Observatório Nacional

Divisão de Programas de Pós-Graduação

ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS DE TERREMOTOS GLOBAIS A PARTIR DE ESTUDOS ESTATÍSTICOS DE REDES COMPLEXAS DE INTERAÇÕES

Paloma de Freitas Ferreira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Douglas Santos Rodrigues Ferreira

Rio de Janeiro
Junho de 2026

ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS DE TERREMOTOS GLOBAIS A PARTIR DE ESTUDOS ESTATÍSTICOS DE REDES COMPLEXAS DE INTERAÇÕES

Paloma de Freitas Ferreira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM GEOFÍSICA.

Examinada por:

Dr. Douglas Santos Rodrigues Ferreira - (Orientador) - (ON)

Dr. Gilberto da Silva Leite Neto - (ON)

Dr. Luis Antonio Campinho Pereira da Mota - (UERJ)

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
JUNHO DE 2026

de Freitas Ferreira, Paloma

Análise de Séries Temporais de Terremotos Globais a Partir de Estudos Estatísticos de Redes Complexas de Interações/Paloma de Freitas Ferreira. – Rio de Janeiro: ON, 2026.

??, 70 p. 29, 7cm.

Orientador(a): Douglas Santos Rodrigues Ferreira

Dissertação (mestrado) – ON/Programa de Pós-graduação em Geofísica, 2026.

Referências Bibliográficas: p. 60 – 70.

1. Primeira palavra-chave. 2. Segunda palavra-chave. 3. Terceira palavra-chave. I. , . II. Observatório Nacional, Programa de Pós-graduação em Geofísica. III. Título.

"Nós somos o que fazemos repetidamente.
A excelência, portanto, não é um ato, mas um hábito."

Aristóteles

Agradecimentos

- Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me concedido o dom da vida e da sabedoria durante toda a minha trajetória.

- Agradeço a toda minha família pelo suporte necessário, em especial aos meus pais, Adriana da Costa Freitas Ferreira e José Roberto de Jesus Ferreira, pelo amor, incentivo constante e apoio incondicional, que foram fundamentais para que eu pudesse me dedicar integralmente aos estudos, e aos meus irmãos mais novos, Thomas de Freitas Ferreira, Rhuan de de Freitas Ferreira e Samuel de Freitas Ferreira, pelo carinho e compreensão. De algum modo, por me terem como referência por eu ser a irmã mais velha, sempre senti a necessidade de me aprimorar a cada dia, o que, de fato, me tornou uma pessoa melhor.

- Agradeço às minhas queridas amigas da vida Glauce Casaes, Nívia Rodrigues e Quezia Santiago por todo carinho e suporte prestado durante a caminhada.

- Agradeço especialmente à minha tia Miriam Rodrigues, a mulher mais virtuosa e fervorosa que já conheci, por todas as orações pedindo proteção e iluminação do Senhor Deus ao longo desta caminhada.

- Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Douglas Santos Rodrigues Ferreira, pela orientação dedicada, paciência, amizade, confiança, integridade e constante incentivo ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sou especialmente grata por ter acreditado no meu potencial desde os 16 anos, quando iniciei minha trajetória científica com a primeira iniciação no laboratório LisComp (Laboratório de Instrumentação e Simulações Computacionais) do IFRJ (Instituto Federal do Rio de Janeiro), Campus Paracambi. Seu apoio não apenas me ajudou a crescer como profissional, mas também contribuiu para meu desenvolvimento como ser humano.

- Agradeço a todos os meus amigos e colegas do Liscomp (Laboratório de Instrumentação e Simulações Computacionais) que me ajudaram durante o caminho com destaque para a Jennifer Ribeiro Silvério da Conceicão que além de me auxiliar sempre me inspirou com sua dedicação e inteligência no cotidiano da pesquisa

- Agradeço a todos os meus amigos e colegas de mestrado, com quem compartilhei não apenas as disciplinas e os desafios acadêmicos, mas também momentos

de amizade, aprendizado e apoio mútuo ao longo dessa trajetória. Em especial, agradeço ao meu melhor amigo e namorado, Bernardo Maffessoni, pelo companheirismo, incentivo e suporte constante, bem como aos meus amigos Éfrén Souza e Nicolas Hispagnol, pela amizade, pelas conversas e pelo apoio nos momentos mais desafiadores.

- Agradeço à Secretaria do Observatório Nacional, em especial a Christianne Garnier Farias Baptista e a Giane do Carmo Boldrim, que sempre foram muito solícitas, compreensivas e acolhedoras.

- Agradeço a todos os docentes do Programa de Pós-Graduação em Geofísica, com os quais pude aprender e aprimorar meus conhecimentos, contribuindo significativamente para a minha formação acadêmica.

- Agradeço a todos os funcionários do Observatório Nacional, que, por meio de seu trabalho, me proporcionaram um ambiente seguro e acolhedor, permitindo que eu estudasse mesmo durante as longas madrugadas que estive em minha sala, além de manterem o espaço limpo e organizado.

- Agradeço à Direção Geral e à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Observatório Nacional pelo suporte acadêmico prestado e pela excelente estrutura oferecida.

- Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e à FAPERJ (Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro), Processo SEI 260003/005179/2025, pelo apoio financeiro por meio de bolsas de estudo que viabilizaram a realização deste trabalho.

- Agradeço ao IFRJ, *Campus* Paracambi,o mais bonito do Brasil diga-se de passagem, por ter sido o efeito borboleta que mudou completamente a minha vida. Esse lugar que outrora funcionou como uma fábrica de tecidos, hoje é uma fábrica de conhecimento, tecnologia e impacto que transforma realidades que transcendem as suas próprias fronteiras.

- Agradeço ao ensino público e de qualidade da minha amada pátria (*"Meu Brasil brasileiro, meu mulato inzoneiro"*), que possibilitou a minha chegada e a de tantas outras pessoas até aqui nesta caminhada acadêmica.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Observatório Nacional como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Geofísica.

ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS DE TERREMOTOS GLOBAIS A PARTIR DE ESTUDOS ESTATÍSTICOS DE REDES COMPLEXAS DE INTERAÇÕES

Paloma de Freitas Ferreira

Junho/2026

Os terremotos são um dos fenômenos naturais mais notáveis que podem ser classificados na classe de sistemas complexos. Possuem natureza imprevisível e potencialmente destrutiva, podendo causar grandes perdas humanas e econômicas. Os eventos sismológicos são classificados como sistemas complexos devido a uma série de propriedades que apresentam. Estas características se manifestam, por exemplo, na forma correlações espaço-temporais de longo alcance, distribuições em leis de potência, presença de criticalidade e surgimento de padrões não-lineares. No presente projeto, os eventos sismológicos serão estudados a partir do ponto de vista da Física Estatística, especialmente através do uso de teoria de redes complexas e Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE). Conforme demonstrado por vários trabalhos prévios, essas ferramentas têm se mostrado eficazes em estudos na área de Geofísica. Assim, serão realizadas análises estatísticas de séries temporais de terremotos em escala global, a fim de que determinemos métricas que sirvam como critério para a criação de redes de correlação entre eventos sismológicos. Serão calculados parâmetros dinâmicos e topológicos das redes, a fim de se obter não somente a forma como ocorre a evolução das séries de terremotos, mas também como estes se relacionam uns com os outros. Os resultados obtidos para estas redes serão comparados com resultados utilizando-se modelagens já existentes na literatura atual, vide os modelos sucessivo de conexões e de janela de tempo. Tais resultados permitirão ainda inferir propriedades de correlações entre os locais de ocorrências de terremotos. Desta forma, esperamos colaborar para um entendimento mais completo sobre as dinâmicas que regem os eventos sismológicos, bem como as suas correlações espaço-temporais, evidenciando a importância de uma análise global dos eventos, e não somente local, ou regional.

Abstract of the Dissertation presented to the National Observatory's Graduate Program in Geophysics as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Geophysics.

TIME SERIES ANALYSIS OF GLOBAL EARTHQUAKES FROM STATISTICAL STUDIES OF COMPLEX NETWORKS OF INTERACTIONS

Paloma de Freitas Ferreira

June/2026

Earthquakes are one of the most notable natural phenomena that can be classified as complex systems. These phenomena are unpredictable and potentially destructived can cause great human and economic losses. Seismological events are classified as complex systems due to a series of properties they exhibit. These characteristics manifest themselves, for example, in the form of long-range spatio-temporal correlations, power law distributions, the presence of criticality, and the emergence of non-linear patterns. In this project, seismological events will be studied from the point of view of Statistical Physics, especially through the use of complex network theory and Non-Extensive Statistical Mechanics (NSEM). As previous work has shown, these tools have proved effective in geophysical studies. Thus statistical analysis of global earthquake time series will be carried out in order to determine metrics that serve as criteria for creating correlation networks between seismological events. Dynamic and topological parameters of the networks will be calculated in order to obtain not only how the earthquake series evolves, but also how they relate to each other. The results obtained for these networks will be compared with results using existing models in current literature, such as the successive connections model and the time window method. These results will also allow us to infer correlation properties between earthquake locations. In this way, we hope to contribute to a more complete understanding of the dynamics that govern seismological events, as well as their spatio-temporal correlations, highlighting the importance of a global analysis of events, and not just a local or regional one.

Sumário

1 Introdução **1**

1.1 Considerações Gerais 1
1.2 Motivação 6
1.3 Formalismo da Mecânica Estatística Não-Extensiva 8
1.4 Redes Complexas 9
1.5 Objetivos 14
1.6 Organização da Dissertação 14

2 Construção e Caracterização Topológica das Redes de Eventos Extremos Globais **16**

2.1 Dados 16
2.2 Breve Fundamentação Teórica 17
2.2.1 Definição da Métrica de Similaridade 17
2.3 Construção das Redes Extremas de Eventos 22
2.4 Resultados 27
2.4.1 Propriedades Topológicas da Redes Extemas de Eventos . . . 27
2.4.2 Propriedas Espaciais das Redes Extremas de Eventos 30
2.4.3 Propriedas Temporais das Redes Extremas de Eventos 32

3 Construção e Caracterização Topológica das Redes de Epicentros Globais **38**

3.1 Dados 38
3.2 Breve Fundamentação Teórica 38
3.2.1 Construção das Redes de Epicentros 38
3.3 Resultados 40
3.3.1 Propriedades das Redes de Epicentros 40

4 Análise Espaço-temporal da Ocorrência de Terremotos Globais **48**

4.1 Dados 48
4.2 Breve Fundamentação Teórica 48
4.3 Resultados 49

4.3.1 Análise das Propriedades Espaciais 49
4.3.2 Análise das Porpriedas Temporais 50

5 Considerações Finais **57**

Referências Bibliográficas **60**

Lista de Figuras

1.1 Ilustração de um terremoto. 2
1.2 Mapa tectônico do Japão. 3
1.3 Exemplos de (a) redes direcionadas e (b) redes não direcionadas. Fonte: acervo da autora. 10

2.1 Distribuição de probabilidades cumulative complementar das magnitudes de terremotos gloabais ocorridos durante o período de 2000 à 2024. O parâmetro b para os eventos (a) rasos apresenta o valor 1.09 e (b) profundos apresenta o valor 0.95. Os valores do parâmetro b da Lei de Gutenberg-Richter (GR) foram obtidos de acordo com a a Eq. (2.1).O ajuste é apresentado pela linha vermelha. Fonte: acervo da autora. 17
2.2 Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das correlações c_{ij} e do inverso das correlações n_{ij} para terremotos globais rasos no intervalo de 2000 a 2024. Ambas as distribuições apresentam bom ajuste em leis de potência (linhas em vermelho), com expoentes iguais a (a) 1.5 para c_{ij} e (b) 0.48 para n_{ij}. A soma dos expoentes é igual a 1.98, ou seja, aproximadamente 2.0, em concordância com o comportamento esperado na literatura. Fonte: acervo da autora. . . . 21
2.3 Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das correlações c_{ij} e do inverso das correlações n_{ij} para terremotos globais profundos no intervalo de 2000 a 2024. Ambas as distribuições apresentam bons ajustes em leis de potência (linhas em vermelho) para os primeiros pontos, com expoentes iguais a (a) 1.65 para c_{ij} e (b) 0.55 para n_{ij}. A soma dos expoentes é igual a 2.2, ou seja, aproximadamente 2.0, em concordância com o comportamento esperado na literatura. Fonte: acervo da autora. 21

2.4 Nesta representação cada nó é um terremoto dotado de variáveis internas (magnitude, instante de ocorrência e localização) e eles são conectados de forma direcionada em acordo com a orientação temporal. Logo, as conexões ocorrem dos nós mais antigos para os mais novos. Fonte: acervo da autora. 26
2.5 Regime de transição das redes extremas de eventos de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, para diferentes valores de magnitude mínima m. A fração de nós no maior cluster θ é apresentada em função do peso n^* de cada aresta da rede de eventos extremos. (a) Terremotos rasos apresentam $n^* = n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. (b) Terremotos profundos apresentam $n_c^s = n^* = 1 \times 10^{-2}$.Fonte: acervo da autora. 26
2.6 Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos do grau de saída k_{out} das redes extremas de eventos de terremotos globais no período de 2000 a 2024. Os quadrados azuis representam a distribuição obtida sem a aplicação de um limiar n_c, isto é, $n_c^s = \infty$, enquanto os quadrados pretos correspondem à distribuição com limiar $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Em ambos os casos, observa-se um bom ajuste às leis de potência (linhas vermelhas), com expoente (a) $\gamma = 2.05$ para terremotos rasos e (b) $\gamma = 2.3$ para terremotos profundos. Fonte: acervo da autora. 28
2.7 Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos dos pesos das ligações n^* para dados de terremotos globais ocorridos no período de 2000 a 2024. Terremotos rasos seguem uma lei de potência com expoente $\gamma = 0.88$ (linha vermelha). Terremotos profundos seguem uma lei de potência com expoente $\gamma = 2.15$ (linha vermelha). Fonte: acervo da autora. 29
2.8 Gráfico que apresenta a relação entre a média do grau de saída $\langle k_{out} \rangle$ e a magnitude m dos terremotos associados aos eventos extremos (i^*) nas *rede extrema de eventos*. A Figura (a) corresponde aos terremotos rasos com magnitude mínima $m \geq 4.5$, enquanto a Figura (b) refere-se aos terremotos profundos com magnitude mínima $m \geq 5.1$. Em ambos os casos, os dados exibem um comportamento aproximadamente compatível com um ajuste em lei de potência, representado pelas linhas vermelhas. O limiar de transição adotado é $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Ambas as distribuições apresentam ajustes em leis de potência (linhas em vermelho) com expoentes iguais a (a) $\gamma = 17.23$ e (b) $\gamma = 11.58$.A média de k_{out} foi calculada para cada valor de magnitude m dos eventos sísmicos extremos identificados por i^*. Fonte: acervo da autora. . 29

2.9 Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das distâncias, em m (metros), para diferentes magnitudes do terremoto emissor i^* para redes de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, construídas com o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Fonte: acervo da autora. 30

2.10 Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das distâncias, em m (metros), colapsados por meio da Eq. (2.5), para diferentes magnitudes do terremoto emissor i^* para redes de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, construídas com o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Os terremotos (a) rasos e (b) profundos seguem regime em lei de potência (ajuste em vermelho) com expoente $\lambda = 1.5$ para $x \gg 1$. Fonte: acervo da autora. 31

2.11 Lei de Omori para taxas de terremotos por segundo referentes a eventos extremos emissores de diferentes magnitudes m das redes de terremotos globais rasos e profundos, construídas com o limiar de transição $n_c^s = 10^{-2}$. As taxas são medidas para sísmos j associados a eventos sísmicos extremos $i*$ de diferentes magnitudes m usando n_c^s. Para cada magnitude, a taxa é consistente com a Eq. (2.6), até um tempo de corte que depende de m. Como guia visual, as linhas pontilhadas representam um decaimento $\sim 1/t$. O período de tempo t considerado é de 25 anos correspondendo ao período de 2000 a 2024. Fonte: acervo da autora. 33

3.1 Esquema de como a rede de epicentros é criada a partir da rede extrema de eventos. Como cada evento possui um epicentro com localização (ϕ, λ), podemos usar as Eqs.(3.1 e 3.2) para calcular qual célula do mapa deve ser utilizada como um nó na rede. Os nós são conectados com base na sequência de eventos mostrada na parte inferior da figura. Fonte: acervo da autora. 39

3.2 (a) Distribuições log-log de probabilidade de s_{out} das redes de epicentros referentes a terremotos globais rasos ocorridos no período de 2000 a 2024. Ajuste em lei de potência com o parâmetro $\gamma = 1.8$ (linha vermelha). (b) Distribuições log-log de probabilidade de s_{out} das redes de epicentros referentes a terremotos globais profundos ocorridos no período de 2000 a 2024. Ajuste em lei de potência com o parâmetro $\gamma = 2.1$ (linha vermelha). Fonte: acervo da autora. 41

3.3 Distribuições log-log de probabilidade cumulativa complementar de s_{out} das redes de epicentros referentes a terremotos globais ocorridos no período de 2000 a 2024 (a) rasos e (b) profundos. Em ambos os casos, observa-se uma boa concordância entre os pontos de distribuição com a função q-exponencial, apresentando valores $q > 1$, como mostram os ajustes em vermelho. Fonte: acervo da autora. 41
3.4 Gráficos em escala log-log das distribuições de probabilidade da centralidade de interposição das redes de epicentros associadas a terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024. Em ambos os casos, as distribuições são bem ajustadas por uma lei de potência, com expoente $\gamma = 1.5$. Fonte: acervo da autora. 43
3.5 Gráficos em escala log-log das distribuições de probabilidade cumulativa complementar da centralidade de interposição das redes de epicentros associadas a terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024. Ambas as distribuições são melhor ajustadas por uma função q-exponencial, apresentando valores $q > 1$, como mostram os ajustes em linha sólida vermelha. Fonte: acervo da autora. 44
3.6 Gráfico em escala log-log da função de correlação de grau, $k_{\mathrm{nn}}(k_{\mathrm{out}})$, em função do grau de saída k_{out}, para redes construídas com o modelo EEEN: (a) terremotos rasos e (b) profundos. Em (a), metade dos pontos seguem uma tendência crescente (linha vermelha), indicando um regime assortativo. Em (b), a função $k_{\mathrm{nn}}(k_{\mathrm{out}})$ permanece praticamente independente de k_{out} na maior parte dos pontos analisados (linha verde), indicando comportamento neutro nas correlações grau–grau entre os nós. As inclinações das retas ajustadas são iguais a 0,01 em ambos os casos. Fonte: acervo da autora. 44
3.7 Visualização geoespacial da rede de epicentros de terremotos (a) rasos e (b) profundos ocorridos durante o período de 2000 a 2024, com magnitude $m \geq 4{,}5$, construída com o limiar $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Em ambos os painéis, células de maior tamanho e tonalidade mais avermelhada indicam nós com maior número de conexões, enquanto as arestas são apresentadas em cinza. (a) As células de maior grau de conectividade estão localizadas nas regiões de Sumatra-Andaman e do Grande Terremoto de Tohoku. (b) As células de maior conectividade são associadas às regiões de Fiji, Chile e Papua-Nova Guiné, todas inseridas em zonas de subducção do Círculo de Fogo do Pacífico. A imagem foi gerada com o *software* Gephi. Fonte: acervo da autora. 45

