

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
OBSERVATÓRIO NACIONAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**GALÁXIAS EM ALTOS-Z E ENERGIA ESCURA:
VÍNCULOS ATUAIS E PREVISÕES**

CARLOS ANDRÉ PAES BENGALY JUNIOR

RIO DE JANEIRO, 19 DE MARÇO DE 2013

Ministério da Ciência e Tecnologia
Observatório Nacional
Programa de Pós-Graduação em Astronomia

Dissertação de Mestrado

Galáxias em altos- z e energia escura: vínculos atuais e previsões

Carlos André Paes Bengaly Junior

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Observatório Nacional do Rio de Janeiro
como parte dos requisitos para a obtenção
do grau de MESTRE em Astronomia.

Orientador: Jailson Souza de Alcaniz

Rio de Janeiro, 19 de março de 2013

“Somos todos feitos do mesmo pó de estrelas”

- Carl Sagan

Agradecimentos

- Ao meu orientador, Jailson Alcaniz, pela acessibilidade e ensinamentos ao longo destes dois anos que me foram essenciais para a minha formação acadêmica.
- À minha mãe e avó, Tereza Cristina e Maria das Dores (*in memoriam*), por todo o incentivo e suporte pessoal que me foram de grande importância durante o curso do Mestrado.
- À minha namorada, Paloma Mondego, pelo inestimável carinho, incentivo, paciência com minhas piadas de gosto duvidoso e ótimos momentos que compartilhamos.
- Aos meus colegas do GCON, Rodrigo Sousa, Beethoven, Gabriela, Javier e seu ornitorrinco, Marcela, Chandrachani e aos ex-colegas de grupo Ernandes, Rodrigo Holanda e Maria Aldinez, pelas “palavras que vem, palavras que vão”, discussões, e pela convivência mais do que agradável no dia-a-dia.
- Aos corpo docente do ON, em especial aqueles que lecionaram disciplinas para mim: Dr. Cláudio Bastos, Dr. Jaime Fernando, Dra. Simone Daflon, Dr. Vladimir Ortega, e ao professor Dr. Marcelo Chiapparini, da UERJ, pelos ensinamentos de grande valor para a minha bagagem científica.
- Aos meus demais colegas do ON, Vladimir, Luiz Paulo, Gustavo Rossi, Mário, César, Sérgio, Gustavo Bragança, Júlio, João Victor, Francismar, Isadora, Natália e Rodrigo Bouffleur, pela ótima convivência que tivemos na sala de aula, no restaurante ou na copa do ON.
- Aos meus amigos de outras áreas, Diogo, Dandara, Raphael Nogueira, Ana Carolina, Tessa, Kícia, Jefferson, Raphaela, Ana Beatriz, Raphael Ramos, Vinícius, Amanda e Carol Rehem, Gustavo Prado, Mayara, Carine, Natália, Andréia, Thiago, Ariadne, Dayane, Marília, Jacqueline e Debora, pelas excelentes companhias e grandes momentos, caóticos ou não, proporcionados durante esse tempo.

- Aos demais colegas da época da Graduação, Victor, Cleiton, Vanderlei, Ramaton e Ihani, pelo incentivo e discussões proveitosas sempre mesmo com nosso convívio limitado atualmente.
- Aos funcionários do ON, em especial a Wallace, Iara, Emília e Roberto, pelos serviços imprescindíveis prestados sempre com grande dedicação.
- A qualquer amigo, colega e ex-colega de quem eu tenha esquecido de mencionar devido à minha memória não muito confiável.
- À CAPES, pela bolsa de estudos concedida.

Galáxias em altos- z e energia escura: vínculos atuais e previsões

Carlos André Paes Bengaly Junior

Submetida ao Observatório Nacional do Rio de Janeiro em 19 de março de 2013, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Astronomia.

Resumo

Devido ao grande número de evidências observacionais apontando que o Universo encontra-se atualmente em uma fase de expansão acelerada de modo que, de acordo com as observações, é governado por uma componente exótica a qual chamamos de energia escura, várias propostas vem sendo elaboradas a fim de explicá-la e determinar a sua natureza. Ao investigar esta componente via determinações de idades de objetos em altos *redshifts*, percebemos que não é possível, com os dados atuais, restringir satisfatoriamente a sua equação de estado (w), em especial quando assumimos uma dependência temporal para ela. Sendo assim, para explorar de maneira geral o teste da idade- z , há a necessidade de estudar os vínculos observacionais sobre a energia escura a partir de dados futuros, o que faremos de duas maneiras: Um método analítico baseado em propagação de erros, visando determinar como as incertezas observacionais dos dados de idade de galáxias refletem-se no poder de restrição sobre esta componente, e um segundo método que consiste em produzir amostras simuladas de dados de idade de galáxias via simulações de Método de Monte Carlo, cujas realizações baseiam-se em um modelo fiducial Λ CDM plano e encontram-se consistentes com as previsões dos dados a serem obtidos pelas próximas gerações de levantamentos cosmológicos. Para este último método, adotamos os formalismos da Matriz de Informação de Fisher e da Figura de Mérito para analisar os vínculos cosmológicos impostos por nossas amostras, valendo-nos ainda de medidas observacionais de Oscilações Acústicas Bariônicas (OAB) e das observações mais recentes de Supernovas do tipo Ia (SNe Ia) para fins de comparação com o status atual destes vínculos. Nossos resultados indicam que os dados futuros de idade serão capazes de impor restrições significantes sobre estes modelos $w(z)$ CDM, porém, não permitem ainda determinar se a energia escura realmente apresenta uma dependência temporal.

Palavras chaves: Cosmologia; energia escura; parâmetros cosmológicos; estrutura de grande escala

Galaxies at high- z and dark energy: current constraints and forecasts

Carlos André Paes Bengaly Junior

Submitted to the Observatório Nacional of Rio de Janeiro on
19 de março de 2013, in partial fulfillment of the requirements
for the Master's degree in Astronomy.

Abstract

Due to a large number of observational evidence showing us that the Universe is undergoing a phase of accelerating expansion, many proposals have been made in order to explain this phenomenon assuming an exotic component named dark energy. When investigating this dark energy component with high-redshift age determinations, we realize that is not possible, with the current data, to constrain its equation of state parameter, specially when we assume a temporal dependence for it. Thus, in order to fully explore the age- z test, it is necessary to study its observational constraints on dark energy with data from future surveys, which is done here in different two ways: an analytical method based on error propagation, aiming at determining how the experimental uncertainties reflect at the constraining power on the physical properties of this component, and a second method that consists of producing simulated samples of age of galaxies via Monte Carlo Method, whose realizations are based on a spatially flat Λ CDM scenarios as a fiducial model. For this last method, we adopt the Fisher Information Matrix and Figure of Merit formalisms to analyze the cosmological constraints imposed by our samples, using observational measurements of Baryonic Acoustic Oscillations (BAO) and the latest Type Ia Supernovae (SNe Ia) dataset for complementary analyses. Our results indicate that the future age data can impose significant constraints on these $w(z)$ CDM models, nevertheless, they will not be able to determine if the dark energy has a temporal dependence.

Keywords: Cosmology; dark energy; cosmological parameters; large scale structure;

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de figuras	xiii
Lista de tabelas	xvii
Notações e convenções	xix
Informação eletrônica	xxi
1 Introdução	1
2 Modelo Cosmológico Padrão	5
2.1 A geometria do espaço-tempo	5
2.2 A expansão do Universo	6
2.2.1 Lei de Hubble	6
2.2.2 Desvio para o vermelho cosmológico	7
2.3 Radiação Cósmica de Fundo (RCF)	8
2.4 Nucleossíntese primordial	11
2.5 A dinâmica do Universo	13
2.5.1 Equações de Movimento	13
2.5.2 Parâmetros Cosmológicos	14
2.6 Distâncias cosmológicas	16
2.6.1 Distância de luminosidade	16
2.6.2 Distância de diâmetro angular	17
2.7 A Constante Cosmológica	18
3 Testes observacionais	21
3.1 Introdução	21
3.2 Supernovas tipo Ia	22

3.3	Oscilações acústicas bariônicas	23
3.4	Radiação Cósmica de Fundo como teste cosmológico	26
3.5	Idade de objetos cosmológicos	28
3.6	Resultados recentes	30
4	Alguns modelos $w(z)$CDM	33
4.1	Introdução	33
4.2	Parametrização de Chevallier-Polarski-Linder (CPL)	35
4.3	Outras parametrizações de $w(z)$	36
4.3.1	Parametrização de Barboza-Alcaniz (BA)	36
4.3.2	Parametrização de Barboza-Alcaniz-Zhu-Silva (BAZS)	37
4.4	Reparametrizando CPL	38
5	Vínculos cosmológicos sobre a energia escura via determinações de $t(z)$	41
5.1	Introdução	41
5.2	Propagação de erros sobre parâmetros cosmológicos	41
5.3	Matriz de Informação de Fisher e Figura de Mérito	45
5.4	Simulações numéricas	46
5.5	Resultados	49
6	Conclusões e Perspectivas	53
6.1	Conclusões e perspectivas futuras	53
Apêndice 1		57
1	Estatística e estimativa de parâmetros cosmológicos	57
Apêndice 2		61
2	Manipulação das Matrizes de Fisher	61
Apêndice 3		65
3	Impacto das reparametrizações da CPL na Figura de Mérito	65
Referências		67

Lista de figuras

2.1	Resultado final do levantamento HST para determinação de H_0 . O melhor ajuste para estes dados fornece $H_0 = 72 \pm 7 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Figura retirada de [35] . . .	7
2.2	Espectro da RCF medido pela FIRAS.	9
2.3	Espectro de potência das anisotropias de temperatura da RCF, obtidos por WMAP7, ACBAR e QUaD, em função do momento de multipolo ℓ . Figura retirada de [43]	10
2.4	Comparação entre dados observacionais e previsões teóricas da Nucleossíntese Primordial, mostrando as abundâncias obtidas pela teoria e os limites observados. A largura das curvas representam o nível de confiança em 95% das previsões de cada abundância, enquanto as caixas na figura mostram as regiões que estas abundâncias determinadas observacionalmente preveem para η	13
3.1	O pico acústico bariônico obtido pela função de correlação $\xi(s)$. Nota-se, por este gráfico, a sensibilidade deste medidor frente à densidade de matéria escura fria, tal que $\Omega_m h^2 = 0.12$ para a curva verde, 0.13 para a vermelha e 0.14 para a azul, com $\Omega_b h^2 = 0.024$ para todos. Já a curva rosa representa o caso em que $\Omega_m h^2 = 0$, mostrando que este pico característico não seria detectável na ausência desta componente.	24
3.2	Representação do sinal de OAB, cuja assinatura na distribuição espacial das galáxias pode ser medida através de um modo radial e um transversal. Ambos são medidos em unidades do horizonte acústico, s , para varias fatias de <i>redshift</i>	25
3.3	Amostra observacional de $t(z)$ em termos do <i>redshift</i> z de cada objeto (painel da esquerda), em conjunto do diagrama de Hubble desta mesma amostra (painel da direita). Figura retirada de [71]	27

3.4	Níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ obtidos para os dados de SNe Ia (Union2.1), OAB (SDSS) e RCF (WMAP7), bem como a análise conjunta de todos estes observáveis, tanto para o modelo Λ CDM (painel da esquerda) quanto para o w CDM plano (painel da direita). Vale notar que apenas os erros estatísticos das observações de SNe Ia foram considerados nesta análise.	28
3.5	Níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ obtidos para os dados de SNe Ia (Union2.1), OAB (SDSS) e RCF (WMAP7) e a análise conjunta de todos eles, tanto para o modelo Λ CDM (painel da esquerda) quanto para o w CDM plano (painel da direita). Vale notar que os erros sistemáticos das observações de SNe Ia foram incluídos desta vez.	29
3.6	Níveis de confiança de 1σ e 2σ obtidos a partir dos dados de OAB (SDSS, WiggleZ e 6dF), RCF (WMAP7) e SNe Ia (Union2) para o modelo w CDM. O painel da esquerda apresenta os vínculos sobre o plano $\{\Omega_m, w\}$ fornecidos por cada observável, o painel central mostra a análise conjunta destes dados realizada sobre o mesmo espaço paramétrico, enquanto no painel da direita encontram-se o poder de restrição destes observáveis sobre o plano formado por Ω_k e Ω_m	30
3.7	Níveis de confiança de 1σ e 2σ obtidos a partir dos dados de <i>lookback time</i> (LT) e de OAB (BAO na legenda destas figuras). O painel da esquerda e o central mostram os vínculos impostos sobre os parâmetros $\{\Omega_m, \Omega_\Lambda\}$ pelos dados de LT (esquerda) e LT+OAB (central). Por fim, o painel da direita apresenta a restrição sobre $\{\Omega_m, w\}$ por parte desta mesma análise combinada.	32
4.1	Níveis de confiança de 1 , 2 e 3σ para o modelo CPL plano obtidos pelas observações SNe Ia, OAB, RCF e um <i>prior</i> em H_0 . As curvas em verde representam o caso em que somente os erros estatísticos das SNe Ia foram considerados, enquanto as vazadas incluem também os erros sistemáticos.	35
4.2	Níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ obtidos para o espaço paramétrico do modelo BA, situados no painel da esquerda. Já o painel da direita mostra os NC obtidos para o modelo CPL, onde ambos utilizaram as mesmas amostras observacionais para suas realizações.	36
4.3	Níveis de confiança de 1σ ($\Delta\chi^2 = 3.53$) e 2σ ($\Delta\chi^2 = 8.02$) no espaço paramétrico $\{w_0, w_\beta, \beta\}$. O melhor ajuste para este modelo ocorre para $w_0 \simeq -1.0$, $w_\beta \simeq 0.28$, $\beta \simeq 0.1$ para $\chi^2_\nu \simeq 1.17$	37
4.4	Níveis de confiança de 1 e 2σ para o modelo CPL (painel da esquerda) e a sua reparametrização W (painel da direita). Ambas as curvas foram obtidas empregando os dados de $t(z)$ (SVJ) combinados com dados de OAB (SDSS, 6dF e WiggleZ).	39

5.1	Erros percentuais da idade $\Delta t(z)/t(z)$ versus os erros percentuais dos parâmetros cosmológicos w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). Ambos os resultados foram obtidos para um modelo fiducial espacialmente plano tal como $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $w_a = -0.25$	42
5.2	Erros percentuais da idade $\Delta t(z)/t(z)$ versus os erros percentuais dos parâmetros cosmológicos w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). Ambos os resultados foram obtidos para um modelo fiducial espacialmente plano tal como $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $w_a = -0.25$. ($w_{0.5} = -1.17$).	43
5.3	Erros percentuais das medidas de idade $\Delta t(z)/t(z)$, versus z , obtidos empregando a parametrização CPL para valores diversos w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). O modelo fiducial adotado para estas análises assume um Universo espacialmente plano com $\Omega_m = 0.27$, $w_a = -0.25$ e $\Delta w_0/w_0 = 4\%$ no painel da esquerda, enquanto no painel da direita foi assumido $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $\Delta w_a/w_a = 20\%$	43
5.4	Erros percentuais das medidas de idade $\Delta t(z)/t(z)$, versus z , obtidos empregando a parametrização CPL para valores diversos de w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). O modelo fiducial adotado para estas análises assume um Universo espacialmente plano com $\Omega_m = 0.27$, $w_{0.5} = -1.17$ e $\Delta w_0/w_0 = 4\%$ no painel da esquerda, enquanto no painel da direita foi assumido $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $\Delta w_{0.5}/w_{0.5} = 20\%$	44
5.5	Exemplos de nossas amostras simuladas de idade de galáxias com $N = 100$ pontos, medidas em bilhões de anos (Gano), versus o <i>redshift</i> z . No painel da esquerda, adotamos $\sigma_t = 10\%$, ao passo que a amostra do painel da direita possui $\sigma_t = 5\%$. Em ambos os gráficos a linha sólida azul representa o modelo fiducial no qual baseiam-se as simulações.	47
5.6	Figura de Mérito (FoM) versus N , o número de pontos das amostras simuladas de $t(z)$ obtidas para o modelo CPL (painel da esquerda), W (painel central) e W I (painel da direita), assumindo $\sigma_t = 10\%$ em todos os casos. Os quadrados representam as FoMs obtidas para realizações de $t(z)$ sozinhas, os círculos tratam-se das realizações de $t(z) + \text{OAB}$, ao passo que as linhas horizontais contínuas representam os dados observados de idade (em vermelho) e SNe Ia (em azul), enquanto as tracejadas referem-se à análise combinada dos com os dados de OAB.	49

- 5.7 Figura de Mérito (FoM) versus N , o número de pontos das amostras simuladas de $t(z)$ obtidas para o modelo CPL (painel da esquerda), W (painel central) e W I (painel da direita), assumindo $\sigma_t = 5\%$ em todos os casos. Os quadradinhos representam as FoMs obtidas para realizações de $t(z)$ sozinhas, os círculos tratam-se das realizações de $t(z) + \text{OAB}$, ao passo que as linhas horizontais contínuas representam os dados observados de idade (em vermelho) e SNe Ia (em azul), enquanto as tracejadas referem-se à análise combinada dos com os dados de OAB. 50

Lista de tabelas

2.1	Contribuição esperada para a densidade de energia do vácuo.	20
3.1	Ajustes dos parâmetros cosmológicos em 1σ obtidos para as combinações de dados e para os modelos indicados.	30
3.2	Ajustes dos parâmetros cosmológicos em 1σ obtidos através dos dados de OAB (SDSS, WiggleZ e 6dF), RCF (WMAP7) e SNe Ia (Union2) para os modelos Λ CDM e w CDM, tanto planos quanto curvos.	31
4.1	Ajustes dos parâmetros cosmológicos em 1σ obtidos para as combinações de dados indicada. Estes resultados foram obtidos para o modelo CPL.	35
5.1	Vínculos sobre a energia escura obtidos pelos dados observacionais de $t(z)$, SNe Ia e OAB. A primeira coluna da tabela refere-se à amostra utilizada para cada análise, ao passo que a segunda e terceira colunas correspondem às incertezas associadas aos parâmetros cosmológicos. A quarta coluna apresenta o coeficiente de correlação, ou o <i>redshift</i> pivô, enquanto a última coluna consiste na FoM obtida.	48
1	$\Delta\chi^2$ em função do número de graus de liberdade ν e do nível de confiança q . . .	58

Notações e convenções

- Expressões em outros idiomas são apresentadas em *itálico*.
- A assinatura da métrica utilizada como padrão neste texto é $(+ - - -)$.
- A menos que explícito o contrário, utilizamos unidades em que $c = \hbar = 1$.
- Sub-índice 0 à frente de uma grandeza representa o seu valor tomado no tempo presente.
- A unidade de distância utilizada como padrão neste texto é o megaparsec (Mpc):
 $1 \text{ Mpc} = 3.26 \times 10^6 \text{ anos-luz} = 3.09 \times 10^{22} \text{ m}$
- Índices gregos variam de 0 a 3, enquanto os latinos variam de 1 a 3. Índices repetidos obedecem a convenção de soma de Einstein.

Informação eletrônica

A maioria das referências utilizadas nesta dissertação pode ser encontrada na *internet* nos seguintes endereços:

- arXiv: <http://arxiv.org>
- INSPIRE: <http://inspirehep.net>
- SAO/NASA ADS Labs: <http://labs.adsabs.harvard.edu/ui>

1 Introdução

A intrínseca curiosidade do homem impulsionou os primeiros passos das Ciências naturais, da Matemática e da Filosofia, tendo como intuito explicar, quantificar e prever os fenômenos que ocorrem na natureza, de modo a nos tornarmos mais cientes do que acontece a nossa volta. O nascimento da Cosmologia relativística deu-se apenas no começo do século passado, fundamentada na Teoria da Relatividade Geral (TRG) a qual foi desenvolvida, majoritariamente, por Albert Einstein, baseada na ideia de que a geometria do espaço-tempo é determinada pela distribuição de matéria e energia [1]. Desde então, a TRG foi submetida a vários testes (ver [2] e as referências lá citadas) e saiu-se bem sucedida, mostrando-se mais precisa do que a dinâmica newtoniana quanto às suas previsões, o que a levou ao status de teoria de gravitação padrão.

Em 1917, Einstein propôs um modelo cosmológico lançando mão da TRG [3], consistindo em um Universo homogêneo, isotrópico e estático. Contudo, a atração gravitacional exercida pela matéria ocasiona uma contração cosmológica indefinida. Para conter este efeito, Einstein introduziu *ad hoc* o chamado termo cosmológico, simbolizado pela letra grega Λ , de modo que um Universo com esta configuração seria instável, além de exigir um ajuste muito fino nas propriedades de Λ para contrabalançar a ação gravitacional de toda a matéria, logo, tratando-se de um objeto pouco verossímil de existir na natureza. No mesmo ano, W. de Sitter resolveu as equações de campo contendo este termo cosmológico para um Universo vazio, cujo resultado apontou um Universo em expansão [4]. Entre 1922 e 1924, A. Friedmann encontrou uma solução capaz de combinar ambos os modelos de Einstein e de Sitter [5], mostrando que é possível um Universo expandir-se sem a presença de Λ . Porém, somente em 1929, através de E. Hubble, que obtivemos dados observacionais que evidenciaram um Universo em expansão [6] e não estático, como Einstein pensava. Com isto, este termo foi temporariamente abandonado e vários modelos cosmológicos foram elaborados já levando em conta este conceito de expansão.

Por este mesmo conceito, podemos imaginar que, se o Universo encontra-se em expansão hoje, ele evoluiu então de um estágio onde ele encontrava-se mais denso e mais quente no passado. Se retrocedermos cada vez mais no tempo, chegaremos portanto a um momento em que todo o Universo encontrava-se num ponto muito próximo de uma singularidade, com densidade

e temperatura infinitas. Esta expansão do Universo e seu subsequente esfriamento a partir desta quase singularidade primordial caracteriza a Teoria do *Big Bang*. Tal teoria é, atualmente, a mais aceita pela comunidade científica para explicar a origem do Universo devido à boa concordância entre as suas previsões e as evidências observacionais obtidas até o momento, tendo como maiores exemplos a síntese primordial dos elementos leves, conhecida como Nucleossíntese Primordial [7, 8, 9], e a Radiação Cósmica de Fundo [10]. Estas evidências, em conjunto do Universo em expansão, constituem os chamados pilares do modelo cosmológico padrão.

Análises estatísticas realizadas a partir das mais recentes observações indicam que 5% do Universo é constituído de matéria bariônica não-relativística, aproximadamente, onde uma grande fração da mesma encontra-se na forma de hidrogênio em estrelas e no meio interestelar. Já 23% do Universo é constituído por um tipo de matéria de origem não bariônica e fracamente interagente, a qual denominamos matéria escura fria (em inglês: *cold dark matter*, CDM) e, por fim, os 70% remanescentes correspondem à denominada energia escura [11], que trata-se de uma forma hipotética de energia que possui pressão negativa e preenche homogeneamente o Universo a qual atribuímos a aceleração cósmica, detectada pioneiramente por Adam Riess e Saul Perlmutter e colaboradores [12, 13].

Do ponto de vista observacional, a candidata mais atraente para esta última componente é a Constante Cosmológica Λ , a mesma componente introduzida por Einstein em seu modelo cosmológico original. No entanto, o valor da Constante Cosmológica obtido observacionalmente apresenta de uma discrepância de até 120 ordens de grandeza com o valor estimado pela Teoria Quântica de Campos, um resultado desconcertante que impulsionou a comunidade científica a desenvolver formulações alternativas a esta componente visando aliviar esta questão. Tais alternativas abrangem desde modelos mais simples, caracterizados por uma equação de estado da energia escura constante, até modificações da gravidade tais quais teorias de $f(R)$ [14, 15, 16, 17, 18, 19], e modelos de branas [20, 21, 22, 23]. Modelos que consideram interação entre matéria e energia escura [24, 25, 26, 27] ou decaimento do vácuo [28, 29] também vem sendo propostos como alternativa à Constante Cosmológica (para revisões abrangentes sobre as principais propostas para explicar a energia escura na literatura, ver [30, 31]), o que permite estabelecer um elo com a Física de Partículas e fornecer, assim, uma descrição mais fundamental para ela. Contudo, campos escalares da Física de Partículas possuem aplicações bastante limitadas na Cosmologia, tornando difícil empregá-los para este propósito.

Em suma, todas as propostas realizadas até o momento não fornecem, uma descrição mais completa e fundamental da expansão acelerada do Universo e nem permitem quebrar a degenerescência em relação ao modelo Λ CDM (i.e., um modelo que considera o Universo constituído por Constante Cosmológica e matéria escura fria). Porém, permitem explorar generalizações deste modelo e investigar, por exemplo, uma possível dependência temporal da equação de estado desta componente. Existe ainda a questão dos dados observacionais, onde reside uma dificuldade de impormos vínculos restritivos sobre parâmetros que descrevem os modelos cosmológicos pelo fato das amostras ainda não possuírem a precisão necessária para tal. Por

isto, há uma grande demanda por levantamentos de dados observacionais e, conseqüentemente, de previsões sobre os vínculos que eles poderão impor, de modo a realçar a importância em realizar simulações das amostras esperadas por estes futuros experimentos, com o propósito de obter diretrizes sobre o quão bem poderemos estimar o conteúdo material do Universo.

