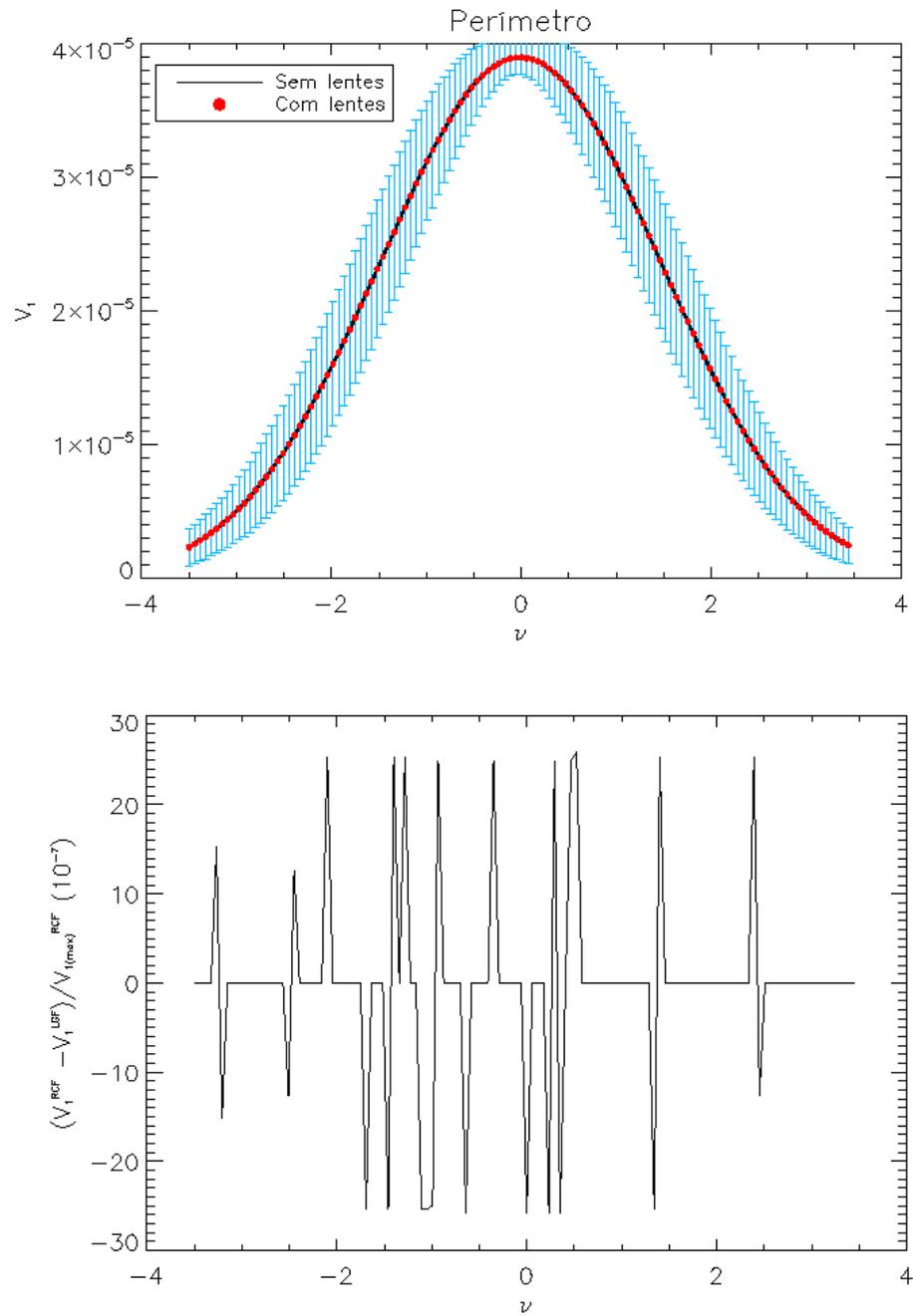


Figura 25 – Acima: Curvas médias para o funcional perímetro nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de máximo χ^2 (calota 58). Abaixo: Resíduo do perímetro da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.

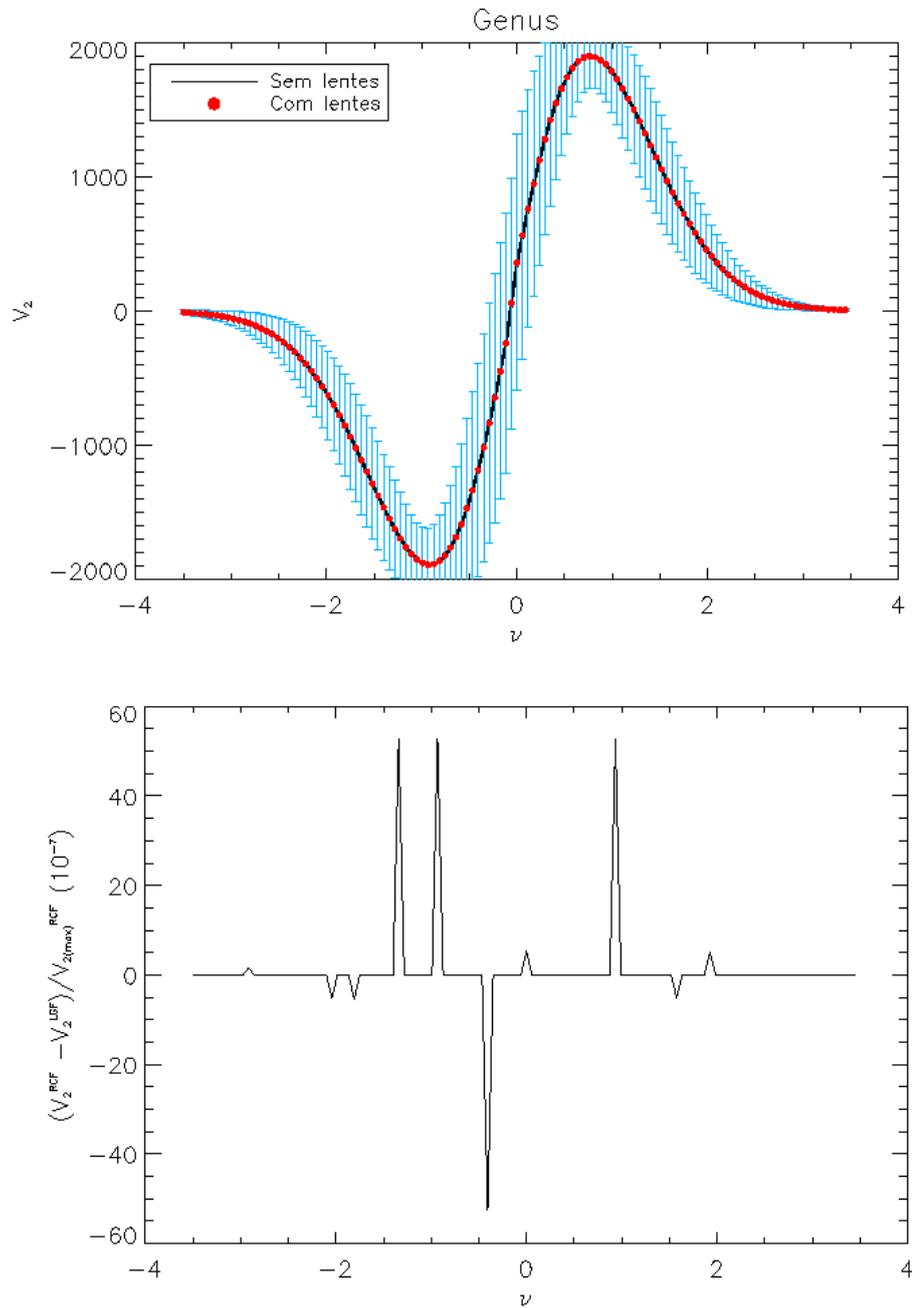


Figura 26 – Acima: Curvas médias para o funcional genus nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de máximo χ^2 (calota 140). Abaixo: Resíduo do genus da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.