4.1 Gráficos em escala log–log. Distribuições acumuladas das distâncias entre eventos sísmicos sucessivos para o catálogo global no período de 2000 a 2024. Os gráficos (a) e (b) apresentam as distribuições de probabilidade para terremotos rasos ($m \geq 4.5$) e profundos ($m \geq 5.1$), respectivamente. Os gráficos (c) e (d) exibem as distribuições acumuladas correspondentes (CDF), ajustadas por uma função q-exponencial (linha vermelha contínua), com parâmetros $q = 0.38$, $\beta_s = 7.581 \times 10^{-5}$ para os eventos rasos e $\beta_s = 7.88 \times 10^{-5}$ para os eventos profundos. Todas as distâncias estão expressas em km. Fonte: acervo da autora. 50

4.2 Gráficos em escala log-log. Distribuições do intervalo de tempo entre eventos sísmicos sucessivos para o catálogo global no período de 2000 a 2024. Os gráficos (a) e (b) apresentam as distribuições de probabilidade para terremotos rasos ($m \geq 4.5$) e profundos ($m \geq 5.1$), respectivamente. Os gráficos (c) e (d) exibem as correspondentes distribuições acumuladas, ajustadas por uma função q-exponencial (linha vermelha contínua), com parâmetros $q = 1.05$, $\beta_t = 8.640 \times 10^{-6}$ para os eventos rasos e $\beta_t = 4.640 \times 10^{-7}$ para os eventos profundos. Todos os intervalos de tempo estão expressos em minutos. Fonte: acervo da autora. 51

4.3 Gráficos em escala log-log. Distribuições do tempo de retorno entre ocorrências sísmicas sucessivas na mesma placa tectônica, considerando dados globais no período de 2000 a 2024. Os gráficos (a) e (b) apresentam as distribuições de probabilidade para terremotos rasos ($m \geq 4.5$) e profundos ($m \geq 5.1$), respectivamente. Os gráficos (c) e (d) exibem as distribuições acumuladas correspondentes, ajustadas por uma função q-exponencial (linha vermelha contínua), com parâmetros $q = 1.7$ e $\beta_t = 4.84 \times 10^{-4}$ para os eventos rasos, e $q = 1.5$ e $\beta_t = 2.84 \times 10^{-5}$ para os eventos profundos. Todos os intervalos de tempo estão expressos em minutos. Fonte: acervo da autora. 52

4.4 (a) Matriz de distâncias obtida por meio do *Dynamic Time Warping* (DTW) para as séries temporais dos tempos de retorno entre terremotos globais rasos ($m \geq 4.5$) ocorridos nas 20 placas tectônicas com maior frequência de eventos rasos. As cores em azul representam menores distâncias, enquanto as cores em vermelho indicam maiores distâncias. (b) Matriz de distâncias obtida por meio do *Dynamic Time Warping* (DTW) para as séries temporais dos tempos de retorno entre terremotos globais profundos ($m \geq 5.1$) ocorridos nas 20 placas tectônicas com maior frequência de eventos profundos. O período considerado é de 2000 a 2024. Fonte: acervo da autora. . . . 55

4.5 (a) Dendrograma construído a partir da matriz de distâncias DTW normalizada, considerando todos os pares entre as 20 placas tectônicas com maiores índices de ocorrência de terremotos globais rasos ($m \geq 4.5$). (b) Dendrograma construído a partir da matriz de distâncias DTW normalizada para terremotos globais profundos ($m \geq 5.1$). O período considerado é de 2000 a 2024. Fonte: acervo da autora. . . 56

Lista de Tabelas

2.1 Parâmetros adotados para a construção da Rede Extrema de Eventos associada aos terremotos globais rasos ($m \geq 4.5$), ocorridos no período de 2000 a 2024. 20

2.2 Parâmetros adotados para a construção da Rede Extrema de Eventos associada aos terremotos globais profundos ($m \geq 5.1$), ocorridos no período de 2000 a 2024. 20

2.3 Número de nós N e de ligações E das Redes Extremas de Eventos para terremotos globais rasos e profundos, com magnitudes mínimas $m \geq 4.5$ e $m \geq 5.1$, respectivamente, ocorridos no período de 2000 a 2024, considerando os limiares $n_c^s = 0.01$ e $n_c^s = \infty$. 27

2.4 Número de eventos extremos (i^*) e eventos associados (j) para terremotos rasos e profundos, considerando diferentes magnitudes mínimas m e adotando o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. 32

3.1 Valores do coeficiente de aglomeração (C), coeficiente de aglomeração de redes aleatórias equivalentes (C_{aleat}), número de vértices (N), $\ln N$ e comprimento médio do menor caminho (ℓ) das redes extremas de epicentros. São consideradas as redes de epicentros para os dados de terremotos globais rasos e profundos ocorridos durante o período de 2000 a 2024 para o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. 42

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Gerais

Em 2011, a região próxima da costa nordeste de Honshu, no Japão, foi atingida por um terremoto de magnitude 9,1 na escala Richter - o maior já registrado na história do país até os dias de hoje. Tal evento, conhecido como o "Grande terremoto de Tohoku" foi acompanhado de um tsunami, com ondas que chegaram até 15 m de altura, que tirou a vida de cerca de 18.000 pessoas, e ocasionou um acidente na usina nuclear de Fukushima, que forçou a retirada de outras 160.000 que moravam nas imediações, devido à radiação.

Terremotos ocorrem devido à ruptura súbita de rochas ao longo de falhas geológicas, resultando na liberação de energia na forma de ondas sísmicas (SCHOLZ, 2019). Comumente dentro da literatura (STEIN e WYSESSION, 2009), o hipocentro (foco) é o ponto onde ocorre a fratura e, portanto, a liberação de energia na forma de ondas sísmicas que se propagam pela crosta terrestre. O epicentro é o ponto na superfície da Terra diretamente acima do hipocentro, que é usado como referência para determinar a localização de um evento sísmico (Figura 1.1).

O mecanismo físico associado à ocorrência dos terremotos é descrito pela teoria do rebote elástico. Segundo essa teoria, o movimento relativo das placas tectônicas promove o acúmulo gradual de tensões elásticas nas rochas localizadas nas proximidades das falhas geológicas. À medida que essas tensões aumentam, as rochas vão se deformando progressivamente até que o limite de resistência da falha seja ultrapassado. Nesse instante, ocorre o deslizamento abrupto dos blocos rochosos, liberando parte da energia armazenada na forma de ondas sísmicas (STEIN e WYSESSION, 2009).

A liberação de energia de deformação por eventos sísmicos é restrita a regiões onde há um ambiente de tensão não homogêneo. Na maioria das vezes, isso significa que os terremotos estão confinados aos limites das placas (STEIN e WYSESSION,

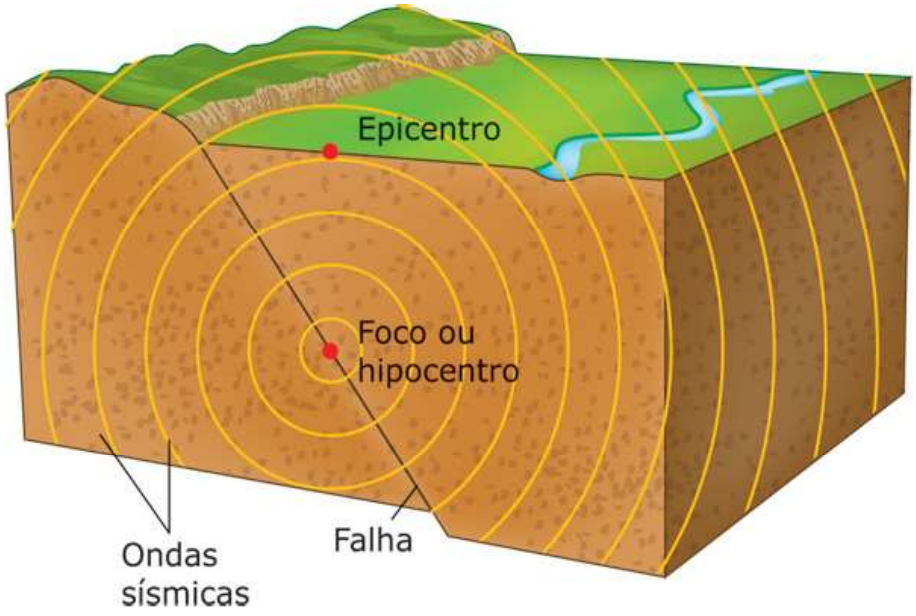


Figura 1.1: Ilustração exemplificando um terremoto. Nela estão representados o foco (hipocentro), o epicentro, a superfície da falha e a liberação de energia na forma de ondas sísmicas. Fonte: Repositório da Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

2009). O Japão está localizado em uma região formada pelos limites das placas maiores das Filipinas, do Pacífico e da Eurásia como mostra a Figura 1.2 e, portanto, apresenta alta atividade sísmica, com eventos como o de 2011.

Tal catástrofe, considerada como a maior já enfrentada pelos japoneses desde as bombas atômicas lançadas sobre Hiroshima e Nagasaki, em 1945, durante a Segunda Guerra Mundial, ilustra satisfatoriamente que dentre os muitos fenômenos naturais observados, os terremotos são um dos mais devastadores devido a sua imprevisibilidade e potencial destrutivo intrínsecos. Tais eventos acarretam prejuízos não somente humanos, em termos de número de vidas perdidas, mas também financeiros.

Diante deste panorama, o entendimento acerca de terremotos tem sido alvo de estudo por parte das mais diversas áreas do saber. Entretanto, o grau de complexidade envolvido na forma com que ocorrem torna a plena compreensão destes extremamente desafiadora.

Nas últimas décadas, vários tópicos em Geociências tem sido cada vez mais analisados sob o ponto de vista dos Sistemas Complexos (BAAS, 2002; MALAMUD *et al.*, 1998; PETERS *et al.*, 2001), incluindo o comportamento dos terremotos. Sistemas complexos apresentam características peculiares, como a emergência de padrões globais de interações individuais, comportamento não-linear e distribuições em lei de potência, o que é uma característica intrínseca associada a fenômenos fractais e de livre de escala (GLERIA *et al.*, 2004). Os padrões de distribuição de terremotos são regidos por duas leis estatísticas empíricas amplamente conhecidas

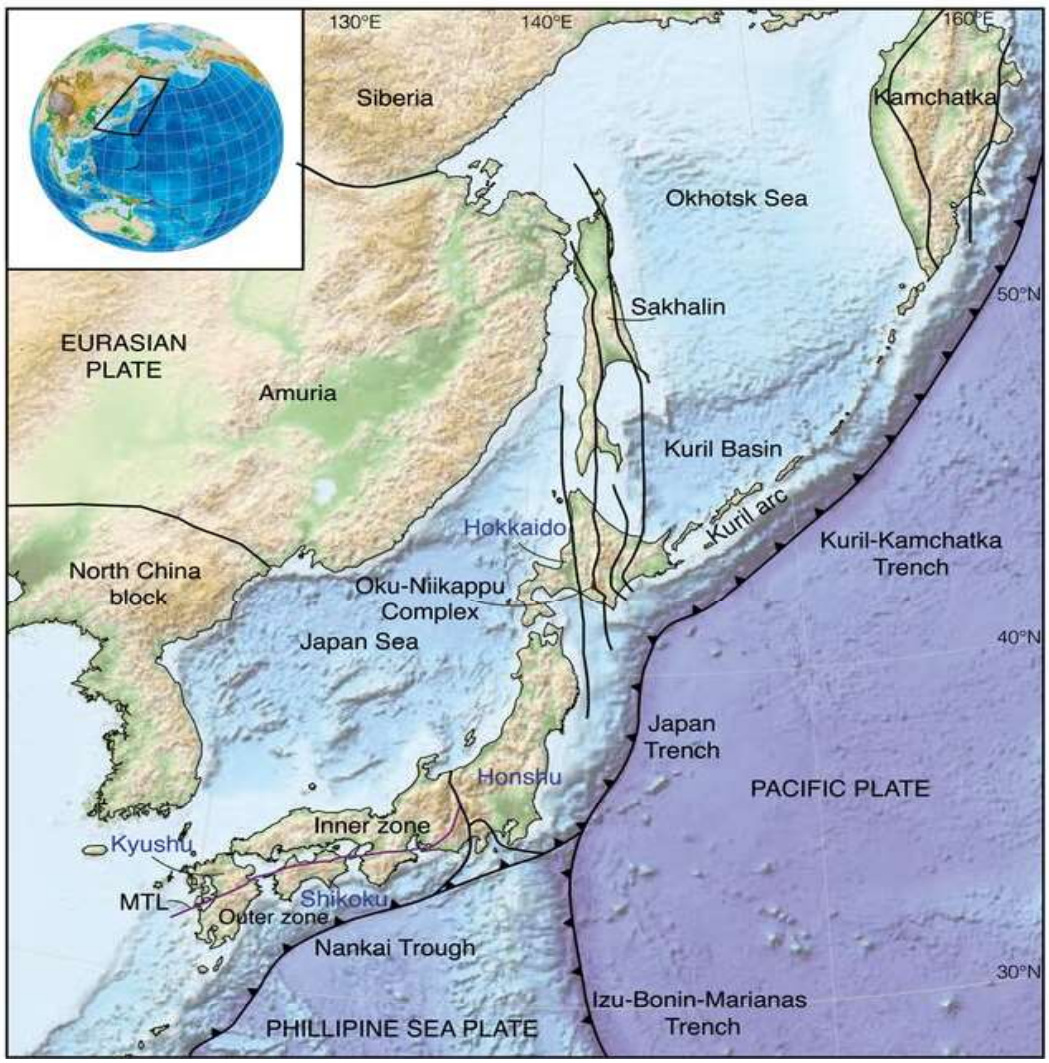


Figura 1.2: Mapa tectônico do Japão que destaca a *MTL* (sigla em inglês para *Median Tectonic Line*), a maior falha do país; as trincheiras japonesas; os limites da microplaca de Okhotsk, que compõe a placa da América do Norte, e das placas maiores das Filipinas, do Pacífico e da Eurásia. Fonte: (BOSCHMAN *et al.*, 2021).

e que seguem leis de potência: a lei de Gutenberg-Richter (GR) (GUTENBERG e RICHTER, 1944) - que descreve a frequência dos terremotos pela sua magnitude - na forma de energia; e a lei de Omori (OMORI, 1894a), que descreve a evolução temporal da frequência de réplicas.

Partindo destas premisas, em pesquisas anteriores foram encontrados resultados que reforçam a presença de características complexas em várias das propriedades espaço-temporais de terremotos (BAK *et al.*, 2002; CHAE *et al.*, 2020; CORRAL, 2005; DAVIDSEN e PACZUSKI, 2005; DAVIDSEN *et al.*, 2006; KAGAN e JACKSON, 2016) como leis de escala, limiares de criticalidade expressos por meio de expoentes críticos universais, e distribuições que seguem funções não-tradicionais que ocorrem em sistemas com relações de longo alcance temporal e espacial (ABE e SUZUKI, 2003b, 2005b; FERREIRA *et al.*, 2018, 2020, 2022).

Dentro da teoria de Sistemas Complexos, é preciso que destaquemos o uso das redes complexas como uma ferramenta capaz de correlacionar diferentes eventos de uma série temporal e a partir disto extrair informações acerca das características. A utilização de redes complexas tem sido amplamente empregada em diversas áreas do conhecimento, tais como estudos sociais, biológicos e nas geociências (ALBERT e BARABÁSI, 2002; BARRAT *et al.*, 2008; BOERS *et al.*, 2019; GHEIBI *et al.*, 2017; GUPTA *et al.*, 2021).

Em (ABE e SUZUKI, 2004a) foi apresentada pela primeira vez uma metodologia relacionada à criação de uma rede terremotos. Nesta, os vértices da rede foram definidos como sendo células cúbicas de mesmo tamanho recortadas em regiões da Califórnia e do Japão, onde ocorreram ao menos um terremoto. As conexões entre os vértices foram criadas seguindo uma metodologia sucessiva em que um terremoto é conectado ao outro subsequente na ordem cronológica de ocorrência dos eventos.

A partir disto, diversos trabalhos começaram a propor diferentes métodos de construção destas redes (BAIESI e PACZUSKI, 2004, 2005; FERREIRA *et al.*, 2018; TELESCA *et al.*, 2013). Por meio de dados de diferentes locais do planeta, algumas medidas fundamentais tais como, o coeficiente de aglomeração (C), o comprimento de caminho médio de passos (ℓ), a conectividade (k), distribuições de conectividade $P(k)$, o coeficiente de correlação de Pearson (r) e a função de correlação de grau $k_{nn}(k)$, já foram calculadas para estas redes de epicentros sucessivos. Estes resultados permitem inferir o quanto os diferentes eventos sísmicos considerados na análise podem estar correlacionados ou não entre si. Além disso, mostram que estas redes de terremotos apresentam propriedades livre de escala (BARABÁSI e ALBERT, 1999) e de mundo-pequeno (WATTS, 1999), propriedades que permitem inferir características relacionadas à dinâmica do fenômeno.

Uma das abordagens empregadas para investigar correlações em séries de dados de terremotos a ser destacada é a que se baseia no formalismo da Mecânica Estatística Não - Extensiva (MENE), uma generalização da Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs, proposta por Constantino Tsallis, em 1988 (TSALLIS, 1988). Essa abordagem sido amplamente usada para produzir melhores compreensões de vários sistemas complexos. Em geociências, podemos citar alguns exemplos de aplicações, em geomagnetismo (BALASIS *et al.*, 2011; BARBOSA *et al.*, 2013), estruturas geológicas (VALLIANATOS *et al.*, 2012a; VALLIANATOS, 2018), vulcanologia (CHOCHLAKI *et al.*, 2018; VALLIANATOS, 2018) e tectônica (SCHERRER *et al.*, 2015b; VILAR *et al.*, 2007).