Sendo assim, este trabalho tem como foco realizar previsões dos vínculos sobre modelos cosmológicos que assumem uma dependência temporal da equação de estado da energia escura, referidos como modelos $w(z)$ CDM, através de dados simulados de idade de galáxias. Utilizamos ainda amostras observacionais de medidas de oscilação acústica bariônica (OAB), visando obter uma análise complementar dos vínculos impostos através das mesmas. Algo importante a ser frisado é que, neste trabalho, não buscaremos uma descrição fundamental da natureza da energia escura, mas tão somente seus aspectos fenomenológicos. Isto não impõe um limite sobre o alcance ou relevância deste trabalho, uma vez que não dispomos de uma teoria capaz de descrever satisfatoriamente a natureza desta componente. Assim, análises que valem-se de dados observacionais, tais como apresentadas aqui, exercem importância crucial na Cosmologia atual no que concerne à busca de informações sobre parâmetros cosmológicos, ou ainda qual classe de modelos podem ser descartadas.

Portanto, a dissertação encontra-se organizada da seguinte maneira: no Capítulo 1, apresentaremos o Modelo Cosmológico Padrão (MCP). No capítulo 2, discutimos sobre os testes cosmológicos mais utilizados na literatura, assim como os resultados obtidos pelos experimentos mais recentes. O capítulo 3 versa sobre os modelos que desejamos investigar, $w(z)$ CDM, enquanto o capítulo 4 apresenta as metodologias adotadas para a realização das amostras simuladas e de suas respectivas análises, assim como os resultados fornecidos. Por fim, o capítulo 5 contém as conclusões que podemos extrair destes resultados, além de uma análise das perspectivas de trabalhos futuros.

2 Modelo Cosmológico Padrão

Dada a complexidade que envolve o estudo da Cosmologia, é conveniente lançarmos mão de hipóteses simplificadoras a fim de realizá-lo. Estas hipóteses baseiam-se na suposição que as interações dominantes em grande escala no Universo ocorrem via Gravitação, logo, descritas pela Teoria da Relatividade Geral (TRG), assim como o Princípio Cosmológico (PC) e o Postulado de Weyl. De acordo com o PC, elaborado por Nicolau Copérnico, o Universo não possui direções ou localizações privilegiadas, implicando que o Universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas (~ 100 Mpc). Já o Postulado de Weyl consiste na ideia de que existe um substrato que permeia um Universo, tal como um fluido do tipo perfeito, onde os aglomerados movem-se ao longo dele como se fossem partículas fundamentais [32]. O modelo que decorre da combinação da TRG com estas hipóteses constitui o chamado Modelo Cosmológico Padrão (MCP). Neste capítulo versaremos sobre o MCP e suas bases, tanto dos pontos de vista teóricos quanto observacionais.

2.1 A geometria do espaço-tempo

Devido às condições impostas pelo Postulado de Weyl, caracterizamos por (t, x^1, x^2, x^3) as coordenadas da geodésica do substrato que permeia o Universo, cujas hipersuperfícies espaciais são dadas por $t = \text{constante}$ e (x^1, x^2, x^3) variando ao longo das geodésicas de cada partícula, ou seja, tratam-se de coordenadas comóveis. Assim, podemos definir os quadrivetores $T^\mu = (t, 0, 0, 0)$ ao longo da geodésica, bem como $R^\mu = (0, dx^1, dx^2, dx^3)$, i.e., os quadrivetores sobre a hipersuperfície $t = \text{constante}$, que satisfazem a condição de ortogonalidade $g_{\mu\nu}T^\mu R^\nu = 0$. Através deles, podemos escrever o elemento de linha da geometria do espaço-tempo tal qual:

$$ds^2 = dt^2 - h_{ij}dx^i dx^j, \quad (2.1)$$

onde $h_{ij} = h_{ij}(t, x^1, x^2, x^3)$. Segundo o PC, não devem haver direções privilegiadas no Universo, de modo que se tivermos três objetos dispostos nas coordenadas espaciais de modo a formar um triângulo, observados num instante $t = t_1$, espera-se que eles formem um triângulo semelhante

ao original caso observemos estes mesmos objetos num instante t_2 onde $t_2 > t_1$. Ou seja, o fator de ampliação do Universo no tempo transcorrido entre t_1 e t_2 deve ser independente da posição dos objetos no espaço. Isto nos permite escrever h_{ij} tal qual:

$$h_{ij} = a^2(t)\eta_{ij} . \quad (2.2)$$

Ainda sob o ponto de vista do PC, temos que a curvatura da seção espacial deve ser constante em qualquer ponto de modo a não haver pontos privilegiados no Universo, o que deriva da condição de homogeneidade. Assim, devemos satisfazer a seguinte condição:

$$R_{ijkl} = K(\eta_{ik}\eta_{jl} - \eta_{il}\eta_{jk}) , \quad (2.3)$$

onde R_{ijkl} corresponde ao Tensor de Riemann e K é denominado de fator de curvatura. Como este elemento de volume espacial é isotrópico, obrigatoriamente é esféricamente simétrico em torno de qualquer ponto, nos permitindo reescrever o elemento de linha (2.1) como:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[e^{2\beta(r)}dr^2 + r^2d\Omega^2] , \quad (2.4)$$

onde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$. Ao contrair (2.3), obtemos $R_{ij} = 2K\eta_{ij}$, cujas componentes não-nulas de R_{ij} são:

$$R_{11} = \frac{2}{r}\partial_1\beta, \quad R_{22} = e^{-2\beta}(r\partial_1\beta - 1) + 1, \quad R_{33} = [e^{-2\beta}(r\partial_1\beta - 1) + 1]\sin^2\theta . \quad (2.5)$$

Sostituindo cada um destes elementos em $R_{ij} = 2K\eta_{ij}$, encontramos $\beta = -\frac{1}{2}\ln(1 - Kr^2)$ e, assim, podemos escrever o elemento de linha da métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) de acordo com:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left[\frac{1}{1 - Kr^2}dr^2 + r^2d\Omega^2\right] . \quad (2.6)$$

2.2 A expansão do Universo

2.2.1 Lei de Hubble

Durante as duas primeiras décadas do século XX, acreditava-se que o Universo era estático. Embora houvessem evidências observacionais de galáxias apresentando velocidade de recessão já em 1912 [33], este pensamento perdurou até 1929, quando Edwin Hubble analisou o espectro de galáxias espirais cuja distância a Terra era bem conhecida, verificando que havia uma relação entre a velocidade de recessão destas galáxias e sua distância é dada por:

$$v = H(t)r , \quad (2.7)$$

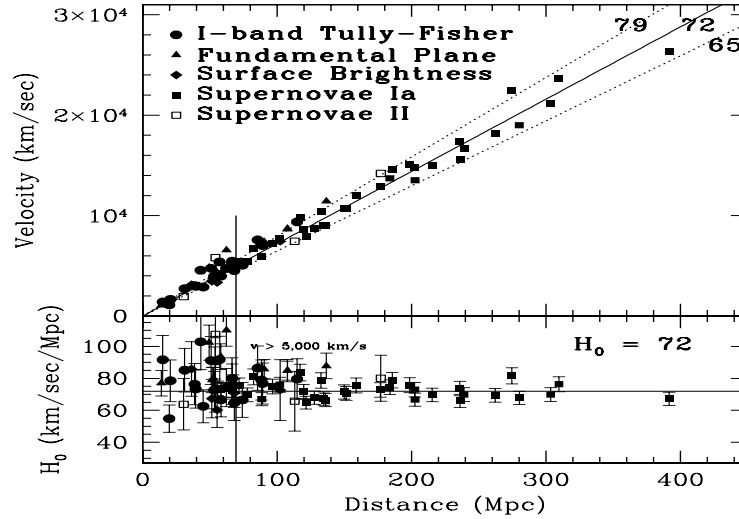


Figura 2.1: Resultado final do levantamento HST para determinação de H_0 . O melhor ajuste para estes dados fornece $H_0 = 72 \pm 7 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Figura retirada de [35]

ou seja, que esta velocidade de recessão cresce linearmente proporcional à distância entre o observador e os objetos interestelares considerados. A esta equação (2.7), damos o nome de Lei de Hubble, que possui grande relevância histórica por se tratar da primeira evidência observacional do Universo em expansão. Embora ela seja geralmente atribuída ao Hubble, esta expressão foi pioneiramente derivada por G. Lemaître em 1927 [34], que apresentou a ideia de um Universo em expansão segundo uma lei desta mesma natureza, estimando ainda uma taxa para a mesma, $H(t)$, chamada de Parâmetro de Hubble. A figura (2.1) apresenta dados obtidos por um levantamento moderno de vários objetos interestelares com o propósito de estimar H_0 [35].

2.2.2 Desvio para o vermelho cosmológico

Consideremos uma observação de uma galáxia distante realizada da Terra, localizada em (r, θ, ϕ) . O intervalo de tempo que um raio de luz demora para chegar ao observador, em $(0, \theta, \phi)$, pode ser calculado ao considerarmos $ds^2 = 0$ e $d\Omega^2 = 0$ em (2.6), pois os fótons seguem uma geodésica nula e a direção angular não muda devido. Assim, podemos chegar a seguinte relação:

$$\frac{dt}{a(t)} = \pm \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}. \quad (2.8)$$

Visto que r decresce conforme t aumenta, escolhemos o sinal negativo na equação acima. Integrando (2.8) no intervalo de tempo transcorrido entre o instante em que houve a emissão do fóton da galáxia e o instante em que ocorre a sua observação, obtemos:

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = - \int_r^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \equiv \chi, \quad (2.9)$$

onde χ corresponde à:

$$\chi = \begin{cases} \sin^{-1}(\sqrt{K}r)/\sqrt{K}, & \text{se } K > 0 \\ r, & \text{se } K = 0 \\ \sinh^{-1}(\sqrt{|K|}r)/\sqrt{|K|}, & \text{se } K < 0, \end{cases} \quad (2.10)$$

Considerando, agora, que a galáxia emite dois fótons sucessivamente, nos instantes t_e e $t_e + \Delta t_e$. Observamos este fóton nos instantes t_o e $t_o + \Delta t_o$, respectivamente, tal que (2.9) nos dá:

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_e + \Delta t_e}^{t_o + \Delta t_o} \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.11)$$

A equação (2.11) pode ser manipulada de modo que:

$$\int_{t_o}^{t_o + \Delta t_o} \frac{dt}{a(t)} - \int_{t_e}^{t_e + \Delta t_e} \frac{dt}{a(t)} = 0. \quad (2.12)$$

Supondo que Δt_e e Δt_o não sejam intervalos de tempo grandes o suficiente para que o fator de escala $a(t)$ sofra uma variação apreciável em sua dimensão, obtemos portanto:

$$\frac{\Delta t_o}{a(t_o)} = \frac{\Delta t_e}{a(t_e)}. \quad (2.13)$$

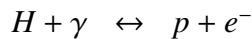
Esta expressão pode ser relacionada com o comprimento de onda do fóton no referencial próprio e no referencial do observador, de maneira a obtermos explicitamente uma relação entre o desvio doppler com o fator de escala, de acordo com:

$$\frac{\Delta t_o}{\Delta t_e} = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = 1 + z = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} = \frac{1}{a}, \quad (2.14)$$

onde $a(t_o) = a_0 = 1$, $a(t_e)$ é denotado simplesmente por a e $z = (\lambda_o - \lambda_e)/\lambda_e$, onde $z > 0$ indica desvio Doppler para o vermelho (*redshift*), enquanto $z < 0$ indica desvio Doppler para o azul (*blueshift*).

2.3 Radiação Cósmica de Fundo (RCF)

Ao recordarmos que a densidade de energia da radiação evolui com o tempo de acordo com $\rho_r \propto a^{-4}$, enquanto a dos bárions corresponde à $\rho_m \propto a^{-3}$, percebe-se que houve um instante na história cósmica em que a densidade de energia da radiação tornou-se inferior à ρ_m . Este instante é chamado de equipartição entre matéria e radiação, que ocorreu quando o Universo possuía $T \simeq 6 \times 10^3 \text{ K}$ ($t \simeq 3 \times 10^5$ anos). Assim, temos início a era da matéria. Conforme o Universo continua a expandir-se e, conseqüentemente, esfriar-se, os fótons que intermediam a reação



tornam-se menos energéticos e a foto-ionização do H diminui, e então, o Universo encontra-se

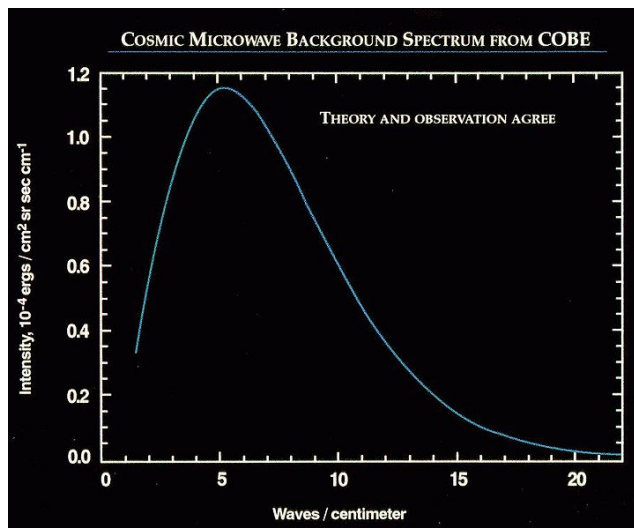


Figura 2.2: Espectro da RCF medido pela FIRAS.

em um regime transiente de um estágio ionizado para um estágio neutro.

Como nem todos os fótons do Universo encontravam-se com a mesma energia, esta transição não ocorre instantaneamente, mas sim em um intervalo de tempo de aproximadamente 7×10^4 anos. Isto decorre do momento em que a fração de bárions ionizados do Universo cai de 90% para 10%. A este período, damos o nome de recombinação.

Após a recombinação, existe a fase em que os fótons não mais interagem com os bárions e, por fim, desacoplam-se entre si. Isto ocorre quando a taxa de espalhamento dos fótons, $\Gamma = n\sigma\langle v \rangle$, onde n = densidade numérica da partícula que intermedia o espalhamento, σ = seção de choque deste mesmo espalhamento, e $\langle v \rangle$ = velocidade média em que ele ocorre, torna-se inferior a taxa de expansão do Universo, dada pelo parâmetro de Hubble $H(z)$. A partir de então, o Universo torna-se transparente, caracterizando a época do desacoplamento, sendo assim possível a formação das estruturas atômicas* que dão origem as estrelas, galáxias e aglomerados, enquanto os fótons podem propagar-se livremente, permeando o Universo como um fundo isotrópico de radiação que chamamos de Radiação Cósmica de Fundo (RCF). Um levantamento deste espectro encontra-se na figura (2.2) [36].

A RCF foi pioneiramente proposta por Gamow em 1946, cujo trabalho prevê um Universo cercado por uma radiação de fundo que comporta-se como um corpo negro cujo λ situa-se no limiar do micro-ondas, com temperatura entre $3 < T < 50$ K. Apesar do resultado intrigante, tal trabalho recebeu pouca atenção por parte da comunidade. Sua primeira detecção indireta se deu em 1940, por parte de McKellar, que obteve linhas de absorção do elemento CN na nuvem molecular de Oph em um estado excitado correspondente a uma temperatura de $T = 2.3$ K. Tal resultado foi novamente conferido por Alpher & Hermann, Le Roux e Shmaonov, durante a década de 1950, que obtiveram sinais de uma radiação isotrópica na faixa de micro-ondas mas novamente sem atrair grande atenção por parte da comunidade. Apenas em 1964, com o

* Apesar da energia necessária para a formação de hidrogênio neutro ser de 13.6 eV, há um atraso neste processo devido à alta entropia do Universo.

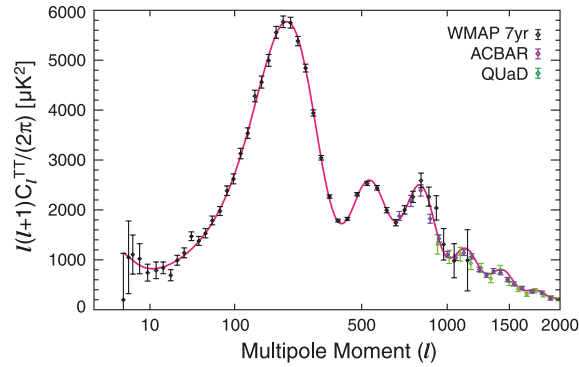


Figura 2.3: Espectro de potência das anisotropias de temperatura da RCF, obtidos por WMAP7, ACBAR e QUaD, em função do momento de multipolo ℓ . Figura retirada de [43]

trabalho de Penzias & Wilson, os quais detectaram o espectro da RCF em $\lambda = 3.2$ cm e $T = (3.5 \pm 1.0)$ K, foi quando a mesma consolidou-se na comunidade científica, tornando-se então o grande trunfo da TBB quanto às suas previsões teóricas [†].

Contudo, o espectro observado da RCF apresenta pequenas anisotropias de temperatura, tanto de natureza cinemática, que aparece como uma anisotropia de dipolo devido ao movimento do Grupo Local relativo à RCF, no limiar de 10^{-3} K, quanto de origens cosmológicas[‡] tal que $\Delta T \sim 30\mu\text{K}$, logo $\Delta T/T \simeq 10^{-5}$. Tais anisotropias foram previstas durante as décadas de 1960 a 1980, porém, somente por meio do satélite COBE (*Cosmic Microwave Background Explorer*) elas puderam ser detectadas com grande precisão, cujas observações do espectro da RCF coincidem com uma radiação de corpo negro onde $0.05 < \lambda < 0.5$ cm e $T = (2.725 \pm 0.002)$ K. Desde então, outros satélites foram lançados com este propósito, como o BOOMerang [39], CBI [40], e mais recentemente o WMAP, tendo ainda o Planck [41] a divulgar seus resultados nos próximos meses.

Podemos confrontar as previsões destas anisotropias de temperatura com as observações ao expandí-las em harmônicos esféricos, obedecendo:

$$\Delta T(\theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m}(\mathbf{n}), \quad (2.15)$$

onde ℓ e m representam a ordem do multipolo, \mathbf{n} corresponde à direção dos fótons e $Y_{\ell m}(\mathbf{n})$ os harmônicos esféricos, nos permitindo obter um mapa da temperatura da RCF [§]. Os coeficientes $a_{\ell m}$ são considerados independentes entre si, de modo que $\langle a_{\ell m}^T \rangle = 0$ e $\langle |a_{\ell m}^T|^2 \rangle \equiv C_{\ell}^T$. Este coeficiente C_{ℓ}^T , por sua vez, pode ser relacionado com as perturbações na temperatura, quando transformadas para o espaço de Fourier, de acordo com:

[†] Existe ainda um fundo de neutrinos que permeia isotropicamente o Universo, cuja temperatura é dada por $T_{\nu} = (4/11)^{1/3} T_{\gamma} \approx 1.95$ K, e $\Omega_{\nu} \approx 3.5 \times 10^{-5}$. No entanto, não houve a sua detecção até o presente momento.

[‡] Estas anisotropias de origem cosmológica podem ser divididas em primárias e secundárias. As primárias referem-se à efeitos que ocorreram na última superfície de espalhamento, por exemplo perturbações da densidade primordiais, já as secundárias dão conta dos processos de interação entre o fóton da RCF e potenciais gravitacionais, conhecido como o efeito Sachs-Wolfe [37], ou com o gás quente intra-aglomerados, correspondendo ao efeito Sunyaev-Zel'dovich [38].

[§] Uma abordagem semi-analítica empregada para a obtenção de ΔT em função de ℓ pode ser encontrada em [42]

$$\langle a_{\ell m}^{*T} a_{\ell' m'}^T \rangle = C_\ell^T \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} , \quad (2.16)$$

representando o espectro de potência da RCF. Em [43], é obtida uma expressão para este parâmetro C_ℓ^T com respeito à ordem do multipolo ℓ , tal como:

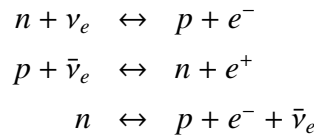
$$C_\ell^T = (C_2^T)^2 \frac{24\pi}{5} \frac{1}{\ell(\ell+1)} . \quad (2.17)$$

É comum, na literatura, gráficos desta quantidade versus o momento de multipolo ℓ , tal como apresentado na figura (2.3), original de [44].

2.4 Nucleossíntese primordial

A nucleossíntese primordial é o estudo da síntese dos elementos leves no Universo primordial, processo transcorrido nos primeiros minutos após o Big Bang[¶]. Conforme prediz a Teoria do Big Bang (TBB), o Universo inicialmente encontrava-se num estágio muito quente e denso, sofrendo um processo de resfriamento enquanto ocorre a sua expansão. Por causa desta relação entre idade e temperatura do Universo, podemos utilizar a temperatura do plasma matéria-radiação que constituía o Universo naquela era como um “relógio” que nos diz o instante em que ocorreram determinados eventos.

Quando o Universo tinha $T \sim 10^{11}$ K, as interações nucleares fracas e eletromagnéticas predominavam no Universo e mantinham prótons, nêutrons, elétrons, fótons, neutrinos e suas respectivas antipartículas em equilíbrio segundo as seguintes reações:



onde a razão entre as densidades numéricas dos nêutrons e prótons é dada por

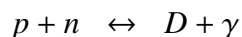
$$\frac{n_N}{n_p} = \left(\frac{m_N}{m_p} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Q_n}{kT} \right), \quad (2.18)$$

obtida através da estatística de Maxwell-Boltzmann para calcular a densidade numérica de cada partícula, sendo Q_n a diferença de massa entre nêutrons e prótons. A medida que T decresce a 5×10^{10} K, a razão (2.18) torna-se cada vez menor. Se ambas as partículas permanecessem em equilíbrio, existiria apenas um nêutron para cada milhão de fótons quando o Universo tivesse 6 minutos de idade. No entanto, isto não ocorre devido ao desacoplamento dos neutrinos e an-

[¶] Vale notar que, como a TRG é uma teoria não-quântica, temos como limite de nossos estudos a era de Planck, onde $t_{\text{Planck}} \sim 10^{-43}$ s. Ou seja, qualquer instante ocorrido antes de t_{Planck} demanda uma quantização da TRG, a qual não será detalhada em nossas análises.

tineutrinos do plasma primordial, partículas que intermediam as reações que garantem o equilíbrio entre prótons e nêutrons. Assim, esta razão congela após um certo instante em um valor de $n_N/n_P \sim 0.2$, ocorrendo em $T_{\text{cong}} \approx 9 \times 10^9 \text{K}$ (ou $t_{\text{cong}} \approx 1 \text{s}$).

A partir de $T \approx 9 \times 10^9 \text{K}$ ($E = 2.22 \text{ MeV}$), os fótons constituintes do plasma primordial não mais podiam impedir a captura de nêutrons por parte dos prótons por não possuir energia suficiente para isto, possibilitando a ocorrência da reação:



e assim, por intermédio do D, outros elementos puderam ser formados rapidamente, sendo eles Hélio-3 (${}^3\text{He}$)^{||}, Trítio (${}^3\text{H}$), Hélio-4 (${}^4\text{He}$) e Lítio-7 (${}^7\text{Li}$), tendo fim, então, a Nucleossíntese Primordial.

As abundâncias dos elementos produzidos pela nucleossíntese primordial podem ser observadas a partir do espectro de quasares distantes, que nos fornece a razão n_D/n_H próxima dos valores primordiais. Esta razão é de grande relevância para obtermos bons vínculos sobre o valor da razão entre as abundâncias de fótons e bárions, η , dada por:

$$\frac{n_D}{n_H} \approx 6.5\eta \left(\frac{kT}{m_N}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{B_D}{kT}\right), \quad (2.19)$$

onde $\eta = n_b/n_{\text{rel}}$, ou seja, a razão entre a densidade numérica dos bárions remanescentes do Universo (i.e., que não foram aniquilados devido à pequena assimetria entre matéria e antimatéria no Universo primordial) e a de partículas relativísticas. Segundo experimentos recentes, $n_D/n_H = (2.82 \pm 0.21) \times 10^{-5}$, de modo que $\eta = (6.19 \pm 0.15) \times 10^{-10}$. Regiões do meio interestelar (ISM, do inglês *interstellar medium*) extragalácticas pobres em metais nos fornecem, por sua vez, a abundância de ${}^4\text{He}$. Segundo [44], $Y_P \equiv n_{{}^4\text{He}}/n_H = 0.326 \pm 0.075$ com 68% de confiança **. No caso do ${}^7\text{Li}$, como ele é facilmente destruído no interior estelar devido à efeitos convectivos, a estimativa de sua abundância é dificultada. Para tal, empregam-se as estrelas mais quentes do halo galáctico onde tais efeitos mostram-se menos eficientes de modo que, segundo experimentos recentes, $n_{{}^7\text{Li}}/n_H = (1.23_{-0.32}^{+0.68}) \times 10^{-10}$. Estimativas destas abundâncias encontram-se na figura (2.4), retirada de [45], a qual mostra a boa concordância entre as observações e as previsões teóricas.

^{||} Apesar da estabilidade do núcleo de ${}^3\text{He}$ já ser permitida para $T \approx 5 \times 10^9 \text{K}$, era necessária a produção do D para a sua formação, porém este elemento não podia ser produzido sob tal temperatura.