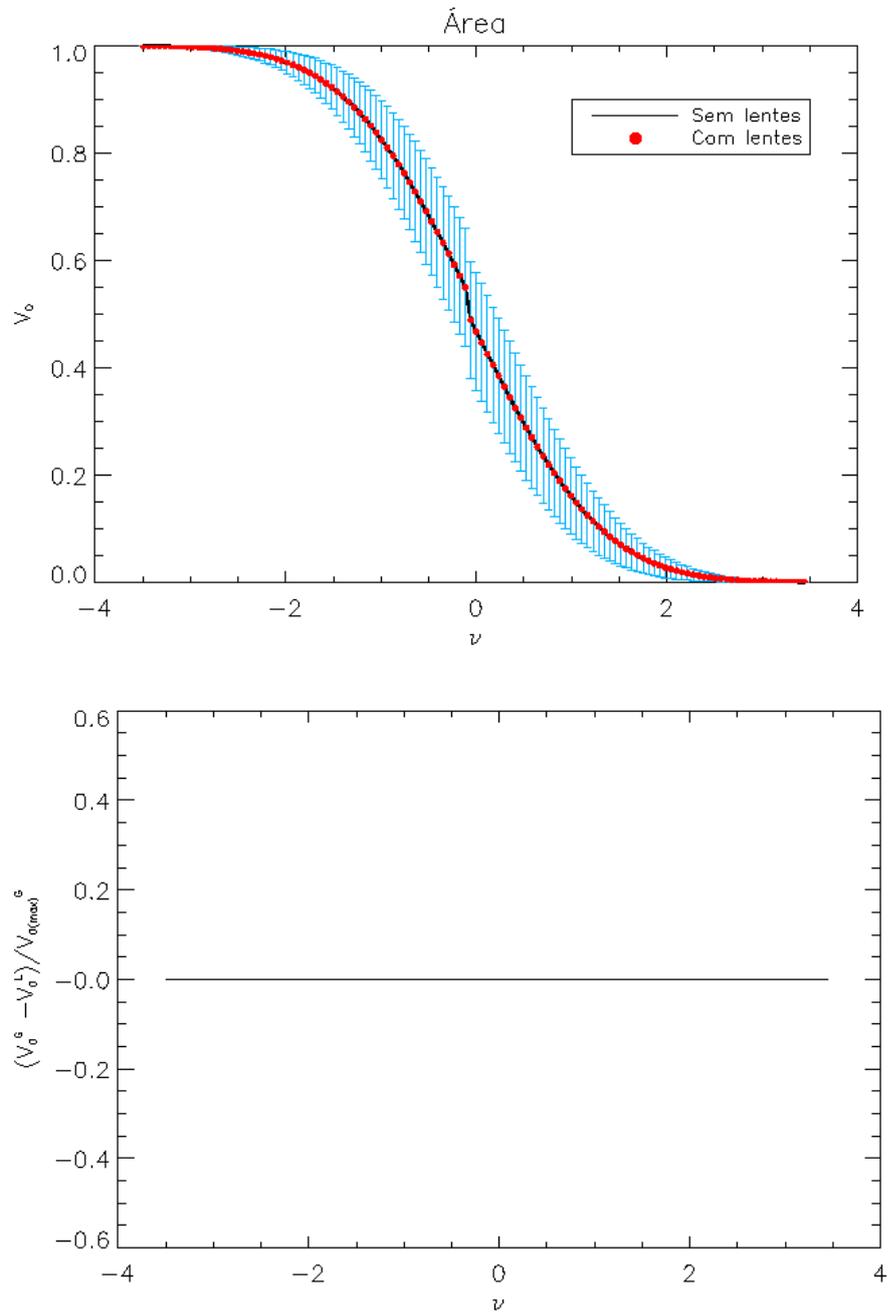


Figura 27 – Acima: Curvas médias para o funcional área nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de mínimo χ^2 (calota 13). Abaixo: Resíduo da área da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.

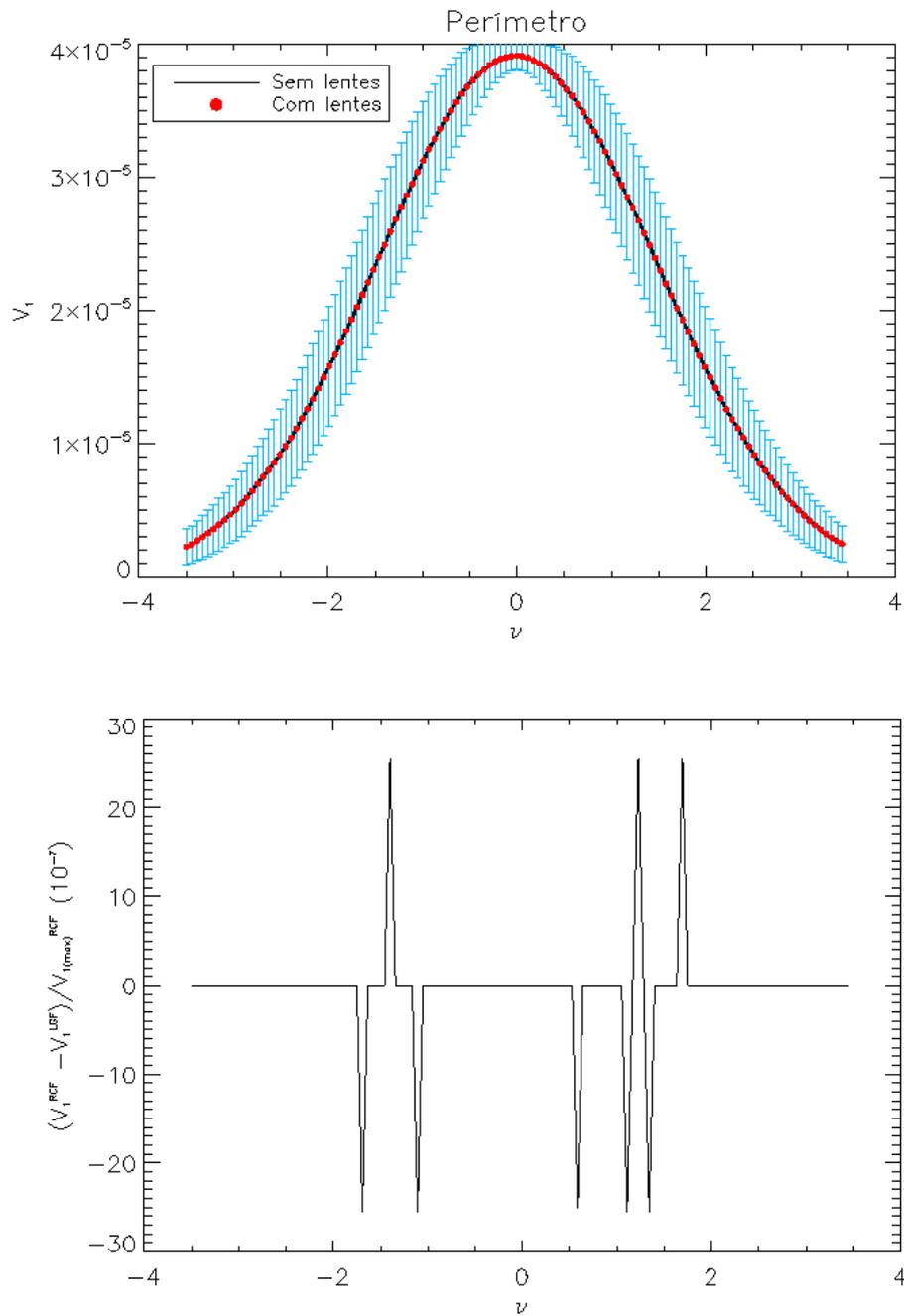


Figura 28 – Acima: Curvas médias para o funcional perímetro nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de mínimo χ^2 (calota 13). Abaixo: Resíduo do perímetro da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.