Somente em sismologia, a MENE foi aplicada no estudo de muitas características de terremotos, como frequências de magnitude (DAROONEH e MEHRI, 2010; RODRÍGUEZ-PÉREZ *et al.*, 2020; SCHERRER *et al.*, 2015a), distribuições temporais (FERREIRA *et al.*, 2015; SYCHEV e SYCHEVA, 2019; VALLIANATOS e

PAVLOU, 2021), distâncias entre eventos sucessivos (ABE e SUZUKI, 2003b; DAROONEH e DADASHINIA, 2008; DIAS *et al.*, 2019), distribuições espaciais de sismicidade (TELESCA, 2010; TELESCA e LAPENNA, 2006), diferenças de magnitudes (CARUSO *et al.*, 2007), e de redes de terremotos (ABE e SUZUKI, 2006, 2004b; FERREIRA *et al.*, 2018, 2014, 2020). Em (VALLIANATOS e SAMMONDS, 2013c), por exemplo, são feitas análises referentes a sismicidade global de um regime quase estacionário anteriormente aos megaterremotos de Sumatra-Andaman (2004) e de Honshu (2011) dentro do âmbito da MENE.

Muitos trabalhos mostram os efeitos de longo alcance no espaço e no tempo para terremotos em séries temporais obtidas de catálogos sismológicos. Esses estudos foram realizados usando diferentes abordagens matemáticas para dados reais e sintéticos produzidos por modelos computacionais (BAIESI, 2009; CORRAL, 2006; LENNARTZ *et al.*, 2008; MARIANI *et al.*, 2020; TELESCA e LAPENNA, 2004; TOSI *et al.*, 2004). Entretanto, terremotos exibem correlações complexas não somente associadas ao espaço e ao tempo, mas também à magnitude (BAK *et al.*, 2002; FERREIRA *et al.*, 2022; GUTENBERG e RICHTER, 1941; KAGAN, 1994; OMORI, 1894a; SCHOLZ, 2003; TURCOTTE, 1997).

Comumente, estas correlações são encontradas a partir da construção de uma rede de epicentros de terremotos. Todavia, também é possível construir redes a partir do conhecimento prévio acerca das propriedades de correlação entre um conjunto arbitrário de terremotos como em (BAIESI e PACZUSKI, 2004). Ou seja, a partir destas informações podem ser determinados critérios que norteiem a forma com a qual os terremotos vão estar conectados entre si em uma rede. Contudo, no melhor de nosso entendimento, raros são os estudos dentro da literatura direcionados à construção de redes de terremotos em escala global a partir destas características de correlação. Em (BAIESI e PACZUSKI, 2004), por exemplo, foi analizado o catálogo de terremotos da (*Southern California Earthquake Data Center)*[1] (SCEDC, sigla em inglês) durante o período de 1984 a 2000.

Neste sentido, em linhas gerais, no presente projeto pretendemos analisar as características de correlação entre terremotos e a partir destas criar redes em escala global que permitam, respectivamente, a análise mais aprofundada do fenômeno sob o ponto de vista das teorias de Sistemas Complexas e de MENE. Nos capítulos a seguir detalharemos os motivos pelos quais foram escolhidos tais tópicos para abordar, os objetivos de cunho geral e específico que pretendemos alcançar com esta pesquisa, a metodologia com a qual desenvolveremos este trabalho, os resultados que esperamos obter e o cronograma de atividades a ser executado.

[1] https://scedc.caltech.edu/

1.2 Motivação

Terremotos apresentam características espaço-temporais e de intensidade que são regidas por leis de potência (vide, as lei de Gutenberg-Richter e de Omori), sendo conhecido que os epicentros de eventos sísmicos ocorrem em distribuições fractais de falhas (KAGAN, 1992). Além disso, é importante ressaltar a manifestação da Criticalidade Auto-Organizada (do inglês, SOC para *Self-organized Criticality*) em terremotos. dos epicentros de terremotos globais rasos (pontos em vermelho no mapa) e profundos (pontos em branco no mapa), ocorridos no período de 2000 a 2024, ao longo das bordas das placas tectônicas.

A SOC (BAK *et al.*, 1988) é uma propriedade dos sistemas dinâmicos em que a complexidade emerge sem que seja necessário o ajuste de parâmetros de controle do sistema. Isto é, estes sistemas evoluem naturalmente para estados críticos em que a menor perturbação pode levar a "eventos de avalanche", caracterizados por invariância espaço-temporal, distribuições de lei de potência e dimensões fractais como características frequentes (BAK e PACZUSKI, 1995; FRIGG, 2003; ROBERTS e TURCOTTE, 1998; WATKINS *et al.*, 2016). A ideia de criticalidade auto-organizada há décadas é amplamente discutida por meio de muitos modelos, sendo os modelos de "pilha de areia" (DHAR, 1990), de "incêndio florestal" (DROSSEL e SCHWABL, 1992), e "slider-block" (BURRIDGE e KNOPOFF, 1967) alguns dos mais estudados.

Desde (BAK e TANG, 1989), terremotos foram classificados como fenômenos de SOC. Portanto, terremotos podem ser vistos como resultado de um estado crítico auto-organizado da crosta terrestre em que, em algum momento, a mínima perturbação pode levar a um terremoto de qualquer tamanho e duração (GELLER, 1997; MAIN *et al.*, 1999). Este mecanismo pode ser comparado ao que ocorre, por exemplo, em uma pilha de areia, que evolui naturalmente para um ângulo de repouso crítico à medida que novos grãos são adicionados (BAK *et al.*, 1988).

Desta forma, podemos perceber o quanto terremotos se encaixam na categoria de sistemas complexos, de tal maneira que a sismicidade pode ser analisada como um fenômeno complexo. Neste sentido, a teoria de redes complexas se apresenta como uma poderosa ferramenta capaz de trazer novas compreensões acerca dos mecanismos físicos por trás dos terremotos.

Seguindo esta perspectiva, trabalhos prévios utilizaram abordagens de redes complexas para mapear séries temporais de terremotos em diferentes regiões do globo (ABE e SUZUKI, 2006, 2004b; ABE *et al.*, 2011; CHELIDZE *et al.*, 2018; FERREIRA *et al.*, 2022; TELESCA e LAPENNA, 2006). A premissa principal destes estudos foi considerar que diferentes locais do planeta estão "conectados" por meio de atividades sísmicas. Aliado a isto, há estudos que analisam as correlações pre-

sentes em séries de dados de terremotos obtidos a partir de catálogos por meio de princípios de MENE (ABE e SUZUKI, 2006, 2004b; FERREIRA *et al.*, 2022; HE *et al.*, 2019; PASTÉN *et al.*, 2018; TELESCA *et al.*, 2016; VALLIANATOS e SAMMONDS, 2013c).

Entretanto, notou-se que alguns pontos importantes ainda permanecem com lacunas a serem exploradas dentro da literatura. Assim, vale destacar as seguintes lacunas:

(i) Dentro da nossa melhor compreensão, acerca do atual estado da arte da literatura, somente em (BAIESI e PACZUSKI, 2004, 2005) encontramos uma metodologia que constrói redes complexas de terremotos a partir do estabelecimento de parâmetros estatísticos de correlação entre estes. Ou seja, existe uma ausência de trabalhos que utilizem esta abordagem e, portanto, propor uma análise sob este viés se faz necessário para melhor entendimento das relações existentes entre distintos eventos sísmicos. Ademais, a análise das séries temporais construídas pelos autores nos referidos estudos nos leva a crer que melhores resultados poderiam ser obtidos caso fosse introduzida uma abordagem fundamentada na MENE. Assim, existe uma carência referente a uma análise de terremotos não somente sob o viés das correlações, mas também da MENE.

(ii) A maioria dos trabalhos existentes considera terremotos de regiões específicas do planeta (vide Califórnia, Japão, Irã, Chile, Grécia, Itália), de forma que apenas são estudadas as características locais das propriedades das redes. No trabalho citado anteriormente ((BAIESI e PACZUSKI, 2005)), por exemplo, as redes são criadas a partir da correlação entre diferentes eventos sísmicos em um catálogo de dados de terremotos referentes apenas ao Sul da Califórnia durante o intervalo de 1984 a 2003, ou seja, esta análise é feita apenas regionalmente. Evidentemente, estes estudos focados em uma análise regional são fundamentais. Contudo, diversos estudos já mostram que os terremotos possuem propriedades de longo alcance espaço-temporal (FERREIRA *et al.*, 2022; MARIANI *et al.*, 2020; TELESCA e LAPENNA, 2004; TOSI *et al.*, 2004), e, portanto, uma análise de redes de terremotos distribuídos em escala global é essencial para que possam ser determinados padrões universais em terremotos, ou seja, padrões que permanecem homogêneos tanto em uma escala local quanto em uma escala global.

1.3 Formalismo da Mecânica Estatística Não-Extensiva

A Mecânica Estatística constitui um dos fundamentos da física contemporânea, e seus conceitos, baseados na teoria de Boltzmann-Gibbs (BG), possuem diversas aplicações, desde sistemas microscópicos até macroscópicos. No entanto, em sistemas cujos elementos são fortemente correlacionados ou possuem interações de longo alcance, a estatística de BG não parece ser apropriada.

Neste sentido, o trabalho publicado por Tsallis em 1988 (TSALLIS, 1988), que já fora citado brevemente no Capítulo 1, deu início a uma nova teoria que consegue fazer uma generalização da Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs: a Mecânica Estatística Não -Extensiva (MENE). Esta entropia é capaz de explicar as propriedades estatísticas de uma variedade de sistemas complexos em seus estados de quase equilíbrio. A entropia de Tsallis é dada por:

$$S_q = k\frac{1-\sum_{i=1}^{W} p_i^q}{q-1}, \tag{1.1}$$

onde W é o número total de configurações possíveis, q é o índice entrópico, p_i são as probabilidades associadas, e k é uma constante positiva convencional.

Embora esta entropia compartilhe muitas propriedades com a entropia da Mecânica Estatística Clássica de Boltzmann-Gibbs, a propriedade de aditividade é violada na entropia de Tsallis. Ou seja, a entropia do sistema como um todo pode ser diferente da soma das entropias de suas partes podendo ser maior ou menor do que estas. Isto é, para quaisquer dois sistemas probabilisticamente independentes A e B, a entropia de Tsallis satisfaz a equação:

$$S_q(A+B) = S_q(A) + S_q(B) + \frac{1-q}{k} S_q(A) S_q(B), \tag{1.2}$$

onde o índice entrópico q indica o grau de não aditividade do sistema.

Tomando o limite $q \to 1$ nas Eqs. 1.1 e 1.2, recuperamos a entropia padrão de Boltzmann–Gibbs, $S_{BG} = -k\sum_{i=1}^{W} p_i \ln p_i$, e o princípio da aditividade, respectivamente.

Aplicando o princípio da máxima entropia à entropia de Tsallis sob restrições apropriadas, a distribuição de probabilidade não extensiva obtida tem uma forma q-exponencial (ABE, 2003; LYRA e TSALLIS, 1998), definida por:

$$e_q(x) = \begin{cases} [1+(1-q)x]^{\frac{1}{1-q}} & \text{se} \quad [1+(1-q)x] \geq 0 \\ 0 & \text{se} \quad [1+(1-q)x] < 0 \end{cases} \tag{1.3}$$

A partir da Eq. 1.3, pode-se verificar que, para uma distribuição $f(x) = e_q(-\beta x)$,

se $q > 1$ e $x \gg [-\beta(1-q)]^{-1}$, então a distribuição pode ser aproximada por uma lei de potência dada por:

$$f(x) \sim x^{\frac{1}{1-q}}, \tag{1.4}$$

A função inversa da exponencial-q é a função logarítmica-q:

$$\ln_q(x) = \frac{x^{1-q} - 1}{1-q}. \tag{1.5}$$

As equações 1.3 e 1.5 são generalizações das funções exponenciais e logarítmicas usuais, respectivamente, ou seja, ao tomar o limite $q \to 1$ nas Eqs. 1.3 e 1.5, recuperamos às funções padrão. Assim, de forma análoga à entropia de BG, para o caso particular de probabilidades iguais, verifica-se de maneira simples que a entropia de Tsallis assume a forma:

$$S_q = k \ln_q W \tag{1.6}$$

Dado o exposto, é importante destacar que a Mecânica Estatística Não- Extensiva tem sido amplamente empregada na análise de sistemas sísmicos complexos, nos quais interações de longo alcance e comportamentos fractais tornam inadequada a abordagem clássica de Boltzmann-Gibbs. Nesse contexto, diversos estudos demonstraram que o indíce entrópico q é capaz de caracterizar propriedades estatísticas da sismicidade em diferentes escalas e contextos tectônicos, incluindo a distribuição de tamanhos de falhas, as distribuições de momento sísmico, tempo e distância entre eventos, bem como a identificação de padrões precursores de grandes terremotos SCHERRER *et al.* (2015c); VALLIANATOS e SAMMONDS (2011, 2013b).

1.4 Redes Complexas

A teoria de redes complexas é amplamente utilizada em diversos campos do conhecimento, incluindo a sismologia, para uma melhor compreensão do fenômeno dos terremotos.

Em uma rede complexa, os elementos (nós) conectam-se entre si por meio de ligações, que, matematicamente, podem ser representadas, respectivamente, como os vértices e as arestas de um grafo. Uma propriedade fundamental em redes é o grau, k_i, de cada nó i, que indica o número de ligações entre o nó e outros nós. As ligações em uma rede podem ser direcionadas ou não direcionadas, como mostrado na (Figura 1.3). Em uma rede direcionada, há uma distinção entre o número de ligações de entrada, expressas pelo grau de entrada, k_i^{in}, e as ligações de saída, dadas pelo grau de saída, k_i^{out}. Assim, o grau total em redes direcionadas é dado

por $k_i = k_i^{\text{in}} + k_i^{\text{out}}$.

Além disso, quando as ligações entre pares de vértices tenham pesos diferentes (rede ponderada), é calculada a denominada *strength* ("força"), s_i, que fornece a soma dos pesos das arestas de cada vértice i, ou seja,

$$s_i = \sum_j w_{ij}, \tag{1.7}$$

sendo w_{ij} o peso das ligações entre os vértices i e j.



(a) (b)

Figura 1.3: Exemplos de (a) redes direcionadas e (b) redes não direcionadas. Fonte: acervo da autora.

Ademais, matematicamente as redes geralmente são descritas por matrizes de adjacência. Se uma rede não ponderada (ou seja, todas as ligações têm o mesmo peso) possui N nós, as ligações entre eles são representadas por uma matriz $N \times N$, com elementos:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se houver uma ligação de } i \text{ para } j, \\ 0, & \text{se não houver uma ligação de } i \text{ para } j. \end{cases} \tag{1.8}$$

No caso de uma rede não direcionada, a matriz de adjacência apresenta simetria, o que significa que:

$$A_{ij} = A_{ji} \tag{1.9}$$

A medida de conectividade (grau) de cada nó possibilita o cálculo da distribuição de conectividade da rede $P(k)$, que é a probabilidade de que um nó selecionado aleatoriamente na rede tenha grau k. Esta distribuição de probabilidade está profundamente relacionada a muitas propriedades da rede.

Além disso, a estrutura de uma rede depende do método de construção utilizado,

permitindo a formação de diferentes configurações. Portanto, é essencial analisar suas propriedades estatísticas para caracterizá-la.

As redes aleatórias gerais, propostas por Erdős-Rényi (ERDOS *et al.*, 1960), apresentam uma distribuição de probabilidade de conectividade, denotada por $P(k)$, que segue uma distribuição de Poisson:

$$P(k) = \frac{N!}{k!(N-k)!} p^k (1-p)^{N-k} \simeq \frac{\langle k \rangle^k e^{-\langle k \rangle}}{k!} \tag{1.10}$$

onde N é o número total de vértices na rede, e cada um deles possui uma média de conexões igual a $\langle k \rangle$. A quantidade p representa a probabilidade de uma aresta estar presente na rede e pode ser mostrado que é aproximadamente $\frac{\langle k \rangle}{N}$. As redes aleatórias possuem boas propriedades, porém a maioria das redes reais não são aleatórias.

De forma diferente das redes aleatórias, para uma rede ser considerada livre de escala, a distribuição de conectividade de seus vértices deve seguir uma lei de potência (BARABÁSI e BONABEAU, 2003), ou seja, a probabilidade de que os vértices na rede tenham k conexões é dada por:

$$P(k) \sim k^{-\gamma} \tag{1.11}$$

onde γ é uma constante positiva.

Em linhas gerais, a equação 1.9 revela que em redes aleatórias, que em geral possuem um número muito grande de nós, a distribuição da probabilidade de conexões ocorre de maneira mais uniforme. Em contraste, a equação 1.11 mostra que as redes livres de escala têm um número muito pequeno de nós altamente conectados (denominados de *hubs*) (BARABÁSI e ALBERT, 1999) e um grande número de nós com baixa conectividade.

Além disso, também temos as redes *small-world*, para as quais a definição mais aceita é baseada no trabalho de Watts (WATTS, 1999). Essas redes possuem duas características interessantes. A primeira delas é o comprimento médio do caminho, ℓ, que mede o quão próximo um vértice está dos outros vértices da rede, e tem a mesma ordem de magnitude que o logaritmo do número de vértices, ou seja,

$$\ell \sim \ln N \tag{1.12}$$

Outra característica interessantes das redes *small-world* é o coeficiente de aglomeração que se traduz em uma medida que captura o grau com que os vizinhos de um vértice estão conectados entre si. Para um vértice i com conectividade igual a k_i, o coeficiente de aglomeração local é definido como:

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}, \tag{1.13}$$

onde L_i é o número de ligações entre os vizinhos do vértice i. C_i pode ser interpretado como a probabilidade de existir uma ligação entre dois vizinhos de um vértice i. Isto é, se um nó i esta conectado a outros dois nós a e b, a teoria argumenta que há grande probabilidade de que a e b interajam entre si.

O grau de aglomeração para toda a rede é dado através do coeficiente de aglomeração médio, C, representando a média dos C_i sobre todos os N vértices (WATTS e STROGATZ, 1998):

$$C = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i. \tag{1.14}$$

Em redes do tipo *small-world*, temos:

$$C \gg C_{\text{rand}}, \tag{1.15}$$

sendo C_{rand} o coeficiente de aglomeração de uma rede aleatória equivalente, onde $C_{\text{rand}} = \frac{\langle k \rangle}{N}$.