** O elemento ${}^3\text{He}$ encontra-se acessível apenas no ISM da Via Láctea, no momento, tal que não pode ser medido em regiões de baixa metalicidade e, portanto, não podemos utilizá-lo para obter vínculos sobre sua abundância primordial

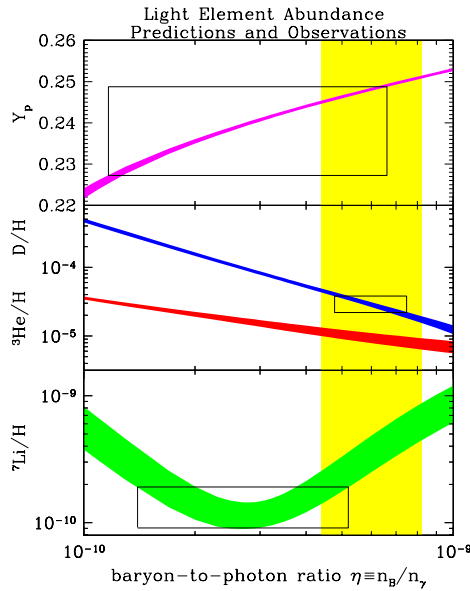


Figura 2.4: Comparação entre dados observacionais e previsões teóricas da Nucleossíntese Primordial, mostrando as abundâncias obtidas pela teoria e os limites observados. A largura das curvas representam o nível de confiança em 95% das previsões de cada abundância, enquanto as caixas na figura mostram as regiões que estas abundâncias determinadas observacionalmente preveem para η .

2.5 A dinâmica do Universo

2.5.1 Equações de Movimento

A partir da métrica FRW, podemos determinar as equações de movimento ao assumirmos que toda dinâmica do Universo é governada pelas equações de campo de Einstein, correspondente à:

$$G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = \chi T^{\mu\nu}, \quad (2.20)$$

onde $\chi = 8\pi G$, $G^{\mu\nu}$ o tensor de Einstein, ou seja, aquele que caracteriza a geometria do espaço-tempo, enquanto $T^{\mu\nu}$ corresponde ao tensor de energia-momento. De maneira concisa, podemos dizer que a equação (2.20) nos mostra a essência da TRG, que consiste na descrição de como a distribuição de matéria e energia afeta a geometria do espaço-tempo e vice-versa.

Através da (2.6), obtemos os seguintes resultados para o lado esquerdo de (2.20):

$$G_{00} = 3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{K}{a^2} \right], \quad G_{ij} = - \left[3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{K}{a^2} \right], \quad (2.21)$$

ao passo que, para o lado direito da mesma equação, temos:

$$T_{00} = \rho, \quad T_{ij} = -P, \quad T_{\mu\nu} = (\rho + P)U_\mu U_\nu + P g_{\mu\nu}. \quad (2.22)$$

Ao substituírmos (2.21) e (2.22) na (2.20), temos as equações de Lemaître-Friedmann, sendo elas:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{K}{a^2}, \quad (2.23)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\left(8\pi G P + 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{K}{a^2}\right). \quad (2.24)$$

No entanto, o Universo em que vivemos é constituído de diversas componentes. Podemos contabilizar suas influências nas duas últimas equações ao considerar que o tensor de energia-momento do fluido que permeia o Universo é formado pela soma dos tensores de energia-momento de cada componente, ou seja, $T^{\mu\nu} = \sum_{i=1}^N T_{(i)}^{\mu\nu}$, sendo i o índice que refere-se à cada uma delas. Assim, podemos reescrevê-las de tal forma que:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G \sum_{i=1}^N \rho_i}{3} - \frac{K}{a^2}, \quad (2.25)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\left(8\pi G \sum_{i=1}^N P_i + 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{K}{a^2}\right). \quad (2.26)$$

Através destas equações, é possível ainda obter a equação da conservação de energia. Sob a hipótese que as componentes que constituem o Universo encontram-se desacopladas entre si, obtemos a seguinte equação para cada uma delas:

$$\dot{\rho}_i + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_i + P_i) = 0, \quad (2.27)$$

e ainda a equação que nos fornece a aceleração do Universo, como segue:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_{i=1}^N (\rho_i + 3P_i). \quad (2.28)$$

2.5.2 Parâmetros Cosmológicos

Na subseção anterior, mostramos como podemos chegar às equações de Friedmann por meio das equações de campo. Tendo o propósito de relacioná-las diretamente com parâmetros fenomenológicos que caracterizam o conteúdo material do Universo, podemos então definí-los da seguinte maneira:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (\text{parâmetro de Hubble})$$

$$\Omega_m = \frac{8\pi G\rho_m}{3H^2} \quad (\text{parâmetro de densidade da matéria total, i.e., matéria escura fria + bariônica})$$

$$\Omega_r = \frac{8\pi G\rho_r}{3H^2} \quad (\text{parâmetro de densidade da radiação})$$

$$\Omega_{ee} = \frac{8\pi G\rho_{ee}}{3H^2} \quad (\text{parâmetro de densidade da energia escura})$$

$$\Omega_k = -\frac{K}{aH^2} \quad (\text{parâmetro de densidade da curvatura})$$

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \quad (\text{parâmetro de desaceleração})$$

Definimos a densidade crítica do Universo, ρ_c , como:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \approx 1.88h^2 \times 10^{-29} \text{ g cm}^{-3} \sim 10^{-47} \text{ GeV}^4, \quad (2.29)$$

de modo que os parâmetros de densidade para as componentes do fluido cósmico $\Omega_i = \rho_i/\rho_c$. Note também que ρ_c é a densidade de energia necessária para que o Universo possua geometria plana. Portanto, a densidade de energia total $\rho_{\text{total}} = \rho_m + \rho_r + \rho_{ee}$ aponta um Universo com geometria esférica se esta quantidade for superior a ρ_c , enquanto $\rho_{\text{total}} < \rho_c$ indica um Universo com geometria hiperbólica.

Sabemos, da Termodinâmica, que a equação de estado (EdE) da radiação equivale a $w_r \equiv P_r/\rho_r = 1/3$, enquanto a Termodinâmica nos diz que a EdE da matéria não-relativística vale $w_m = 0$. Assim, ao substituirmos os valores de w_m e w_r em (2.27), temos as seguintes relações:

$$\rho_r(z) = \rho_{r0}(1+z)^4, \quad (2.30)$$

$$\rho_m(z) = \rho_{m0}(1+z)^3, \quad (2.31)$$

que nos mostram a evolução temporal destas componentes. Para a energia escura, temos:

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee0} \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w_{ee}}{1+z'} dz'\right), \quad (2.32)$$

onde w_{ee} denota a EdE desta componente.

Utilizando as expressões mostradas acima, em conjunto da definição de *redshift* cosmológico, podemos reescrever a equação de Friedmann (2.25) como:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{k0}(1+z)^2 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{ee0}X(z)}, \quad (2.33)$$

onde $X(z) \equiv \rho_{ee}(z)/\rho_{ee}(0)$. Ainda sobre o estudo da dinâmica do Universo, é de relevância descrever como se dá a evolução temporal do fator de escala de acordo com a componente que domina a sua expansão. Para tal, voltamos à equação (2.23). Definindo $w = P/\rho$ como a EdE desta componente dominante, podemos reescrevê-la de acordo com:

$$\dot{a}(t) = \left[\Omega_0 a^{-(1+3w)/2} - K \right]^{1/2} . \quad (2.34)$$

Para um Universo plano, i.e., $K = 0$, e caso $w \neq -1$, esta equação diferencial pode ser resolvida facilmente, nos fornecendo:

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}} , \quad (2.35)$$

onde $a(t) \propto t^{1/2}$ na fase primordial do Universo, quando a radiação era a componente dominante, ao passo que $a(t) \propto t^{2/3}$ na era da matéria. Para a fase atual, o valor de $a(t)$ depende intrinsecamente do modelo que assumimos em w_{ee} .

2.6 Distâncias cosmológicas

Em Cosmologia, é possível obter a distância até um objeto por intermédio de seu *redshift* z , ao assumir um dado conteúdo material para o Universo assim como a sua geometria. Nesta seção, apresentamos as definições de distância-*redshift* que possuem maiores aplicações na Cosmologia moderna.

2.6.1 Distância de luminosidade

Considerando uma fonte luminosa esfericamente simétrica, podemos definir o seu fluxo F de acordo com:

$$F(R) = \frac{L}{4\pi R^2} . \quad (2.36)$$

É possível deduzir a dependência entre o fluxo observado e o emitido reescrevendo o elemento de linha (2.6) como:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[d\chi^2 + S_K^2(\chi)d\Omega^2] , \quad (2.37)$$

onde ^{††}

$$S_K(\chi) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\sqrt{K}\chi), & \text{se } K > 0 \\ \chi, & \text{se } K = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{|K|}} \sinh(\sqrt{|K|}\chi), & \text{se } K < 0, \end{cases} \quad (2.38)$$

^{††} Podemos reescrever χ em função de z , tal como $\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$.

tal que χ representa a coordenada radial comóvel na linha de visada, enquanto $S_K(\chi)$ equivale à distância radial comóvel, a qual será simbolizada por $D_R(z)$ daqui em diante. Assim, podemos reescrever o fluxo (2.36) como:

$$F_e = \frac{L_e}{4\pi D_R(z)^2} . \quad (2.39)$$

Podemos escrever a luminosidade de uma fonte no instante da emissão de um fóton, t_e , de acordo com:

$$L_e = \frac{\Delta E_e}{\Delta t_e} , \quad (2.40)$$

ao passo que a luminosidade medida por um observador em t_o é dada por

$$L_o = \frac{\Delta E_o}{\Delta t_o} . \quad (2.41)$$

Como $\Delta E \propto \nu$, e $\Delta t \propto \nu^{-1}$, as equações (2.40) e (2.41) relacionam-se por:

$$L_o = \frac{L_e}{(1+z)^2} . \quad (2.42)$$

Substituindo (2.42) em (2.39), obtemos o fluxo observado tal qual:

$$F_o = \frac{L_e}{4\pi D_L(z)^2} , \quad (2.43)$$

onde $D_L(z)$ denota a distância de luminosidade, sendo definida por:

$$D_L(z) \equiv (1+z)D_R(z) . \quad (2.44)$$

2.6.2 Distância de diâmetro angular

Podemos também medir distâncias cosmológicas através da dimensão física de um objeto que observamos no céu. A essa distância, denominamos de distância de diâmetro angular. Consideremos a observação de um objeto que encontra-se alinhado perpendicular à linha de visada do observador, cuja dimensão física é dada por l , e as extremidades deste objeto encontram-se separadas por uma distância angular $\delta\theta$. Assumindo $\delta\theta \ll 1^\circ$, podemos obter a distância de diâmetro angular explicitamente de acordo com:

$$D_A(z) = \frac{l}{\delta\theta} . \quad (2.45)$$

Supondo que estamos num Universo descrito pela métrica FRW, podemos estimar a dependência de $D_A(z)$ da seguinte maneira: no instante em que há a emissão de dois fótons deste objeto, sabemos que as suas coordenadas comóveis são (r, θ_1, ϕ) e (r, θ_2, ϕ) . Sabemos também que estes fótons seguem geodésicas nulas ao longo da dimensão do objeto, tal que $r = \phi = \text{constante}$.

Assim, a distância l entre as duas extremidades do objeto é dada por:

$$l = a(t)D_R(z)\delta\theta . \quad (2.46)$$

Aplicando este resultado na equação (2.45), obtemos

$$D_A(z) = \frac{D_R(z)}{1+z} . \quad (2.47)$$

As equações (2.47) e (2.44) podem ser relacionadas via:

$$\frac{D_L(z)}{D_A(z)} = (1+z)^{-2} , \quad (2.48)$$

conhecida como a relação de dualidade de distância. Tal relação foi definida por Etherington em 1933 [46], sendo válida independente de qualquer suposição realizada sobre o conteúdo energético do Universo ou sobre suas equações de campo, a menos de um modelo cosmológico que não assuma geometria Riemanniana, e tampouco conservação do número de fótons.

2.7 A Constante Cosmológica

Como mencionado anteriormente, Einstein inseriu a Constante Cosmológica Λ em seu modelo cosmológico a fim de compatibilizar a ideia de um Universo estático com as equações de campo. Este termo modifica as equações de campo da TRG (2.20) de acordo com:

$$G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R + \Lambda g^{\mu\nu} = 8\pi GT^{\mu\nu} . \quad (2.49)$$

As etapas consideradas a fim de obter a expressão acima podem ser encontradas em [47]. Vale notar que o Λ pode assumir tanto valores negativos, resultando em uma força atrativa de tal modo que o Universo colapsa após um período de expansão, quanto valores positivos, podendo assim contrabalançar os efeitos da gravidade em largas escalas e evitar este colapso. No entanto, para que Einstein obtivesse êxito em seu modelo, seria necessário um ajuste fino muito grande sobre Λ a fim de equilibrar perfeitamente a ação atrativa da gravidade através da repulsão proveniente deste termo, levando Einstein a abandonar a Constante Cosmológica e, conseqüentemente, seu modelo cosmológico. Contudo, análises conduzidas por [12] e Perlmutter [13]^{‡‡} via observações de Supernovas do tipo Ia mostraram que o Universo encontra-se em uma fase de expansão acelerada, e que a componente responsável por ela favorece um modelo Λ plano, de forma que

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = 0.725 \pm 0.016 , \quad (2.50)$$

^{‡‡} Ambos os autores foram laureados com o Prêmio Nobel de Física em 2011 por estes trabalhos, juntamente com Brian P. Schmidt.

tal como obtida em [44]. Considerando que $\rho_\Lambda = \left(\frac{3H_0^2}{8\pi G}\right)\Omega_\Lambda \approx 10^{-47} \text{ GeV}^{-4}$, este valor apresenta uma discrepância de 40 a 121 ordens de magnitude em relação às previsões oriundas da Teoria Quântica de Campos (TQC), caso consideremos a Constante Cosmológica como sendo a densidade energia do vácuo, ou seja, $\rho_\Lambda = \rho_{\text{vac}}$. Esta discrepância pode ser visualizada com mais clareza ao calcularmos ρ_{vac} explicitamente de acordo com a TQC. Sabendo que todo sistema físico possui energia não-nula em seu estado fundamental sob o ponto de vista da Mecânica Quântica, tal que $E = \omega/2$, onde $\omega = \sqrt{k/m}$, e que a TQC estabelece que todo campo quântico pode ser tratado como um conjunto infinito de osciladores harmônicos independentes, temos que a energia total do estado fundamental é dada pela soma das energias de ponto zero de cada um dos osciladores constituintes desse sistema, i.e. $E = \sum_{k=1}^{\infty} \omega(k)/2$. Portanto, a densidade total da energia do vácuo é dada por:

$$\rho_{\text{vac}} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\infty} dk k^2 \sqrt{k^2 + m^2}. \quad (2.51)$$

Como esta integral resulta em $\rho_{\text{vac}} \propto k^4$, a densidade de energia do vácuo diverge, o que torna necessário definir uma escala de corte k_{max} , que estabelece um limite no qual a TQC permanece válida. Assim, temos:

$$\rho_{\text{vac}} = \frac{k_{\text{max}}^4}{16\pi^2}, \quad (2.52)$$

tal que, para $k_{\text{max}} = m_{\text{Planck}} \sim 10^{19} \text{ GeV}$, obtemos $\rho_{\text{vac}} = 10^{74} \text{ GeV}^4$, correspondente à 121 ordens de magnitude de discrepância com os resultados observacionais. Se impormos a escala de corte em 0.3 GeV, esta discrepância reduz para 10^{40} , aproximadamente, que ainda assim é um valor muito alto. Isto constitui um dos problemas mais intrigantes da Física Teórica e que, no presente momento, permanece em aberto.

Do ponto de vista da dinâmica do Universo, um modelo cosmológico que adota Λ positivo tem a sua evolução dada por:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G \sum_{i=1}^N \rho_i}{3} - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.53)$$

que pode ser reescrita em termos dos parâmetros de densidade da matéria como segue^{§§}:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_k(1+z)^2 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^4 + \Omega_\Lambda}, \quad (2.54)$$

visto que $w_\Lambda = -1$, ou seja, que a densidade de energia desta componente é constante. Por fim, a equação de Raychaudhuri escreve-se em termos da Constante Cosmológica de acordo com:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_{i=1}^N (\rho_i + 3P_i) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.55)$$

^{§§} Doravante, os sub-índices 0 serão omitidos dos parâmetros de densidade quando representamos os seus valores atuais.

Componente	Escala de energia	ρ_Λ
QCD	0.3 GeV	$\simeq 10^{36}$ erg/cm ³
Eletrofraca	10^2 GeV	$\simeq 10^{47}$ erg/cm ³
GUT	10^{16} GeV	$\simeq 10^{102}$ erg/cm ³
Planck	10^{18} GeV	$\simeq 10^{110}$ erg/cm ³

Tabela 2.1: Contribuição esperada para a densidade de energia do vácuo.

Numa era dominada por Λ , o fator de escala $a(t)$ é dado por:

$$a(t) \simeq a_{m\Lambda} \exp\left(\sqrt{1 - \Omega_m} H_0 t\right), \quad (2.56)$$

onde $a_{m\Lambda}$ é o fator de escala quando ocorre a equipartição entre matéria e Λ na contribuição total do conteúdo energético do Universo, i.e. $a_{m\Lambda} = (\Omega_m/\Omega_\Lambda)^{1/3}$. A contribuição esperada para a densidade de energia do vácuo encontra-se na tabela (2.1) [48]

3 Testes observacionais

3.1 Introdução

Com o advento de novas tecnologias, a instrumentação da Astronomia tem aprimorado-se de tal maneira a podermos realizar observações cada vez mais numerosas e mais confiáveis. Tal feito nos proporcionou um profundo impacto na concepção do Universo e revolucionou a Cosmologia moderna, em especial através das descobertas que ocorreram durante o século XX: a expansão do Universo, a detecção da RCF e, mais recentemente, a aceleração cósmica. Desde então, a comunidade científica debruçou-se sobre esta questão, valendo-se do volume crescente dos dados observacionais para obter estimativas cada vez mais precisas do conteúdo material do Universo, concentrando maior parte da atenção sobre a componente exótica supostamente responsável pela aceleração cósmica. Existem diversos testes que podem ser realizados com o propósito de obter vínculos sobre modelos cosmológicos, baseando-se na relação entre uma grandeza intrínseca de um objeto interestelar e o seu respectivo *redshift*, os quais são classificados como segue:

- **Vela padrão:** Fontes luminosas cuja luminosidade intrínseca L é bem estabelecida. Assim, podemos medir a que distância (dada pela equação (2.44)) este objeto encontra-se do observador tendo posse de sua magnitude aparente e seu respectivo *redshift*, sem nos preocuparmos com a questão de um determinado objeto da mesma classe nos parecer mais luminoso por conta de sua L ser distinta dos demais. Exemplos de objetos considerados como tal, ou como velas padronizáveis, são Estrelas Variáveis do tipo Cefeida, Supernovas tipo Ia (SNe Ia) e *Gamma-Ray Bursts* (GRB), ainda que este último seja de mais difícil padronização do que os anteriores.
- **Régua padrão:** Tratam-se de objetos (ou arranjos deles) cujo comprimento perpendicular à linha de visada é bem conhecido *a priori*. Isto nos permite obter a distância em que eles se encontram do observador, que é dada pela equação (2.47). Medidas de OAB obtidas pela análise estatística de separação entre pares de galáxias, o horizonte da superfície do

último espalhamento medido pelo espectro de potência da RCF, e mesmo aglomerados de galáxias, podem ser utilizados como tais.

- **População padrão:** Contagem do número de populações discretas como galáxias, quasares, etc. como função de z , da magnitude ou fluxo, de modo a medirmos a evolução do elemento de volume cósmico. Para tal, são necessárias populações cuja densidade comóvel evolua com a expansão do Universo.
- **Relógio padrão:** Consiste em medidas da idade de um objeto interestelar com respeito ao *redshift* associado ao mesmo, o que pode ser realizado via equação (3.26).
- Medidas diretas do parâmetro de Hubble $H(z)$ para objetos distantes.

Daremos ênfase aos principais testes empregados na literatura, sendo eles SNe Ia, OAB, RCF e idades de galáxias em altos *redshifts*. Já o formalismo estatístico utilizado para estimativa de vínculos cosmológicos encontra-se no Apêndice 1.

3.2 Supernovas tipo Ia

Sendo um dos objetos mais empregados para testes de modelos cosmológicos, Supernovas do tipo Ia correspondem à última fase do ciclo de vida estelar, cujo progenitor consiste em um sistema binário constituído por uma Anã Branca de carbono ou oxigênio e uma estrela companheira. A Anã Branca acreta massa desta companheira até o instante em que excede o limite de Chandrasekhar [49], que vale $\approx 1.4M_{\odot}$, ocorrendo assim uma explosão em seu núcleo de forma que o Carbono (ou Oxigênio) é convertido em Ferro, e cujas chamas resultantes propagam-se para o exterior do objeto. Este fenômeno libera uma quantidade muito grande de energia, fazendo com que as SNe Ia sejam extraordinariamente brilhantes, capazes até de ofuscar as estrelas de brilho moderado de uma galáxia por vários dias. Por isto, podemos detectá-las mesmo em altos *redshifts*.

Devido à boa concordância entre a luminosidade máxima, $L_{\text{pico}} \sim 10^{10}L_{\odot}$, e a sua curva de luz, bem como um tempo de decaimento de aproximadamente um mês, podemos obter um espectro padronizado de sua forma, nos permitindo mapear a expansão cósmica ao comparar L_{pico} das SNe Ia longínquas com o das mais próximas, situadas em $0.03 < z < 0.1$, que atuam como calibradoras. Portanto, o fato de serem extremamente brilhantes, junto com a padronização de sua curva de luz, as tornam a melhor vela padronizável que dispomos no momento.

Para calcular a distância em que encontra-se uma SNe Ia, utilizamos a magnitude (bolométrica) aparente m , que escreve-se como:

$$m \equiv -2.5 \log_{10}(f/f_x), \quad (3.1)$$

onde $f_x = 2.53 \times 10^{-8}$ watt m^{-2} consiste em um fluxo de referência. Devido ao sinal da equação (3.1), quanto mais negativo for o valor de m , mais brilhante tal objeto nos aparece.

Podemos ainda estabelecer a magnitude absoluta M , também bolométrica, que consiste na magnitude aparente de uma fonte luminosa caso estivesse a uma distância de 10 pc da Terra. Assim, podemos escrevê-la como:

$$M \equiv -2.5 \log_{10}(L/L_x), \quad (3.2)$$

que pode ser relacionada com (3.1) através de:

$$\mu \equiv m - M = 5 \log_{10} \left[\frac{D_L(z)}{1 \text{Mpc}} \right] + 25 = 5 \log_{10}[D_L(z)] + \mu_0, \quad (3.3)$$

sendo $\mu_0 = 42.38 - 5 \log_{10} h$, com h definido por $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

A maior amostra de observações de SNe Ia, no presente momento, é referida como Union2.1, tratando-se de uma compilação de 580 SNe Ia, ao todo, constituída dos 557 dados originais das amostras de [50, 12, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57], que já compunham a versão anterior, Union2 [58], em conjunto de observações mais recentes realizadas em altos z e de novos critérios para cortes de qualidade na calibração de suas curvas de luz, cujo detalhamento encontra-se na seção 4.5 de [59].

3.3 Oscilações acústicas bariônicas

Oscilações acústicas bariônicas (OAB) tem sido consideradas, recentemente, como um observável promissor a fim de impor bons vínculos sobre a energia escura. As OAB tem origem no plasma primordial dos primeiros milhares de anos do Universo, onde fótons e bárions encontravam-se fortemente acoplados, e nele havia uma disputa entre a pressão de radiação e as forças gravitacionais, assim, formando oscilações acústicas das perturbações de densidade antes da era da recombinação, propagando-se a velocidade de $c_s \simeq c / \sqrt{3}$ [60, 61]. A partir da era do desacoplamento, a energia térmica dos bárions decai a valores muito abaixo de sua energia de repouso, de modo que eles tornam-se não-relativísticos, e assim a velocidade da onda de pressão que, por sua vez, é igual a velocidade do som no meio, torna-se nula, fazendo com que esta onda acústica estacione. Tal evento deixa como assinatura uma escala de tamanho característico r_s na distribuição espacial dos bárions, definida por:

$$r_s \equiv s = \int_{z_d}^{\infty} \frac{c_s(z)}{H(z)} dz, \quad (3.4)$$

sendo z_d o *redshift* na época do arrasto dos bárions (*baryon drag epoch*). Esta grandeza é conhecida como a escala do horizonte acústico, cujo valor comóvel é de $\sim 150 \text{ Mpc}$. Como consequência da mesma, esperamos que as galáxias se distribuam espacialmente com um excesso de probabilidade formarem pares separados por este valor de s , sendo esta a razão pela qual as OAB são consideradas régua padrão estatísticas.