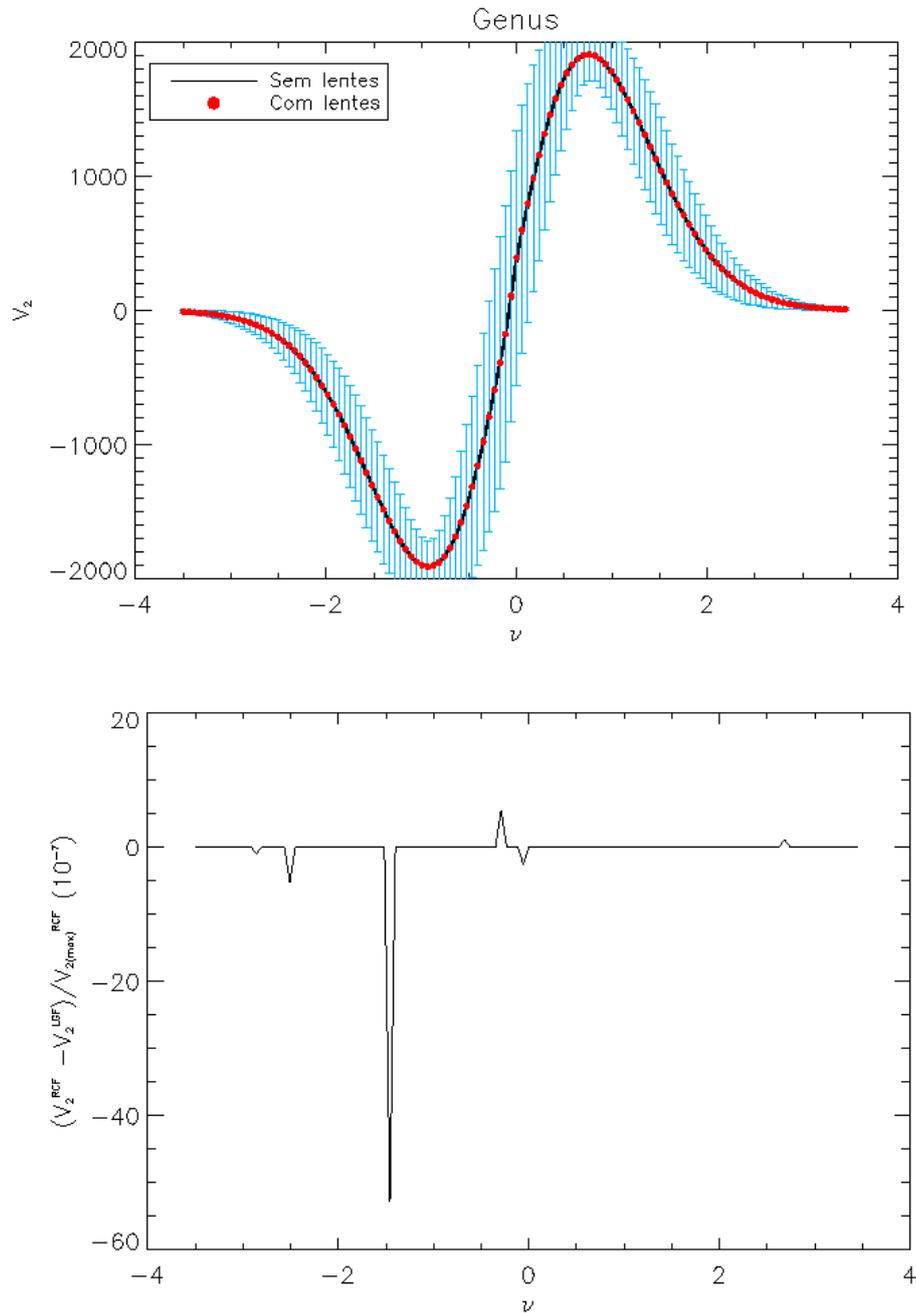


Figura 29 – Acima: Curvas médias para o funcional genus nos mapas da RCF sem LGF (preto) e com efeito (vermelho) na região de mínimo χ^2 (calota 103). Abaixo: Resíduo do genus da RCF com e sem efeito de LGF na mesma região.

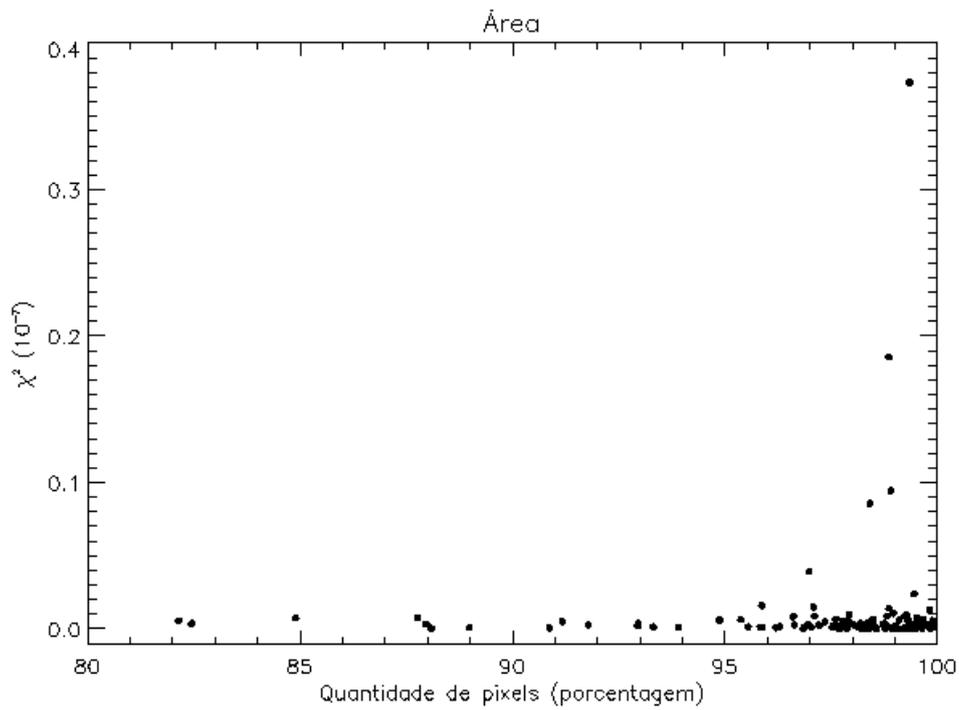


Figura 30 – Valor do χ^2 do FM área de acordo com a respectiva quantidade de pixels úteis (percentual) da calota selecionada

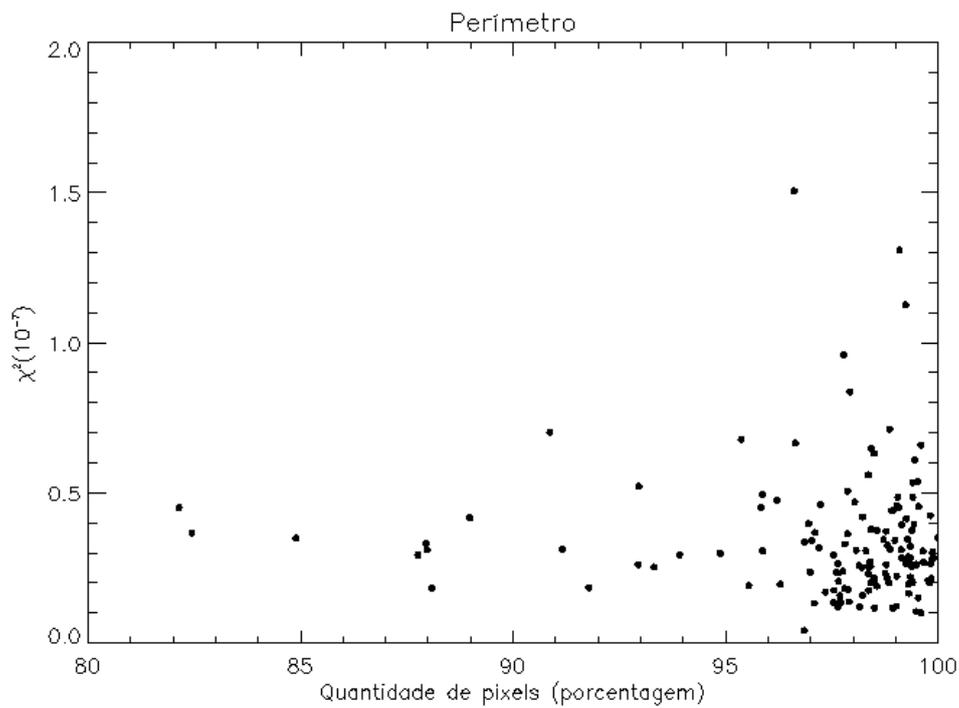


Figura 31 – Valor do χ^2 do FM perímetro de acordo com a respectiva quantidade de pixels úteis (percentual) da calota selecionada