Pode-se também investigar a relação entre os graus de conectividade dos vértices que se conectam na rede por meio do estudo da assortatividade (ou mistura assortativa). Esta medida se refere à tendência dos nós em uma rede se conectarem a outros nós com grau de conectividade semelhante (assortativo), grau de conectividade oposto (disassortativo) ou independentemente do grau de conectividade (neutro). Tais propriedades de correlação podem ser classificadas usando a função de correlação de grau, calculada para todos os graus de conectividade k (PASTOR-SATORRAS *et al.*, 2001; VÁZQUEZ *et al.*, 2002), expressa como:

$$k_{\text{nn}}(k) = \sum_{j} jP(j|k), \tag{1.16}$$

onde $P(j|k)$ é a probabilidade condicional de que uma aresta selecionada aleatoriamente conecte um vértice de grau k a um vértice de grau j. A função de correlação de grau indica que, se $k_{\text{nn}}(k)$ aumenta com k, a rede é assortativa; se $k_{\text{nn}}(k)$ diminui com k, a rede é disassortativa. Quando a função é independente de k, a rede é chamada de neutra.

Outra abordagem para o estudo e a quantificação dessa relação é o cálculo do coeficiente de correlação de grau NEWMAN (2002, 2003), r, que é o coeficiente de correlação de Pearson entre as conectividades encontradas nas duas extremidades da mesma aresta, dado por

$$r = \sum_{jk} \frac{jk(e_{jk} - q_j q_k)}{\sigma^2}, \tag{1.17}$$

Onde e_{jk} é a probabilidade de encontrar um vértice com conectividades j e k nas duas extremidades de uma aresta selecionada aleatoriamente, q_k é a probabilidade de existir um vértice com conectividade k na extremidade de uma aresta selecionada aleatoriamente . O valor de r pode variar de -1 (desassortatividade perfeita) até 1 (assortatividade perfeita), e $r = 0$ indica uma rede neutra. A variância σ^2 de q_k expressa por:

$$\sigma^2 = \sum_k k^2 q_k - \left(\sum_k k q_k \right)^2, \tag{1.18}$$

O comprimento de caminho é o conceito equivalente ao do de distância física (PÓSFAI e BARABÁSI, 2016) dentro da teoria de redes. Um caminho é definido como um percurso entre vértices percorrido através de arestas. Neste sentido, o comprimento de um caminho corresponde ao número de arestas que foram percorridas entre os dois vértices de interesse e, portanto, o comprimento de menor caminho é aquele pelo qual se passa pela menor quantidade possível de arestas.

Em geral, se existe um caminho de comprimento n entre i e j, então $A_{ik} \cdots A_{lj} = 1$, e $A_{ik} \cdots A_{lj} = 0$ caso contrário. Assim, tanto para redes direcionadas como para redes não direcionadas, o número de caminhos de comprimento n entre i e j é dado por:

$$N_{ij}^{(n)} = [A^n]_{ij}, \tag{1.19}$$

Neste sentido, a distância considerada entre esses vértices é dada pelo caminho com o menor valor n tal que $N_{ij}^{(n)}$ seja positivo.

O comprimento de menor caminho médio (ℓ), que informa o menor número de passos que, em média, é preciso dar na rede para sair de um vértice até outro, é definido por

$$\ell = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j=1,N;i\neq j} n_{ij}, \tag{1.20}$$

sendo n_{ij} a menor distância entre os vértices i e j.

A centralidade de interposição (g) (*betweenness centrality*, em inglês) mede a quantidade de vezes que um vértice está presente no menor caminho entre outros vértices da rede, ou seja, ela tenta capturar a importância de vértices como "pontes" entre outros grupos de vértices (BARTHELEMY, 2004; FREEMAN, 1977). A centralidade de interposição de um vértice i é definida por:

$$g_i = \sum_{i \neq m \neq n} \frac{\sigma_{m,n}(i)}{\sigma_{m,n}}, \tag{1.21}$$

sendo $\sigma_{m,n}$ o número de menores caminhos entre os vértices m e n, $\sigma_{m,n}(i)$ o número de menores caminhos entre os vértices m e n que passam pelo vértice i.

A propriedade de centralidade de interposição nos ajuda a compreender quais vértices ocupam posições estratégicas em sua estrutura. Esses vértices atuam como pontos de ligação entre diferentes partes da rede.

1.5 Objetivos

No presente trabalho objetivamos contribuir para a compreensão do fenômeno sismológico por meio da aplicação de teorias de Sistemas Complexos e MENE em dados de catálogos de terremotos globais. Propusemos a construção de redes de sismos no planeta com base nas correlações entre eventos, expandindo abordagens anteriores que se limitaram à Califórnia (BAIESI e PACZUSKI, 2004, 2005). Isso permitiu analisar propriedades complexas das redes, como interações de longo alcance no espaço e no tempo, fractalidade e distribuições em leis de potência, oferecendo uma visão mais aprofundada das relações entre eventos sísmicos globais.

Com o intuito de realizar este objetivo, nesta dissertação iremos:

(i) Investigar medidas de similaridade entre séries temporais de terremotos a partir de análises estatísticas. A partir disso, determinar uma métrica que quantifique as correlações entre eventos sísmicos, como feito em (BAIESI e PACZUSKI, 2004) em uma escala regional, mas agora para uma escala global.

(ii) Construir redes de epicentros a partir do emprego de uma modelagem baseada em correlações, isto é, criar redes epicentros baseadas em redes de"correlação" entre os eventos sísmicos em escala global.

(iii) Obter medidas fundamentais para as redes construídas tais como: coeficiente de aglomeração (C), comprimento de caminho médio de passos (ℓ), distribuições de probabilidades tanto para o grau $P(k)$ quanto para o *strength* $P(s)$, coeficiente de correlação de Pearson (r), função de correlação de grau $k_{nn}(k)$ e centralidade de interposição g.

1.6 Organização da Dissertação

A organização dos capítulos que compõem o referido relatório é disposta a seguir. apresentadas a seguir.

O Capítulo 1, de caráter introdutório, apresenta os conceitos gerais relacionados ao tema, bem como as motivações e os objetivos do trabalho.

O Capítulo 2 aborda a construção e análise de uma rede de eventos sísmicos globais sob a perspectiva dos Sistemas Complexos, caracterizando suas propriedades topológicas, examinando seus aspectos espaciais e temporais e analisando as séries temporais dos terremotos associados à luz da Lei de Omori.

O Capítulo 3 estende a abordagem comentada no Capítulo 2 à rede de epicentros de terremotos globais. Essa rede espacial de epicentros é analisada à luz da teoria dos Sistemas Complexos e da Mecânica Estatística Não-Extensiva.

O Capítulo 4 apresenta uma análise espaço-temporal das distribuições entre terremotos globais. Essas distribuições foram examinadas sob a ótica da Mecânica Estatística Não-Extensiva.

As considerações finais (Capítulo 5) apresentam as conclusões da dissertação, destaque de pontos acerca das atividades desenvolvidas ao longo da execução do presente projeto, bem como as perspectivas futuras para sua continuidade.

Capítulo 2

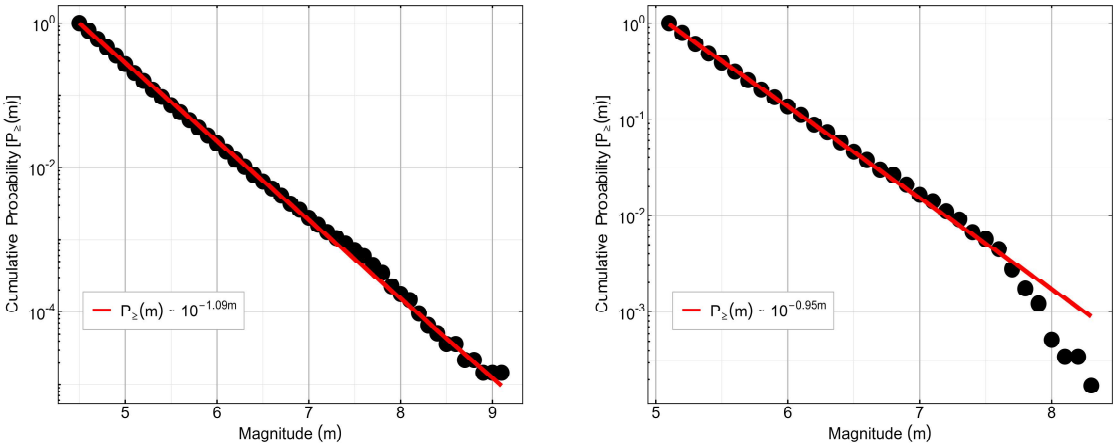
Construção e Caracterização Topológica das Redes de Eventos Extremos Globais

2.1 Dados

O conjunto de dados sismológicos utilizado neste estudo foi obtido a partir do catálogo global mantido pelo *Advanced National Seismic System* (ANSS) ao longo do período de 25 anos compreendido entre 01/01/2000 e 31/12/2024. Esses dados foram divididos em terremotos rasos (profundidades de até 70.0 km) e terremotos profundos (profundidades superiores a 70.0 km) (FERREIRA *et al.*, 2018, 2020, 2022; FROHLICH, 1989, 2006; SPENCE *et al.*, 1989). Essa abordagem permite a análise de possíveis diferenças de comportamento entre eventos sísmicos originados em profundidades rasas e profundas, uma vez que eles são mecanicamente distintos (FROHLICH, 1989, 2006).

Para realizar uma avaliação preliminar de nosso conjunto de dados, verificamos que as magnitudes dos terremotos seguem de perto a lei de Gutenberg-Richter. Para eventos rasos, o expoente b foi determinado como 1.09 ± 0.01 com coeficiente de determinação $R^2 = 0.9997048$ (Figura 2.1(a)), enquanto para eventos profundos, o valor de b foi 0.95 ± 0.01 com $R^2 = 0.999578$ (Figura 2.1(b)), indicando um excelente ajuste aos dados. Como esperado, os valores de b estão próximos de $1,00$, refletindo a exclusão de eventos de baixa magnitude da análise. Após essa filtragem, o conjunto de dados compreende 137018 terremotos rasos e 5787 terremotos profundos, com magnitude mínima de $m \geq 4.5$ e $m \geq 5.1$, respectivamente. As magnitudes consideradas neste estudo incluem m_b (magnitude de ondas corporais de curto período), m_{wc} (magnitude do centróide) e m_{ww} (magnitude de momento), e

`https://earthquake.usgs.gov/data/comcat/`



(a) (b)

Figura 2.1: Distribuição de probabilidades cumulative complementar das magnitudes de terremotos gloabais ocorridos durante o período de 2000 à 2024. O parâmetro b para os eventos (a) rasos apresenta o valor 1.09 e (b) profundos apresenta o valor 0.95. Os valores do parâmetro b da Lei de Gutenberg-Richter (GR) foram obtidos de acordo com a a Eq. (2.1).O ajuste é apresentado pela linha vermelha. Fonte: acervo da autora.

excluíram-se todos os não-terremotos (por exemplo, explosões em minas, detonações em pedreiras e ruídos acústicos) disponíveis no catálogo.

A lei de Gutenberg-Richter descreve a taxa de ocorrência de terremotos com magnitudes maiores ou iguais a m:

$$N_{\geq}(m) = 10^{a-bm}, \tag{2.1}$$

onde $N_{\geq}$ é o número de terremotos com magnitudes maiores ou iguais a m, e a e b são constantes.

O uso dessas leis estatísticas é muito útil para nossa análise em escala global, pois elas são válidas para toda a superfície da Terra.

2.2 Breve Fundamentação Teórica

2.2.1 Definição da Métrica de Similaridade

Terremotos exibem correlações complexas no espaço, no tempo e na magnitude BAK *et al.* (2002); GUTENBERG e RICHTER (1941); KAGAN (1994); OMORI (1894b); SCHOLZ (2002); TURCOTTE (1997). Sequências de terremotos são frequentemente associadas a eventos sísmicos de grande magnitude denominados abalos principais (*mainshocks*), os quais são seguidos por eventos menores próximos, tanto

https://earthquake.usgs.gov/data/comcat/

no espaço quanto no tempo. Em alguns casos, o abalo principal também pode ser precedido por eventos precursores de magnitude intermediária ou menor. Terremotos podem ocorrer ainda na forma de enxames sísmicos, nos quais a atividade sísmica não está claramente associada a um único evento dominante. A observação humana tende naturalmente a classificar esses eventos de acordo com sua magnitude relativa e sua posição dentro da sequência espaçotemporal como pré-abalos (*foreshocks*), abalos principais (*mainshocks*) e réplicas (*aftershocks*).

No entanto, identificar réplicas requer atribuir um rótulo preciso a cada evento sísmico, tarefa que pode ser intrinsecamente ambígua. Na abordagem mais amplamente adotada na literatura atual, as réplicas são identificadas como terremotos que ocorrem dentro de uma janela espaçotemporal predefinida após um abalo principal previamente designado GARDNER e KNOPOFF (1974a); KNOPOFF (2000); KNOPOFF *et al.* (1982). Esse procedimento não fornece uma medida quantitativa da probabilidade de que um evento selecionado esteja genuinamente correlacionado com o abalo principal correspondente. Mais importante ainda, permanece incerto se as janelas de espaço-tempo adotadas são excessivamente amplas ou demasiadamente restritivas, podendo introduzir vieses sistemáticos de classificação. Uma sutileza adicional surge na definição de réplicas de réplicas: quando um determinado evento pode ser associado a múltiplos grandes terremotos anteriores, determinar qual deles deve ser considerado o mais relevante ou o mais fortemente correlacionado está longe de ser trivial.

Nesse contexto, com o objetivo de definir índices de similaridade para séries temporais sísmicas globais, este estudo adota a métrica introduzida em BAIESI e PACZUSKI (2004), que estabelece um parâmetro de correlação fundamentado em propriedades estatísticas bem estabelecidas da sismicidade. Entre elas, destacam-se a lei de Gutenberg-Richter GUTENBERG e RICHTER (1941), que caracteriza a distribuição frequência-magnitude dos terremotos, e a distribuição espacial fractal dos epicentros, descrita por uma dimensão fractal d_f HIRATA (1989); KAGAN (1994); TURCOTTE (1997).

Esse arcabouço é particularmente adequado para análises em escala global, uma vez que ambas as leis de escala se aplicam a toda a superfície terrestre. Embora os parâmetros b e d_f possam variar ligeiramente entre regiões tectônicas e intervalos de tempo, seu comportamento de escalonamento global permanece notavelmente robusto, tornando-os descritores confiáveis da sismicidade em escala global. Uma vantagem fundamental dessa abordagem é que ela não requer a definição *a priori* de janelas espaçotemporais rígidas ou limiares de classificação arbitrários. Em vez disso, as correlações entre eventos sísmicos emergem naturalmente da estrutura estatística dos próprios dados, permitindo a identificação de eventos genuinamente relacionados sem impor critérios predefinidos sobre o que constitui uma sequência de réplicas.

Para definir índices de similaridade para séries temporais de terremotos globais, este estudo baseia-se em uma métrica definida em (BAIESI e PACZUSKI, 2004), que estabelece um parâmetro de correlação com base na incorporação de propriedades estatísticas bem estabelecidas na sismologia.

Entre as propriedades utilizadas, podemos mencionar a lei de Gutenberg-Richter (GUTENBERG e RICHTER, 1941) para o número de terremotos de magnitude m em uma região, e a distribuição fractal dos epicentros com dimensão fractal d_f (HIRATA, 1989; KAGAN, 1994; TURCOTTE, 1997).

O uso dessas leis estatísticas é muito útil para nossa análise em escala global, pois são válidas para toda a superfície da Terra. Os valores dos expoentes b e d_f podem variar ligeiramente dependendo da região de atividade sísmica analisada e do período de tempo considerado.

A métrica de correlação é construída com base no número esperado de terremotos com magnitude no intervalo $[m_i,\, m_i + \Delta m]$, que ocorrem dentro de uma distância $r = r_{ij}$ e de um intervalo de tempo $t = t_{ij}$ entre dois eventos i e j, onde i é o evento precedente e j é o evento sísmico subsequente no catálogo. Esse número esperado de eventos é dado por (BAIESI e PACZUSKI, 2004):

$$n_{ij} = Ctr^{d_f}\Delta m 10^{-bm_i}, \tag{2.2}$$

onde b é o expoente obtido pela lei de Gutenberg-Richter (GR), e C é uma constante que depende da sismicidade geral da região e do intervalo de tempo observado.

Assim, a correlação c_{ij} entre dois terremotos i e j é simplesmente dada por:

$$c_{ij} = \frac{1}{n_{ij}}, \tag{2.3}$$

Essa métrica implica uma busca por medidas de correlação que sejam o mais livres possível de definições arbitrárias ou tendenciosas. Isso implica se manter o mais distante possível de definições rígidas de réplicas. Medidas como a definida na equação (2.3) contribuem para esse propósito, uma vez que as réplicas surgem naturalmente a partir das estatísticas obtidas pela definição de correlação criada, sem a necessidade de escolher uma regra para a distância e o intervalo de tempo para os quais um evento será considerado ou descartado como réplica de outro evento a ser chamado de evento principal.

Os parâmetros adotados neste estudo para o cálculo dos pares de correlação estão resumidos nas Tabelas 2.1 e 2.2 para terremotos rasos e profundos, respectivamente. Os valores referentes à precisão da magnitude Δm, à dimensão fractal d_f e à constante de sismicidade C são os mesmos que os utilizados em BAIESI e PACZUSKI (2004). Nesse mesmo trabalho, os autores argumentam que os valores dessas constantes não implicam grandes mudanças nos resultados. De fato, testes fo-

Tabela 2.1: Parâmetros adotados para a construção da Rede Extrema de Eventos associada aos terremotos globais rasos ($m \geq 4.5$), ocorridos no período de 2000 a 2024.

Parâmetro	**Símbolo**	**Valor**
Limiar de magnitude	$m_{\geq}$	4.5
Precisão da magnitude	Δm	0.1
Expoente de Gutenberg–Richter	b	1.09
Dimensão fractal dos epicentros	d_f	1.6
Constante de sismicidade	C	10^{-9}
Número de terremotos	N_{node}	137018

Tabela 2.2: Parâmetros adotados para a construção da Rede Extrema de Eventos associada aos terremotos globais profundos ($m \geq 5.1$), ocorridos no período de 2000 a 2024.