Levantamentos observacionais de galáxias foram realizados nos últimos anos com o propósito

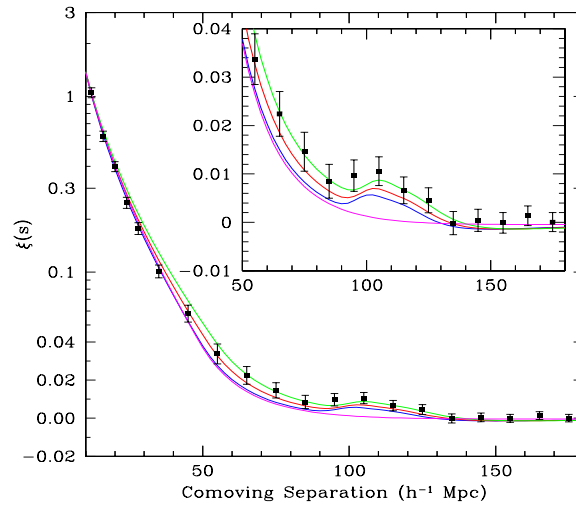


Figura 3.1: O pico acústico bariônico obtido pela função de correlação $\xi(s)$. Nota-se, por este gráfico, a sensibilidade deste medidor frente à densidade de matéria escura fria, tal que $\Omega_m h^2 = 0.12$ para a curva verde, 0.13 para a vermelha e 0.14 para a azul, com $\Omega_b h^2 = 0.024$ para todos. Já a curva rosa representa o caso em que $\Omega_m h^2 = 0$, mostrando que este pico característico não seria detectável na ausência desta componente.

de detectar este sinal de OAB impresso na separação entre seus pares [60, 62, 63, 64, 65], obtido através da combinação de um modo radial, relacionado à $H(z)$, e um modo transversal, este descrito em função de $D_A(z)$, sendo ambos medidos em unidades do horizonte acústico s^* e em fatias de *redshift*. Um exemplo deste sinal das OAB encontra-se na figura (3.1), a qual foi retirada de [66].

Podemos visualizar como o sinal de OAB é obtido por meio da figura (3.2), a qual foi retirada de [65]. Sua escala ao longo da linha de visada pode ser expressa em termos de s_{\parallel} e do fator de expansão do Universo, $H(z)$, o que é equivalente a medir diferenças de *redshift*. Assim, temos:

$$s_{\parallel} H(z) = c \Delta z, \quad (3.5)$$

ao passo que a escala de OAB projetada na direção perpendicular à linha de visada pode ser relacionada com variações de tamanhos angulares. Com isto, temos:

$$\frac{s_{\perp}}{D_A(z)} = \Delta \theta (1 + z), \quad (3.6)$$

sendo $D_A(z)$ dada por (2.47). Observamos o sinal proveniente das OAB pela seguinte combinação destes modos:

$$D_V(z) = \left\{ \left(\frac{s_{\perp}}{\Delta \theta} \right)^2 s_{\parallel} \right\}^{1/3} = \left[D_A(z)^2 (1 + z)^2 \frac{c \Delta z}{H(z)} \right]^{1/3}, \quad (3.7)$$

* Levantamentos observacionais de galáxias estimam este sinal através de $\xi(s) = \langle \tilde{\delta}(\mathbf{x}_1) \tilde{\delta}(\mathbf{x}_2) \rangle$, sendo $\tilde{\delta}(\mathbf{x}_i) = \delta \rho(\mathbf{x}_i) / \rho(\mathbf{x}_i)$ o contraste da densidade da matéria. $\xi(s)$ é conhecido na literatura como a função de correlação.

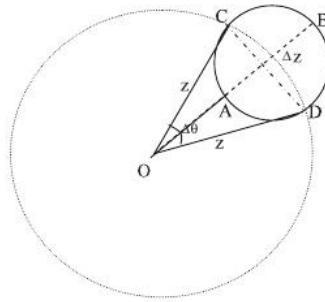


Figure 6. A spherical shell in redshift space.

Figura 3.2: Representação do sinal de OAB, cuja assinatura na distribuição espacial das galáxias pode ser medida através de um modo radial e um transversal. Ambos são medidos em unidades do horizonte acústico, s , para varias fatias de *redshift*.

sendo esta a grandeza que pode ser utilizada a fim de obtermos vínculos sobre modelos cosmológicos através de OAB. No entanto, através de (3.7), podemos definir outras grandezas que servem para o mesmo propósito. Uma delas é o parâmetro $A(z)$ [67], que escreve-se da seguinte maneira:

$$A(z) = D_V(z) \left(\frac{H_0 \sqrt{\Omega_m}}{z} \right) = \frac{H_0 \sqrt{\Omega_m}}{\{H(z)\}^{1/3}} \left[\frac{1}{z} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right]^{2/3}, \quad (3.8)$$

caso assumamos $\Omega_k = 0$. Existe também a denominada razão RCF-OAB, que compara a escala dada por $D_V(z)$ no *redshift* em que observa-se o sinal de OAB com a escala do horizonte acústico na época em que os bárions encontram-se livres do arrasto Compton produzido pelos fótons. Portanto, podemos defini-la segundo a equação:

$$d_z(z) \equiv s(z_d)/D_V(z). \quad (3.9)$$

Para cálculo de z_d , podemos usar o ajuste fornecido em [68], como segue:

$$z_d = \frac{1291(\Omega_m h^2)^{0.251}}{1 + 0.659(\Omega_m h^2)^{0.828} [1 + b_1(\Omega_b h^2)^{b_2}]}, \quad (3.10)$$

$$b_1 = 0.313(\Omega_m h^2)^{-0.419} [1 + 0.607(\Omega_m h^2)^{0.674}], \quad b_2 = 0.238(\Omega_m h^2)^{0.223}. \quad (3.11)$$

Podemos obter uma expressão analítica para (3.9) ao reescrevermos (3.4) apropriadamente. Sabendo que apenas a matéria e os fótons dominavam nesta época, temos $E(z) = H(z)/H_0 = \sqrt{\Omega_m} \sqrt{a + a_{\text{eq}}}/a^2$, onde a_{eq} é o fator de escala onde ocorre a equipartição matéria-radiação. Assim, podemos escrever s (em unidades de Mpc) como:

$$s(z_d) = \frac{c}{3H_0 \sqrt{\Omega_m}} \int_0^{a_d} \frac{1}{\sqrt{1 + R_s(a)}} \frac{1}{\sqrt{a + a_{\text{eq}}}} da, \quad (3.12)$$

onde $\omega_i \equiv \Omega_i h^2$, $R_s(a) = (3\omega_b/4\omega_\gamma)a$, b e γ representam os bárions e os fótons da RCF, respectivamente. A expressão (3.12) pode ser integrada analiticamente, fornecendo:

$$s(z_d) = \frac{4}{3} \frac{ch}{H_0} \sqrt{\frac{\omega_\gamma}{\omega_m}} \omega_b \ln \left(\frac{\sqrt{R_s^d + R_s^{eq}} + \sqrt{1 + R_s^d}}{1 + \sqrt{R_s^{eq}}} \right), \quad (3.13)$$

sendo $R_s^{eq} = R_s(a_{eq})$, $R_s^d = R_s(a_d)$, $a_d = (1 + z_d)^{-1}$, tal como mostrada em [65]. Utilizando a expressão (3.13) e (2.47), obtemos d_z como segue

$$d_z(z) = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\omega_\gamma}{\Omega_m \omega_b}} \left[\frac{z}{E(z)} \right]^{-1/3} [D_R(z)]^{-2/3} \ln \left(\frac{\sqrt{R_s^d + R_s^{eq}} + \sqrt{1 + R_s^d}}{1 + \sqrt{R_s^{eq}}} \right). \quad (3.14)$$

De acordo com as medidas da escala das OAB realizadas por SDSS DR7 [69], temos $d_z(0.20) = 0.1905$ e $d_z(0.35) = 0.1097$, cuja matriz de covariância inversa destas medidas, ou seja, matriz que contém informações acerca de suas incertezas[†], é:

$$(C_{\text{OAB,SDSS}}^{-1}) = \begin{pmatrix} 30124 & -17227 \\ -17227 & 86977 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

enquanto as observações do levantamento 6dF [64] fornecem $d_z(0.106) = 0.336 \pm 0.015$, e as do WiggleZ [63] estimam $A(0.44) = 0.474$, $A(0.60) = 0.442$, $A(0.73) = 0.424$, tendo a respectiva matriz de covariância inversa dada por

$$(C_{\text{OAB,WiggleZ}}^{-1}) = \begin{pmatrix} 1040.3 & -807.5 & 336.8 \\ -807.5 & 3720.3 & -1551.9 \\ 336.8 & -1551.9 & 2914.9 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

3.4 Radiação Cós mica de Fundo como teste cosmológico

Outro teste cosmológico que pode ser realizado por intermédio de régua s padrões consiste na localização dos picos acústicos da RCF. Para tal, definimos o ângulo característico destes picos de acordo com

$$\theta_A \equiv \frac{r_s(z_{\text{des}})}{D_A^c(z_{\text{des}})}, \quad (3.17)$$

onde z_{des} denota o *redshift* quando ocorre o desacoplamento entre matéria e radiação, podendo ser obtido através de um ajuste dado por [42]:

$$z_{\text{des}} = 1048(1 + 0.00124\omega_b^{-0.738})(1 + g_1\omega_m^{g_2}), \quad (3.18)$$

[†] Ver apêndice 1 sobre como esta matriz C^{-1} pode ser utilizada em testes cosmológicos.

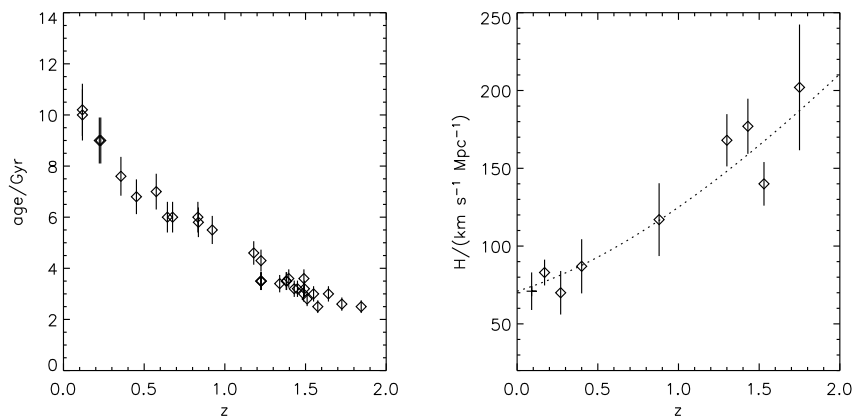


Figura 3.3: Amostra observacional de $t(z)$ em termos do *redshift* z de cada objeto (painel da esquerda), em conjunto do diagrama de Hubble desta mesma amostra (painel da direita). Figura retirada de [71]

$$g_1 = \frac{0.0783\omega_b^{-0.238}}{1 + 39.5\omega_b^{0.763}}, \quad g_2 = \frac{0.560}{1 + 21.1\omega_b^{1.81}}. \quad (3.19)$$

$r_s(\text{des})$, por sua vez, representa o horizonte acústico no z onde ocorre o desacoplamento entre fótons e bárions, e por fim $D_A^c(z_{\text{des}})$ refere-se à distância de diâmetro angular comóvel, tal como $D_A^c(z) = D_A(z)(1+z)$. Sendo assim, a ordem do multipolo correspondente a este ângulo é:

$$\ell_A = \frac{\pi}{\theta_A} = \pi \frac{D_A^c(z_{\text{des}})}{r_s(z_{\text{des}})}, \quad (3.20)$$

Da equação (2.47), podemos escrever $D_A^c(z_{\text{des}})$ explicitamente em termos dos parâmetros cosmológicos, como segue:

$$D_A^c(z_{\text{des}}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m}} \mathcal{R}(z_{\text{des}}), \quad (3.21)$$

sendo \mathcal{R} o *shift parameter* da RCF, que atende por [70]:

$$\mathcal{R}(z_{\text{des}}) = \sqrt{\Omega_m} D_R(z_{\text{des}}), \quad (3.22)$$

tal que D_R é definido em (2.38). Assim, podemos escrever ℓ_A em função do parâmetro $\mathcal{R}(z_{\text{des}})$, tal que:

$$\ell_A = \frac{3\pi}{4} \sqrt{\frac{\omega_b}{\omega_\gamma}} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{R_s^d + R_s^{eq}} + \sqrt{1 + R_s^d}}{1 + \sqrt{R_s^{eq}}} \right) \right]^{-1} \mathcal{R}(z_{\text{des}}). \quad (3.23)$$

Observações recentes da RCF [44] fornecem $\omega_b = 0.02253h^{-2}$ e $\omega_\gamma = 2.469 \times 10^{-5}h^{-2}$, para ($T_{\text{RCF}} = 2.725$ K, assim como $\ell_A = 302.09$, $\mathcal{R} = 1.725$ e $z_{\text{des}} = 1091.3$ como resultado de

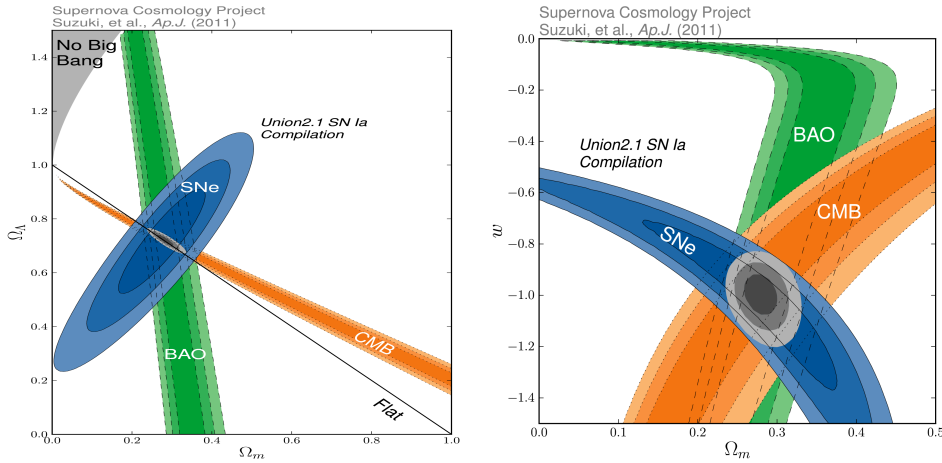


Figura 3.4: Níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ obtidos para os dados de SNe Ia (Union2.1), OAB (SDSS) e RCF (WMAP7), bem como a análise conjunta de todos estes observáveis, tanto para o modelo Λ CDM (painel da esquerda) quanto para o w CDM plano (painel da direita). Vale notar que apenas os erros estatísticos das observações de SNe Ia foram considerados nesta análise.

máxima verossimilhança, cuja matriz de covariância inversa é dada por:

$$[C_{\text{RCF}}]^{-1} = \begin{pmatrix} 2.305 & 29.268 & -1.333 \\ 29.698 & 6825.27 & -113.180 \\ -1.333 & -113.180 & 3.414 \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

3.5 Idade de objetos cosmológicos

Conforme retrocedemos no tempo, observamos um Universo cada vez mais jovem. Se pudéssemos retroceder a um passado ainda mais distante, observaríamos inclusive a época em que galáxias se formaram devido às inhomogeneidades na distribuição de matéria nesta fase do Universo. Por meio da equação (2.33), podemos escrever a idade de um objeto em função de seu respectivo *redshift*, como segue:

$$\frac{da}{dt} = aH_0 \sqrt{\Omega_k a^{-2} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_{\text{ce}} X(a)}, \quad (3.25)$$

onde $X(a)$ codifica as informações sobre o modelo cosmológico assumido. Integrando ambos os lados de (3.25) no tempo, e valendo-se da relação entre a e z dada por (2.14), obtemos:

$$t(z) = H_0^{-1} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')}, \quad (3.26)$$

sendo $E(z) \equiv H(z)/H_0$, e $t(z)$ a expressão que determina a idade do Universo em função de seu respectivo *redshift* [71]. Podemos também definir o *lookback time*, que refere-se à diferença entre a idade do Universo hoje e a idade que ele possuía quando o fóton do objeto observado em um certo z foi emitido, ou seja:

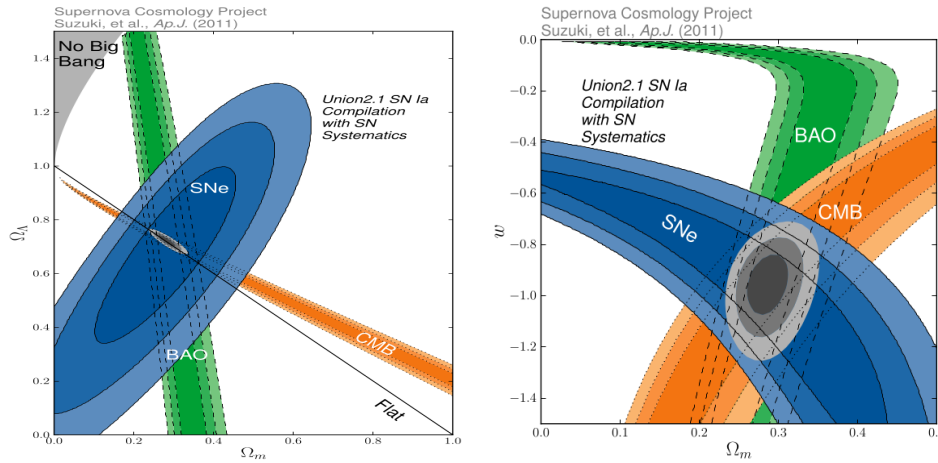


Figura 3.5: Níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ obtidos para os dados de SNe Ia (Union2.1), OAB (SDSS) e RCF (WMAP7) e a análise conjunta de todos eles, tanto para o modelo Λ CDM (painel da esquerda) quanto para o w CDM plano (painel da direita). Vale notar que os erros sistemáticos das observações de SNe Ia foram incluídos desta vez.

$$t(z) = H_0^{-1} \left[\int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')} - \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')} \right] = H_0^{-1} \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')E(z')} . \quad (3.27)$$

Segundo observações do WMAP7 [44], a idade do Universo hoje é $t_0 = (13.76 \pm 0.11)$ Ganos, com barra de erro em 1σ .

Portanto, a datação de objetos em altos *redshifts* pode nos fornecer informações acerca do Universo que nós vivemos. Existe uma amostra observacional compilada por [72], a qual é composta por galáxias elípticas antigas (*field early-type galaxies*, segundo a classificação de E. Hubble) [73, 74, 75], galáxias vermelhas do levantamento *Gemini Deep Survey* (GDDS) [76] e duas rádio-galáxias 53W091 e 53W069 [77, 78, 79], e cujas idades foram estimadas via modelos *SPEED* [80]. No total, dispomos de 32 dados de $t(z)$ com incerteza associada às medidas de 10%, tal como mostrada na figura (3.3) e listada em [81].

Um ponto crucial em testes cosmológicos desta natureza refere-se ao chamado de tempo de incubação. Esta grandeza contabiliza o intervalo de tempo entre o começo da formação de estruturas do Universo e o instante que o objeto em questão foi formado [82, 83]. Portanto, a idade real deste objeto é dada por:

$$t_{\text{real}}(z) = t_{\text{obs}}(z) + \tau . \quad (3.28)$$

$t_{\text{obs}}(z)$ denota o $t(z)$ da equação (3.26), ou seja, o instante em que iniciou-se a sua formação estelar do objeto, permitindo com que ele seja observado, enquanto τ representa o tempo de incubação. Devido à nossa ignorância sobre este parâmetro, é comum efetuar uma marginalização analítica sobre o χ^2 dos dados de $t(z)$ com respeito ao mesmo. Tal procedimento pode ser realizado conforme descrito em [84, 85], onde foi assumido o mesmo τ para todos os dados da

	Λ CDM		w CDM			
Dados (SNe Ia +)	Ω_m	$\Omega_m + \text{sist.}$	Ω_k	$\Omega_k + \text{sist.}$	w	$w + \text{sist.}$
-	$0.277^{+0.022}_{-0.021}$	$0.295^{+0.043}_{-0.040}$	0 (fixo)	0 (fixo)	-1 (fixo)	-1 (fixo)
OAB+RCF	$0.278^{+0.014}_{-0.013}$	$0.282^{+0.017}_{-0.016}$	0 (fixo)	0 (fixo)	-1 (fixo)	-1 (fixo)
OAB+RCF+ H_0	$0.271^{+0.012}_{-0.012}$	$0.271^{+0.014}_{-0.014}$	0 (fixo)	0 (fixo)	-1 (fixo)	-1 (fixo)
OAB+RCF	$0.282^{+0.015}_{-0.014}$	$0.286^{+0.018}_{-0.017}$	$-0.004^{+0.006}_{-0.006}$	$-0.004^{+0.006}_{-0.007}$	-1 (fixo)	-1 (fixo)
OAB+RCF+ H_0	$0.271^{+0.013}_{-0.012}$	$0.272^{+0.014}_{-0.014}$	$0.002^{+0.005}_{-0.005}$	$0.002^{+0.005}_{-0.005}$	-1 (fixo)	-1 (fixo)
-	$0.281^{+0.067}_{-0.092}$	$0.296^{+0.102}_{-0.180}$	0 (fixo)	0 (fixo)	$-1.011^{+0.208}_{-0.231}$	$-1.001^{+0.348}_{-0.398}$
OAB	$0.309^{+0.029}_{-0.028}$	$0.320^{+0.035}_{-0.033}$	0 (fixo)	0 (fixo)	$-1.097^{+0.091}_{-0.106}$	$-1.076^{+0.117}_{-0.133}$
OAB+RCF	$0.278^{+0.014}_{-0.014}$	$0.285^{+0.018}_{-0.017}$	0 (fixo)	0 (fixo)	$-0.993^{+0.052}_{-0.055}$	$-0.951^{+0.075}_{-0.081}$
OAB+RCF+ H_0	$0.272^{+0.013}_{-0.013}$	$0.272^{+0.014}_{-0.014}$	0 (fixo)	0 (fixo)	$-1.008^{+0.050}_{-0.054}$	$-1.013^{+0.068}_{-0.073}$
RCF	$0.281^{+0.069}_{-0.087}$	$0.295^{+0.109}_{-0.161}$	$-0.003^{+0.034}_{-0.027}$	$-0.005^{+0.067}_{-0.041}$	$-1.007^{+0.179}_{-0.194}$	$-0.993^{+0.299}_{-0.331}$
OAB+RCF	$0.283^{+0.016}_{-0.015}$	$0.287^{+0.018}_{-0.017}$	$-0.004^{+0.007}_{-0.007}$	$-0.002^{+0.008}_{-0.008}$	$-1.012^{+0.058}_{-0.062}$	$-0.975^{+0.094}_{-0.098}$
OAB+RCF+ H_0	$0.272^{+0.013}_{-0.013}$	$0.272^{+0.015}_{-0.014}$	$0.002^{+0.006}_{-0.006}$	$0.002^{+0.007}_{-0.007}$	$-1.006^{+0.056}_{-0.060}$	$-1.003^{+0.091}_{-0.095}$

Tabela 3.1: Ajustes dos parâmetros cosmológicos em 1σ obtidos para as combinações de dados e para os modelos indicados.

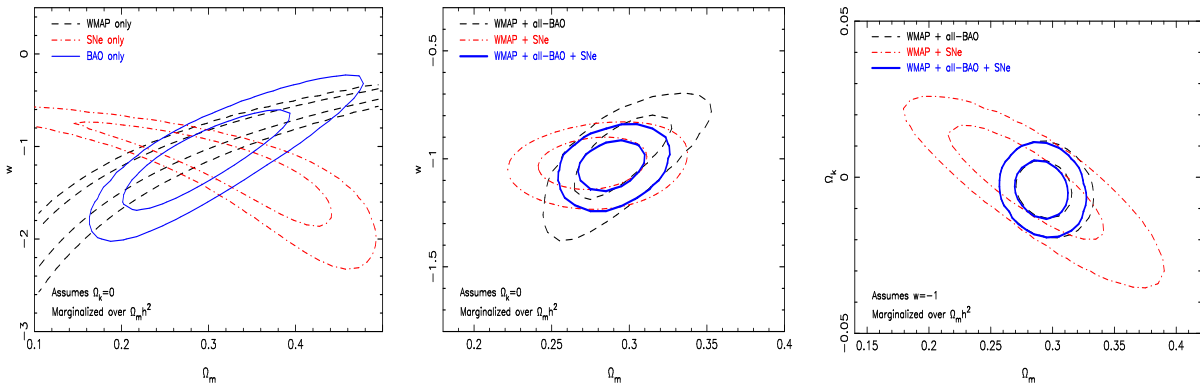


Figura 3.6: Níveis de confiança de 1σ e 2σ obtidos a partir dos dados de OAB (SDSS, WiggleZ e 6dF), RCF (WMAP7) e SNe Ia (Union2) para o modelo w CDM. O painel da esquerda apresenta os vínculos sobre o plano $\{\Omega_m, w\}$ fornecidos por cada observável, o painel central mostra a análise conjunta destes dados realizada sobre o mesmo espaço paramétrico, enquanto no painel da direita encontram-se o poder de restrição destes observáveis sobre o plano formado por Ω_k e Ω_m .

amostra, ou então relaxando esta imposição e considerando um τ distinto para cada um de seus pontos, assim como realizado em [86, 87].