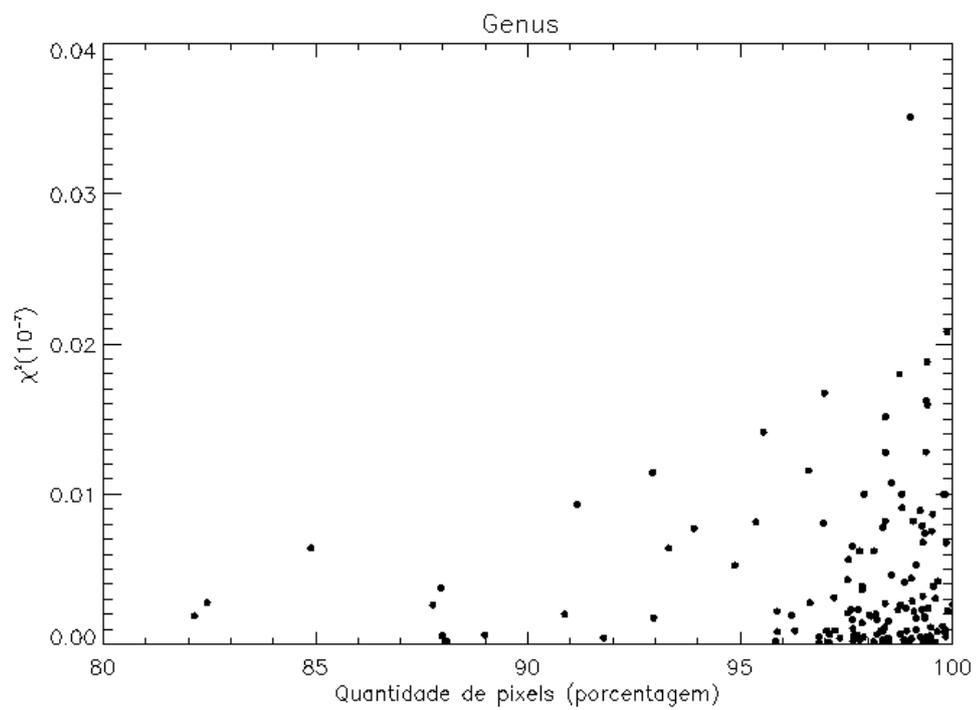


Figura 32 – Valor do χ^2 do FM genus de acordo com a respectiva quantidade de pixels úteis (percentual) da calota selecionada.

5.2 Variação do Espectro de Potência Angular

Calculamos para cada calota, a diferença média dos espectros de potência entre os conjuntos {RCF-L} e {RCF-G}, a fim de quantificar as alterações deste efeito em várias partes do céu. Para tal, calculamos o χ^2 para confrontar a diferença obtida através dos dados com o caso em que não houvesse LGF na região.

Calculamos o valor do χ^2 por meio da seguinte relação:

$$\chi^2 = \sum_{l=12}^{2048} \frac{(\tilde{C}_l - C_l)^2}{(\sigma_l^G)^2}, \quad (5.2)$$

onde $(\sigma_l^G)^2$ é a variância do espectro de potência do mapas {RCF-G}.

O valor do χ^2 obtido para cada calota na esfera celeste está disposto na figura 33 e sua intensidade está representada pela escala de cores. De acordo com este resultado, nota-se que em algumas regiões há mudanças consideráveis do espectro de potência da RCF devido ao efeito de LGF, especialmente no hemisfério norte. O valor do χ^2 para regiões com máximo e com mínimo χ^2 encontram-se na tabela 4 e nas figuras 34 e 35 estão dispostas as curvas da diferença entre os espectros de potência médio condizentes a estes locais. Apesar de ruidoso, os espectros de potência das calotas evidenciam maiores alterações em grandes multipolos, isto é, em pequenas escalas angulares, assim como o comportamento teórico mostrado na figura 8 para o céu inteiro. De acordo com a figura 36, que mostra a quantidade de pixels úteis nas calotas com o valor do χ^2 correspondente, notamos que os diferentes valores não parecem estar diretamente relacionados às regiões de corte da máscara.

A região onde há maior influência de LGF no espectro de potência da RCF não está vinculada diretamente com as regiões de maior desvio de gaussianidade utilizando FM, dado que, elas não se coincidem, bem como para as regiões de mínimo. De uma forma geral, os desvios no espectro de potência foram bem mais sensíveis à presença de LGF e houveram maiores variações de acordo com a posição da esfera celeste.

	χ^2	Calota	Latitude(b)	Longitude(l)
Máximo	2075.60	21	39.98	330.05
Mínimo	2037.12	82	89.97	225 .00

Tabela 4 – Calotas com valores de máximo e mínimo χ^2 para 2036 graus de liberdade.

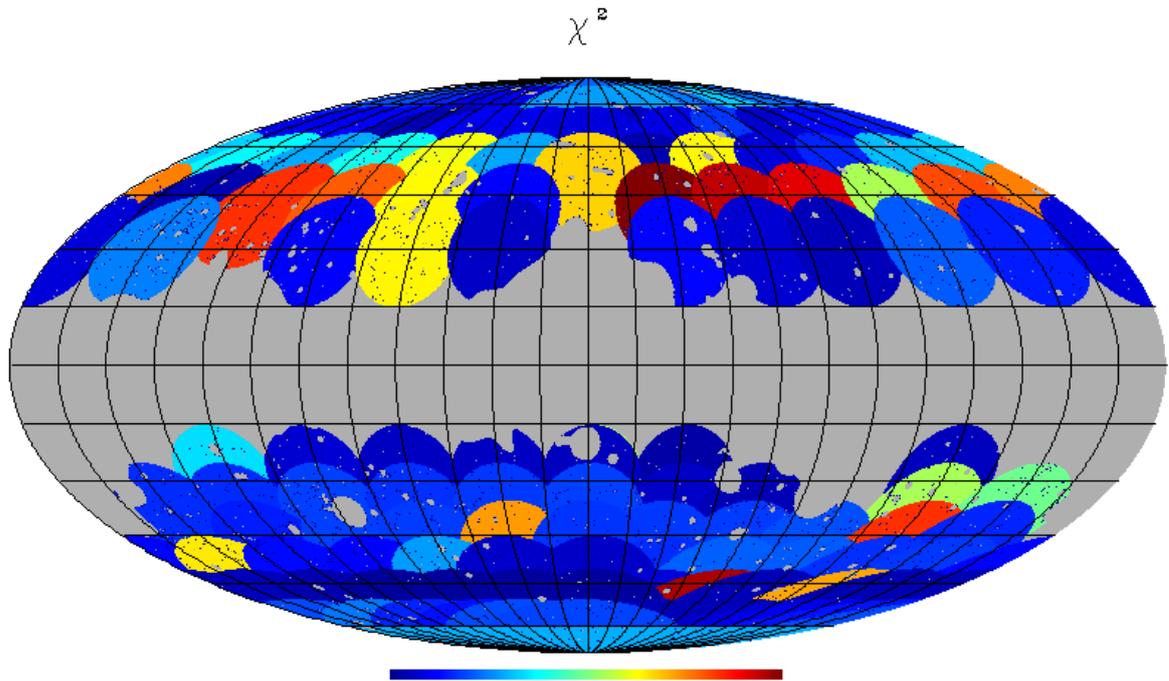


Figura 33 – Projeção *Mollweide* na esfera celeste dos valores de χ^2 associados à diferença entre o espectro de potência dos mapas da RCF sem e com efeito de LGF. A barra de cor indica a intensidade do χ^2 , onde o valor mínimo é igual a 2037 e máximo igual a 2076 (para 2036 graus de liberdade).

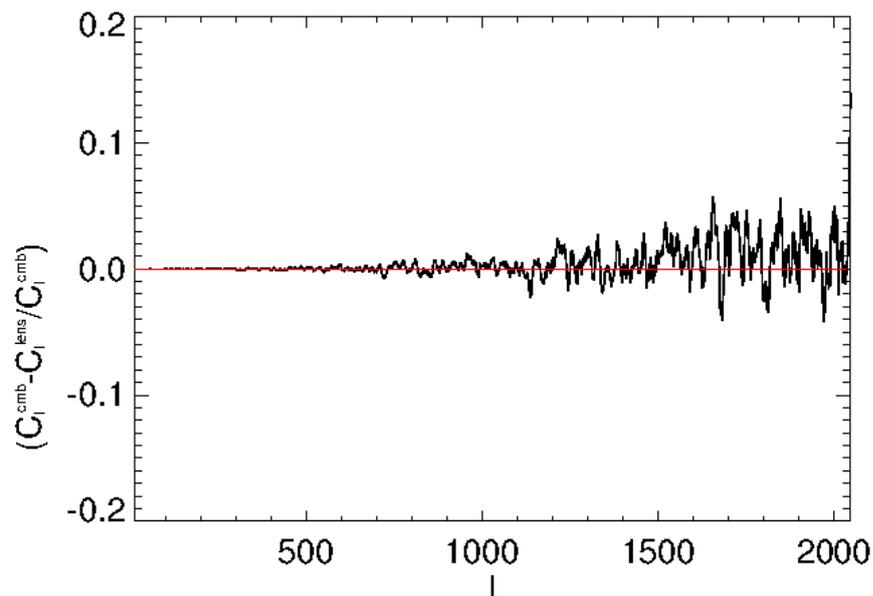


Figura 34 – Resíduo do espectro de potência do mapa da RCF com efeito de LGF e sem o efeito na região de menor χ^2 (calota 89), ver tabela 4. A linha horizontal (vermelho) representa o caso sem efeito de LGF nos mapas.