Parâmetro	**Símbolo**	**Valor**
Limiar de magnitude	$m_{\geq}$	5.1
Precisão da magnitude	Δm	0.1
Expoente de Gutenberg–Richter	b	0.95
Dimensão fractal dos epicentros	d_f	1.6
Constante de sismicidade	C	10^{-9}
Número de terremotos	N_{node}	5787

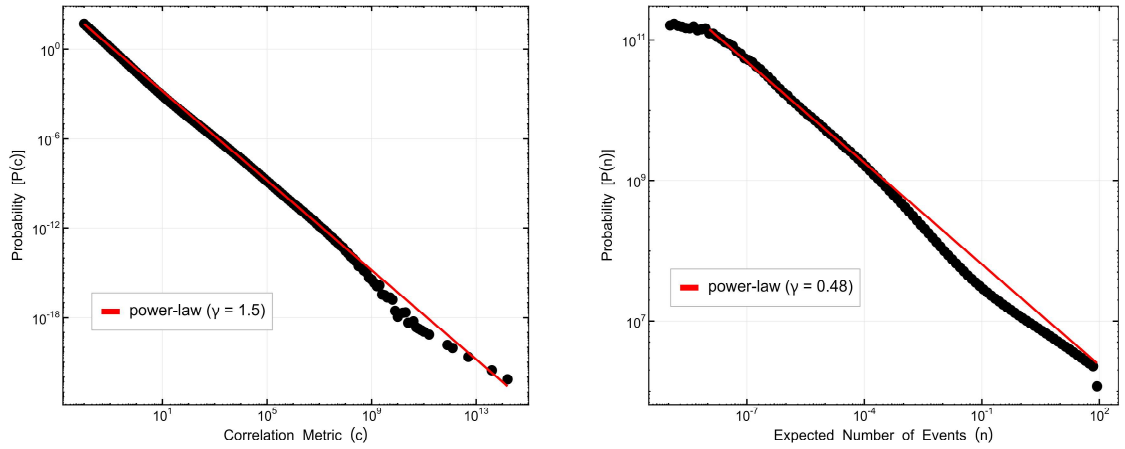
ram realizados para diferentes valores de b, C e d_f, que não apresentaram alterações significativas em nossos resultados.

Os valores de correlação c_{ij} obtidos para os eventos sísmicos analisados, conforme descrito acima, são apresentados nas Figuras 2.2 (a) e (b). De forma análoga, as Figuras 2.3 (a) e (b) mostram os valores de n_{ij}, definidos como os inversos das correlações.

Nas figuras mencionadas acima, observa-se que os valores de correlação c_{ij} e seus correspondentes inversos n_{ij} estão distribuídos em várias ordens de magnitude. Essa ampla distribuição varia desde correlações muito fracas até extremamente fortes entre os eventos sísmicos, apresentando de forma consistente um comportamento compatível com uma lei de potência.

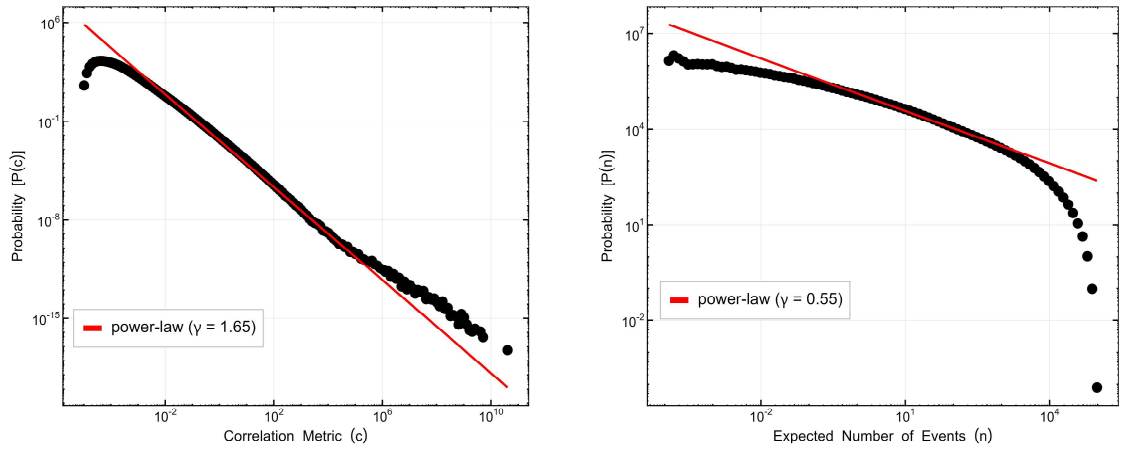
Adicionalmente, pode-se observar que a soma dos expoentes das distribuições de probabilidade de c_{ij} e n_{ij} resulta em um valor próximo de 2.00. Especificamente, para terremotos rasos, a soma é aproximadamente 1.98, enquanto para terremotos profundos, o valor encontrado é cerca de 2.20. Este achado é consistente com estudos anteriores para regiões específicas do mundo (BAIESI e PACZUSKI, 2004), reforçando a universalidade do comportamento estatístico observado nas redes de correlação de eventos sísmicos.

Inclusive, vale ressaltar que, devido ao elevado número de eventos sísmicos rasos



(a) (b)

Figura 2.2: Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das correlações c_{ij} e do inverso das correlações n_{ij} para terremotos globais rasos no intervalo de 2000 a 2024. Ambas as distribuições apresentam bom ajuste em leis de potência (linhas em vermelho), com expoentes iguais a (a) 1.5 para c_{ij} e (b) 0.48 para n_{ij}. A soma dos expoentes é igual a 1.98, ou seja, aproximadamente 2.0, em concordância com o comportamento esperado na literatura. Fonte: acervo da autora.



(a) (b)

Figura 2.3: Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das correlações c_{ij} e do inverso das correlações n_{ij} para terremotos globais profundos no intervalo de 2000 a 2024. Ambas as distribuições apresentam bons ajustes em leis de potência (linhas em vermelho) para os primeiros pontos, com expoentes iguais a (a) 1.65 para c_{ij} e (b) 0.55 para n_{ij}. A soma dos expoentes é igual a 2.2, ou seja, aproximadamente 2.0, em concordância com o comportamento esperado na literatura. Fonte: acervo da autora.

(137018), não podemos realizar o cálculo de todos os pares de correlação c_{ij} entre todos os pares desses eventos já que, seria exigido uma memória computacional excessiva.

Para contornar essa limitação, adotou-se uma estratégia baseada na análise de limiares. Análises preliminares indicaram que a distribuição dos valores de c_{ij} apresenta correlações desprezíveis, com valores mínimos em torno de $c_{ij} \approx 2.13 \times 10^{-6}$. Com base nisso, estabeleceu-se um limiar de $c_{ij} \geq 1 \times 10^{2}$, considerando apenas os pares que atendem a esse critério para computação e armazenamento.

Essa abordagem é justificável por dois motivos principais:

(i) As correlações serão utilizadas para construir uma rede de eventos conectados, onde arestas representam interações significativas. Pares com correlação muito baixa contribuem marginalmente para a estrutura da rede, sendo efetivamente ruído.

(ii) A validade do método é respaldada pelos autores de BAIESI e PACZUSKI (2005), que analisaram um catálogo de dados consideravelmente menor da Califórnia utilizando essa técnica de descarte para a criação da rede de eventos.

Portanto, essa estratégia otimiza radicalmente o processamento sem comprometer a qualidade da análise subsequente, focando apenas nas correlações fortes que são de interesse para a modelagem de redes subsequentes.

Com relação aos dados globais de terremotos profundos com $m_{\geq} = 5.1$ ocorridos durante o período de 2000 a 2024 (5787 eventos) tem-se que todos os pares de correlação foram analisados.

É importante destacar que, na análise dos valores de n_{ij}, foram descartados os dados rasos abaixo de 1×10^{-9}, por se tratarem de valores atípicos em relação ao restante da amostra, representando apenas cerca de 6.53% do total. No caso dos terremotos profundos, valores inferiores a 1×10^{-4} também foram desconsiderados, correspondendo a aproximadamente 1.23% do espaço amostral.

2.3 Construção das Redes Extremas de Eventos

Em seguida, implementamos a construção da rede de eventos extremos seguindo a abordagem em BAIESI e PACZUSKI (2004), que é a mais simples: cada novo terremoto j é ligado a um único terremoto anterior na sequência que minimiza n_{ij} (ou maximiza c_{ij}), com um peso denotado como n^*. Cada aresta carrega o valor extremo n^* para o nó recém-adicionado j relativo ao evento com a maior métrica de correlação (c_{ij}) / menor número esperado de eventos (n_{ij}), denominado evento extremo i^*. Este procedimento de construção define o que denominamos rede de

eventos extremos. Arestas com valores pequenos de n^* indicam uma correlação mais forte entre o evento emissor i^* e o evento receptor j. Por outro lado, as arestas mais fracas são aquelas com um valor elevado de n_{ij} associado, e ocorrem quando nenhum dos eventos anteriores foi suficientemente forte e próximo no espaço e no tempo para se conectar ao evento j. Assim, o primeiro terremoto da série temporal não recebe nenhuma conexão.

Desta forma, uma rede de eventos dirigida é obtida globalmente, orientada de acordo com a ordenação temporal, conforme ilustrado na Figura 2.4. A sequência de terremotos pode, portanto, ser representada como uma rede esparsa, na qual as conexões são estabelecidas apenas entre os eventos mais fortemente correlacionados. Neste contexto, n^* desempenha o papel de um seletor global: para cada evento j, ele identifica um evento anterior i com o qual compartilha o menor número de eventos intermediários n_{ij}, sendo, por exemplo, o evento extremo i^*. Assim, n^* serve como o peso da aresta da rede ponderada em construção, codificando a intensidade do elo dominante associado ao evento j.

Portanto, após a construção da rede complexa de terremotos, implementa-se um modelo de percolação. Inicialmente, todos os pesos associados às arestas, n^*, são ordenadas em ordem crescente. Em seguida, as arestas são inseridas sequencialmente na rede, começando pela conexão mais forte, correspondente ao menor valor de n^*, e progressivamente prosseguindo para valores maiores. Em nosso estudo, tanto para os dados de terremotos rasos quanto profundos globais, consideramos o limite mínimo de $n^* = 1 \times 10^{-6}$, uma vez que valores menores produzem parâmetros de ordem sem significado e não contribuem significativamente para a formação do maior componente conectado.

De acordo com a teoria da percolação, um cluster é definido como um conjunto de nós conectados entre si por pelo menos uma aresta. O tamanho relativo do maior cluster, denotado por θ, é adotado como parâmetro de ordem, uma grandeza física que quantifica o estado macroscópico do sistema e atua como um indicador fundamental de transições de fase e comportamento crítico (STAUFFER e AHARONY, 2018).

No contexto da rede complexa de terremotos, o tamanho de um cluster é definido pelo número de eventos sísmicos que o compõem; consequentemente, seu tamanho relativo corresponde à razão entre o número de eventos contidos no cluster e o número total de eventos sísmicos considerados na rede.

Para avaliar variações no tamanho do cluster, calcula-se a lacuna no tamanho relativo do maior cluster, $\Delta\theta$, após a adição de cada aresta FAN *et al.* (2020); NAGLER *et al.* (2011):

$$\Delta\theta = \theta_{p+1} - \theta_p \,, \tag{2.4}$$

onde θ_p representa o tamanho relativo do maior cluster após a adição da i-ésima aresta. A análise da lacuna máxima no tamanho relativo do maior cluster, $\Delta\theta_{\max}$, permite identificar possíveis descontinuidades no parâmetro de ordem θ.

Para quantificar a força de conexão entre terremotos, utiliza-se a Eq. 2.2, que fornece o número esperado de eventos entre dois terremotos i e j, permitindo a construção de redes complexas de terremotos. Em seguida, aplica-se o modelo de percolação a essas redes. As Figuras 2.5(a) e 2.5(b) mostram a variação do tamanho relativo do maior cluster (parâmetro de ordem, θ) no modelo de percolação da rede de terremotos em função do peso das arestas.

Observamos que a evolução do parâmetro de ordem θ exibe dois regimes bem definidos, como mostrado em 2.5(a) e 2.5(b). No primeiro regime, para $n^* < n_c^s = 1\times10^{-2}$, θ permanece aproximadamente constante e próximo de zero, caracterizando o regime de aglomerados finitos, no qual os eventos sísmicos dão origem a pequenos aglomerados independentes sem componente conectada dominante. No segundo regime, para $n^* > n_c^s$, o comportamento de θ muda acentuadamente, sofrendo um crescimento abrupto e rápido característico de uma transição de fase, levando ao surgimento de uma componente gigante que percola a rede. Essa transição é observada de forma consistente em todos os limiares de magnitude considerados para terremotos rasos e profundos, sugerindo que o processo de percolação é robusto em relação ao limiar de magnitude mínima.

De forma geral, o regime de transição consiste em um regime totalmente conectado (ou seja, com a presença de um componente gigante) para um regime fragmentado em clusters. Durante a fase de crescimento contínuo, a transferência de tensões a longas distâncias, causada por terremotos de grande magnitude e associada a efeitos de memória de longo prazo, favorece a formação de enxames sísmicos dominados por eventos mais intensos e distribuídos em grandes escalas espaciais e temporais. Na prática, isso significa que terremotos fortes podem influenciar outros eventos mesmo a grandes distâncias e ao longo de vários anos, contribuindo para a organização gradual dos clusters. No entanto, quando n_{ij} atinge um valor crítico, esses clusters começam a se fundir rapidamente, gerando um aumento abrupto no tamanho do maior cluster e indicando uma mudança súbita na estrutura geral da rede. A análise do maior salto no parâmetro de ordem, $\Delta\theta_{\max}$, mostra que essa transição de fase está associada a mecanismos físicos específicos que regem a ocorrência de terremotos.

Esse comportamento associado à fase de transição concorda com os resultados apresentados em (ZHAO *et al.*, 2025), que investigaram terremotos no sul da Califórnia. Essa similaridade permite comparar diretamente os resultados obtidos em escala regional com os encontrados neste trabalho em escala global, indicando que o padrão observado é consistente e pode representar um comportamento comum dos

terremotos.

Acima de $n^* = 1 \times 10^{-1}$ (fase da componente gigante), θ cresce rapidamente com n^*. Abaixo de $n^* = 1 \times 10^{-2}$ (regime de clusters finitos), o crescimento de θ é muito mais lento. A transição de fase, portanto, ocorre entre $n^* = 1 \times 10^{-1}$ e $n^* = 1 \times 10^{-2}$. Assim, o valor limiar de transição adotado foi $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Isso implicou na remoção de arestas da rede que possuíam peso $n^* > n_c^s = 1 \times 10^{-2}$ para os dados referentes a terremotos globais rasos e profundos que ocorreram no período considerado.

Observamos que, para um terremoto j, existem poucos eventos extremos i cujos valores dos pares de correlação c_{ij} são significativamente maiores do que os demais. Isso indica que apenas um pequeno número de pares de eventos possui correlações suficientemente fortes para justificar a existência de uma conexão direta entre eles. Em contraste, pares associados a valores muito baixos de c_{ij} podem ser considerados praticamente não correlacionados. Assim, a sequência de terremotos pode ser representada de forma eficiente como uma rede esparsa, na qual as conexões são estabelecidas predominantemente entre os eventos mais fortemente correlacionados.

Isto é, para cada terremoto, alguns eventos excepcionais em seu passado têm correlação muito maior do que todos os outros. Esses pares de eventos fortemente correlacionados podem ser marcados como nós vinculados, e a coleção de nós vinculados sobre todos os terremotos forma uma rede de eventos.

Além disso, o valor adotado para o limiar de transição n_c^s é consistente com a Eq. (2.2), que requer $n \ll 1$ para que dois eventos sejam considerados correlacionados. Essa condição garante que redes construídas a partir desse limiar conectem predominantemente eventos fortemente correlacionados, resultando em uma topologia dominada por clusters críticos cuja distribuição de tamanho é compatível com os cenários previstos pela teoria da percolação e já observados em redes sísmicas reais (BAIESI e PACZUSKI, 2004; ZHAO *et al.*, 2025).

Como mostrado na Tabela 2.3, os valores do número de nós N e arestas E nas redes de eventos extremos variam significativamente entre regimes com e sem aplicação de limiares.

De forma geral, os valores dos parâmetros de ajuste obtidos para as leis de potência que descrevem as propriedades das redes de eventos sísmicos são internamente consistentes e concordam com os resultados reportados por (BAIESI e PACZUSKI, 2004). Essa convergência de evidências reforça a hipótese da universalidade das propriedades de redes livres de escala em redes formadas por eventos sísmicos, sugerindo a existência de mecanismos físicos comuns subjacentes à ocorrência de terremotos em diferentes contextos tectônicos.

Conforme mostra a Tabela 2.3, os valores do número de nós N e de ligações E nas redes extremas de eventos variam significativamente entre os regimes com e sem

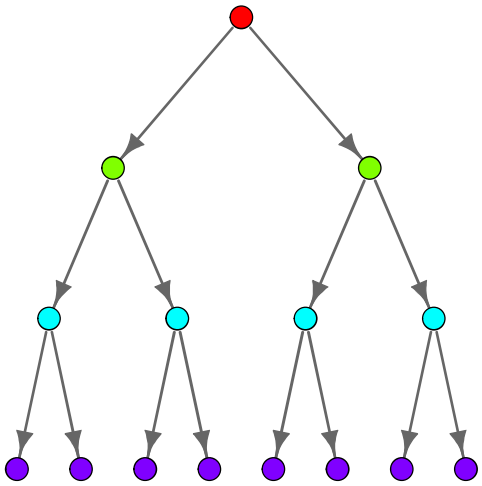
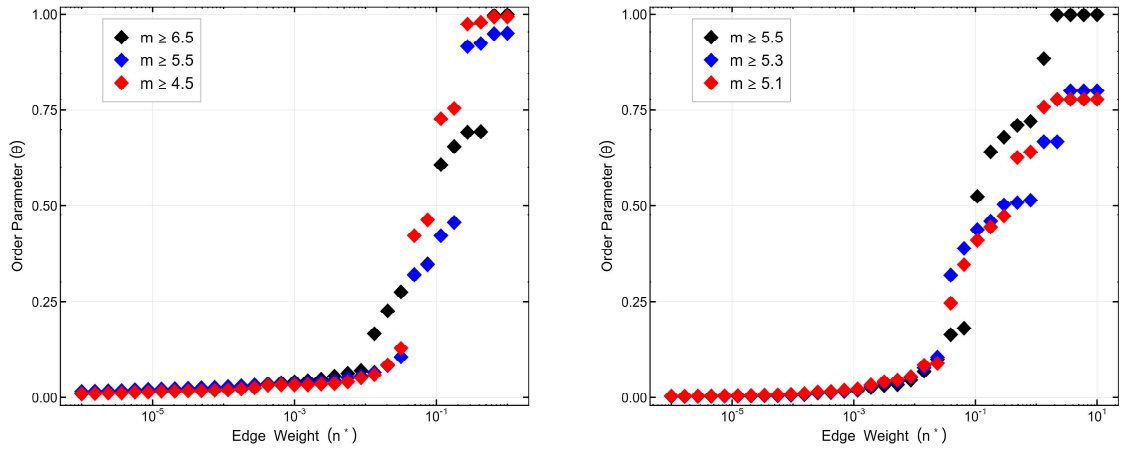


Figura 2.4: Nesta representação cada nó é um terremoto dotado de variáveis internas (magnitude, instante de ocorrência e localização) e eles são conectados de forma direcionada em acordo com a orientação temporal. Logo, as conexões ocorrem dos nós mais antigos para os mais novos. Fonte: acervo da autora.