3.6 Resultados recentes

Nesta seção, incluímos alguns dos resultados mais recentes fornecidos pelos testes cosmológicos realizados com as amostras observacionais mais recentes e relevantes. A tabela (3.1) apresenta os ajustes obtidos para os parâmetros cosmológicos que caracterizam os modelos Λ CDM e w CDM a partir de observações de SNe Ia (Union2.1), OAB (SDSS), RCF (WMAP7) e de Ce-

Modelo	Ω_m	w	h	Ω_k
Λ CDM plano	0.290 ± 0.014	-1 (fixo)	0.690 ± 0.009	0 (fixo)
w CDM plano	0.289 ± 0.015	-1.034 ± 0.080	0.696 ± 0.017	0 (fixo)
Λ CDM curvo	0.292 ± 0.015	-1 (fixo)	0.681 ± 0.017	-0.0040 ± 0.0062
w CDM curvo	0.289 ± 0.015	-1.063 ± 0.094	0.687 ± 0.019	-0.0061 ± 0.0070

Tabela 3.2: Ajustes dos parâmetros cosmológicos em 1σ obtidos através dos dados de OAB (SDSS, WiggleZ e 6dF), RCF (WMAP7) e SNe Ia (Union2) para os modelos Λ CDM e w CDM, tanto planos quanto curvos.

feidas [88], das quais estimaram uma medida de H_0 que foi utilizado como *prior* nestas análises, enquanto as figuras (3.4) e (3.5) contém os níveis de confiança destes mesmos ajustes. Todos estes resultados foram obtidos por [59]. Apresentamos ainda os níveis de confiança obtidos por [63], localizados na figura (3.6) que, por sua vez, já dispõem as estimativas mais recentes da escala de OAB por parte dos *surveys* 6dF e WiggleZ em conjunto das observações de RCF (WMAP7) e da compilação Union2 de SNe Ia. Localizações dos melhores ajustes obtidos através destes dados encontram-se em (3.2), também apresentados em [63].

A figura (3.5) mostra a influência dos erros sistemáticos das observações de SNe Ia nos vínculos cosmológicos que elas podem impor. Para um modelo Λ CDM, o ajuste de Ω_m muda de $0.278^{+0.014}_{-0.013}$ para $0.282^{+0.017}_{-0.016}$ para a combinação SNe Ia+OAB+RCF quando estes erros sistemáticos são considerados em conjunto dos erros estatísticos. Já quando apenas SNe Ia são levadas em conta, a estimativa de Ω_m varia de $0.277^{+0.022}_{-0.021}$ (somente erros estatísticos) para $0.295^{+0.043}_{-0.040}$ (erros sistemáticos e erros estatísticos). Já os ajustes sobre a EdE, para um modelo w CDM, mudam de $-0.993^{+0.052}_{-0.055}$ para $-0.951^{+0.075}_{-0.081}$ (SNe Ia+OAB+RCF), e de $-1.011^{+0.208}_{-0.231}$ para $-1.001^{+0.348}_{-0.398}$ (somente SNe Ia). Em [89], esta questão dos erros sistemáticos é discutida por meio de simulações de dados de SNe Ia, mostrando como os erros sistemáticos reduzem consideravelmente o poder de restrição destes objetos, apontando ainda a necessidade de amostras observacionais grandes (acima de 10000 pontos) para que a sua influência torne-se menos relevante. Como é esperado que os erros sistemáticos, no futuro, sejam superiores aos estatísticos, tal estudo realça a necessidade de *surveys* capazes de realizar uma cobertura maior do céu com o intuito de aliviar este problema.

Por sua vez, a figura (3.7) mostra os NC obtidos para os modelos Λ CDM e w CDM impostos pelos dados de *lookback time* (LT) e OAB em [86], valendo-se de um *prior* na idade atual do Universo de $t_0 = (13.7 \pm 0.2)$ Gano, consistentes com os resultados provenientes de observações da RCF do WMAP5, BOOMERANG, dentre outros. Através destes gráficos, é possível notar que o poder de restrição dos dados de LT ainda é bastante limitado. Esta figura ainda mostra que o melhor ajuste para dados de LT sozinhos ocorrem para um Universo espacialmente aberto, com $0.03 \leq \Omega_m \leq 0.10$ e $0.15 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.32$ em um NC de 95.4%, cenário favorecido mesmo quando a análise conjunta com OAB é realizada, tal que $0.22 \leq \Omega_m \leq 0.26$ e $0.61 \leq \Omega_\Lambda \leq 0.77$. Por fim, o modelo w CDM tem a sua máxima verossimilhança localizada pela combinação

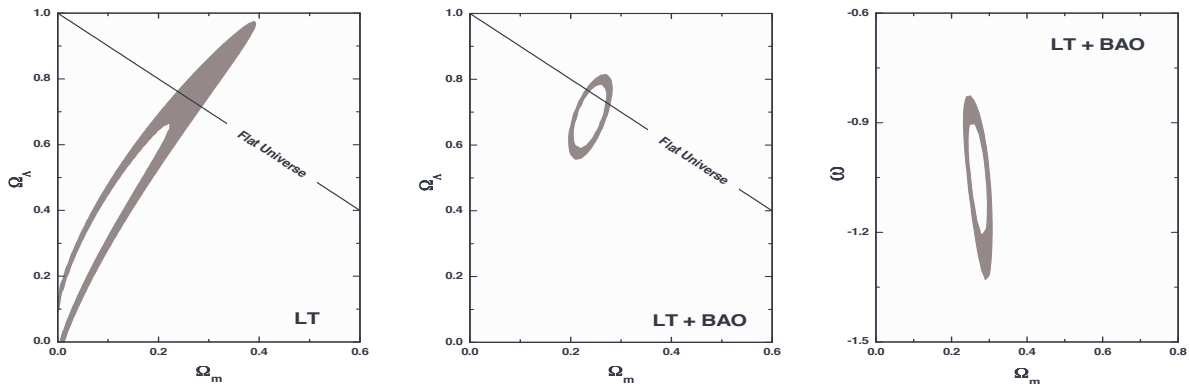


Figura 3.7: Níveis de confiança de 1σ e 2σ obtidos a partir dos dados de *lookback time* (LT) e de OAB (BAO na legenda destas figuras). O painel da esquerda e o central mostram os vínculos impostos sobre os parâmetros $\{\Omega_m, \Omega_\Lambda\}$ pelos dados de LT (esquerda) e LT+OAB (central). Por fim, o painel da direita apresenta a restrição sobre $\{\Omega_m, w\}$ por parte desta mesma análise combinada.

LT+OAB no intervalo $0.25 \leq \Omega_m \leq 0.29$ e $-1.21 \leq w \leq -0.88$ para o mesmo NC, favorecendo a Constante Cosmológica como melhor candidata responsável pela aceleração cósmica.

4 Alguns modelos $w(z)$ CDM

4.1 Introdução

Apesar da boa concordância entre observações cosmológicas e modelo Λ CDM ($w = -1$), ainda não é possível descartar modelos com $w(z) \neq -1$. Isto nos permite associar esta componente exótica com um campo escalar dinâmico ϕ , que pode corresponder a um modelo de quintessência ($-1 < w(z) < +1$), ou a um campo fantasma ($w(z) < -1$)^{*}. Para estimar $w(z)$ através de dados observacionais, podemos lançar mão de pelo menos três abordagens. A primeira consiste em resolver a equação de campo escalar para um modelo particular de ϕ . A segunda abordagem baseia-se em assumir uma forma funcional de $w(z)$ com respeito à sua evolução temporal, enquanto a última delas se trata de uma abordagem independente de parametrizações, ao empregar uma EdE segmentada em uma componente ortogonal e uma principal no espaço do *redshift* [90]. Neste trabalho, escolhemos a segunda abordagem pois, apesar de suas limitações frente aos vieses introduzidos na interpretação física de seus resultados por parte da escolha arbitrária da forma funcional, ela permite uma aplicação mais direta para análises realizadas a partir de dados observacionais, ao passo que a primeira abordagem apresenta deficiências neste quesito e a terceira sofre com problemas referentes à interpretação de seus resultados. Assim, podemos definir a EdE da energia escura tal como:

$$w(z) = P_{ee}/\rho_{ee} , \quad (4.1)$$

onde as informações da energia escura encontram-se associadas a coeficientes que dão forma a $w(z)$. Para um Universo plano, considerando que Ω_r é desprezível frente à Ω_m , $H(z)$ é dado por (4.1) nos permite escrever o parâmetro de Hubble $H(z)$ de acordo com:

^{*} Ambos estes casos violam a condição de energia forte, dada por $\rho + 3P > 0$, mas o último também viola a condição de energia nula $\rho + P = 0$.

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)X(z)}, \quad (4.2)$$

assumindo um Universo plano e Ω_r desprezível em comparação com os demais parâmetros. Já $X(z)$ corresponde à função de densidade de EE, definida por

$$X(z) = \frac{\rho_{ee}(z)}{\rho_{ee}(0)} = \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz'\right), \quad (4.3)$$

mostrando a influência da parametrização de $w(z)$ nas medidas de distâncias cosmológicas e de idade $t(z)$. A princípio, não existem regras pré-estabelecidas para a construção da forma funcional desta EdE, todavia, devemos nos concentrar naquelas que são capazes de recuperar modelos cosmológicos consistentes com os dados observacionais. Isto reduz consideravelmente os candidatos possíveis de $w(z)$, tornando mais fácil a nossa escolha. Usualmente, escrevemos $w(z)$ como uma série de potências de z , isto é,

$$w(z) = \sum_{n=0} w_n [f(z)]^n, \quad (4.4)$$

onde $f(z)$ é uma função arbitrária de z e w_n são os coeficientes que codificam as informações da EE sobre os quais buscamos impor vínculos através das observações. Na escolha de $f(z)$, é comum considerar as seguintes imposições:

$$f(0) = 0; \quad \left. \frac{df(z)}{dz} \right|_0 = 1, \quad (4.5)$$

de modo que as constantes w_n são dadas por:

$$w_n = \left. \frac{d^n w(z)}{dz^n} \right|_0. \quad (4.6)$$

Assim, podemos recuperar o caso de uma EdE constante no tempo, caso seja satisfeita a condição ($w_0 \neq 0$, $w_n = 0 \forall n > 0$). É comum também truncar a expansão da série (4.4) em 1ª ordem, ou seja,

$$w(z) = w_0 + w_1 f(z). \quad (4.7)$$

Esta imposição do truncamento deve-se à boa concordância das medidas observacionais com o modelo Λ CDM plano, além do fato que a presença de coeficientes w_n de ordem superior a $n = 1$ aumenta significativamente a degenerescência do espaço paramétrico, implicando na perda de significância estatística dos resultados [91]. Embora a inclusão destes coeficientes de ordem

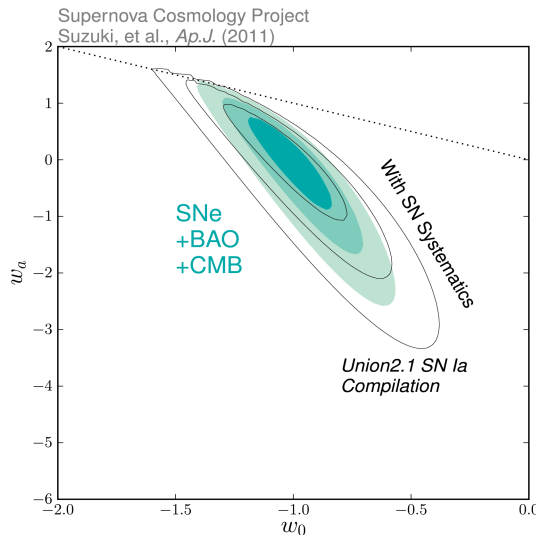


Figura 4.1: Níveis de confiança de 1, 2 e 3 σ para o modelo CPL plano obtidos pelas observações SNe Ia, OAB, RCF e um *prior* em H_0 . As curvas em verde representam o caso em que somente os erros estatísticos das SNe Ia foram considerados, enquanto as vazadas incluem também os erros sistemáticos.

Dados (SNe Ia +)	Ω_m		CPL		w_a	
	Ω_m	$\Omega_m + \text{sist.}$	w_0	$w_0 + \text{sist.}$	w_a	$w_a + \text{sist.}$
RCF	$0.273^{+0.022}_{-0.020}$	$0.281^{+0.043}_{-0.028}$	$-1.006^{+0.165}_{-0.182}$	$-0.993^{+0.263}_{-0.307}$	$0.11^{+0.75}_{-0.77}$	$0.17^{+1.08}_{-1.19}$
OAB+RCF	$0.278^{+0.014}_{-0.014}$	$0.284^{+0.018}_{-0.017}$	$-1.052^{+0.126}_{-0.120}$	$-1.013^{+0.183}_{-0.173}$	$0.30^{+0.48}_{-0.62}$	$0.26^{+0.57}_{-0.74}$
OAB+RCF+ H_0	$0.271^{+0.013}_{-0.013}$	$0.270^{+0.015}_{-0.014}$	$-1.021^{+0.123}_{-0.117}$	$-1.046^{+0.179}_{-0.170}$	$0.07^{+0.49}_{-0.60}$	$0.14^{+0.60}_{-0.76}$

Tabela 4.1: Ajustes dos parâmetros cosmológicos em 1 σ obtidos para as combinações de dados indicada. Estes resultados foram obtidos para o modelo CPL.

superior possibilite ampliar a gama de candidatos para $w(z)$, não compensa a perda do poder de restrição se comparado ao caso em que consideramos até dois coeficientes. Uma escolha natural para $f(z)$ é uma série de Taylor expandida em função de z , $w(z) = w_0 + w_1z$, quando truncada em 1^a ordem, porém, esta parametrização diverge para altos *redshifts*, o que fornece vínculos artificiais sobre o parâmetro w_1 e a torna inadequada para testes cosmológicos. Tendo estes conceitos em mente, as próximas seções retratam e discutem algumas parametrizações de $w(z)$ populares na literatura

4.2 Parametrização de Chevallier-Polarski-Linder (CPL)

Esta parametrização foi introduzida inicialmente por [92] e posteriormente por [93], apresentando uma dependência com z de acordo com

$$w_{\text{CPL}}(z) = w_0 + w_a \frac{z}{1+z}, \quad (4.8)$$

onde w_1 será reescrito como w_a , daqui em diante. Note que a EdE é constante para baixos z ($w \rightarrow w_0$), converge para altos *redshifts* ($w \rightarrow w_0 + w_a$), e permite recuperar a Constante

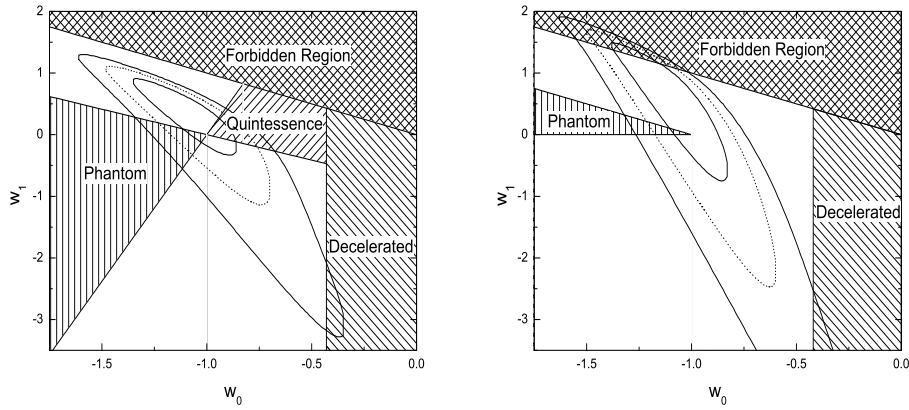


Figura 4.2: Níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ obtidos para o espaço paramétrico do modelo BA, situados no painel da esquerda. Já o painel da direita mostra os NC obtidos para o modelo CPL, onde ambos utilizaram as mesmas amostras observacionais para suas realizações.

Cosmológica Λ como caso particular $w_0 = -1; w_a = 0$. Desta forma, podemos calcular a função de densidade da energia escura (4.3) para este $w(z)$, a qual é dada por:

$$X_{\text{CPL}}(z) = (1+z)^{3(1+w_0+w_a)} \exp\left(-w_a \frac{z}{1+z}\right). \quad (4.9)$$

Esta parametrização tornou-se uma das mais populares dentre os modelos $w(z)$ CDM devido à sua simplicidade funcional e por ser bem comportada em vários regimes de z . Contudo, ela sofre com alguns problemas, como uma grande degenerescência no plano $\{w_0, w_a\}$, afóra a dificuldade em restringir satisfatoriamente o parâmetro w_a mesmo empregando as observações mais recentes. A figura (4.1), assim como a tabela (4.1) mostram os níveis de confiança (NC) e a localização dos melhores ajustes obtidos para este modelo CPL, respectivamente, por parte dos dados das últimas gerações de *surveys* cosmológicos, ambos obtidos de [59]. Neles, nota-se claramente a questão dos vínculos pobres impostos sobre w_a de forma que, mesmo que estes ajustes forneçam um valor próximo de zero para ele, as incertezas de suas estimativas ainda são muito grandes, impossibilitando que este modelo CPL seja descartado e, conseqüentemente, motivando a investigação dos vínculos futuros sobre o mesmo.

4.3 Outras parametrizações de $w(z)$

4.3.1 Parametrização de Barboza-Alcaniz (BA)

Esta parametrização foi proposta em [94], assumindo a seguinte forma funcional para a EdE:

$$w_{\text{BA}}(z) = w_0 + w_a \frac{z(1+z)}{1+z^2}, \quad (4.10)$$

de modo que $X(z)$ escreve-se como

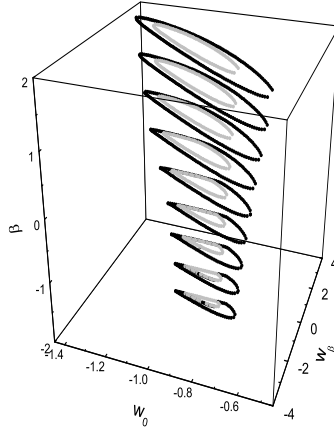


Figura 4.3: Níveis de confiança de 1σ ($\Delta\chi^2 = 3.53$) e 2σ ($\Delta\chi^2 = 8.02$) no espaço paramétrico $\{w_0, w_\beta, \beta\}$. O melhor ajuste para este modelo ocorre para $w_0 \simeq -1.0$, $w_\beta \simeq 0.28$, $\beta \simeq 0.1$ para $\chi^2_v \simeq 1.17$.

$$X_{\text{BA}}(z) = (1+z)^{3(1+w_0)}(1+z^2)^{3w_a/2} . \quad (4.11)$$

Este modelo também assume uma equação de estado constante, hoje, e converge para altos z . Para a estimativa de vínculos sobre $\{w_0, w_a\}$ para este modelo, como realizada em [94], foram empregados os 115 dados de SNe Ia do SNLS [51], uma medida das OAB em $z = 0.35$ [66], uma medida do parâmetro *shift* da RCF, $\mathcal{R} = 1.70 \pm 0.03$ [95], além de 9 determinações do parâmetro de Hubble obtidas através de galáxias em altos *redshifts* [72, 76], cujos resultados obtidos encontram-se na figura (4.2)[†]. Pode-se notar que esta parametrização possibilita maior restrição em seu espaço paramétrico em comparação com a CPL, embora não seja capaz de descartar a energia escura como quintessência ou um campo fantasma, ou mesmo um Universo desacelerado.

4.3.2 Parametrização de Barboza-Alcaniz-Zhu-Silva (BAZS)

Por sua vez, em [96], a parametrização da EdE assume uma forma generalizada, descrita por:

$$w_{\text{BAZS}}(a) = w_0 - w_\beta \frac{a^\beta - 1}{\beta} , \quad (4.12)$$

de modo que a energia escura evolui de acordo com

$$X_{\text{BASZ}}(z) = a^{-3(1+w_0+w_\beta/\beta)} \exp\left[\frac{3w_\beta}{\beta} \left(\frac{a^\beta - 1}{\beta}\right)\right] , \quad (4.13)$$

[†] w_a é simbolizado por w_1 nestas figuras.

Esta parametrização generalizada tem alguns casos particulares tais como:

$$w(z) = \begin{cases} w_0 + w_a z & \text{(P1) [97]} \\ w_0 + w_a \ln(1+z) & \text{(P2) [98]} \\ w_0 + w_a z/(1+z) & \text{(P3) [92, 93]} \end{cases} \quad (4.14)$$

recuperadas quando

$$\beta \rightarrow -1 \quad \Rightarrow \quad w_\beta \rightarrow \text{P1} ,$$

$$\beta \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad w_\beta \rightarrow \text{P2} ,$$

$$\beta \rightarrow +1 \quad \Rightarrow \quad w_\beta \rightarrow \text{P3} ,$$

cuja evolução da energia escura, para cada caso destes, corresponde a:

$$X_{\text{P1}}(a) = a^{-3(1+w_0-w_a)} \exp \left[3w_1 \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \right], \text{ se } \beta = -1, \quad (4.15a)$$

$$X_{\text{P2}}(a) = a^{-3[1+w_0-(w_a/2)\ln a]}, \text{ se } \beta = 0, \quad (4.15b)$$

$$X_{\text{P3}}(a) = a^{-3(1+w_0+w_a)} \exp [3w_3(a-1)], \text{ se } \beta = 1. \quad (4.15c)$$

Empregando a amostra de 397 dados SNe Ia de Constitution2 [99], bem como os mesmos dados de RCF e OAB da análise realizada em [94], foram obtidos NC no espaço paramétrico tridimensional $\{w_0, w_\beta, \beta\}$ para 1σ ($\Delta\chi^2 = 3.53$) e 2σ ($\Delta\chi^2 = 8.02$), os quais podem ser conferidos na figura (4.3).

4.4 Reparametrizando CPL

Tendo como objetivo definir um modelo cosmológico que melhor represente o que observamos na natureza, que permita uma interpretação plausível de seus resultados e que seja fisicamente bem motivado, é intuitivo assumir que os parâmetros relacionados a este modelo devem ser minimamente correlacionados, possibilitando assim boas restrições pelas observações cosmológicas. Então, podemos solucionar a problemática do parâmetro w_a ao reescrever a parametrização (4.8) em termos de um fator de escala em que esta correlação entre w_0 e w_a seja desfeita.

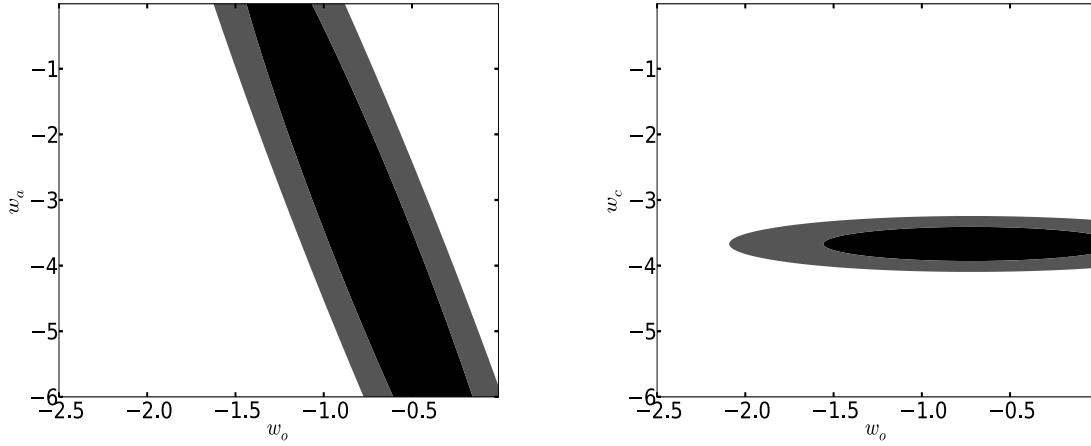


Figura 4.4: Níveis de confiança de 1 e 2σ para o modelo CPL (painel da esquerda) e a sua reparametrização W (painel da direita). Ambas as curvas foram obtidas empregando os dados de $t(z)$ (SVJ) combinados com dados de OAB (SDSS, 6dF e WiggleZ).