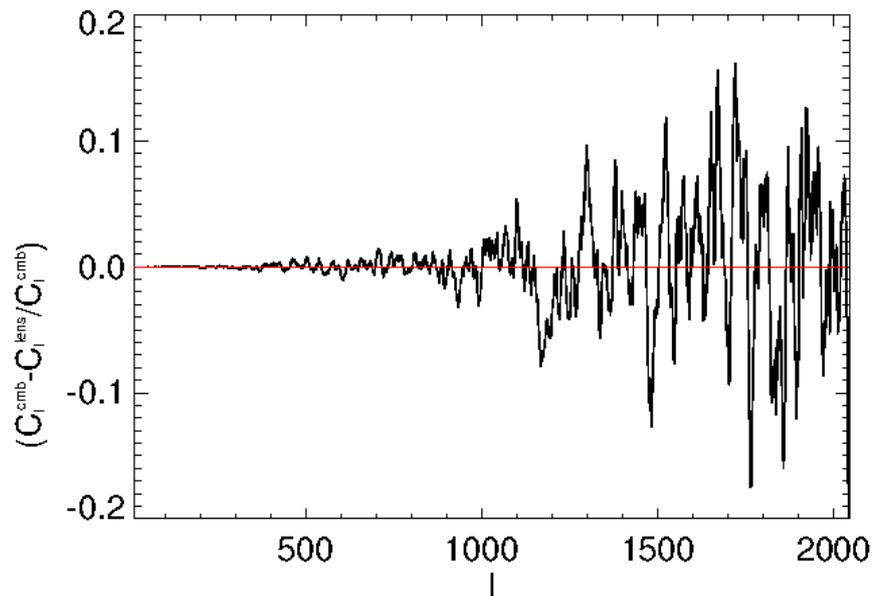


Figura 35 – Resíduo do espectro de potência do mapa da RCF com efeito de LGF e sem o efeito na região de maior χ^2 (calota 21), ver tabela 4. A linha horizontal (vermelho) representa o caso sem efeito de LGF nos mapas.

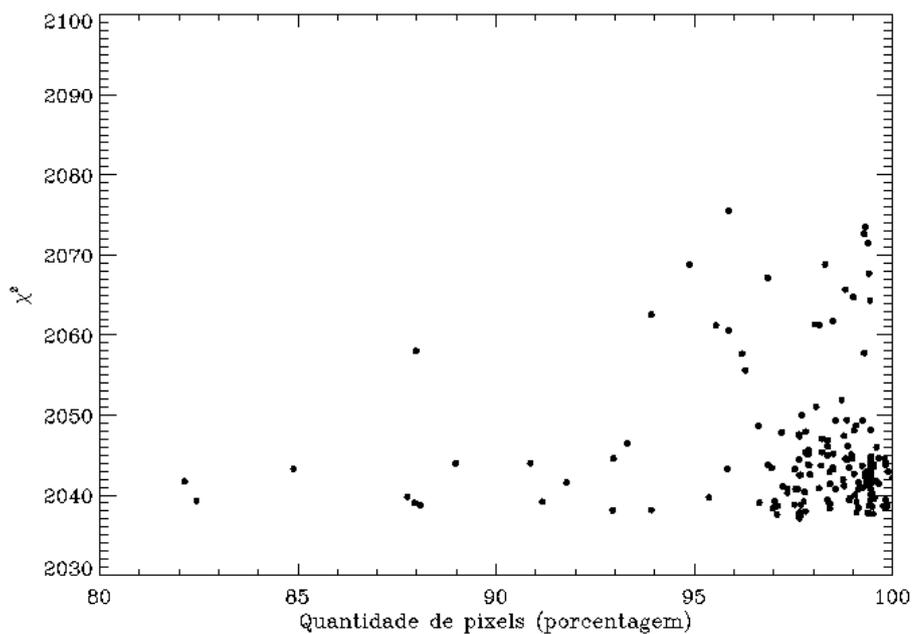


Figura 36 – Valores do χ^2 de acordo com o número de pixels úteis de cada calota.

6 Conclusões

O efeito de LGF é uma anisotropia secundária que apesar de baixa amplitude devido ao seu regime fraco, altera uma série de propriedades da RCF. A partir da aproximação para pequenos ângulos de deflexão, foi possível reproduzir mapas simulados da RCF contendo apenas a contribuição adicional de LGF. Tais mapas, possuem as alterações em pequenas escalas do espectro de potência devido a LGF, assim como o esperado.

Calculamos os três FM em diversas calotas da esfera celeste de dois conjuntos de dados, {RCF-G} e {RCF-L}, e realizamos comparações dos valores encontrados entre eles utilizando o χ^2 . Os valores de χ^2 foram bem próximos a zero e os desvios possuem baixa significância estatística. No entanto, encontramos para cada funcional, diferentes calotas nas quais há, comparativamente, maior desvios de gaussianidade. As coordenadas e valores do χ^2 de tais calotas estão dispostos na tabela 2. Já as que relataram menor desvio de gaussianidade por este indicador, possuem coordenadas dispostas na tabela 3, sendo que neste caso, a área e perímetro estão concordância quanto a localização encontrada. Os resíduos nestas regiões, isto é, as diferenças entre as curvas médias dos dois conjuntos de dados, não apresentaram nenhuma assinatura específica, apenas em quais limiares de temperatura ocorreram tais desvios.

Os FM apresentaram diferentes sensibilidades para detectar o tipo de NG induzida pelo efeito de LGF, uma vez que estabelecemos as comparações entre os mesmos mapas e eles indicaram distintos níveis de desvios. Em específico, a área foi o funcional que obteve menores variações na comparação entre os conjuntos gaussianos e lenteados. Desta forma, poderá ser tratado futuramente, investigações sobre qual o tipo específico de NG induzida por LGF. Para examinar se há algum padrão mais claro destes desvios de NG na esfera celeste, em trabalhos futuros, poderá ser feita uma varredura do céu com calotas menores. Outra questão a ser explorada com maiores detalhes, é verificar se a inclusão dos termos de ordens superiores da expansão 3.27, seria relevante para detectar NG com maior significância.

A partir do teste envolvendo o cálculo do espectro de potência em cada calota nos dois conjuntos de mapas, observamos que há locais com maiores alterações do espectro de potência causado por LGF. Curiosamente, houve uma concentração de calotas com maiores alterações do espectro de potência no hemisfério norte.

Notamos ainda, que a localização com maior e menor χ^2 entre os conjuntos de dados da diferença dos espectros de potência não coincidiram com as calotas de máximo e mínimo para a análise de NG com os FM. Os FM são estimadores estatísticos independentes de escala, enquanto que o teste das diferenças dos espectros de potência, indicam

em qual região o efeito de LGF é maior (ou menor) através do espaço harmônico. Desta forma, utilizar outros indicadores de NG dependentes de escala, como as *wavelets* por exemplo, pode ser interessante para complementar esta análise.

O efeito de LGF está diretamente relacionado com a distribuição da matéria no Universo para $z = 1 - 3$. Tanto para os desvios de NG obtidos utilizando os FM, quanto os resultados das alterações do espectro de potência angular, mostraram evidências que há locais na esfera celeste que se comportam diferentemente sob influências do efeito de LGF na RCF. Porém, estas diferenças são muito pequenas (dentro de 1σ de confiança). Análises futuras de correlação cruzada com dados de estrutura em grande escala, como os provenientes do J-PAS (do inglês, *The Javalambre-Physics of the Accelerated Universe Astrophysical Survey*) podem fornecer maiores informações sobre este resultado.