(a) (b)

Figura 2.5: Regime de transição das redes extremas de eventos de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, para diferentes valores de magnitude mínima m. A fração de nós no maior cluster θ é apresentada em função do peso n^* de cada aresta da rede de eventos extremos. (a) Terremotos rasos apresentam $n^* = n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. (b) Terremotos profundos apresentam $n_c^s = n^* = 1 \times 10^{-2}$.Fonte: acervo da autora.

Tabela 2.3: Número de nós N e de ligações E das Redes Extremas de Eventos para terremotos globais rasos e profundos, com magnitudes mínimas $m \geq 4.5$ e $m \geq 5.1$, respectivamente, ocorridos no período de 2000 a 2024, considerando os limiares $n_c^s = 0.01$ e $n_c^s = \infty$.

Terremotos	N	E
Rasos ($n_c^s = \infty$)	137108	137017
Rasos ($n_c^s = 0.01$)	117978	111052
Profundos ($n_c^s = \infty$)	5787	5786
Profundos ($n_c^s = 0.01$)	3830	3348

a aplicação de limiares.

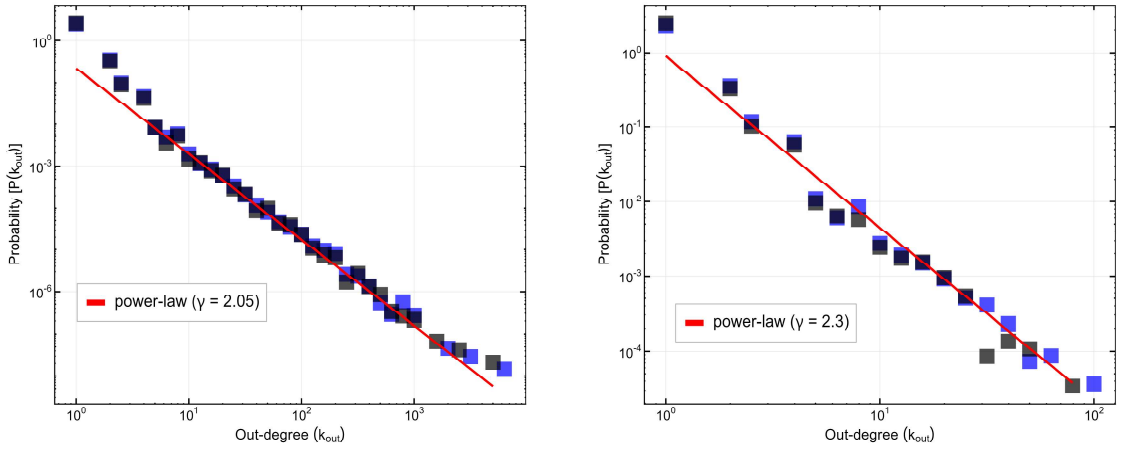
2.4 Resultados

2.4.1 Propriedades Topológicas da Redes Extemas de Eventos

Com as redes extremas de eventos construídas, obtêm-se as distribuições de probabilidade do grau de saída (k_{out}), definido como o número de eventos sísmicos j conectados a um evento emissor i^*, nas Redes Extremas de Eventos. Essas distribuições exibem um comportamento de livre escala (Figuras 2.6(a) e 2.6(b)). Tal padrão é observado tanto para redes totalmente conectadas ($n_c^s = \infty$), isto é, aquelas nas quais não há remoção de arestas, quanto para redes fragmentadas ($n_c^s = 1 \times 10^{-2}$), construídas a partir de dados de terremotos globais rasos e profundos no período de 2000 a 2024.

Uma vez que a rede é direcionada, com arestas orientadas para frente no tempo a partir de um evento fonte i^* em direção aos eventos subsequentes j dentro de seu cone de influência espaço-temporal, k_{out} é o grau fisicamente relevante a ser analisado. Ele quantifica o alcance causal de cada evento, refletindo quantos outros eventos ele pode ter desencadeado ou influenciado. O grau de entrada k_{in} não é considerado aqui, uma vez que o algoritmo de construção está ancorado no nó emissor e o interesse principal reside em caracterizar a capacidade de um evento sísmico extremo de propagar influência pela rede. As Figuras 2.6(a) e (b) mostram a distribuição de probabilidade com binagem logarítmica do grau de saída (k_{out}) para terremotos rasos e profundos, respectivamente. Um ajuste em lei de potência descreve bem a cauda da distribuição, excluindo os primeiros pontos.

Além disso, os pesos n^* das arestas também apresentam distribuições compatíveis com leis de potência. Observa-se que, no caso dos dados de terremotos profundos globais, onde o número de eventos é significativamente menor do que para os eventos



(a) (b)

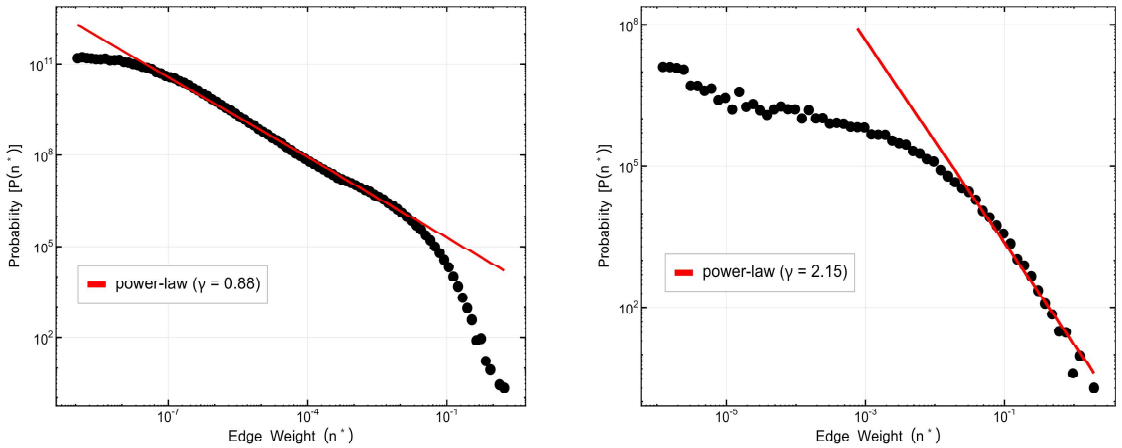
Figura 2.6: Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos do grau de saída k_{out} das redes extremas de eventos de terremotos globais no período de 2000 a 2024. Os quadrados azuis representam a distribuição obtida sem a aplicação de um limiar n_c, isto é, $n_c^s = \infty$, enquanto os quadrados pretos correspondem à distribuição com limiar $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Em ambos os casos, observa-se um bom ajuste às leis de potência (linhas vermelhas), com expoente (a) $\gamma = 2.05$ para terremotos rasos e (b) $\gamma = 2.3$ para terremotos profundos. Fonte: acervo da autora.

rasos (ver 2.7(a)), o ajuste da lei de potência apresenta dois regimes, expressos por diferentes expoentes γ, como mostrado pelas linhas sólidas vermelha e azul em 2.7(b).

Para terremotos rasos e profundos, a relação de lei de potência entre os valores médios do grau e a magnitude dos eventos sísmicos fornece uma boa aproximação da maioria dos pontos na curva com o ajuste teórico, indicando que a relação $\langle k_{\text{out}} \rangle$–$m$ aproxima um comportamento de lei de potência (ver Figuras 2.8(a) e (b)).

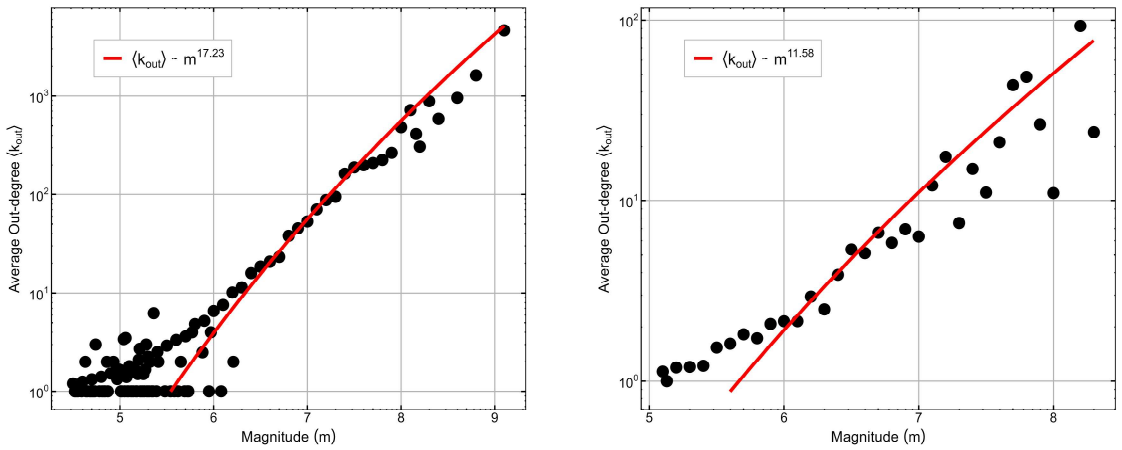
Esse resultado confirma a existência de uma correlação crescente entre os parâmetros de grau de saída k_{out} e magnitude m, o que podemos inferir a partir da equação 2.2, mostrando que os hubs da rede, ou seja, os vértices com valores de grau significativamente maiores que a média da rede, correspondem aos vértices associados a eventos de maior magnitude. No caso deste trabalho, esses hubs representam eventos que estabelecem um grande número de conexões correlacionadas com outros terremotos, desempenhando um papel central na organização estrutural e nas propriedades topológicas da rede.

Como discutido anteriormente, as distribuições das correlações c_{ij} são extremamente amplas e exibem comportamento de lei de potência. Observa-se que, para um terremoto j, existem poucos eventos extremos i cujos valores de c_{ij} são significativamente superiores aos demais. Isso indica que apenas um número reduzido de pares de eventos apresenta correlações suficientemente fortes para justificar a existência de uma conexão direta entre eles. Em contrapartida, pares associados



(a) (b)

Figura 2.7: Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos dos pesos das ligações n^* para dados de terremotos globais ocorridos no período de 2000 a 2024. Terremotos rasos seguem uma lei de potência com expoente $\gamma = 0.88$ (linha vermelha). Terremotos profundos seguem uma lei de potência com expoente $\gamma = 2.15$ (linha vermelha). Fonte: acervo da autora.

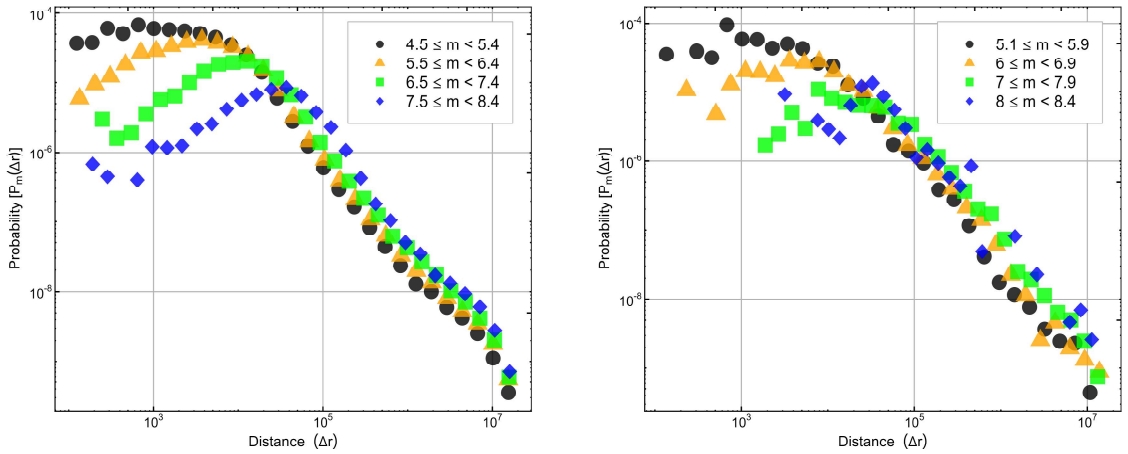


(a) (b)

Figura 2.8: Gráfico que apresenta a relação entre a média do grau de saída $\langle k_{out} \rangle$ e a magnitude m dos terremotos associados aos eventos extremos (i^*) nas *rede extrema de eventos*. A Figura (a) corresponde aos terremotos rasos com magnitude mínima $m \geq 4.5$, enquanto a Figura (b) refere-se aos terremotos profundos com magnitude mínima $m \geq 5.1$. Em ambos os casos, os dados exibem um comportamento aproximadamente compatível com um ajuste em lei de potência, representado pelas linhas vermelhas. O limiar de transição adotado é $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Ambas as distribuições apresentam ajustes em leis de potência (linhas em vermelho) com expoentes iguais a (a) $\gamma = 17.23$ e (b) $\gamma = 11.58$.A média de k_{out} foi calculada para cada valor de magnitude m dos eventos sísmicos extremos identificados por i^*. Fonte: acervo da autora.

a valores muito baixos de c_{ij} podem ser considerados praticamente não correlacionados. Dessa forma, a sequência de terremotos pode ser representada de maneira eficiente como uma rede esparsa, na qual as conexões se estabelecem predominantemente entre os eventos mais fortemente correlacionados.

2.4.2 Propriedas Espaciais das Redes Extremas de Eventos



(a) (b)

Figura 2.9: Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das distâncias, em m (metros), para diferentes magnitudes do terremoto emissor i^* para redes de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, construídas com o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Fonte: acervo da autora.

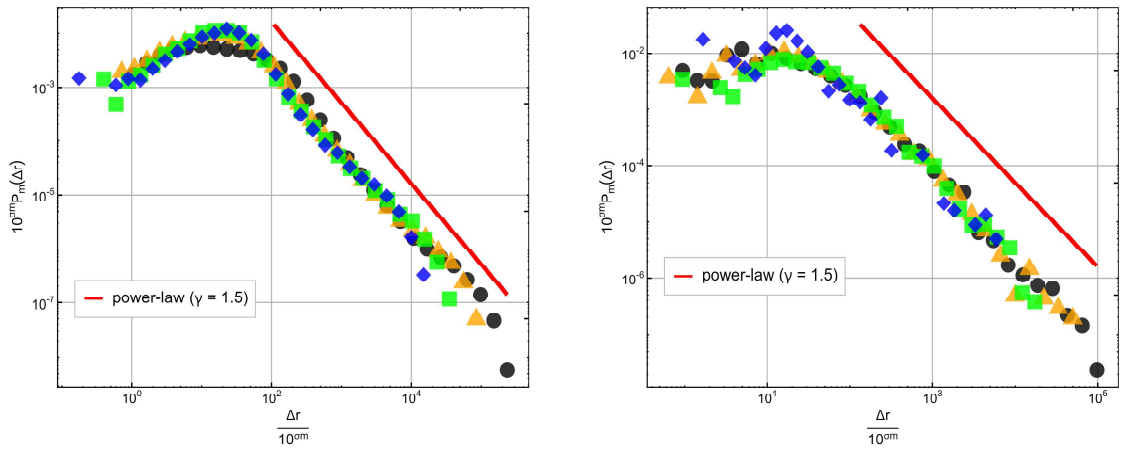
Em seguida, foram analisadas as propriedades espaciais dessas redes. Os resultados mostram que as distribuições das distâncias Δr entre os eventos emissores i^*, pertencentes a uma faixa de magnitude m, e seus respectivos eventos receptores j apresentam um deslocamento do pico para valores maiores de r à medida que m aumenta (Figuras 2.9(a) e 2.9(b)). Além disso, observa-se que essas distribuições decaem lentamente com r, exibindo comportamento de lei de potência, sem a presença de um corte abrupto em grandes distâncias.

Essas distribuições ainda são consistentes com a seguinte função de escala:

$$P_m(r) \simeq 10^{-\sigma m} F\left(\frac{r}{10^{\sigma m}}\right), \tag{2.5}$$

onde r é medido em metros e $F(x)$ é uma função de escala. Essa função de escala segue uma lei de potência, ou seja, $F(x) \sim x^{-\lambda}$, para $x \gg 1$.

No entanto, a distribuição das distâncias não apresenta um corte característico em grandes distâncias. Pelo contrário, observa-se um decaimento lento descrito por uma lei de potência em função de Δr, estendendo-se até a escala linear máxima



(a) (b)

Figura 2.10: Distribuição de probabilidade em intervalos logarítmicos das distâncias, em m (metros), colapsados por meio da Eq. (2.5), para diferentes magnitudes do terremoto emissor i^* para redes de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, construídas com o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Os terremotos (a) rasos e (b) profundos seguem regime em lei de potência (ajuste em vermelho) com expoente $\lambda = 1.5$ para $x \gg 1$. Fonte: acervo da autora.

da região sísmica coberta pelo catálogo. As diferentes distribuições obtidas são consistentes com uma hipótese de escala.

O colapso dos dados obtido utilizando a Eq. (2.5) é mostrado nas Figuras 2.10(a) e 2.10(b). Os valores dos expoentes de escala obtidos foram $\sigma \approx 0,40$ tanto para terremotos globais rasos quanto profundos ocorridos entre 2000 e 2024.

Este decaimento espacial gradual questiona a adequação de janelas espaciais rigidamente definidas para identificação e catalogação de *aftershocks* OGATA (1998). Corroborando esta visão, correlações sísmicas de longo alcance foram documentadas tanto no espaço quanto no tempo, com base em janelas espaço-temporais fixas KAGAN (2007); ZALIAPIN *et al.* (2013).

Isso sugere que a adoção de abordagens estatísticas mais flexíveis pode ser necessária para uma caracterização mais adequada das sequências de réplicas. Nesse contexto, o presente trabalho propõe uma reflexão crítica sobre a classificação dos eventos sísmicos analisados como réplicas, uma vez que, diferentemente dos procedimentos adotados por muitos estudos na literatura, os eventos investigados aqui não são previamente categorizados como precursores, eventos principais ou réplicas GARDNER e KNOPOFF (1974b); HELMSTETTER e SORNETTE (2003); REASENBERG (1985); UTSU (1961). Em vez disso, todos os eventos são tratados de forma homogênea como terremotos, permitindo que correlações espaço-temporais emergentes sejam identificadas a partir do próprio funcionamento do sistema sísmico.