Denotando-lo por a_p , o fator de escala pivô, podemos definir o parâmetro $w_p \equiv w(a_p)$ como segue:

$$w_0 = w_p - w_a(1 - a_p) \Rightarrow w(a) = w_p + w_a(a_p - a), \quad (4.16)$$

de modo a reparametrizar o modelo CPL em função deste w_p assim como feito em [100], onde o espaço paramétrico é redefinido como $\{w_p, w_a\}$, resultando em níveis de confiança livres deste problema da degenerescência. Uma reparametrização do modelo CPL semelhante à esta foi desenvolvida em [101], reescrevendo (4.8) em termos dos parâmetros $\{w_0, w_c\}$ tal como:

$$w_W(a) = \left(\frac{a_c - a}{a_c - 1}\right)w_0 + \left(\frac{a - 1}{a_c - 1}\right)w_c, \quad (4.17)$$

sendo a_c^\ddagger o fator de escala pivô e w_c dado por

$$w_c = w_0 + w_a(1 - a_c), \quad (4.18)$$

sendo esta a reparametrização adotada neste trabalho[§]. Através de (4.17) e (4.18), podemos obter a função que determina a evolução de ρ_{ee} de acordo com:

$$X_W(z) = \exp \left\{ 3 \left[1 + \left(\frac{a_c w_0 - w_c}{a_c - 1} \right) \right] \ln(1 + z) + 3 \left(\frac{w_c - w_0}{a_c - 1} \right) \frac{z}{1 + z} \right\}. \quad (4.19)$$

Para calcular a_c explicitamente, podemos aplicar propagação de erro na equação (4.18) com respeito às incertezas sobre os parâmetros da qual ela depende, cujo resultado é:

$$\langle w_c^2 \rangle = \langle w_0^2 \rangle + (1 - a_c)^2 \langle w_a^2 \rangle + 2(1 - a_c) \langle w_0 w_a \rangle, \quad (4.20)$$

[‡] $a_p \neq a_c$

[§] Maiores detalhes sobre esta escolha são apresentados no Apêndice 3.

onde $\sigma(w_i) \equiv \sqrt{\langle w_i^2 \rangle}$. Propagando o erro com respeito à w_a , temos:

$$\langle w_a^2 \rangle = \frac{\langle w_0^2 \rangle + \langle w_c^2 \rangle - 2(1 - a_c)\langle w_0 w_c \rangle}{(1 - a_c)^2}. \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) em (4.20), obtemos a seguinte expressão:

$$\langle w_0 w_c \rangle = \langle w_0^2 \rangle + (1 - a_c)\langle w_0 w_a \rangle. \quad (4.22)$$

Como $\langle w_0 w_c \rangle = 0$, pois estes parâmetros encontram-se descorrelacionados, podemos então obter a_c explicitamente tal qual

$$a_c = 1 + \frac{\langle w_0^2 \rangle}{\langle \delta w_0 w_a \rangle}. \quad (4.23)$$

A partir de (4.23), podemos calcular z_c via equação (2.14), comumente referido como *redshift* pivô. No entanto, é importante mencionar que este parâmetro é um artifício matemático a fim de garantir melhores vínculos sobre a energia escura, não havendo um significado físico para o mesmo. Na literatura, é comum a adoção de $z_c = 0.5$ ($a_c = 2/3$), conforme sugerido também em [101], pois é esperado que os dados observacionais futuros forneçam z_c próximo deste valor. Assim, podemos reescrever (4.17) em função de $z_c = 0.5$ tal qual:

$$w_W(a) = 3w_{0.5} - 2w_0 + 3(w_0 - w_{0.5})a, \quad (4.24)$$

enquanto $X(z)$ fica dada por:

$$X_w(z) = (1 + z)^{3(1-2w_0+3w_a)} \exp\left[9(w_0 - w_{0.5})\frac{z}{1+z}\right]. \quad (4.25)$$

Esta reparametrização permite vínculos melhores sobre os parâmetros que caracterizam a sua EdE, viabilizando assim um melhor estudo desta componente. A figura (4.4) permite visualizar esta questão ao comparar os vínculos impostos entre o modelo original CPL, no painel da esquerda, e a reparametrização W descrita nesta seção no painel da direita, apontando assim a vantagem em empregá-la.

5 Vínculos cosmológicos sobre a energia escura via determinações de $t(z)$

5.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, apresentamos alguns dos resultados mais recentes sobre vínculos cosmológicos provenientes das observações de SNe Ia, RCF, OAB, assim como determinações de $H(z)$ e idades de objetos em altos *redshifts*. Isto nos impulsiona a buscar métodos que visem analisar como devem ser a configuração dos dados observacionais futuros a fim de melhorar este panorama, os quais serão detalhados a seguir.

5.2 Propagação de erros sobre parâmetros cosmológicos

Suponhamos que desejamos obter informações sobre os n parâmetros $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ que caracterizam um determinado modelo cosmológico que desejamos testar. Para tal, dispomos de um grandeza X medida a partir de um observável cosmológico (SNe Ia, galáxias, *weak lensing*, etc.). Podemos relacionar a incerteza desta medida, ΔX , com as incertezas sobre cada parâmetro p_i , bem como o *redshift* z , através de propagação de erros de acordo com:

$$\Delta X(z; p_i) = \sqrt{\left| \frac{\partial X(z; p_i)}{\partial p_i} \right|^2 \Delta p_i^2 + \left| \frac{\partial X(z; p_i)}{\partial z} \right|^2 \Delta z^2} . \quad (5.1)$$

Em nossas análises, estudaremos como as incertezas de $t(z)$ refletem-se no poder restritivo sobre os parâmetros cosmológicos que caracterizam a energia. Supondo, por simplicidade, que $\Delta z \ll \Delta p_i$, o que é consistente com as observações atuais, temos:

$$\Delta t(z; p_i) = \left| \frac{\partial t(z; p_i)}{\partial p_i} \right| \Delta p_i . \quad (5.2)$$

O objetivo desta abordagem é estimar o quão precisas devem ser as medidas observacionais de

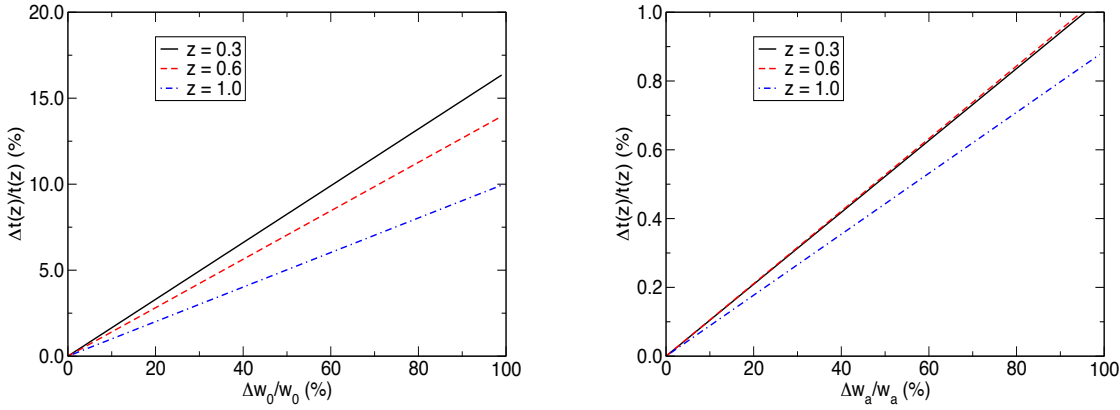


Figura 5.1: Erros percentuais da idade $\Delta t(z)/t(z)$ versus os erros percentuais dos parâmetros cosmológicos w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). Ambos os resultados foram obtidos para um modelo fiducial espacialmente plano tal como $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $w_a = -0.25$.

idade- z para que possamos restringir os parâmetros p_i com precisão arbitrária, considerando que cada p_i corresponde aos parâmetros cosmológicos que caracterizam a EdE da parametrização CPL, $\{w_0, w_a\}$, bem como os que caracterizam sua reparametrização $\{w_0, w_{0.5}\}$.

Assim, obtemos as incertezas percentuais de $t(z)$ em função do erro relativo dos parâmetros cosmológicos, $\Delta p_i/p_i$, tanto para o modelo CPL quanto para a sua reparametrização em $w_{0.5}$, cujos resultados são apresentados nas figuras (5.1) e (5.2). Nos painéis da esquerda destes gráficos, é possível notar que $\Delta t(z)/t(z)$ apresenta valores mais baixos para *redshifts* mais altos, enquanto que, para as mesmas figuras, o erro percentual de $t(z)$ dos painéis da direita apresenta um valor em $z = 0.6$ pouco maior do que $z = 0.3$, não seguindo a tendência ascendente de $\Delta t(z)/t(z)$ para valores menores de z como no caso anterior. Estes resultados, portanto, apontam que deve haver um z que maximiza a incerteza de $t(z)$, o que torna a estimativa de idade de galáxias neste valor de *redshift* particularmente vantajosa pois exige uma precisão menos rigorosa para realizá-la.

Isto nos impulsiona, então, a calcular $\Delta t(z)/t(z)$ versus z , cobrindo um intervalo de $0 < z < 1.5$, com as incertezas Δp_i fixadas em valores arbitrários. Os resultados desta análise encontram-se nas figuras (5.3) e (5.4), bem como o modelo fiducial adotado para as suas construções. Tais gráficos permitem notar que os máximos de $\Delta t(z)/t(z)$ localizam-se em *redshifts* menores, ou seja, mostrando que medidas observacionais realizadas em z mais altos não são vantajosas para impormos vínculos sobre parâmetros cosmológicos como é comumente pensado, já que medidas de distâncias cosmológicas de $D_L(z)$, por exemplo, possibilitam diminuir a degenerescência entre modelos cosmológicos justamente em altos valores de z . Esta questão é ilustrada no painel esquerdo da figura (5.3). A fim de obter $w_0 = -1.0$ restrito com 4% de precisão, temos que $\Delta t(z)/t(z) = 0.603\%$ quando $z = 0.5$, ao passo que o valor de $\Delta t(z)/t(z)$ é reduzido para 0.402%, caso $z = 1.0$, e para 0.251% caso $z = 1.5$. Ou seja, é exigida uma precisão maior

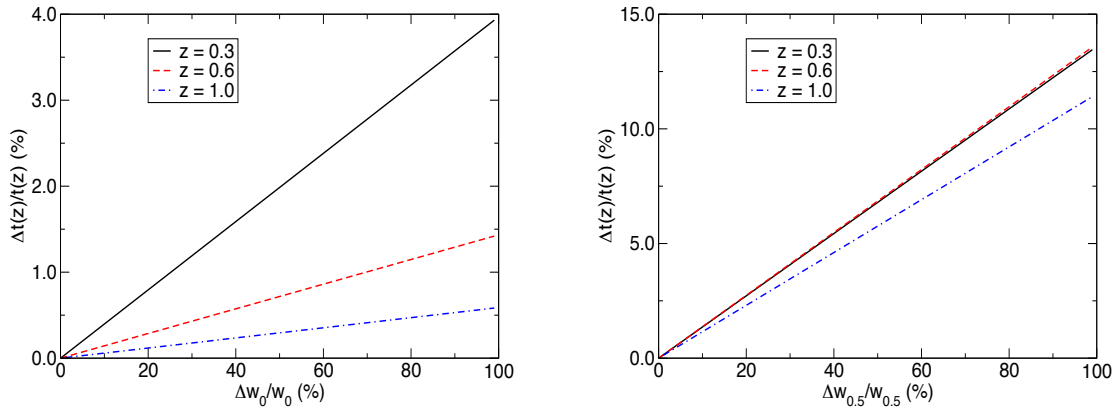


Figura 5.2: Erros percentuais da idade $\Delta t(z)/t(z)$ versus os erros percentuais dos parâmetros cosmológicos w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). Ambos os resultados foram obtidos para um modelo fiducial espacialmente plano tal como $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $w_a = -0.25$. ($w_{0.5} = -1.17$).

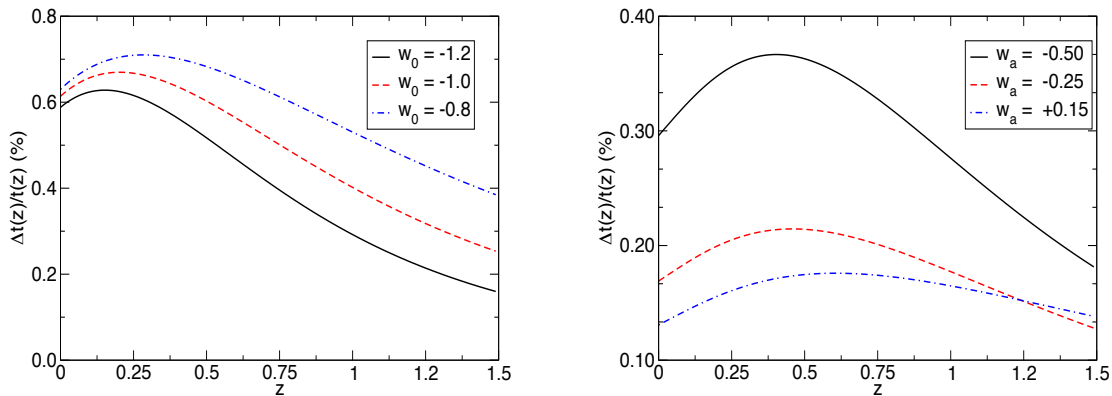


Figura 5.3: Erros percentuais das medidas de idade $\Delta t(z)/t(z)$, versus z , obtidos empregando a parametrização CPL para valores diversos w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). O modelo fiducial adotado para estas análises assume um Universo espacialmente plano com $\Omega_m = 0.27$, $w_a = -0.25$ e $\Delta w_0/w_0 = 4\%$ no painel da esquerda, enquanto no painel da direita foi assumido $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $\Delta w_a/w_a = 20\%$.

em *redshifts* mais altos para que este mesmo vínculo sobre w_0 seja obtido, justificando assim porque determinações de $t(z)$ não são indicadas nestes valores de z .

Os gráficos obtidos para o modelo CPL nos permitem também visualizar que, para restringir o parâmetro w_a satisfatoriamente, é necessária uma precisão muito grande nas medidas de $t(z)$. Isto ocorre devido a w_a ser mais sensível ao chamado *smearing effect** que ocorre em $t(z)$. Podemos obter $\Delta t(z)$ em termos deste parâmetro ao diferenciar a equação (3.26) de acordo com:

* *Smearing effect* (SE), corresponde à dificuldade em obter vínculos sobre parâmetros cosmológicos devido às múltiplas integrações que o relacionam as distâncias cosmológicas, assim como dados de $t(z)$ [102].

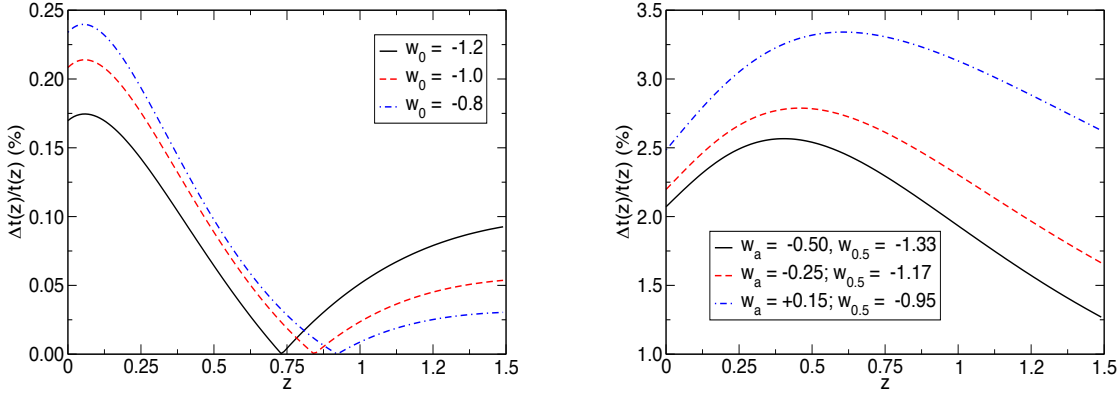


Figura 5.4: Erros percentuais das medidas de idade $\Delta t(z)/t(z)$, versus z , obtidos empregando a parametrização CPL para valores diversos de w_0 (painel esquerdo) e w_a (painel direito). O modelo fiducial adotado para estas análises assume um Universo espacialmente plano com $\Omega_m = 0.27$, $w_{0.5} = -1.17$ e $\Delta w_0/w_0 = 4\%$ no painel da esquerda, enquanto no painel da direita foi assumido $\Omega_m = 0.27$, $w_0 = -1.0$ e $\Delta w_{0.5}/w_{0.5} = 20\%$.

$$\Delta t(z) = \Delta w_a \left| \int_0^{(1+z)^{-1}} \left\{ \frac{\partial}{\partial w_a} \left(\frac{1}{H(x)} \right) dx \right\} \right|. \quad (5.3)$$

Definindo $E(x) = H(x)/H_0$, temos que a derivada presente no lado direito de (5.3) é proporcional a:

$$\frac{\partial [E(x)]^{-1}}{\partial w_a} \propto (1 - \Omega_m) \frac{x^\epsilon \ln x \exp[3w_a(x-1)] - 3(x-1) \exp[3w_a(x-1)]x^\epsilon}{\{\Omega_m x^{-1} + (1 - \Omega_m)x^\epsilon \exp[3w_a(x-1)]\}^{3/2}}, \quad (5.4)$$

onde $\epsilon \equiv -(1 + 3w_0 + 3w_a)$ e fatores numéricos foram omitidos da equação (5.4) por conveniência. Repetindo esta mesma análise para w_0 , obtemos:

$$\frac{\partial [E(x)]^{-1}}{\partial w_0} \propto (1 - \Omega_m) \frac{x^\epsilon \ln x \exp[3w_a(x-1)]}{\{\Omega_m x^{-1} + (1 - \Omega_m)x^\epsilon \exp[3w_a(x-1)]\}^{3/2}}, \quad (5.5)$$

Comparando o painel direito da figura (5.2) com o painel direito da figura (5.1), podemos ainda notar que o parâmetro $w_{0.5}$ exige uma precisão bem menor nas medidas de $t(z)$ para estimá-lo se comparado com w_a . Novamente, isto deve-se ao fato de $w_{0.5}$ ser menos sensível ao SE do que w_a , cuja relação entre $\Delta t(z)/t(z)$ e $w_{0.5}$ é proporcional a

$$\frac{\partial [E(x)]^{-1}}{\partial w_{0.5}} \propto (1 - \Omega_m) \frac{x^\xi \ln x \exp[9(w_0 - w_{0.5})(1-x)] - x^\xi(1-x) \exp[9(w_0 - w_{0.5})(1-x)]}{\{\Omega_m x^{-1} + (1 - \Omega_m)x^\xi \exp[9(w_0 - w_{0.5})(1-x)]\}^{3/2}} \quad (5.6)$$

sendo $\xi \equiv -1 + 6w_0 - 9w_{0.5}$.

Estes resultados servem de motivação para analisar a evolução dos vínculos cosmológicos através de outras abordagens, tal como simulações de $t(z)$, assim como o formalismo da Matriz de Fisher e da Figura de Mérito. Ambos serão foco da próxima seção, onde tais formalismos são apresentados assim como os resultados obtidos através deles.

5.3 Matriz de Informação de Fisher e Figura de Mérito

O formalismo da Matriz de Informação de Fisher (MIF) nos fornece informações acerca das incertezas sobre os parâmetros que desejamos restringir. De posse do ajuste de um modelo cosmológico, dado por $\chi^2(\mathbf{p})$, onde $\mathbf{p} = \{x, y\}$ são os parâmetros que descrevem tal modelo, podemos definir a MIF da seguinte maneira:

$$[F] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{pmatrix} \chi^2. \quad (5.7)$$

A MIF equivale à inversa da Matriz de covariância (MC)[†], que corresponde à:

$$[C] = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

onde σ_x e σ_y correspondem, respectivamente às incertezas associadas aos respectivos parâmetros x e y , enquanto σ_{xy} é a covariância entre x e y , a qual pode ser definida em termos das incertezas sobre as estimativas de x e y por $\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \rho \sigma_x \sigma_y$, com $-1 < \rho < 1$. O sinal negativo ou positivo indicam anticorrelação ou correlação, respectivamente, entre estes parâmetros, ao passo que $\rho = 0$ representa independência entre os mesmos.

Por sua vez, a Figura de Mérito (FoM, do inglês *Figure of Merit*) consiste em um parâmetro que condensa as informações sobre os vínculos fornecidos pelos dados em um número, não possuindo, portanto, uma definição definitiva para a mesma. Basta, portanto, satisfazer as condições de favorecer ajustes que nos forneça incertezas pequenas sobre $\{x, y\}$ em detrimento dos casos em que estes vínculos são menos restritivos. Contudo, existem algumas definições usualmente empregadas na literatura. Em [100], por exemplo, a figura de mérito é definida por

$$FoM_{\text{DETF}} \equiv \pi/A, \quad (5.9)$$

onde A corresponde à área englobada pela elipse da região de confiança em 2σ , escrita como:

$$A = \pi(\Delta\chi^2)\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}, \quad (5.10)$$

[†] Estas relações entre $[F]$ e $\chi^2(x, y)$, bem como $[F]$ e $[C]$, são válidas apenas quando assumimos gaussianidade do $\chi^2(x, y)$ com respeito aos parâmetros ajustáveis. Existem discussões na literatura apontando que os ajustes obtidos para $\{w_0, w_a\}$ não apresentam esta característica, no entanto, tais relações serão adotadas neste trabalho em virtude do extenso uso desta suposição na literatura, permitindo assim uma comparação direta com os resultados presentes nela.

sendo $\Delta\chi^2 = 6.17$, neste caso. Esta escolha da FoM em termos de A se dá naturalmente, pois trata-se da medida mais direta que permite quantificar os vínculos sobre o espaço paramétrico de $\{x, y\}$. Podemos ainda relacionar a FoM explicitamente com (5.8) de modo que, após algum algebrismo, (5.9) torna-se:

$$FoM_{\text{DEF}} = \frac{1}{\sqrt{6.17\pi \det[C]}}. \quad (5.11)$$

Em [100], as análises foram realizadas via reparametrização do modelo CPL em termos dos parâmetros $\{w_p, w_a\}$, mostrando que a definição (5.11) equivale à:

$$FoM_{\text{DEF}} = \frac{1}{\sqrt{6.17\pi\sigma_{w_p}\sigma_{w_a}}}. \quad (5.12)$$

No entanto, esta definição (5.12) apresenta uma desvantagem. Ela não permite aumentar o poder de restrição sobre o espaço paramétrico da energia escura, mas tão somente descorrelacionar o plano $\{w_0, w_a\}$. Tal propósito é cumprido apenas quando realizamos a transformação $\{w_0, w_a\} \rightarrow \{w_0, w_c\}$, tal como discutido na seção 4.4 e apresentado no Apêndice 3.

Para as nossas análises, contudo, adotamos a FoM apresentada em [101], a qual omite os fatores numéricos da expressão (5.11) argumentando que raramente há uma distribuição de χ^2 perfeitamente Gaussiana em 2σ com relação aos seus parâmetros ajustáveis. Omitindo também o fator numérico π , temos, portanto:

$$FoM_{\text{Wang}} = \frac{1}{\sqrt{\det[C]}}. \quad (5.13)$$

Além da simplicidade e robustez destes formalismos da MIF e FoM, eles mostram-se facilmente manipuláveis, sendo esta a motivação que nos levou a adotá-los. Maiores detalhamentos sobre a sua manipulação encontram-se no Apêndice 2.

5.4 Simulações numéricas

Simulações numéricas tem sido empregadas cada vez mais frequentemente na Astronomia com o propósito de obter previsões de um modelo teórico, assim como os resultados previstos por futuros levantamentos observacionais. Neste trabalho, serão utilizados o Método de Monte Carlo (MMC) e o Método de *Bootstrap* (MB) para este propósito, técnicas robustas cujos maiores detalhamentos encontram-se em [103], de modo que a prescrição elaborada para a produção das amostras sintéticas será baseada nestes métodos.

Em nossas análises, realizamos simulações via MMC com o propósito de obter nossas amostras sintéticas de $t(z)$, as quais encontram-se de acordo com uma distribuição Gaussiana centrada em um modelo fiducial Λ CDM plano tal que $\Omega_m = 0.27$ e $H_0 = 74.3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, valores consistentes com os melhores ajustes obtidos via medidas das anisotropias de temperatura da RCF [44], medidas diferenciais de observações de estrelas variáveis Cefeidas [88], de tal modo

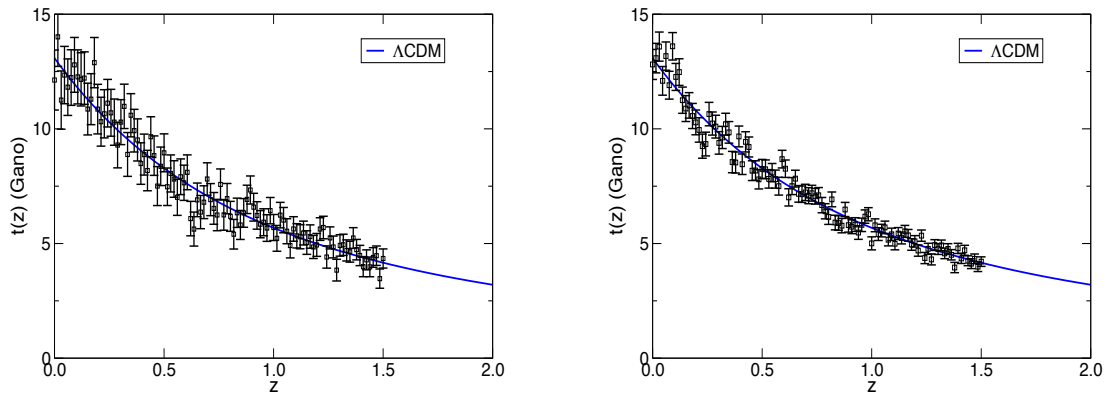


Figura 5.5: Exemplos de nossas amostras simuladas de idade de galáxias com $N = 100$ pontos, medidas em bilhões de anos (Gano), versus o *redshift* z . No painel da esquerda, adotamos $\sigma_t = 10\%$, ao passo que a amostra do painel da direita possui $\sigma_t = 5\%$. Em ambos os gráficos a linha sólida azul representa o modelo fiducial no qual baseiam-se as simulações.

que o desvio padrão desta distribuição de probabilidade corresponde ao erro percentual das determinações de $t(z)$.