Referências

- ADAM, R., et al. 2015, Planck 2015 results. i. overview of products and scientific results. *arXiv preprint arXiv:1502.01582*. Citado na página 55.
- ADAMS, W. S. 1941, Some results with the coudé spectrograph of the mount wilson observatory. *The Astrophysical Journal*, v. 93, p. 11. Citado na página 29.
- ADE, P., et al. 2014, Planck 2013 results. xix. the integrated sachs-wolfe effect. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 571, p. A19. Citado na página 33.
- ADE, P., et al. 2014, Planck 2013 results. xvi. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 571, p. A16. Citado 3 vezes nas páginas 15, 32 e 58.
- ADE, P., et al. 2014, Planck 2013 results. xvii. gravitational lensing by large-scale structure. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 571, p. A17. Citado na página 53.
- ADE, P., et al. 2014, Planck 2013 results. xxiv. constraints on primordial non-gaussianity. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 571, p. A24. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 49.
- ADE, P., et al. 2015, Planck 2015 results. xv. gravitational lensing. *arXiv preprint arXiv:1502.01591*. Citado 8 vezes nas páginas 16, 41, 53, 54, 55, 56, 65 e 67.
- ADE, P. A., et al. 2015, Joint analysis of bicep2/keck array and planck data. *Physical review letters*, APS, v. 114, n. 10, p. 101301. Citado na página 37.
- ALLEN, G., et al. 1997, Evidence of x-ray synchrotron emission from electrons accelerated to 40 tev in the supernova remnant cassiopeia a. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 487, n. 1, p. L97. Citado na página 34.
- ALPHER, R. A.; HERMAN, R. 1948, Evolution of the universe. *Nature*, v. 162, p. 774–775. Citado na página 29.
- BARTELMANN, M.; SCHNEIDER, P. 2001, Weak gravitational lensing. *Physics Reports*, v. 340, n. 4–5, p. 291 – 472. ISSN 0370-1573. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037015730000082X>>. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 41.
- BARTOLO, N., MATARRESE, S., ; RIOTTO, A. 2010, Non-gaussianity and the cosmic microwave background anisotropies. *Advances in Astronomy*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2010. Citado na página 39.
- BAUMANN, D. 2009, Tasi lectures on inflation. *arXiv preprint arXiv:0907.5424*, p. 56–60. Citado na página 46.
- BENNETT, C., et al. 1996, Four-year cobe dmr cosmic microwave background observations: maps and basic results. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 464, n. 1, p. L1. Citado na página 35.

- BERNARDEAU, F.; UZAN, J.-P. 2003, Inflationary models inducing non-gaussian metric fluctuations. *Physical Review D*, APS, v. 67, n. 12, p. 121301. Citado na página 38.
- BERNUI, A., TSALLIS, C., ; VILLELA, T. 2007, Deviation from gaussianity in the cosmic microwave background temperature fluctuations. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 78, n. 1, p. 19001. Citado na página 38.
- BLANCHARD, A.; SCHNEIDER, J. 1987, Gravitational lensing effect on the fluctuations of the cosmic background radiation. *Astronomy and Astrophysics*, v. 184, p. 1–6. Citado na página 41.
- BRADAČ, M., et al. 2006, Strong and weak lensing united. iii. measuring the mass distribution of the merging galaxy cluster 1es 0657–558. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 652, n. 2, p. 937. Citado na página 52.
- CABELLA, P.; KAMIONKOWSKI, M. 2004, Theory of cosmic microwave background polarization. *arXiv preprint astro-ph/0403392*. Citado na página 35.
- CAYON, L., MARTINEZ-GONZALEZ, E., ; SANZ, J. L. 1993, Gravitational lensing and the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*, v. 403, p. 471–475. Citado na página 41.
- CHEN, X., EASTHER, R., ; LIM, E. A. 2007, Large non-gaussianities in single-field inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2007, n. 06, p. 023. Citado na página 38.
- CHIANG, L.-Y., et al. 2003, Non-gaussianity of the derived maps from the first-year wilkinson microwave anisotropy probe data. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 590, n. 2, p. L65. Citado na página 38.
- CLOWE, D., GONZALEZ, A., ; MARKEVITCH, M. 2004, Weak-lensing mass reconstruction of the interacting cluster 1e 0657–558: Direct evidence for the existence of dark matter. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 604, n. 2, p. 596. Citado na página 52.
- COLE, S.; EFSTATHIOU, G. 1989, Gravitational lensing of fluctuations in the microwave background radiation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 239, n. 1, p. 195–200. Citado na página 41.
- CRITTENDEN, R. G.; TUROK, N. 1996, Looking for a cosmological constant with the rees-sciama effect. *Physical Review Letters*, APS, v. 76, n. 4, p. 575. Citado na página 33.
- DALAL, N., et al. 2008, Imprints of primordial non-gaussianities on large-scale structure: Scale-dependent bias and abundance of virialized objects. *Physical Review D*, APS, v. 77, n. 12, p. 123514. Citado na página 38.
- DAS, S., et al. 2014, The atacama cosmology telescope: temperature and gravitational lensing power spectrum measurements from three seasons of data. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 04, p. 014. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 56.

- DAS, S., et al. 2011, Detection of the power spectrum of cosmic microwave background lensing by the atacama cosmology telescope. *Physical Review Letters*, APS, v. 107, n. 2, p. 021301. Citado na página 41.
- DELABROUILLE, J., et al. 2013, The pre-launch planck sky model: a model of sky emission at submillimetre to centimetre wavelengths. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 553, p. A96. Citado na página 65.
- DICKE, R. H. 1946, The measurement of thermal radiation at microwave frequencies. *Review of Scientific Instruments*, AIP Publishing, v. 17, n. 7, p. 268–275. Citado na página 29.
- DICKE, R. H., et al. 1965, Cosmic black-body radiation. *The Astrophysical Journal*, v. 142, p. 414–419. Citado na página 29.
- DICKINSON, C., DAVIES, R., ; DAVIS, R. 2003, Towards a free-free template for cmb foregrounds. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 341, n. 2, p. 369–384. Citado na página 34.
- DRAINE, B. 2003, Interstellar dust grains. *arXiv preprint astro-ph/0304489*. Citado na página 34.
- DRAINE, B.; LAZARIAN, A. 1998, Diffuse galactic emission from spinning dust grains. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 494, n. 1, p. L19. Citado na página 35.
- DRAINE, B.; LAZARIAN, A. 1998, Electric dipole radiation from spinning dust grains. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 508, n. 1, p. 157. Citado na página 35.
- DUCOUT, A., et al. 2013, Non-gaussianity and minkowski functionals: forecasts for planck. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 429, n. 3, p. 2104–2126. Citado na página 67.
- DUNKLEY, J., et al. 2011, The atacama cosmology telescope: cosmological parameters from the 2008 power spectrum. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 739, n. 1, p. 52. Citado na página 41.
- DUPAC, X.; TAUBER, J. 2005, Scanning strategy for mapping the cosmic microwave background anisotropies with planck. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 430, n. 1, p. 363–371. Citado na página 53.
- DURRER, R. 2008. *The cosmic microwave background*. [S.l.: s.n.], v. 140. 290-300 p. Citado na página 47.
- EINSTEIN, A. 1915, Erklärung der perihelionbewegung der merkur aus der allgemeinen relativitätstheorie. *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., vol. 47, No. 2, pp. 831-839, 1915*, v. 47, p. 831–839. Citado na página 27.
- ERIKSEN, H. K., et al. 2005, The n-point correlation functions of the first-year wilkinson microwave anisotropy probe sky maps. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 622, n. 1, p. 58. Citado na página 61.

- ERIKSEN, H. K., et al. 2004, Asymmetries in the cosmic microwave background anisotropy field. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 605, n. 1, p. 14. Citado na página 49.
- ERIKSEN, H. K., et al. 2004, Testing for non-gaussianity in the wilkinson microwave anisotropy probe data: Minkowski functionals and the length of the skeleton. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 612, n. 1, p. 64. Citado na página 51.
- ERIKSEN, H. K., et al. 2004, Testing for non-gaussianity in the wilkinson microwave anisotropy probe data: Minkowski functionals and the length of the skeleton. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 612, n. 1, p. 64. Citado na página 61.
- FABBIAN, G.; STOMPOR, R. 2013, High-precision simulations of the weak lensing effect on cosmic microwave background polarization. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 556, p. A109. Citado na página 47.
- FANTAYE, Y., et al. 2014, Cosmological applications of the gaussian kinematic formula. *arXiv preprint arXiv:1406.5420*. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 63.
- FIXSEN, D. 2009, The temperature of the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 707, n. 2, p. 916. Citado na página 30.
- FUKUSHIGE, T., MAKINO, J., ; EBISUZAKI, T. 1994, The effect of gravitational scattering on the anisotropy of the cosmic background radiation. *arXiv preprint astro-ph/9409069*. Citado na página 41.
- GAMOW, G. 1946, Expanding universe and the origin of elements. *Physical Review*, APS, v. 70, n. 7-8, p. 572. Citado na página 29.
- GAMOW, G. 1956, The physics of the expanding universe. *Vistas in Astronomy*, Elsevier, v. 2, p. 1726–1732. Citado na página 29.
- GROENEBOOM, N. E.; ERIKSEN, H. K. 2009, Bayesian analysis of sparse anisotropic universe models and application to the five-year wmap data. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 690, n. 2, p. 1807. Citado na página 49.
- GUMRUKCUOGLU, A. E., CONTALDI, C. R., ; PELOSO, M. 2007, Inflationary perturbations in anisotropic backgrounds and their imprint on the cmb. *arXiv preprint arXiv:0707.4179*. Citado na página 49.
- GUTH, A. H. 1981, Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, APS, v. 23, n. 2, p. 347. Citado na página 38.
- GÓRSKI, K. M., et al. 2005, Healpix: a framework for high-resolution discretization and fast analysis of data distributed on the sphere. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 622, n. 2, p. 759. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.
- HANSON, D., CHALLINOR, A., ; LEWIS, A. 2010, Weak lensing of the cmb. *General Relativity and Gravitation*, Springer, v. 42, n. 9, p. 2197–2218. Citado 3 vezes nas páginas 15, 48 e 52.
- HANSON, D., ROCHA, G., ; GÓRSKI, K. 2009, Lensing reconstruction from planck sky maps: inhomogeneous noise. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 400, n. 4, p. 2169–2173. Citado na página 53.