2.4.3 Propriedas Temporais das Redes Extremas de Eventos

Analisamos a taxa média de ocorrência de eventos receptores j associados a eventos emissores extremos i^* de magnitude m, considerados dentro de um intervalo Δm. Observamos que os eventos j apresentam uma ampla distribuição de magnitudes, indicando que a resposta do sistema não se restringe a eventos de baixa energia. Além disso, verifica-se que até mesmo eventos emissores i^* de magnitude intermediária são capazes de gerar cadeias de eventos subsequentes que persistem por longos intervalos de tempo, podendo se estender por anos.

Estes resultados mostram que terremotos de diferentes magnitudes contribuem para o funcionamento temporal do sistema sísmico, atuando como gatilhos para eventos subsequentes, comumente chamados de réplicas na literatura especializada. A evolução temporal dessas sequências apresenta um decaimento não exponencial, característico de sistemas complexos, que é bem descrito pela lei tradicional de Omori (OMORI, 1894a; UTSU *et al.*, 1995), considerando o expoente $p = 1$:

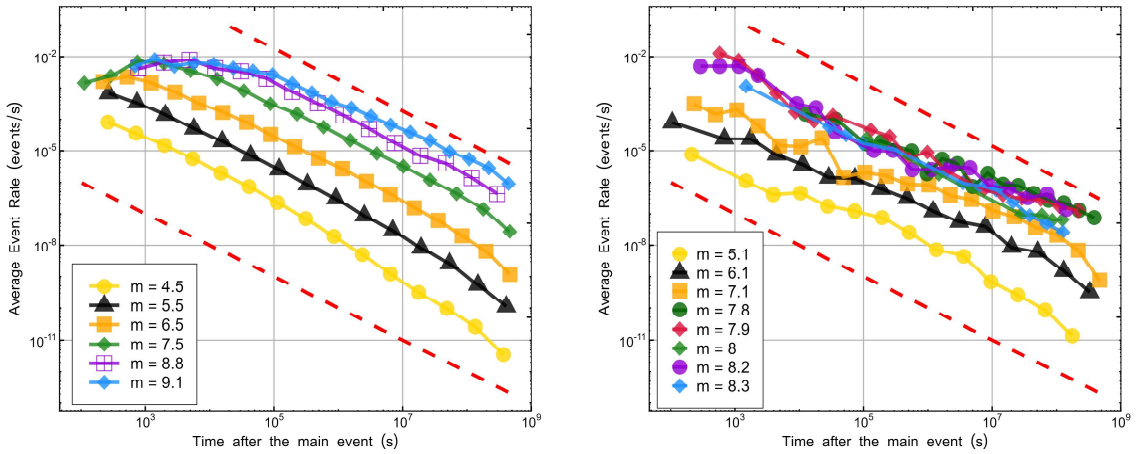
$$n(t) \sim \frac{K}{(c+t)^p} \quad \text{para} \quad t < t_{\text{cutoff}} \tag{2.6}$$

onde c e K são constantes que dependem da magnitude m (LISE *et al.*, 2004; UTSU *et al.*, 1995) do terremoto. O decaimento persiste até um tempo t_{cutoff} que também depende de m, assim como do limiar de conexão n_c^s.

Tabela 2.4: Número de eventos extremos (i^*) e eventos associados (j) para terremotos rasos e profundos, considerando diferentes magnitudes mínimas m e adotando o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$.

Terremotos	m	i^*	j
Rasos	4.5	28469	4086
	5.5	2180	2599
	6.5	167	1846
	7.5	19	2541
	8.8	1	1617
	9.1	2	8345
Profundos	5.1	1228	123
	6.1	127	118
	7.1	18	138
	7.8	3	120
	7.9	4	101
	8.0	1	11
	8.2	1	93
	8.3	1	24

Em uma primeira aproximação, indicada pelas linhas vermelhas tracejadas com



(a) (b)

Figura 2.11: Lei de Omori para taxas de terremotos por segundo referentes a eventos extremos emissores de diferentes magnitudes m das redes de terremotos globais rasos e profundos, construídas com o limiar de transição $n_c^s = 10^{-2}$. As taxas são medidas para sísmos j associados a eventos sísmicos extremos $i*$ de diferentes magnitudes m usando n_c^s. Para cada magnitude, a taxa é consistente com a Eq. (2.6), até um tempo de corte que depende de m. Como guia visual, as linhas pontilhadas representam um decaimento $\sim 1/t$. O período de tempo t considerado é de 25 anos correspondendo ao período de 2000 a 2024. Fonte: acervo da autora.

t^{-p} para $p = 1$ nas Figuras 2.11(a) e 2.11(b), pode-se observar que o comportamento temporal das sequências analisadas é consistente com aquele descrito pela Lei de Omori tradicional. De fato, a Lei de Omori modificada (UTSU *et al.*, 1995), que envolve a escala t^{-p}, tem sido amplamente estudada ao longo de décadas, e nossos resultados indicam que a lei original se aplica aos eventos sísmicos j de todas as magnitudes, tanto rasos quanto profundos, mostrando que o mecanismo de decaimento temporal dos eventos subsequentes é robusto em relação à profundidade dos eventos sísmicos.

No contexto de redes complexas de terremotos, essa concordância sugere a presença de um mecanismo subjacente universal no funcionamento temporal do sistema sísmico, no qual os eventos emissores extremos i^* atuam como organizadores temporais da rede, estruturando a ocorrência dos eventos receptores j ao longo do tempo. Tal comportamento reforça a interpretação de que as propriedades temporais observadas emergem da própria topologia da rede e das correlações temporais entre os eventos sísmicos analisados.

Inclusive, podemos inferir que a adoção de janelas temporais pré-definidas para a identificação de *aftershocks* (réplicas de terremotos), prática comum na literatura, talvez não seja a abordagem mais eficiente. Nesse sentido, a classificação de determinados eventos sísmicos como *aftershocks* perde relevância, uma vez que, na abordagem aqui empregada, todos os eventos sísmicos podem ser considerados even-

tos emissores extremos i^* em relação aos eventos receptores j com os quais formam os pares de correlação c_{ij} de maior valor; ou seja, as conexões entre os eventos emergem de forma natural a partir das propriedades da rede extrema de eventos.

O número de eventos extremos i^* para cada magnitude mínima m, juntamente com seus eventos associados j, para terremotos rasos e profundos, está resumido na Tabela 2.4.

A partir da Tabela 2.4, é possível identificar diversos eventos rasos extremos i^* de alta magnitude, como os terremotos de $m = 8.8$ que ocorreram no Chile em 2010 e os eventos de $m = 9.1$ nas Ilhas Sumatra-Andaman e no Japão, ocorridos em 2004 e 2011, respectivamente. Inclusive, esses eventos de alta magnitude, que são associados a milhares de eventos subsequentes, atuam como nós centrais na rede sísmica, estruturando padrões coletivos de conectividade e influenciando a transição de percolação. Eles ocorrem em regiões de alta sismicidade nos limites tectônicos da placas de Burma, de Okhotsk e Sul-Americana de modo que reforçam a relação entre o parâmetro sísmico de magnitude, a tectônica de placas e organização estrutural das redes de eventos sísmicos.

É importante salientar que, no contexto dos terremotos rasos, para o valor de magnitude $m = 9.1$, o evento extremo i^* de 2004, nas Ilhas Sumatra, está associado a 2753 eventos j, enquanto o evento extremo i^* de 2011, no Japão, está associado a 5592 eventos j.

Em constraste, para os eventos profundos extremos i^* de alta magnitude m, incluindo o evento no Mar de Okhotsk, Rússia, em 2013 ($m = 8.3$), o terremoto em Fiji em 2018 ($m = 8.2$) e um evento no Peru em 2019 ($m = 8.0$).

Os eventos extremos i^* apresentam valores significativamente elevados de correlação c_{ij} em relação a determinados eventos j nas *redes extremas de eventos*. A seguir ilustramos essa condição para *terremotos rasos*.

- O evento de magnitude $m = 9.1$, ocorrido em 2004 na região de Sumatra-Andaman, conecta-se a um evento de magnitude $m = 5.4$, localizado a 82 km NW de Sinabang, Indonésia. A distância entre os eventos é de aproximadamente 29.72 km, com intervalo de tempo de 3 h 03 min 19 s, e valor de correlação $c_{ij} \approx 5.26 \times 10^8$.

- O evento de magnitude $m = 8.8$, ocorrido em 2010 na região de Maule, Chile, conecta-se a um evento de magnitude $m = 5.3$, localizado a 23 km NW de Quirihue, Chile. A distância entre os eventos é de aproximadamente 16.89 km, com intervalo de tempo de 1 h 25 min 42 s, e valor de correlação $c_{ij} \approx 1.31 \times 10^9$.

- O evento de magnitude $m = 9.1$, ocorrido em 2011 no Japão (*Great Tohoku Earthquake*), conecta-se a um evento de magnitude $m = 6.2$, localizado a

110 km ESE de Ishinomaki, Japão. A distância entre os eventos é de aproximadamente 24.75 km, com intervalo de tempo de 14 min 15 s, e valor de correlação $c_{ij} \approx 9.06 \times 10^9$.

Analogamente ao que foi feito para os eventos sísmicos rasos, podemos destacar os pares de correlação c_{ij} para os *terremotos profundos*.

- O evento de magnitude $m = 8.3$, ocorrido em 2013 na região do Mar de Okhotsk, conecta-se a um evento de magnitude $m = 5.5$, localizado a 293 km NW de Ozernovskiy, Russia. A distância entre os eventos é de aproximadamente 208 km, com intervalo de tempo de 18 min 19 s, e valor de correlação $c_{ij} \approx 3.14 \times 10^7$.

- O evento de magnitude $m = 8.2$, ocorrido em 2018 em Fiji, conecta-se a um evento de magnitude $m = 5.6$, localizado a 268 km E de Levuka, Fiji. A distância entre os eventos é de aproximadamente 2.75 km, com intervalo de tempo de 11 min 1 s, e valor de correlação $c_{ij} \approx 4.12 \times 10^{10}$.

- O evento de magnitude $m = 8.0$, ocorrido em 2019 localizado a 78 km NE of Navarro, Peru, conecta-se a um evento de magnitude $m = 5.1$, localizado a 31 km ESE de Chazuta, Peru. A distância entre os eventos é de aproximadamente 113.40 km, com intervalo de tempo de 2 anos 6 meses, e valor de correlação $c_{ij} \approx 5.43 \times 10^2$.

O maior valor de correlação para terremotos rasos, considerando o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$, é $c_{ij} \approx 1.81 \times 10^{14}$. Esse valor refere-se ao par de eventos que ocorreu a aproximadamente 259 km WNW de Neiafu, Tonga, de magnitude $m = 5.0$, em 5 de novembro de 2009, com horários registrados às 06 h 00 min 40 s e 06 h 11 min 52 s, ou seja, com um intervalo de tempo relativamente curto.

No caso de terremotos profundos, adotando o mesmo limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$, o maior valor de correlação é $c_{ij} \approx 4.12 \times 10^{10}$, relacionado a um evento de magnitude $m = 8.2$, ocorrido em Fiji em 2018, que conecta-se a um evento de magnitude $m = 5.6$, localizado a 268 km a leste de Levuka, Fiji, conforme mencionado anteriormente.

Inclusive, as regiões de Tonga e Fiji, onde ocorrem os pares de eventos i e j com os maiores valores de correlação c_{ij}, são caracterizadas por elevada atividade tectônica.

Aliás, nos casos em que se observam altos valores de correlação, é possível perceber que os valores de distância (r) e de intervalo de tempo (t) entre dois eventos quaisquer i e j são relativamente pequenos, corroborando as Equações 2.2 e 2.3. Assim, à medida que os valores de correlação c_{ij} aumentam, são preservadas apenas

as relações entre eventos próximos no espaço e no tempo, de modo que o número de eventos n_{ij} que ocorrem entre i e j permanece baixo.

Dado o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$, as maiores distâncias registradas entre terremotos profundos ocorrem entre o evento de magnitude $m = 7.6$, ocorrido a aproximadamente 30 km WSW de Pariaman, Indonésia, em 30 de setembro de 2009 às 10 h 16 min 09 s, e o evento de magnitude $m = 5.9$, ocorrido a cerca de 17 km ESE de Putina, Peru, no mesmo dia às 19 h 03 min 17 s, com uma distância de aproximadamente 17 849.01 km, intervalo de tempo de cerca de 8 h 47 min 08 s e valor de correlação $c_{ij} \approx 1.52 \times 10^2$.

De forma análoga, para os terremotos rasos, as maiores distâncias registradas ocorrem entre o evento de magnitude $m = 9.1$, ocorrido nas Ilhas Sumatra-Andaman em 26 de dezembro de 2004 às 00 h 58 min 53 s, e o evento de magnitude $m = 5.1$, ocorrido a aproximadamente 10 km N de Zorritos, Peru, em 15 de janeiro de 2005 às 11 h 40 min 37 s, com uma distância de aproximadamente 19 644.1 km, intervalo de tempo de cerca de 20 dias e valor de correlação $c_{ij} \approx 1.01 \times 10^2$.

Com relação aos intervalos temporais, observa-se que, dado o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$, os maiores intervalos de tempo registration entre terremotos profundos ocorrem entre o evento de magnitude $m = 7.6$, ocorrido em 28 de março de 2000 às 11 h 00 min 22 s, e o evento de magnitude $m = 5.1$, ocorrido em 5 de fevereiro de 2024 às 19 h 04 min 08 s, ambos nas Volcano Islands, região do Japão, com uma distância de aproximadamente 39.56 km, intervalo de tempo de cerca de 23 anos 10 meses 14 dias e valor de correlação $c_{ij} \approx 1.13 \times 10^2$.

De forma análoga, para os terremotos rasos, os maiores intervalos de tempo registrados ocorrem entre o evento de magnitude $m = 7.9$, ocorrido a aproximadamente 103 km ao sul de Bengkulu, Indonésia, Ilhas Sumatra-Andaman, em 4 de junho de 2000 às 16 h 28 min 26 s, e o evento de magnitude $m = 4.9$, ocorrido a cerca de 139 km ao sul de Bengkulu, Indonésia, em 13 de novembro de 2024 às 18 h 40 min 42 s, com uma distância de aproximadamente 41.64 km, intervalo de tempo de cerca de 24 anos 5 meses 33 dias e valor de correlação $c_{ij} \approx 2.15 \times 10^2$.

Dada as análises espaço-temporais, os valores de n_{ij} calculados a partir dos pares de correlação c_{ij}, que se encontram na ordem de grandeza de 10^2, correspondem, após normalização, à ordem de grandeza de 10^{-2}. Essa é exatamente a ordem de grandeza do limiar de transição n_c^s, a partir do qual ocorre a mudança no regime de percolação da rede, levando à sua fragmentação, conforme ilustrado nas Figuras 2.5(a) e (b).

Portanto, a adoção do limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$ é adequada, pois preserva na rede as relações de longo alcance no espaço e no tempo.

No próximo capítulo, analisaremos os epicentros dos eventos com maior profundidade. Nele, discutiremos a construção e a caracterização das *redes de epicentros*. Serão destacados os papéis estruturais desempenhados por esses epicentros nas redes,

bem como seu comportamento de longo alcance no espaço e no tempo, investigado por meio de técnicas de visualização geoespacial e de outras ferramentas analíticas.

Capítulo 3

Construção e Caracterização Topológica das Redes de Epicentros Globais

3.1 Dados

Considerando os cálculos dos pares de correlação c_{ij} para os dados de terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024, apresentados nas Figuras 2.2(a) e 2.3(a), este capítulo dedica-se à apresentação e à discussão dos resultados associados à construção das redes de epicentros para os conjuntos de dados analisados, abrangendo tanto terremotos rasos quanto profundos.

Essas distribuições de correlação são extremamente amplas e exibem comportamento do tipo lei de potência, indicando que, para um dado terremoto j, existem poucos eventos extremos i cujas correlações c_{ij} são significativamente maiores do que as demais. Dessa forma, torna-se natural representar apenas esses pares fortemente correlacionados como nós conectados na rede, enquanto pares associados a valores reduzidos de c_{ij} permanecem desconectados. Assim, a sequência temporal de terremotos pode ser representada de maneira eficiente por meio de uma rede esparsa, na qual as conexões refletem exclusivamente as interações mais intensas entre os eventos sísmicos.

3.2 Breve Fundamentação Teórica

3.2.1 Construção das Redes de Epicentros

A construção da rede de epicentros baseia-se na conexão das células espaciais correspondentes aos eventos extremos i^*, definidos como aqueles que apre-

sentam a maior correlação c_{ij}, com os respectivos eventos j conectados na *rede extrema de eventos* (ver Figura 3.1). Essa rede espacial de epicentros é direcionada e denominada por *rede extrema de epicentros*.

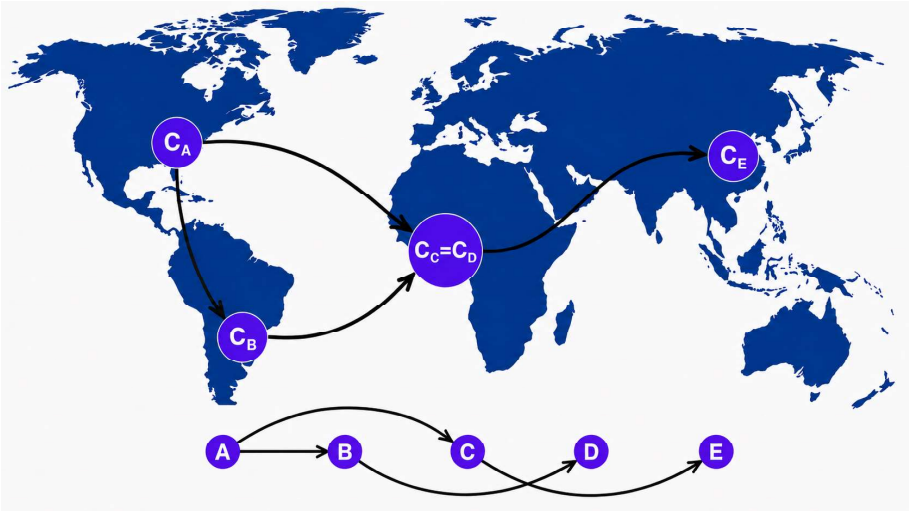


Figura 3.1: Esquema de como a rede de epicentros é criada a partir da rede extrema de eventos. Como cada evento possui um epicentro com localização (ϕ, λ), podemos usar as Eqs.(3.1 e 3.2) para calcular qual célula do mapa deve ser utilizada como um nó na rede. Os nós são conectados com base na sequência de eventos mostrada na parte inferior da figura. Fonte: acervo da autora.