De acordo com informações fornecidas pelas missões observacionais futuras, tais como o *Atacama Cosmology Telescope* (ACT) no Chile e *Southern African Large Telescope* (SALT) na África do Sul, é esperado uma amostra de até 2000 galáxias velhas observadas em um intervalo de $0 < z < 1.5$, com 10% de incerteza sobre as suas determinações de idade. Baseadas nestas previsões, nossas realizações serão divididas em grupos de 100, 500 e 1000 pontos uniformemente distribuídos neste intervalo de *redshift*. Além disto, adotamos $\sigma_t = 5\%$ e 10% do valor de $t(z)$ fiducial, também consistente com as previsões destes futuros *surveys*. Assim, temos no total seis grupos de amostras, sendo eles:

1. $N = 100$ com $\sigma_t = 10\%$.
2. $N = 100$ com $\sigma_t = 5\%$.
3. $N = 500$ com $\sigma_t = 10\%$.
4. $N = 500$ com $\sigma_t = 5\%$.
5. $N = 1000$ com $\sigma_t = 10\%$.
6. $N = 1000$ com $\sigma_t = 5\%$.

onde N representa o número de pontos de idade e σ_t consiste na incerteza das medidas de $t(z)$. Exemplos destas amostras sintéticas podem ser visualizados na figura (5.5). Nosso propósito é realizar um estudo do potencial de restrição que possuem estes dados futuros sobre modelos do tipo $w(z)$ CDM, sendo eles:

Dados	σ_{w_0}	σ_{w_a}	$\rho_{w_0 w_a}$	FoM
SVJ	1.920	9.885	-0.968	0.209
SVJ + OAB	0.552	3.622	-0.955	1.685
Union2.1 (estat.)	0.571	4.892	0.925	0.940
Union2.1 + OAB (estat.)	0.128	0.794	-0.920	25.111
Union2.1 (estat. + sist.)	1.409	4.630	0.933	0.425
Union2.1 + OAB (estat. + sist.)	0.187	1.007	-0.922	13.751
Dados	σ_{w_0}	$\sigma_{w_{0.5}}$	$\rho_{w_0 w_{0.5}}$	FoM
SVJ	1.920	1.517	-0.836	0.626
SVJ + OAB	0.552	0.700	-0.859	5.056
Union2.1 (estat.)	0.571	2.170	0.958	2.820
Union2.1 + OAB (estat.)	0.128	0.155	-0.748	75.334
Union2.1 (estat. + sist.)	1.409	2.902	0.981	1.275
Union2.1 + OAB (estat. + sist.)	0.187	0.161	-0.687	41.253
Dados	σ_{w_0}	σ_{w_c}	z_c	FoM
SVJ	1.920	0.501	0.251	1.040
SVJ + OAB	0.552	0.172	0.190	10.557
Union2.1 (estat.)	0.571	0.235	-0.112	7.448
Union2.1 + OAB (estat.)	0.128	0.055	0.213	142.971
Union2.1 (estat. + sist.)	1.409	0.545	-0.246	1.303
Union2.1 + OAB (estat. + sist.)	0.187	0.078	0.252	68.337

Tabela 5.1: Vínculos sobre a energia escura obtidos pelos dados observacionais de $t(z)$, SNe Ia e OAB. A primeira coluna da tabela refere-se à amostra utilizada para cada análise, ao passo que a segunda e terceira colunas correspondem às incertezas associadas aos parâmetros cosmológicos. A quarta coluna apresenta o coeficiente de correlação, ou o *redshift* pivô, enquanto a última coluna consiste na FoM obtida.

1. Parametrização CPL.
2. Parametrização W, adotando $z_c = 0.5$.
3. Parametrização W, a qual não assume qualquer valor de z_c *a priori*, sendo representada por W I.

Para estimar os vínculos cosmológicos impostos pelas simulações, produzimos 30 realizações de $t(z)$ via MMC para cada um destes seis grupos de amostras de $t(z)$, calculando as suas respectivas FoM. Posteriormente, produzimos 10^4 novas realizações através do MB, tomando como amostra original as 30 FoM obtidas no passo anterior, tal que a média aritmética da FoM destas realizações são tomadas como o valor central absoluto da FoM, enquanto a média aritmética de seus respectivos desvios absolutos da média correspondem à sua dispersão.

O método *bootstrap* é utilizado nestas análises por fornecer uma distribuição Gaussiana para a FoM com relação ao número de ocorrência de seus valores possíveis, o que permite obter uma estimativa robusta para o valor central da FoM para cada configuração das simulações de

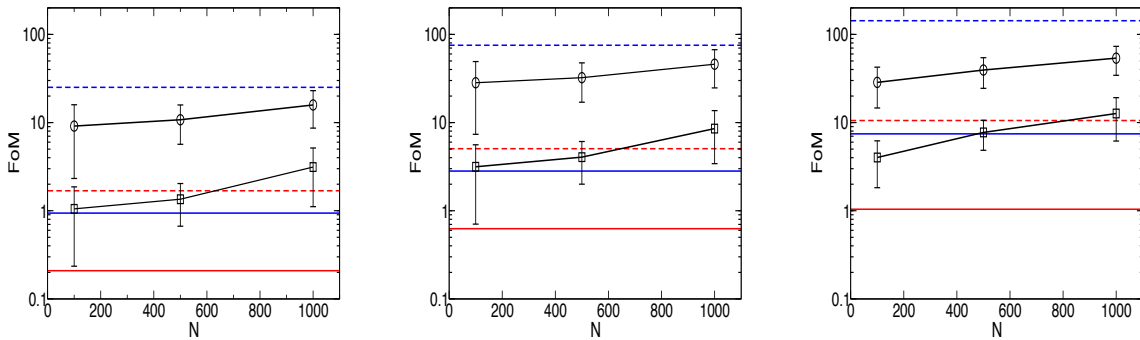


Figura 5.6: Figura de Mérito (FoM) versus N , o número de pontos das amostras simuladas de $t(z)$ obtidas para o modelo CPL (painel da esquerda), W (painel central) e WI (painel da direita), assumindo $\sigma_t = 10\%$ em todos os casos. Os quadrados representam as FoMs obtidas para realizações de $t(z)$ sozinhas, os círculos tratam-se das realizações de $t(z) + \text{OAB}$, ao passo que as linhas horizontais contínuas representam os dados observados de idade (em vermelho) e SNe Ia (em azul), enquanto as tracejadas referem-se à análise combinada dos com os dados de OAB.

$t(z)$. Já o uso do desvio absoluto da média para a obtenção da barra de erro da FoM central é justificado por este ser um parâmetro mais resistente quanto aos expúrios[‡], os quais desviam o valor médio de suas FoMs do valor mais provável de sua ocorrência, espúrios estes presentes em cada realização de grupos de 30 FoMs. Por isto, a escolha por este parâmetro ao invés do desvio padrão, o qual é mais usualmente empregado na literatura para fins de obter a dispersão de uma distribuição Gaussiana.

Utilizamos, ainda, um *prior* em H_0 de $74.3 \pm 3.6 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, determinado por [88], escolha justificada por se tratar de uma medida independente de modelo cosmológico. Além disto, marginalizamos os parâmetros Ω_m e H_0 em nossas análises, pois nosso foco reside nas incertezas relacionadas aos parâmetros relacionados à $w(z)$ CDM, bem como lançamos mão das 6 medidas de escala das OAB apresentadas na seção 3.3. Os resultados obtidos por intermédio desta prescrição são apresentados na próxima seção.

5.5 Resultados

Calculamos a FoM definida de acordo com (5.13) para os dados observacionais de $t(z)$, publicados em [72], e para a compilação de SNe Ia Union2.1 [59], tanto separadamente quanto em conjunto da análise combinada com os dados de OAB disponíveis na literatura, cujos resultados localiza-se na tabela (5.1). Estes dados foram empregados com o objetivo de visualizar o status atual do poder de restrição destes observáveis sobre o modelo CPL. Acerca das amostras simuladas, apresentamos a FoM fornecida pelas realizações de $t(z)$ versus o número de pontos de cada amostra nas figuras (5.6) e (5.7), mostrando, assim, como os vínculos sobre $w(z)$ evoluem

[‡] Na literatura, tais pontos são comumente referidos como *outliers*.

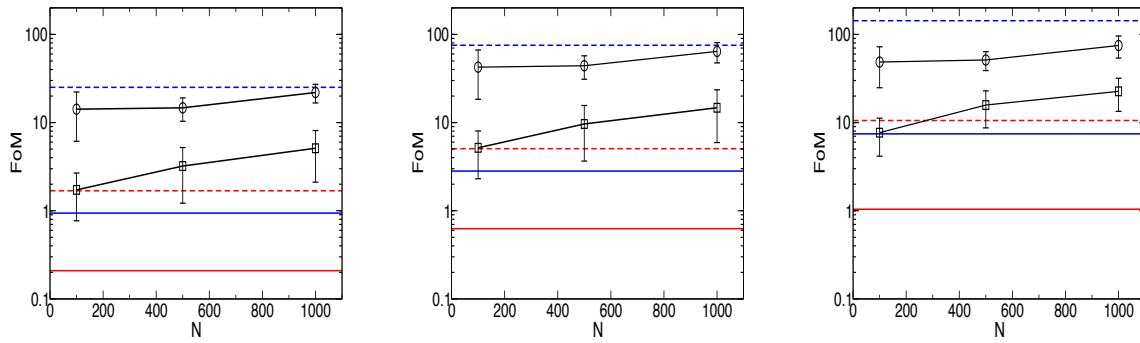


Figura 5.7: Figura de Mérito (FoM) versus N , o número de pontos das amostras simuladas de $t(z)$ obtidas para o modelo CPL (painel da esquerda), W (painel central) e W I (painel da direita), assumindo $\sigma_t = 5\%$ em todos os casos. Os quadrados representam as FoMs obtidas para realizações de $t(z)$ sozinhas, os círculos tratam-se das realizações de $t(z) + \text{OAB}$, ao passo que as linhas horizontais contínuas representam os dados observados de idade (em vermelho) e SNe Ia (em azul), enquanto as tracejadas referem-se à análise combinada dos com os dados de OAB.

conforme N aumenta ou σ_t decresce.

Tais resultados permitem visualizar a vantagem de reparametrizar o modelo CPL em torno do z_c , de modo a garantir um ganho na FoM de um fator 3 quando empregamos a abordagem de [101][§], como foi mostrado na tabela (5.1) e nos painéis centrais de ambas as figuras supracitadas. Ainda assim, nossos resultados apontam claramente que a adoção de $z_c = 0.5$, mesmo sendo capaz de aliviar a degenerescência existente no plano $\{w_0, w_a\}$, não corresponde ao z_c verdadeiro para as amostras observacionais, ou mesmo para as simulações de idade. Com isto, os vínculos fornecidos não exploram todo o potencial que a reparametrização W possui, o que é feito ao relaxar esta imposição sobre z_c . Lançando mão do formalismo da MIF, que permite fácil manipulação das mesmas quanto à transformação de variáveis (como mostrado no Apêndice 2), calculamos também a FoM para o caso deste z_c livre, resultando, assim, em um ganho no poder de restrição de até fator 2 comparado com a FoM da parametrização W.

Nestas mesmas figuras, apresentamos também a FoM obtida para os dados de $t(z)$ da literatura e das SNe Ia da compilação Union2.1 assumindo apenas seus erros estatísticos, tendo como objetivo confrontar o potencial restritivo das realizações de $t(z)$ frente às amostras observacionais disponíveis no momento. Para os modelos CPL e W, é possível notar que nossas amostras simuladas oferecem vínculos superiores aos das SNe mesmo quando $N = 100$. Quando $N = 1000$, temos a FoM destas realizações superior a da SNe Ia em mais de 1σ para ambos modelos considerados. Isto mostra que os dados de $t(z)$, caso apresentem estas configurações no futuro, serão competitivos frente às SNe Ia, ampliando ainda mais a gama de testes cosmológicos confiáveis à nossa disposição.

No entanto, os resultados obtidos para o modelo W I apontam que o potencial restritivo

[§] Este ganho na FoM pode ser obtido analiticamente, tal como demonstrado no Apêndice 3.

das nossas realizações não mostram-se tão competitivos frente às SNe Ia quanto nos casos anteriores, embora ainda seja possível superar seus vínculos em 1σ quando $\sigma_t = 5\%$ e $N > 500$. Podemos notar, deste modo, que os dados de SNe Ia demonstram maior sensibilidade à reparametrização W quando o parâmetro z_c é calculado explicitamente. Tal fato se deve ao plano $\{w_0, w_a\}$ encontrar-se correlacionado, diferentemente dos resultados apontados pelas análises via dados de $t(z)$ e OAB, que apresentam anticorrelação entre estes parâmetros, como pode ser visto no sinal do coeficiente ρ na tabela (5.1). Por tal motivo, os vínculos cosmológicos impostos pelas SNe Ia mostram-se mais sensíveis à ação do parâmetro w_c do que nossas realizações de $t(z)$.

Estes mesmos gráficos apontam, também, que o ganho no poder de restrição por parte da combinação entre dados de SNe Ia + OAB, comparando com a FoM das SNe Ia sozinhas, é maior do que a razão entre as FoMs de $t(z)$ + OAB de $t(z)$ somente. Isto pode ser explicado através da correlação dos NC no plano $\{w_0, w_a\}$, conforme discutido no parágrafo acima. Como os dados de OAB apresentam anticorrelação assim como os dados de $t(z)$, temos que os NC do espaço formado por $\{w_0, w_a\}$ pelas SNe Ia são ortogonais aos do OAB, algo que não se repete para a combinação $t(z)$ + OAB, mostrando então por que esta primeira combinação fornece vínculos melhores sobre estes parâmetros. Vale ainda frisar que apenas os erros estatísticos das observações das SNe Ia foram tomados quando realizamos esta comparação direta com nossas simulações de $t(z)$. Isto deve-se ao impacto dos erros de origem sistemática sobre os vínculos cosmológicos, o que foi apontado já na seção 3.6 e pode ser visualizado na tabela (5.1), assim como a pouca relevância dos erros sistemáticos nas estimativas de $t(z)$, tal como discutido em [72].

Por fim, é possível dizer que as observações esperadas de idade $t(z)$ mostram-se capazes de aprimorar consideravelmente os vínculos sobre modelos $w(z)$ CDM, porém, são ainda insuficientes para apontar uma dependência temporal da energia escura e excluir Λ como sua principal candidata.

6 Conclusões e Perspectivas

6.1 Conclusões e perspectivas futuras

Desde o final dos anos 1990, a área da Cosmologia encontra-se em uma fase de transformação profunda quanto à compreensão do conteúdo material que constitui o Universo, fruto da qualidade ascendente dos dados coletados pelos levantamentos observacionais desenvolvidos desde então. Tal revolução tem permitido a criação de novos caminhos para a investigação de um dos maiores desafios encontrados hoje pelos cosmólogos, que é a determinação do mecanismo físico por trás da expansão acelerada do Universo. O problema de ajuste fino que afeta a Constante Cosmológica vem impulsionando a elaboração de uma miríade de modelos cosmológicos como alternativas à mesma, contudo, mesmo sob a luz das amostras observacionais mais recentes e precisas, ainda não é possível aliviar a degenerescência de grande parte destes modelos com respeito ao Λ CDM no presente momento.

Nesta dissertação, nos concentramos em modelos que assumem evolução temporal para a energia escura através de uma forma funcional, denominados $w(z)$ CDM, e do estudo de seus vínculos a partir de dados de idades de objetos distantes, $t(z)$. Esta escolha é justificada pelo crescente interesse sobre eles e por sua simplicidade, tornando-se então a abordagem mais direta e eficiente para detectar uma possível dependência temporal na EdE que representa a energia escura. Já a escolha destes observáveis se deve, além da pouca exploração do mesmo por parte de testes cosmológicos, à expectativa de dados com boa precisão por parte de *surveys* que entrarão em atividade nos próximos anos, tais como o ACT, SALT e J-PAS [104].

No entanto, as restrições impostas via observações de $t(z)$, assim como dos dados mais atuais de SNe Ia, RCF, OAB e $H(z)$, sobre tais modelos ainda são bastante limitados, apresentando uma forte degenerescência no espaço paramétrico que caracteriza $w(z)$. Sendo assim, desenvolvemos dois métodos visando realizar um estudo do potencial de restrição sobre esta componente por parte dos dados futuros de idade. O primeiro deles consiste em um procedimento analítico baseado na relação entre as incertezas de $t(z)$ e os erros dos parâmetros cosmológicos, de modo a fornecer a precisão exigida para que seja possível impor vínculos arbitrários sobre

tais parâmetros. Já o segundo método se trata do desenvolvimento de uma prescrição para a produção de amostras sintéticas de dados de $t(z)$ via simulações de MC, almejando também obter estimativas do poder de vínculo possuirão estes dados futuros. Além disto, tais previsões serão confrontadas com os vínculos fornecidos pelos dados observacionais disponíveis hoje, tendo como propósito uma comparação entre o status atual e a perspectiva de um futuro próximo destes mesmos vínculos.

Sobre esta primeira abordagem, seus resultados apontam a dificuldade latente em restringir satisfatoriamente os parâmetros que descrevem $w(z)$. Isto ocorre por causa do SE que atua sobre os mesmos, pois a dependência entre $t(z)$ e estes objetos possui uma forma analítica complexa, especialmente do parâmetro que acompanha a evolução com o *redshift*, w_a . Contudo, esta questão dos vínculos sobre w_a pode ser aliviada ao reescrever a parametrização CPL em termos de um *redshift* pivô, z_c , e redefinindo-a em termos de $w_c = w(a_c)$, como foi mostrado nas figuras (5.2) e (5.4). Finalmente, estas análises revelam ainda que o máximo do erro percentual de $t(z)$ não ocorre em altos valores de *redshifts*. Em outras palavras, uma medida de idade realizada em z mais baixos é capaz de restringir w_0 e w_a do mesmo modo que observações compreendidas em *redshifts* mais altos, ainda que seja menos precisa, marcando assim uma vantagem do ponto de vista técnico das observações.

O segundo método de estudo, por sua vez, mostra que estes dados de $t(z)$ esperados para o futuro próximo possuem potencial de restrição superiores ao das SNe Ia atuais, ainda que tenhamos um número menor de objetos em sua amostra, revelando-se, portanto, um teste competitivo para a obtenção de vínculos cosmológicos. Ainda que os vínculos impostos pela combinação das amostras de SNe Ia + OAB superem os de $t(z)$ + OAB, isto ocorre por uma questão técnica, que é a ortogonalidade existente entre os NC de OAB e SNe Ia, algo que a segunda combinação não apresenta. É de grande importância também ressaltar a vantagem da reparametrização do modelo CPL tal como descrito na seção 4.4 desta dissertação, em especial quando a imposição $z_c = 0.5$ é relaxada. Apesar do extenso uso deste valor na literatura, os dados disponíveis hoje, bem como os de nossas amostras simuladas, ainda não apresentam z_c próximo dele, afora que este relaxamento permite vínculos ainda melhores por quebrarem completamente a degenerescência do plano $\{w_0, w_a\}$. Assim, recomendamos a adoção destas reparametrizações caso seja desejado explorar todo o potencial que este modelo CPL possui. Os resultados destas previsões encontram-se nas figuras (5.6) e (5.7).

Finalmente, esta dissertação também destaca a eficiência das técnicas estatísticas da MIF e da FoM, as quais possibilitam quantificar o potencial restritivo de dados simulados por meio de manipulações simples e rápidas, sendo o ideal para o tratamento de trabalhos com foco em previsões de vínculos cosmológicos a partir destas simulações. Isto, por sua vez, indica uma direção para trabalhos futuros, onde poderemos empregar esta metodologia para obter estimativas de vínculos futuros sobre outras classes de modelos cosmológicos. Alternativamente, poderemos também realizar estas previsões a partir de dados simulados de outros observáveis, como de SNe Ia, OAB, ou mesmo determinações do parâmetro de Hubble, o qual possui a vantagem

de ser menos suscetível ao SE por não exigir nenhuma integração para a sua obtenção. No mais, uma outra possibilidade é determinar qual a incerteza requerida para os dados observacionais para que um determinado modelo cosmológico possa ser provado ou refutado. Para tal, poderemos também empregar amostras observacionais sintéticas, nos dizendo o quão precisas devem ser as observações futuras para inferir se a aceleração cósmica é realmente motivada por uma Constante Cosmológica ou por outro mecanismo ainda mais complexo. Com isto, teremos metodologias robustas para realizar previsões acerca do potencial de restrição que as campanhas observacionais dos próximos anos irão fornecer, tal como a viabilidade dos modelos cosmológicos de acordo com as configurações esperadas para estes *Surveys*.

Apêndice 1

1 Estatística e estimativa de parâmetros cosmológicos

Função verossimilhança

Considerando a grande quantidade de dados observacionais que dispomos hoje, é fundamental o desenvolvimento de métodos estatísticos robustos para suas análises, de forma a exigir o mínimo de custo computacional possível. Um destes métodos consiste em definir uma quantidade que seja capaz de comparar as informações fornecidas por um modelo teórico com as medidas derivadas das observações, mostrando o quão verossímil ele é. Podemos defini-la através da função verossimilhança, $\mathcal{L}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M})$, que determina a probabilidade de medirmos os dados $\mathbf{d} = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ considerando o modelo \mathcal{M} e os parâmetros $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ que o descrevem.

Assim, a função verossimilhança assume a forma:

$$\mathcal{L}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M}) \propto e^{-\chi^2(\mathbf{p})/2} . \quad (1)$$

onde $\chi^2(\mathbf{p})$ é dado por

$$\chi^2(\mathbf{p}) = (\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{p}))\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{d}^{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{p}))^T . \quad (2)$$

Esta expressão é válida supondo que estes observáveis sejam independentes entre si, sigam uma distribuição normal em torno de seus valores verdadeiros, i.e., $\mathbf{d}(\mathbf{p})$ [105], e \mathbf{C} seja a matriz de covariância fornecida pelos erros experimentais. Se estes dados são descorrelacionados, temos $\mathbf{C} = \delta_{ij}\sigma_i^2$, e assim (2) torna-se:

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\mathbf{d}_i^{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{p})}{\sigma_i^{obs}} \right)^2 . \quad (3)$$

q	ν			
	1	2	3	4
68.27%	1.00	2.30	3.53	4.72
90%	2.71	4.61	6.25	7.78
95.45%	4.00	6.18	8.02	9.72
99%	6.63	9.21	11.3	13.3
99.73%	9.00	11.8	14.2	16.3
99.99%	15.1	18.4	21.1	23.5

Tabela 1: $\Delta\chi^2$ em função do número de graus de liberdade ν e do nível de confiança q .

Portanto, devemos maximizar a função verossimilhança $\mathcal{L}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M})$, equivalente à minimizar $\chi^2(\mathbf{p})$, de modo a nos fornecer quais valores destes parâmetros \mathbf{p} são mais compatíveis com estas observações \mathbf{d}^{obs} , caracterizando assim o melhor ajuste de \mathcal{M} com respeito a estas medidas *.

Função Densidade de Probabilidade

Além da função verossimilhança, temos também a função de densidade de probabilidade *density probability function* (PDF). Ela nos permite inferir qual a probabilidade de obtermos os parâmetros θ a partir de um modelo físico, \mathcal{M} , e de uma amostra observacional, \mathbf{d} . Assumindo que este é o modelo que melhor representa o Universo, a PDF é definida por:

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M}) = \frac{\mathcal{L}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M})\pi(\mathbf{p}, \mathcal{M})}{\int d\mathbf{p}\mathcal{L}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M})\pi(\mathbf{p}, \mathcal{M})}, \quad (4)$$

expressão na qual baseia-se o Teorema de Bayes [106]. Em (4), $\mathcal{L}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M})$ é dada por (1), $p(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M})$ representa a PDF posterior, e por fim $\pi(\mathbf{p}, \mathcal{M})$ denota a PDF que convencionalmente chamamos de *prior*, onde codificamos todo o conhecimento anterior sobre os parâmetros que desejamos estimar mesmo antes de termos posse de \mathbf{d} . No caso de um *prior* gaussiano e de uma amostra cujos dados sejam descorrelacionados, (3) pode ser escrito como

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\mathbf{d}_i^{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{p})}{\sigma_i^{obs}} \right)^2 + \left(\frac{p_j^{obs} - p_j}{\sigma_{p_j}^{obs}} \right)^2, \quad (5)$$

sendo p_j^{obs} uma medida experimental do parâmetro p_j da qual já temos posse.

* Um teste rápido e simples para verificar a qualidade do ajuste é o cálculo de χ_ν^2 , também conhecido como χ^2 reduzido, onde ν denota os graus de liberdade do sistema, i.e., número de dados da amostra em questão subtraído do número de parâmetros ajustáveis. Quanto mais próximo de uma unidade for este valor de χ_ν^2 , maior a qualidade deste ajuste.

Marginalizando parâmetros

Consideremos um modelo descrito por n parâmetros ajustáveis. Para a realização de um teste cosmológico deste modelo, nosso interesse pode residir em apenas alguns de seus parâmetros, não todos eles. Assim, podemos nos valer de um recurso chamado de marginalização, tal que permite eliminar a dependência de $\chi^2(\mathbf{p})$ dos mesmos. Tal procedimento pode ser realizado ao integrar a função verossimilhança (1) sobre todos os valores possíveis que estes parâmetros podem assumir, ou seja:

$$\tilde{\chi}^2(\tilde{\mathbf{p}}) = -2 \ln \left[\int dp_1 \int dp_2 \cdots \int dp_m e^{-\chi^2(\mathbf{p}, p_1, p_2, \dots, p_m)/2} \right], \quad (6)$$

onde p_1, p_2, \dots, p_m representam os m parâmetros indesejados nesta análise e $\tilde{\chi}^2(\tilde{\mathbf{p}})$ representa o χ^2 marginalizado. Para um exemplo prático, é comum efetuar a marginalização sobre o parâmetro de Hubble atual, H_0 , em casos que buscamos impor vínculos sobre a energia escura, pois este parâmetro não nos fornece informações acerca da recente fase de aceleração do Universo.