- HINSHAW, G., et al. 2013, Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: cosmological parameter results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 208, n. 2, p. 19. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 36.
- HIRATA, C. M., et al. 2008, Correlation of cmb with large-scale structure. ii. weak lensing. *Physical Review D*, APS, v. 78, n. 4, p. 043520. Citado na página 41.
- HOEKSTRA, H., YEE, H. K., ; GLADDERS, M. D. 2004, Properties of galaxy dark matter halos from weak lensing. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 606, n. 1, p. 67. Citado na página 52.
- HU, W. 2001, Angular trispectrum of the cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 8, p. 083005. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- HU, W. 2001, Mapping the dark matter through the cosmic microwave background damping tail. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 557, n. 2, p. L79. Citado na página 53.
- HU, W.; DODELSON, S. 2001, Cosmic microwave background anisotropies. *arXiv preprint astro-ph/0110414*. Citado 3 vezes nas páginas 33, 35 e 36.
- HU, W.; OKAMOTO, T. 2002, Mass reconstruction with cosmic microwave background polarization. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 574, n. 2, p. 566. Citado na página 52.
- HUBBLE, E. 1929, A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 15, n. 3, p. 168–173. Citado na página 27.
- JAFFE, A. H. 2012, Cosmology 2012: Lecture notes. *London: Imperial College*. Citado na página 42.
- KAISER, N. 1998, Weak lensing and cosmology. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 498, n. 1, p. 26. Citado na página 44.
- KAISER, N.; SQUIRES, G. 1993, Mapping the dark matter with weak gravitational lensing. *The Astrophysical Journal*, v. 404, p. 441–450. Citado na página 52.
- KASHLINSKY, A. 1988, Small-scale fluctuations in the microwave background radiation and multiple gravitational lensing. *The Astrophysical Journal*, v. 331, p. L1–L4. Citado na página 41.
- KERSCHER, M., et al. 1997, Minkowski functionals of abell/aco clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 284, n. 1, p. 73–84. Citado na página 61.
- KOMATSU, E., et al. 2003, First year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: tests of gaussianity. *arXiv preprint astro-ph/0302223*. Citado na página 62.
- KOSOWSKY, A. 1995, Cosmic microwave background polarization. *arXiv preprint astro-ph/9501045*. Citado na página 35.

- KOSOWSKY, A. 2001, The cosmic microwave background. *arXiv preprint astro-ph/0102402*. Citado na página 32.
- KOVAC, J. M., et al. 2002, Detection of polarization in the cosmic microwave background using dasi. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 420, n. 6917, p. 772–787. Citado na página 36.
- LEACH, S. M., et al. 2008, Component separation methods for the planck mission. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 491, n. 2, p. 597–615. Citado na página 35.
- LEWIS, A.; CHALLINOR, A. 2006, Weak gravitational lensing of the cmb. *Physics Reports*, Elsevier, v. 429, n. 1, p. 1–65. Citado 6 vezes nas páginas 15, 41, 44, 47, 52 e 66.
- LEWIS, h. 2006, Code for anisotropies in the microwave background. Citado 3 vezes nas páginas 15, 50 e 58.
- LIDDLE, A. 2015. *An introduction to modern cosmology*. [S.l.: s.n.]. 75-83 p. Citado na página 33.
- LINDE, A. D. 1982, A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 108, n. 6, p. 389–393. Citado na página 38.
- MATHER, J. C., et al. 1994, Measurement of the cosmic microwave background spectrum by the coBE FIRAS instrument. *The Astrophysical Journal*, v. 420, p. 439–444. Citado na página 30.
- MCEWEN, J., et al. 2008, A high-significance detection of non-gaussianity in the wmap 5-yr data using directional spherical wavelets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 388, n. 2, p. 659–662. Citado na página 38.
- MCKELLAR, A. 1940, Evidence for the molecular origin of some hitherto unidentified interstellar lines. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, JSTOR, p. 187–192. Citado na página 29.
- MODEST, H., et al. 2013, Scale-dependent non-gaussianities in the cmb data identified with minkowski functionals and scaling indices. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 428, n. 1, p. 551–562. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 61.
- MUKHANOV, V. 2005. *Physical foundations of cosmology*. [S.l.]: Cambridge university press. Citado na página 42.
- MUNSHI, D., et al. 2012, From weak lensing to non-gaussianity via minkowski functionals. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 419, n. 1, p. 536–555. Citado na página 51.
- NAMIKAWA, T., YAMAUCHI, D., ; TARUYA, A. 2014, Future detectability of gravitational-wave induced lensing from high-sensitivity cmb experiments. *arXiv preprint arXiv:1411.7427*. Citado na página 47.

- NOVAES, C., et al. 2014, Searching for primordial non-gaussianity in planck cmb maps using a combined estimator. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 01, p. 018. Citado na página 67.
- NOVIKOV, D., FELDMAN, H. A., ; SHANDARIN, S. F. 1999, Minkowski functionals and cluster analysis for cmb maps. *International Journal of Modern Physics D*, World Scientific, v. 8, n. 03, p. 291–306. Citado na página 61.
- OKAMOTO, T.; HU, W. 2003, Cosmic microwave background lensing reconstruction on the full sky. *Physical Review D*, APS, v. 67, n. 8, p. 083002. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 54.
- OLIVEIRA-COSTA, A. de, et al. 1997, Galactic microwave emission at degree angular scales. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 482, n. 1, p. L17. Citado na página 35.
- PADMANABHAN, T. 2010. *Gravitation: Foundations and frontiers*. [S.l.]: Cambridge University Press. Citado na página 42.
- PEEBLES, P. J. E., PAGE, L. A., ; PARTRIDGE, R. 2010, Book review: Finding the big bang. *Journal for the History of Astronomy*, v. 41, p. 137–138. Citado na página 29.
- PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. 1965, A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *The Astrophysical Journal*, v. 142, p. 419–421. Citado na página 29.
- ROLL, P.; WILKINSON, D. T. 1966, Cosmic background radiation at 3.2 cm-support for cosmic black-body radiation. *Physical Review Letters*, APS, v. 16, n. 10, p. 405. Citado na página 30.
- RYBICKI, G. B.; LIGHTMAN, A. P. 2008. *Radiative processes in astrophysics*. [S.l.]: John Wiley & Sons. Citado na página 34.
- RYDEN, B. 2003. *Introduction to cosmology*. [S.l.: s.n.], v. 1. 191-199 p. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- SASAKI, M. 1989, Gravitational lens effect on anisotropies of the cosmic microwave background. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 240, n. 2, p. 415–420. Citado na página 41.
- SATO, K. 1981, First-order phase transition of a vacuum and the expansion of the universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 195, n. 3, p. 467–479. Citado na página 38.
- SCHMALZING, J.; GÓRSKI, K. M. 1998, Minkowski functionals used in the morphological analysis of cosmic microwave background anisotropy maps. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 297, n. 2, p. 355–365. Citado na página 61.
- SCHMALZING, J., KERSCHER, M., ; BUCHERT, T. 1995, Minkowski functionals in cosmology. *arXiv preprint astro-ph/9508154*. Citado na página 61.
- SCHNEIDER, P. 1992. *Gravitational lensing statistics*. [S.l.]: Springer. Citado na página 41.

- SCOTT, D.; SMOOT, G. F. 2010, Cosmic microwave background mini-review. *arXiv preprint arXiv:1005.0555*. Citado na página 31.
- SELJAK, U. 1995, Gravitational lensing effect on cosmic microwave background anisotropies: A power spectrum approach. *arXiv preprint astro-ph/9505109*. Citado na página 41.
- SIGURDSON, K.; COORAY, A. 2005, Cosmic 21 cm delensing of microwave background polarization and the minimum detectable energy scale of inflation. *Physical review letters*, APS, v. 95, n. 21, p. 211303. Citado na página 52.
- SMITH, K. M., ZAHN, O., ; DORE, O. 2007, Detection of gravitational lensing in the cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 76, n. 4, p. 043510. Citado na página 41.
- SMOOT, G. 2007. *Recurso Online*. Disponível em: <<http://cosmos.lbl.gov/cobehome.html#frsas>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 31.
- SMOOT, G. F. 1999. Cmb synchrotron foreground. In: *Microwave Foregrounds*. [S.l.: s.n.], v. 181, p. 61. Citado na página 34.
- SMOOT, G. F., et al. 1992, Structure in the coBE differential microwave radiometer first-year maps. *The Astrophysical Journal*, v. 396, p. L1–L5. Citado na página 30.
- SUGIYAMA, N. 1994, Cosmic background anisotropies in Λ CDM cosmology. *arXiv preprint astro-ph/9412025*. Citado na página 30.
- TAKAHASHI, Y. D. 2002. *Recursos Online: Caltech Observational Cosmology*. Disponível em: <http://bicep.caltech.edu/public/bicep_pubs.htm>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 37.
- TOLMAN, R. C. 1934, Effect of inhomogeneity on cosmological models. *Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America*, National Academy of Sciences, v. 20, n. 3, p. 169. Citado na página 29.
- TOMITA, K.; WATANABE, K. 1989, Gravitational lens effect on the cosmic background radiation due to nonlinear inhomogeneities. *Progress of theoretical physics*, Oxford University Press, v. 82, n. 3, p. 563–580. Citado na página 41.
- TREU, T., MARSHALL, P. J., ; CLOWE, D. 2012, Resource letter gl-1: Gravitational lensing. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 80, n. 9, p. 753–763. Citado na página 41.
- UZAN, J.-P.; BERNARDEAU, F. 2001, Lensing at cosmological scales: A test of higher dimensional gravity. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 8, p. 083004. Citado na página 41.
- VAN ENGELEN, A., et al. 2012, A measurement of gravitational lensing of the microwave background using south pole telescope data. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 756, n. 2, p. 142. Citado 3 vezes nas páginas 16, 41 e 56.
- VERDE, L., et al. 2000, Large-scale structure, the cosmic microwave background and primordial non-gaussianity. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 313, n. 1, p. 141–147. Citado na página 38.

- VIELVA, P., et al. 2004, Detection of non-gaussianity in the wilkinson microwave anisotropy probe first-year data using spherical wavelets. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 609, n. 1, p. 22. Citado na página 37.
- WEINBERG, S.; DICKE, R. 1973, Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 41, n. 4, p. 598–599. Citado na página 42.
- WILKINSON, D. T.; PARTRIDGE, R. 1967, Large scale density inhomogeneities in the universe. Nature Publishing Group. Citado na página 30.
- WINITZKI, S.; KOSOWSKY, A. 1998, Minkowski functional description of microwave background gaussianity. *New Astronomy*, Elsevier, v. 3, n. 2, p. 75–99. Citado na página 61.
- YADAV, A. P., KOMATSU, E., ; WANDEL, B. D. 2007, Fast estimator of primordial non-gaussianity from temperature and polarization anisotropies in the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 664, n. 2, p. 680. Citado na página 38.
- ZAHN, O.; ZALDARRIAGA, M. 2006, Lensing reconstruction using redshifted 21 centimeter fluctuations. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 653, n. 2, p. 922. Citado na página 52.
- ZALDARRIAGA, M.; SELJAK, U. 1999, Reconstructing projected matter density power spectrum from cosmic microwave background. *Physical Review D*, APS, v. 59, n. 12, p. 123507. Citado na página 52.
- ZELDOVICH, Y. B.; SUNYAEV, R. 1969, The interaction of matter and radiation in a hot-model universe. *Astrophysics and Space Science*, Springer, v. 4, n. 3, p. 301–316. Citado na página 33.
- ZWICKY, F. 1933, Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln. *Helvetica Physica Acta*, v. 6, p. 110–127. Citado na página 27.

Anexos

ANEXO A – Anexos

Calota	b(°)	l(°)	Calota	b(°)	l(°)
1	30.00	30.08	85	89.97	315.00
2	30.00	60.84	86	89.97	45.00
3	30.00	91.60	87	-89.88	225.00
4	30.00	148.73	88	-89.88	225.00
5	30.00	179.49	89	-89.88	225.00
6	30.00	210.25	90	-89.88	225.00
7	30.00	241.01	91	-89.88	225.00
8	29.97	272.10	92	-89.88	225.00
9	30.00	298.14	93	-89.88	225.00
10	30.00	328.90	94	-89.88	225.00
11	39.98	29.90	95	-89.88	225.00
12	39.98	59.78	96	-89.88	225.00
13	40.00	90.17	97	-89.88	225.00
14	39.98	119.99	98	-89.88	225.00
15	39.98	149.87	99	-89.88	225.00
16	40.00	179.82	100	-79.98	3.39
17	39.98	210.08	101	-80.00	33.87
18	39.98	239.96	102	-80.00	54.47
19	40.00	269.91	103	-79.98	85.58
20	39.98	300.16	104	-80.00	116.25
21	39.98	330.05	105	-80.00	157.44
22	49.99	0.02	106	-79.98	188.32
23	50.01	29.93	107	-80.00	219.23
24	50.01	59.85	108	-80.00	239.82
25	49.99	90.23	109	-79.98	270.51
26	50.01	120.20	110	-80.00	301.61
27	50.01	150.11	111	-80.00	322.20
28	49.99	179.92	112	-79.98	3.39
29	50.01	209.93	113	-69.95	356.34
30	50.01	239.85	114	-70.00	28.57
31	49.99	270.13	115	-70.00	59.56
32	50.01	300.20	116	-69.97	89.22
33	50.01	330.11	117	-70.00	121.56

34	49.99	0.02	118	-70.00	152.56
35	60.00	359.75	119	-69.97	182.11
36	60.00	29.71	120	-70.00	214.56
37	60.00	60.21	121	-70.00	235.23
38	59.98	89.82	122	-69.97	275.00
39	60.00	119.85	123	-70.00	297.22
40	60.00	150.35	124	-70.00	328.22
41	59.98	179.89	125	-69.95	356.34
42	60.00	209.98	126	-59.96	356.71
43	60.00	239.80	127	-60.00	31.65
44	59.98	269.96	128	-60.00	59.38
45	60.00	300.12	129	-59.98	86.77
46	60.00	329.94	130	-60.009	121.79
47	60.00	359.75	131	-60.00	149.52
48	70.00	359.63	132	-59.98	176.84
49	70.00	30.01	133	-60.09	211.93
50	70.00	59.98	134	-60.00	239.66
51	69.97	90.46	135	-59.98	266.91
52	70.00	119.91	136	-60.00	302.06
53	70.00	149.87	137	-60.00	329.80
54	69.97	180.25	138	-59.96	356.71
55	70.00	209.81	139	-49.96	359.81
56	70.00	239.77	140	-50.01	27.94
57	69.97	270.05	141	-50.01	59.43
58	70.00	299.70	142	-49.99	88.97
59	70.00	329.67	143	-50.01	122.40
60	70.00	359.63	144	-50.01	148.64
61	79.98	0.10	145	-50.01	211.61
62	80.00	29.96	146	-50.01	237.85
63	80.00	60.03	147	-49.99	272.54
64	79.98	90.10	148	-50.01	300.83
65	80.00	119.96	149	-50.01	332.31
66	80.00	150.03	150	-49.96	359.81
67	79.98	180.10	151	-39.98	358.79
68	80.00	209.96	152	-39.98	29.20
69	80.00	240.03	153	-39.98	59.96
70	79.98	270.10	154	-40.00	91.05

71	80.00	299.96	155	-39.98	121.48
72	80.00	330.03	156	-39.98	147.85
73	79.98	0.10	157	-39.98	209.37
74	89.97	45.00	158	-39.98	240.13
75	89.97	45.00	159	-39.98	301.66
76	89.97	45.00	160	-39.98	328.03
77	89.97	135.00	161	-39.98	358.79
78	89.97	135.00	162	-30.01	358.61
79	89.97	135.00	163	-30.00	29.02
80	89.97	225.00	164	-30.00	59.78
81	89.97	225.00	165	-30.02	90.87
82	89.97	225.00	166	-30.00	121.31
83	89.97	315.00	167	-30.01	239.96
84	89.97	315.00	168	-30.00	327.85
-	-	-	169	-29.97	358.24

Tabela 5 – Calotas selecionadas para análise com as respectivas coordenadas: l é a longitude galáctica enquanto que b é a latitude galáctica.