Análise conjunta

Tendo posse de n amostras observacionais para fins de investigar um certo modelo cosmológico, podemos realizar uma análise conjunta com todos estes dados ao tomar o produto de suas respectivas funções verossimilhança, tal como:

$$\mathcal{L}_{\text{conj}}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M}) = \mathcal{L}_{A_1}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M}) \times \mathcal{L}_{A_2}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M}) \times \cdots \times \mathcal{L}_{A_n}(\mathbf{d}|\mathbf{p}, \mathcal{M}), \quad (7)$$

onde A_i representa cada uma destas amostras. Alternativamente, basta somar o χ^2 fornecido por cada uma delas, sendo assim:

$$\chi^2_{\text{conj}}(\mathbf{p}) = \chi^2_{A_1}(\mathbf{p}) + \chi^2_{A_2}(\mathbf{p}) + \cdots + \chi^2_{A_n}(\mathbf{p}). \quad (8)$$

Níveis de confiança

Ainda que o método da máxima verossimilhança seja eficiente para localizar o ponto melhor ajuste de um modelo cosmológico, ele não fornece informações sobre o quão restrito encontra-se este ajuste. Para tal, precisamos estabelecer intervalos que medem os graus de confiança que um conjunto de parâmetros \mathbf{p} representem o Universo observado [107]. Assim, é usual na literatura representar a estimativa de erros sobre os parâmetros cosmológicos na forma de uma região ou contorno, aos quais são referidos como níveis de confiança (NC). Estes intervalos

são obtidos em torno do melhor ajuste de \mathbf{p} , cujos respectivos limites englobam uma região de porcentagem q de localizar os “parâmetros verdadeiros” do Universo. Podemos obtê-los ao variar χ_{min}^2 (o valor de (2) no ponto de melhor ajuste) de uma certa quantidade, como segue:

$$\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2 = \chi^2(q) . \quad (9)$$

Assim, todos os conjuntos de m parâmetros cosmológicos que satisfazem a condição imposta em (9) correspondem àqueles que possuem $q\%$ de serem os parâmetros verdadeiros que buscamos. Naturalmente, quanto maior for q , maior será o número de \mathbf{p} que estarão compreendidos em seu respectivo NC. De modo formal, as regiões de confiança podem ser traçadas quando:

$$Q(\nu, \chi_{min}^2) = \int_0^{\Delta\chi^2} dt \frac{(t/2)^{(\nu/2)-1} e^{-t/2}}{2\Gamma(\nu/2)} = 1 - \frac{\Gamma(\nu/2, \Delta\chi^2/2)}{\Gamma\nu/2} , \quad (10)$$

onde ν denota o NGL do sistema de n dados e m parâmetros ajustáveis, $\Gamma(\nu/2, \chi_{min}^2/2)$ a função Γ incompleta e $Q(\nu, \chi_{min}^2)$ a probabilidade correspondente a um determinado NC. Uma tabela relacionando os níveis de confiança em função do $\Delta\chi^2$ e dos NGL ν encontra-se na tabela (1), retirada de [103]. Convencionalmente, atribuímos os erros de 1σ , 2σ e 3σ sobre \mathbf{p} aos NC de 68.27%, 95.45% e 99.73%, respectivamente, i.e., os valores mínimos e máximos destes parâmetros que encontram-se sob estas curvas.

Apêndice 2

2 Manipulação das Matrizes de Fisher

Além da simplicidade que este formalismo possui para estimar estes vínculos, permite também fáceis manipulações, tal que podemos realizarmos marginalização de parâmetros, adicionarmos *priors*, análises conjuntas, etc., conforme será descrito a seguir com base no artigo [108]

Marginalização

Suponhamos que temos uma matriz de Fisher $[F]$ tal qual (5.7), que nos diz respeito sobre os seguintes parâmetros cosmológicos: $\{h, \Omega_\Lambda, \Omega_k\}$. Se desejarmos marginalizar o parâmetro h , basta invertermos esta matriz $[F]$, de modo a obtermos $[C]$ e assim excluirmos os elementos de $[C]$ referentes à h , i.e. as linhas e colunas relacionadas a esta variável, afinal, quando falamos dos erros associados a Ω_Λ e Ω_k , automaticamente realizamos uma marginalização sobre h , pois permitimos as incertezas sobre ele possam assumir qualquer valor, ou seja, integramos estas incertezas sobre todos os seus valores possíveis, enquanto calculamos os σ referentes aos demais parâmetros sem nos preocuparmos mais com h . Assim, teremos uma nova MC dada por:

$$[C] = \begin{pmatrix} \sigma_{\Omega_\Lambda}^2 & \sigma_{\Omega_\Lambda \Omega_k} \\ \sigma_{\Omega_k \Omega_\Lambda} & \sigma_{\Omega_k}^2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

Fixando parâmetros

Se quisermos fixar $\Omega_k = 0$ na matriz de fisher do exemplo anterior, retiramos as linhas e colunas de $[F]$ referentes à esta variável, e assim a matriz de covariância $[C]$ e os erros associados às

demais componentes serão calculados já sob esta consideração.

Priors

Ao invés de marginalizar h em nossa análise, podemos simplesmente adicionar um prior sobre o mesmo, caso tenhamos uma medida observacional desta variável que julgemos confiável. Portanto, ao assumirmos um prior de $h = 70 \pm 5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ em 1σ , adicionamos $1/\sigma^2 = 0.04$ no elemento da diagonal de $[F]$ referente a este parâmetro.

Transformação de variáveis

Consideremos agora uma matriz de Fisher $[F]$ dada em termos dos parâmetros $p = \{a, b, c\}$, porém, desejamos expressá-la em termos de outro conjunto de parâmetros, $q = \{d, e, f\}$. Podemos obter uma nova matriz de Fisher $[F']$ em termos de q utilizando ainda a $[F]$ original, de acordo com:

$$F'_{mn} = \sum_{ij} \frac{\partial p_i}{\partial q_m} \frac{\partial p_j}{\partial q_n} F_{ij}. \quad (12)$$

Matricialmente, a expressão (12) torna-se:

$$[F'] = [M]^T [F] [M], \quad (13)$$

onde M_{ij} é a matriz de transformação entre os parâmetros de p e os de q , dada explicitamente por:

$$[M] = \begin{pmatrix} \frac{\partial a}{\partial d} & \frac{\partial a}{\partial e} & \frac{\partial a}{\partial f} \\ \frac{\partial b}{\partial d} & \frac{\partial b}{\partial e} & \frac{\partial b}{\partial f} \\ \frac{\partial c}{\partial d} & \frac{\partial c}{\partial e} & \frac{\partial c}{\partial f} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Se, por exemplo, tivermos $p = \{h, \Omega_\Lambda, \Omega_k\}$, cuja sua matriz de Fisher associada à p é $[F]$ e nosso objetivo é expressá-la em termos de $q = \{h, w, \omega_k\}$, basta calcularmos as derivadas parciais entre cada parâmetro pertencente a p e q , assim como nos mostra (14).

Análise conjunta

Se tivermos resultados da matriz de Fisher para $\{h, \Omega_\Lambda, \Omega_k\}$ por múltiplos experimentos, podemos analisá-los conjuntamente ao somar a matriz de Fisher de cada experimento, tal que $[F_T] = [F] + \sum_{i=1}^N [F_i]$, sendo $[F]$ a matriz de Fisher do experimento original, $[F_i]$ a matriz de Fisher dos demais e N o número total dos experimentos considerados. Portanto, se quisermos marginalizar

algum destes parâmetros, temos que fazê-lo depois desta operação de soma de matrizes de Fisher, a menos que os parâmetros de incubação sejam descorrelacionados entre cada experimento, onde neste caso a marginalização deve ser realizada antes da soma das $[F]$ correspondentes à cada experimento.

Apêndice 3

3 Impacto das reparametrizações da CPL na Figura de Mérito

Podemos comparar o poder de restrição de cada reparametrização da CPL (i.e., $\{w_0, w_a\} \Rightarrow \{w_p, w_a\}$ [100], ou $\{w_0, w_a\} \Rightarrow \{w_0, w_c\}$ [101]) através da manipulação da MIF assim como descrita no Apêndice 2. Considerando que o parâmetro w_p transforma-se linearmente com relação à w_0 de acordo com

$$w_0 = w_p - w_a(1 - a_p), \quad (15)$$

podemos utilizando a matriz de transformação $[M]$, tal como definida em (12) como segue:

$$[M] = \begin{pmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial w_p} & \frac{\partial w_0}{\partial w_a} \\ \frac{\partial w_a}{\partial w_p} & \frac{\partial w_a}{\partial w_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Já para a reparametrização da Wang, levando em consideração a relação entre w_a e w_c dada por

$$w_a = \frac{w_c - w_0}{1 - a_c}, \quad (17)$$

obtemos a seguinte matriz de transformação:

$$[M] = \begin{pmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial w_0} & \frac{\partial w_0}{\partial w_c} \\ \frac{\partial w_a}{\partial w_0} & \frac{\partial w_a}{\partial w_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{(1-a_c)} & \frac{1}{(1-a_c)} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Denotando a MIF destas reparametrizações por $[F']$, que pode ser obtida a partir da MIF fornecida pela parametrização CPL via expressão (13) do Apêndice 2, temos que a FoM da reparametrização do DETF se compara com a da CPL de acordo com

$$FoM' = \sqrt{\det[M^T] \det[F] \det[M]} = \sqrt{\det[F]} = FoM, \quad (19)$$

pois $FoM' \equiv (\sqrt{\det[C']})^{-1} = \sqrt{\det[F']}$, sendo $[F']$ e $[C']$ as MIF e MC transformadas, respectivamente. Ou seja, a transformação $\{w_0, w_a\} \Rightarrow \{w_p, w_a\}$ não altera o valor da FoM da CPL, apenas soluciona a degenerescência do espaço paramétrico original da CPL. Porém, para o caso da reparametrização $\{w_0, w_a\} \Rightarrow \{w_0, w_c\}$, temos:

$$FoM' = \sqrt{\det[M^T] \det[F] \det[M]} = \sqrt{9 \det[F]} = 3FoM, \quad (20)$$

demonstrando que tal reparametrização possibilita um ganho de fator 3 no valor da FoM de CPL, justificando, portanto, porque esta reparametrização foi adotada ao invés da proposta de [100].

Referências

- [1] A. Einstein. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pages 844–847, 1915. [pg: 1]
- [2] C. M. Will. *Living Reviews in Relativity*, 9:3–103, 2006, 0510072. [pg: 1]
- [3] A. Einstein. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pages 142–153, 1917. [pg: 1]
- [4] W. de Sitter. *Proc. Royal Acad. Amsterdam [KNAW]*, 19:1217–25, 1917. [pg: 1]
- [5] A. Z. Friedmann. *Zeitschrift für Physik*, 10:377–386, 1922. [pg: 1]
- [6] E. Hubble. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15:168–173, 1929. [pg: 1]
- [7] G. Gamow. *Phys. Rev.*, 70:572, 1946. [pg: 2]
- [8] R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamow. *Phys. Rev.*, 73:803, 1948. [pg: 2]
- [9] R. A. Alpher and R. C. Hermann. *Phys. Rev.*, 74:1577, 1948. [pg: 2]
- [10] A. A. Penzias and R. Wilson. *The Astrophysical Journal* , 142:419, 1965. [pg: 2]
- [11] P.J.E. Peebles and B. Ratra. *Rev. Mod. Phys.*, 75:559–606, 2003, 0207347. [pg: 2]
- [12] A. G. Riess et al. *Astronomical Journal* , 116:1009–1038, 1998, astro-ph/9805201. [pg: 2, 18, 23]
- [13] S. Perlmutter et al. *The Astrophysical Journal* , 517:565–586, 1999, astro-ph/9812133. [pg: 2, 18]
- [14] S. Nojiri and S. D. Odintsov. *Phys. Rev. D.*, 68, 2003, 0307288. [pg: 2]
- [15] S. Capozziello, V.F. Cardone, and A. Troisi. *Phys. Rev. D.*, 71, 2005, 0501426. [pg: 2]

- [16] L. Amendola, S. Tsujikawa, and D. Polarski. *Phys. Rev. Lett.*, 98, 2006, 0603703. [pg: 2]
- [17] J. Santos, J. S. Alcaniz, M. J. Reboucas, and F. C. Carvalho. *Phys. Rev. D.*, 76, 2007, 0708.0411. [pg: 2]
- [18] F. C. Carvalho, M. Santos, E. J. S Alcaniz, and J. Santos. *JCAP*, 2008, 0804.2878. [pg: 2]
- [19] B. Santos, M. Campista, J. Santos, and J. S. Alcaniz. 2012, 1207.2478. [pg: 2]
- [20] J. S. Alcaniz. *Phys. Rev. D.*, 65, 2002, 0202492. [pg: 2]
- [21] J. S. Alcaniz, D. Jain, and A. Dev. *Phys. Rev. D.*, 66, 2002, 0206448. [pg: 2]
- [22] M. Bouhmadi-Lopez, S. Capozziello, and V. F. Cardone. *Phys. Rev. D.*, 82, 2010, 1010.1547. [pg: 2]
- [23] L. Bouhmadi-Lopez, Chimento. *Phys. Rev. D.*, 82, 2010, 1007.4141. [pg: 2]
- [24] J. Martin. *Mod. Phys. Lett.*, 23:1252–1265, 2008, 0803.4076. [pg: 2]
- [25] F. E. M. Costa, Barboza Jr. E. M., and J. S. Alcaniz. *Phys. Rev. D.*, 79, 2009, 0905.0672. [pg: 2]
- [26] Z. Zhang, S. Li, X-D. Li, and M. Li. *JCAP*, 2012, 1204.6135. [pg: 2]
- [27] T. Chiba, A. De Felice, and S. Tsujikawa. 2012, 1210.3859. [pg: 2]
- [28] F. E. M. Costa, J. A. S. Lima, and F. A. Oliveira. 2012, 1204.1864. [pg: 2]
- [29] J. A. S. Lima, S. Basilakos, and J. Sola. 2012, 1209.2802. [pg: 2]
- [30] T. Clifton et al. *Physical Reports*, 513:1–189, 2011, 1106.2476. [pg: 2]
- [31] M. Li, X-D. Li, S. Wang, and Y. Wang. *Commun.Theor.Phys.*, 56:525–604, 2011, 1103.5870. [pg: 2]
- [32] H. Weyl. *Astroparticle Physics* , 59:101–133, 1919. [pg: 5]
- [33] V. M. Slipher. *Lowell Observatory Bulletin*, 2:26–27, 1912. [pg: 6]
- [34] G. Lemaître. *Université catholique de Louvain*, 47:49–59, 1927. [pg: 7]
- [35] W. L. Freedman, B. F. Madore, B. K. Gibson, L. Ferrarese, D. D. Kelson, et al. *The Astrophysical Journal* , 553:47–72, 2001, 0012376. [pg: 7]
- [36] http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/cobe_images/firas_spectrum.jpg. [pg: 9]

- [37] R. K. Sachs and A. M. Wolfe. *The Astrophysical Journal* , 147:73–74, 1967. [pg: 10]
- [38] R. A. Sunyaev and Y. B. Zel'dovich. *Astrophysics and Space Science*, 7:3–19, 1970. [pg: 10]
- [39] P. de Bernardis, P. A. R. Ade, R. Artusa, J. J. Bock, A. Boscaleri, B. P. Crill, G. De Troia, et al. *NewAstron.Rev.43*, 43:289–296, 1999, 9911461. [pg: 10]
- [40] C. R. Contaldi, J. R. Bond, D. Pogosyan, B. S. Mason, S. T. Myers, T. J. Pearson, et al. 2002, 0210303. [pg: 10]
- [41] <http://www.rssd.esa.int/index.php?project=planck>. [pg: 10]
- [42] W. Hu and S. Sugiyama. *The Astrophysical Journal* , 471:542–570, 1996, 9510117. [pg: 10, 26]
- [43] J.R. Bond and G. Efstathiou. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 226:655–687, 1987. [pg: 11]
- [44] E. Komatsu, K.M. Smith, J. Dunkley, C.L. Bennett, et al. *The Astrophysical Journal, Supplement Series* , 192, 2010, 1001.4538. [pg: 11, 12, 19, 27, 29, 46]
- [45] S. Burles, K. M. Nollett, and S. Turner. *The Astrophysical Journal* , 552:1–5, 2001, 0010171. [pg: 12]
- [46] I. M. H. Etherington. *Phil.Mag*, 15, 1933. [pg: 18]
- [47] T. Padmanabhan. *Gravitation: Foundations and Frontiers*. Cambridge University Press, 2010. [pg: 18]
- [48] J.S. Alcaniz. *Braz.J.Physics*, 36, 2006, 0608631. [pg: 20]
- [49] S. Chandrasekhar. *The Astrophysical Journal* , 71, 1931. [pg: 22]
- [50] M. Hamuy et al. *A.J.*, 112:2408–2437, 1996. [pg: 23]
- [51] P. Astier et al. *Astron.Astrophys*, 447:31–48, 2006, 0510447. [pg: 23, 37]
- [52] S. Jha et al. *A.J.*, 131:527–554, 2006. [pg: 23]
- [53] A. Riess et al. *The Astrophysical Journal* , 659:98–121, 2007, 0611572. [pg: 23]
- [54] W.M. Wood-Vasey et al. *The Astrophysical Journal* , 666:694–715, 2007, 0701041. [pg: 23]
- [55] J.A. Holtzman et al. *A.J.*, 136:2306, 2008, 0908.4277. [pg: 23]
- [56] M. Hicken et al. *The Astrophysical Journal* , 700:331–357, 2009, 0901.4787. [pg: 23]

- [57] R. Kessler et al. *The Astrophysical Journal, Supplement Series* , 185, 2009, 0908.4274. [pg: 23]
- [58] R. Amanullah et al. *The Astrophysical Journal* , 716:712–738, 2010, 1004.1711. [pg: 23]
- [59] N. Suzuki, D. Rubin, C. Lidman, G. Aldering, R. Amanullah, et al. *The Astrophysical Journal* , 746, 2012, 1105.3470. [pg: 23, 31, 36, 49]
- [60] W.J. Percival, C.M. Baugh, J. Bland-Hawthorn, T. Bridges, R. Cannon, et al. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 327, 2001, 0105252. [pg: 23, 24]
- [61] B.A. Bassett and R. Hlozek. *Dark Energy, Ed. P. Ruiz-Lapuente*, 72, 2010, 0910.5224. [pg: 23]
- [62] W.J. Percival, S. Cole, D.J. Shaun Cole, Eisenstein, R.C. Nichol, J.A. Peacock, A.C. Pope, and A.S. Szalay. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 381:1053–1066, 2007, 0705.3323. [pg: 24]
- [63] Chris Blake, Eyal Kazin, Florian Beutler, Tamara Davis, David Parkinson, et al. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 418:1707–1724, 2011, 1108.2635. [pg: 24, 26, 31]
- [64] F. Beutler, C. Blake, M. Colless, D. Heath Jones, L. Staveley-Smith, et al. 2011, 1106.3366. [pg: 24, 26]
- [65] L. Amendola and S. Tsujikawa. *Dark Energy - Theory and Observations*. Cambridge University Press, 2010. [pg: 24, 26]
- [66] D. Eisenstein et al. *The Astrophysical Journal* , 633:560–574, 2005, 0501171. [pg: 24, 37]
- [67] H.-J. Seo and D.J. Eisenstein. *The Astrophysical Journal* , 633:575–588, 2005, 0507338. [pg: 25]
- [68] W. Hu and D.J. Eisenstein. *The Astrophysical Journal* , 496:605–620, 1998, 9709112. [pg: 25]
- [69] W. Percival et al. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 401:2331–2342, 2009, 0910.2193. [pg: 26]
- [70] J.R. Bond, G. Efstathiou, and M. Tegmark. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 291:33–41, 1997, 9702100. [pg: 27]
- [71] A. Sandage. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, 26:561–630. [pg: 28]

- [72] J. Simon, L. Verde, and R. Jimenez. *Phys.Rev.D.*, 71, 2005, 0412269. [pg: 29, 37, 49, 51]
- [73] T. Treu, M. Stiavelli, S. Casertano, P. Moller, and G. Bertin. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 308:1037–1052, 1999, 9904327. [pg: 29]
- [74] T. Treu, M. Stiavelli, S. Casertano, P. Moller, and G. Bertin. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 326:221–240, 2001, 0104177. [pg: 29]
- [75] T. Treu, M. Stiavelli, S. Casertano, P. Moller, and G. Bertin. *ApJL*, 564:221–240, 2002, 0111504. [pg: 29]
- [76] R.G. Abraham, Glazebrook. K., P.J. McCarthy, D. Crampton, R. Murowinski, et al. *Astronomical Journal* , 127, 2004, 0402436. [pg: 29, 37]
- [77] J. Dunlop, J. Peacock, H. Spinrad, A. Dey, R. Jimenez, and D. Stern. *Nature*, 381, 1996. [pg: 29]
- [78] H. Spinrad, A. Dey, D. Stern, J. Dunlop, J. Peacock, R. Jimenez, and R. Windhorst. *The Astrophysical Journal* , 484:581–601, 1997, 9702233. [pg: 29]
- [79] L.A. Nolan, J. Dunlop, J. Peacock, R. Jimenez, and A.F. Heavens. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 341:464–474, 2003, 0103450. [pg: 29]
- [80] R. Jimenez, J. MacDonald, J. Dunlop, P. Padoan, and J. Peacock. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 349, 2004, 0402271. [pg: 29]
- [81] L. Samushia, Dev. A., D. Jain, and B. Ratra. *Phys.Lett.B*, 693:509–514, 2010, 0906.2734. [pg: 29]
- [82] S. Capozziello, V.F. Cardone, M. Funaro, and S. Andreon. *Phys.Rev.D.*, 70, 2004, 0410268. [pg: 29]
- [83] N. Pires, Z-H. Zhu, and J.S. Alcaniz. *Phys.Rev.D.*, 73, 2006, 0606689. [pg: 29]
- [84] M.A. Dantas, J.S. Alcaniz, D. Jain, and A. Dev. *Astron.Astrophys.*, 467, 2007, 0607060. [pg: 29]
- [85] M.A. Dantas. Galáxias em Altos Redshifts e a Natureza da Energia Escura, 2007. [pg: 29]
- [86] M.A. Dantas, J.S. Alcaniz, and N. Pires. *Phys.Lett.B.*, 679, 2009, 0901.2327. [pg: 30, 31]
- [87] M.A. Dantas. Cosmologias alternativas: aspectos observacionais e teóricos, 2011. [pg: 30]

- [88] A. Riess et al. *The Astrophysical Journal* , 422:539–563, 2009, 0905.0695. [pg: 31, 46, 49]
- [89] Virey. J.-M. and A. Ealet. 2006, 0607589. [pg: 31]
- [90] E. Linder. *Rept. Prog. Phys.*, 71:056901, 2008, 0801.2968. [pg: 33]
- [91] E. Linder and D. Huterer. *Phys.Rev.D.*, 72, 2005, 0505330. [pg: 34]
- [92] M. Chevallier and D. Polarski. *Int. J. Mod. Phys. D*, 10:213–224, 2001, 0009008. [pg: 35, 38]
- [93] E. Linder. *Phys. Rev. Lett.*, 90, 2003, 0208512. [pg: 35, 38]
- [94] E. M. Barboza Jr. and J. S. Alcaniz. *Phys.Lett.B.*, 666:415–419, 2008, 0805.1713. [pg: 36, 37, 38]
- [95] Y. Wang and P. Mukherjee. *The Astrophysical Journal* , 650:1–6, 2006, 0604051. [pg: 37]
- [96] Barboza Jr. E. M., J. S. Alcaniz, Z.-H. Zhu, and R. Silva. *Phys.Rev.D.*, 80, 2009, 0905.4052. [pg: 37]
- [97] A. R. Cooray and D. Huterer. *The Astrophysical Journal* , 513:95–98, 1999, 9901097. [pg: 38]
- [98] G. Efstathiou. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* , 310:842–850, 1999, 9904356. [pg: 38]
- [99] M. Hickens et al. *The Astrophysical Journal* , 700:1097–1140, 2009, 0901.4804. [pg: 38]
- [100] A. Albrecht, G. Bernstein, R. Cahn, W. L. Freedman, J. Hewitt, W. Hu, et al. 2006, 0609591. [pg: 39, 45, 46, 65, 66]
- [101] Y. Wang. *Phys. Rev. D*, 77, 2008, 0803.4295. [pg: 39, 40, 46, 50, 65]
- [102] I. Maor, R. Brustein, J. McMahon, and P.J. Steinhardt. *Phys.Rev.D*, 65:123003, 2002, 0112526. [pg: 43]
- [103] W.H. Press, S. Teulkolski, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes: The Art Of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007. [pg: 46, 60]
- [104] N. Beintez, E. Gaztanaga, R. Miquel, F. Castander, et al. *Astronomical Journal* , 691:241–260, 2008, 0807.0535. [pg: 53]

-
- [105] J. Väliviita. The Nature of Primordial Perturbations in Light of CMB Observations, 2005. [pg: 57]
- [106] T. Bayes and R. Price. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53:370–418, 1763. [pg: 58]
- [107] R. Trotta. Cosmic microwave background anisotropies: Beyond standard parameters, 2004. [pg: 59]
- [108] Dan Coe. 2009, 0906.4123. [pg: 61]