A determinação de cada célula é realizada a partir das coordenadas geográficas de latitude ϕ_E e longitude λ_E de cada epicentro, medidas em relação a um referencial previamente adotado que, por simplicidade, é definido como $\phi_0 = 0$ e $\lambda_0 = 0$. A partir dessas coordenadas, calculam-se as distâncias Norte-Sul (S_E^{ns}) e Leste-Oeste (S_E^{ew}) entre a posição do epicentro e o referencial escolhido.

Assumindo a aproximação esférica da Terra, tais distâncias são dadas por:

$$S_E^{ns} = R \cdot \phi_E, \tag{3.1}$$

$$S_E^{ew} = R \cdot \lambda_E \cdot \cos \phi_E, \tag{3.2}$$

onde $R = 6.371 \times 10^3$ km representa o raio médio da Terra.

A partir dessas distâncias, define-se o tamanho L do lado de cada célula quadrada que discretiza a superfície terrestre. A escolha de L requer cautela: valores muito pequenos resultam em alta resolução espacial, porém com poucos eventos por célula, tornando a rede excessivamente esparsa; por outro lado, valores muito grandes reduzem a resolução espacial, concentrando muitos eventos em uma mesma célula e produzindo redes excessivamente densas, o que também compromete a análise.

Seguindo a abordagem adotada em (FERREIRA *et al.*, 2020), neste trabalho utiliza-se $L = 20$ km para o lado das células quadradas $L \times L$ que recobrem o

globo terrestre. Assim, a localização discreta de cada célula nas direções Norte–Sul e Leste–Oeste é obtida dividindo-se S_E^{ns} e S_E^{ew}, respectivamente, por L.

Além disso, em uma análise preliminar, adota-se a abordagem de redes de epicentros direcionadas e ponderadas, nas quais os pesos das arestas são definidos de acordo com a Equação 1.7.

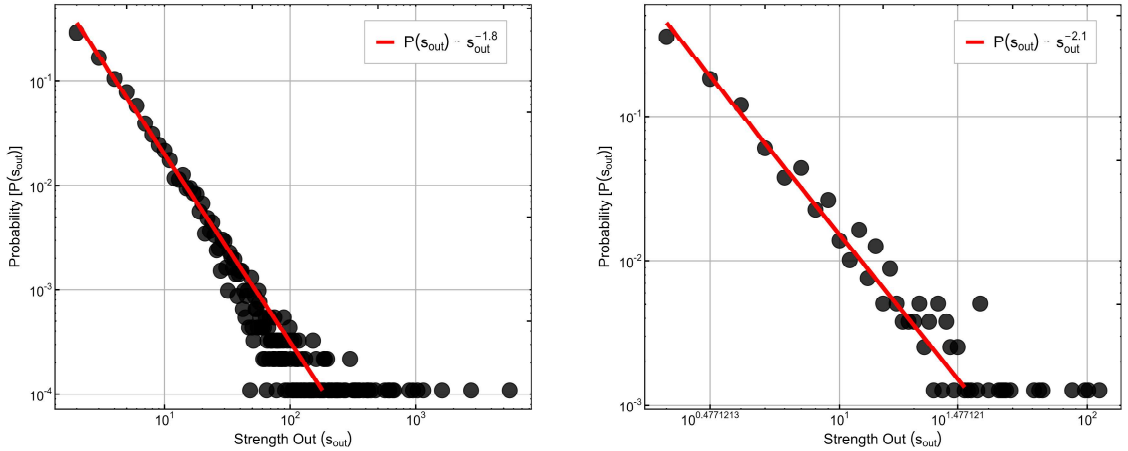
3.3 Resultados

3.3.1 Propriedades das Redes de Epicentros

Considerando que as redes de epicentro, construídas a partir de redes de eventos extremos, são direcionadas e ponderadas (incluindo autoconexões e arestas com peso maior ou igual a 1), nesta proposta enfatizamos a análise da força das conexões de saída do epicentro, s_{out}. Pode-se observar que, para essas conexões, mostradas nas Figuras 3.2(a) e (b), todo o regime de dados analisado é melhor descrito por um ajuste de lei de potência dado por 1.11.

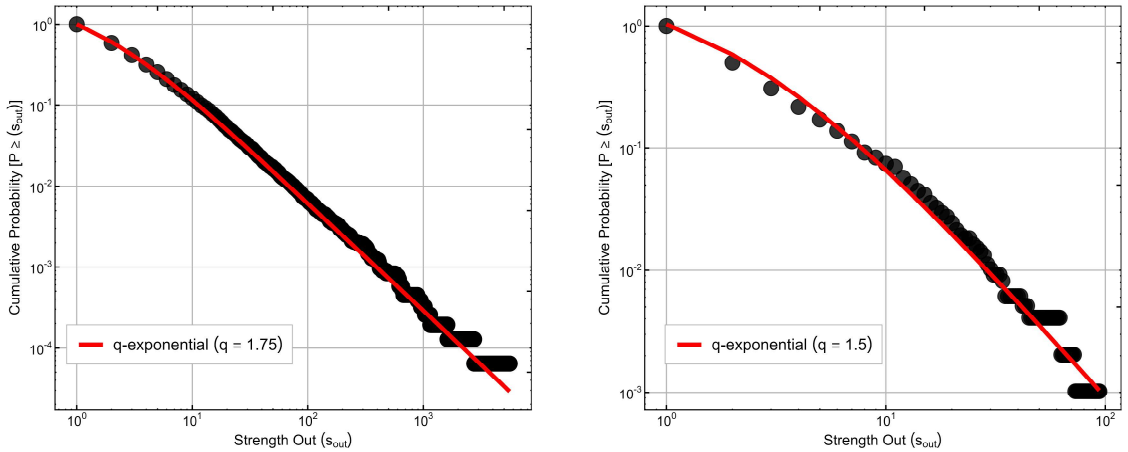
Além disso, as distribuições de probabilidade cumulativas apresentam um ajuste q-exponencial. Uma vez que os valores de q estimados a partir das distribuições são maiores que 1 (ver Figuras 3.3(a) e (b), referentes a terremotos globais rasos e profundos, respectivamente), a q-exponencial exibe comportamento de lei de potência para grandes valores de s_{out}. Este resultado indica a presença de propriedades livres de escala nas redes espaciais de epicentros sísmicos globais construídas utilizando o modelo de Rede Extrema de Epicentros. Vale ressaltar que, embora distribuições q-exponenciais tenham sido previamente reportadas tanto em redes de terremotos locais quanto globais ABE e SUZUKI (2006, 2004a); FERREIRA *et al.* (2018, 2014, 2022), esta é a primeira vez que tal comportamento é observado nas distribuições de s_{out} de redes espaciais de epicentros obtidas por meio da metodologia aqui empregada, aplicada a dados sísmicos globais no âmbito do modelo da rede extrema de epicentros. Portanto, esses resultados fornecem evidências robustas que corroboram a validade deste modelo para a construção de redes de epicentros sísmicos.

Com o objetivo de caracterizar de forma mais abrangente as redes construídas, investigou-se também a presença da propriedade de mundo-pequeno por meio do cálculo do comprimento médio do menor caminho (ℓ) e do coeficiente de aglomeração médio (C). Conforme apresentado na Tabela 3.1 (a), as redes de epicentros para eventos rasos analisadas exibem valores reduzidos de comprimento médio de caminho em comparação com o número de vértices (N), obedecendo à relação $\ell \approx \ln N$, além de elevados coeficientes de aglomeração médio quando comparados aos de redes aleatórias equivalentes ($C \gg C_{\text{aleat}}$). Esses resultados evidenciam a presença da propriedade de mundo-pequeno (do inglês, *small-world*) nas redes estudadas,



(a) (b)

Figura 3.2: (a) Distribuições log-log de probabilidade de s_{out} das redes de epicentros referentes a terremotos globais rasos ocorridos no período de 2000 a 2024. Ajuste em lei de potência com o parâmetro $\gamma = 1.8$ (linha vermelha). (b) Distribuições log-log de probabilidade de s_{out} das redes de epicentros referentes a terremotos globais profundos ocorridos no período de 2000 a 2024. Ajuste em lei de potência com o parâmetro $\gamma = 2.1$ (linha vermelha). Fonte: acervo da autora.



(a) (b)

Figura 3.3: Distribuições log-log de probabilidade cumulativa complementar de s_{out} das redes de epicentros referentes a terremotos globais ocorridos no período de 2000 a 2024 (a) rasos e (b) profundos. Em ambos os casos, observa-se uma boa concordância entre os pontos de distribuição com a função q-exponencial, apresentando valores $q > 1$, como mostram os ajustes em vermelho. Fonte: acervo da autora.

Tabela 3.1: Valores do coeficiente de aglomeração (C), coeficiente de aglomeração de redes aleatórias equivalentes (C_{aleat}), número de vértices (N), $\ln N$ e comprimento médio do menor caminho (ℓ) das redes extremas de epicentros. São consideradas as redes de epicentros para os dados de terremotos globais rasos e profundos ocorridos durante o período de 2000 a 2024 para o limiar de transição $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$.

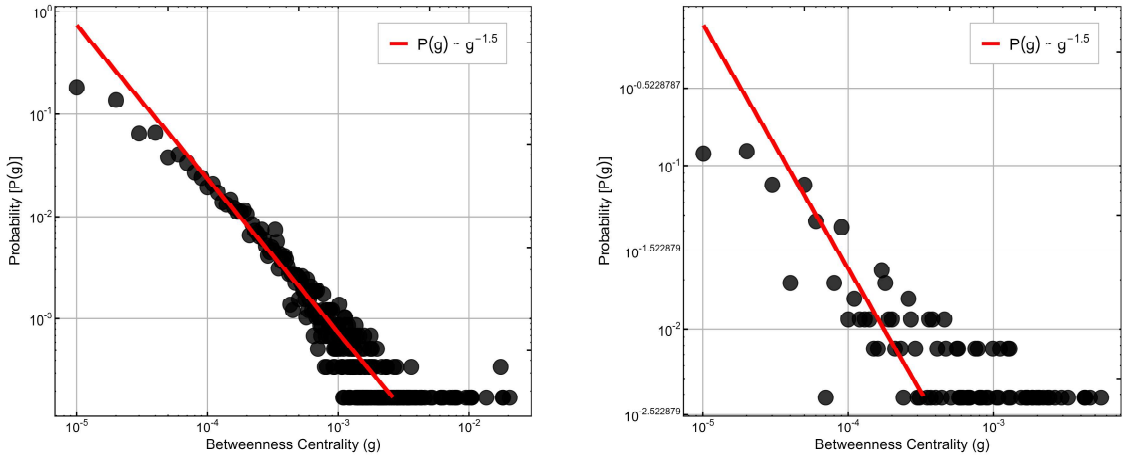
Rede Extrema de Epicentros	C	C_{aleat}	N	$\ln N$	ℓ
Rasos	1.87×10^{-1}	1.17×10^{-4}	30712	10.33	13.23
Profundos	8.48×10^{-2}	1.54×10^{-3}	2197	7.69	9.11

em concordância com as conclusões de trabalhos anteriores que empregaram diferentes metodologias para a construção de redes complexas (ABE e SUZUKI, 2006, 2004a; FERREIRA *et al.*, 2018, 2014, 2022). Em contraste, conforme apresentado na Tabela 3.1 (b), as redes espaciais associadas a eventos profundos não exibem propriedades típicas de mundo pequeno (*small-world*), uma vez que a condição $C \gg C_{\text{alet}}$ não é satisfeita. Embora o comprimento médio do caminho permaneça pequeno em relação ao número de nós de modo que $\ell \ll N$ ($\ell \approx lnN$), o coeficiente de aglomeração médio não é significativamente superior ao da rede aleatória equivalente, o que inviabiliza sua caracterização como rede de mundo pequeno.

Essa diferença pode estar relacionada ao menor número de ligações na rede de epicentros de terremotos profundos, quando comparada à rede correspondente para terremotos rasos, resultando em uma estrutura com menor densidade de conexões; ou seja, as redes de epicentros para os eventos profundos apresentam um valor de $\bar{s}_{\text{out}}$ menor do que as redes de epicentros para os eventos rasos.

Além das métricas básicas, a análise das propriedades topológicas de uma rede requer a consideração de medidas de centralidade capazes de quantificar a relevância de um nó no contexto global da rede. Entre essas medidas, destaca-se a centralidade de interposição g (do inglês, *betweenness centrality*). Nas redes de epicentros analisadas, os valores de g foram normalizados, considerando-se apenas aqueles iguais ou superiores a 1×10^{-5}. Assim, calculamos a distribuição cumulativa da centralidade de interposição para todas as redes investigadas neste trabalho. As Figuras 3.4 (a) e (b) apresentam os resultados obtidos tanto para terremotos globais rasos quanto para os profundos. Observa-se que, em todos os casos analisados, as distribuições são adequadamente descritas por leis de potência, reforçando a presença de propriedades livre de escala e a emergência de comportamentos invariantes de escala.

A distribuição de probabilidade cumulativa complementar da centralidade de interposição g , apresentada nas Figuras 3.5(a) e (b), é adequadamente descrita por uma função q-exponencial, indicando a presença de propriedades não extensivas na



(a) (b)

Figura 3.4: Gráficos em escala log-log das distribuições de probabilidade da centralidade de interposição das redes de epicentros associadas a terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024. Em ambos os casos, as distribuições são bem ajustadas por uma lei de potência, com expoente $\gamma = 1.5$. Fonte: acervo da autora.

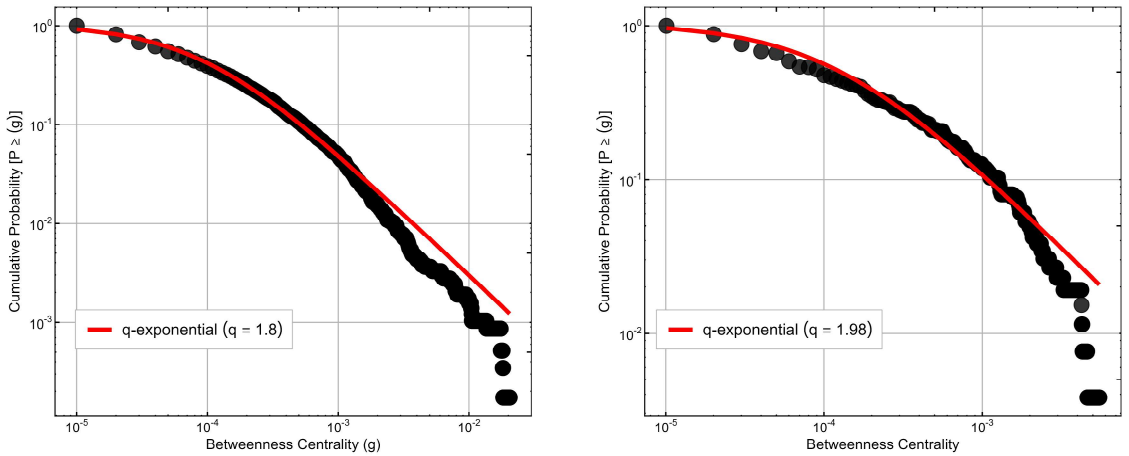
rede. Esse comportamento reflete a existência de epicentros de terremotos altamente centrais, que exercem grande influência sobre a forma como a conectividade global da rede está distribuída.

.

Como abordado na Seção 1.4, a assortatividade é uma métrica importante para as redes, pois fornece informações sobre as regras de conexão entre os vértices da rede analisada, permitindo uma análise mais detalhada de sua estrutura do que métricas como o *strength out* podem oferecer. Para isso, foi calculada a função de correlação de grau, $k_{\mathrm{nn}}(k)$ (Eq. 1.16), para as redes de epicentros.

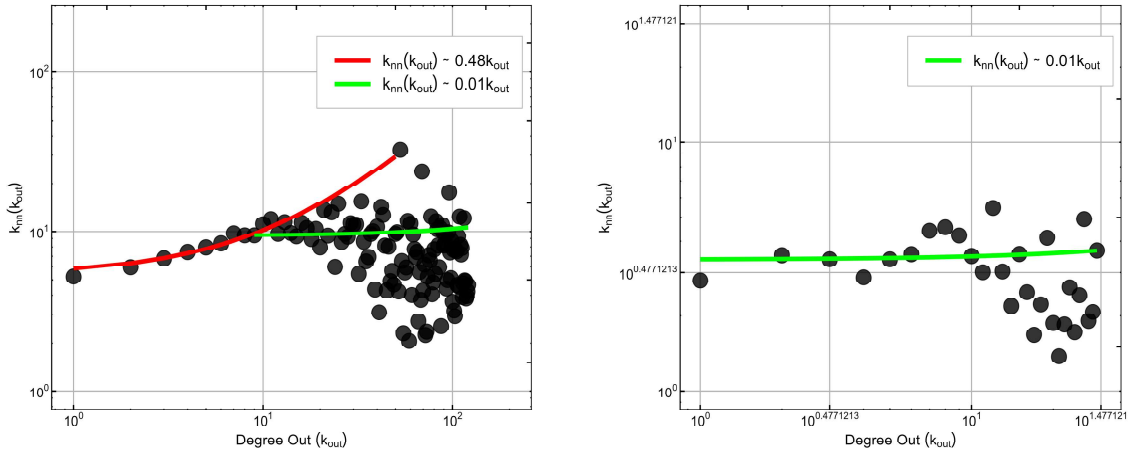
Os resultados obtidos para as redes de terremotos rasos e profundos, construídas com o modelo EEEN, são apresentados nas Figuras 3.6(a) e (b). Na Figura 3.6(a), metade dos pontos de dados apresenta um ajuste crescente, indicando um regime assortativo, enquanto na Figura 3.6(b) podemos observar que a rede exibe comportamento neutro (linha verde), uma vez que $k_{\mathrm{nn}}(k_{\mathrm{out}})$ é praticamente independente do grau de saída k_{out} (as inclinações das retas são iguais a 0,01 em ambos os casos, conforme indicado nas Figuras).

Para terremotos rasos (Figura 3.6(a)), no regime inicial dos dados, observa-se uma tendência crescente no grau de saída k_{out}, indicando que a rede apresenta comportamento assortativo. Esse resultado sugere que vértices com maior número de conexões, os *hubs*, como epicentros de terremotos de alta magnitude em regiões de intensa atividade sísmica, tendem a se conectar preferencialmente entre si. Exemplos notáveis incluem os grandes eventos rasos nas Ilhas Sumatra-Andaman (2004) e na



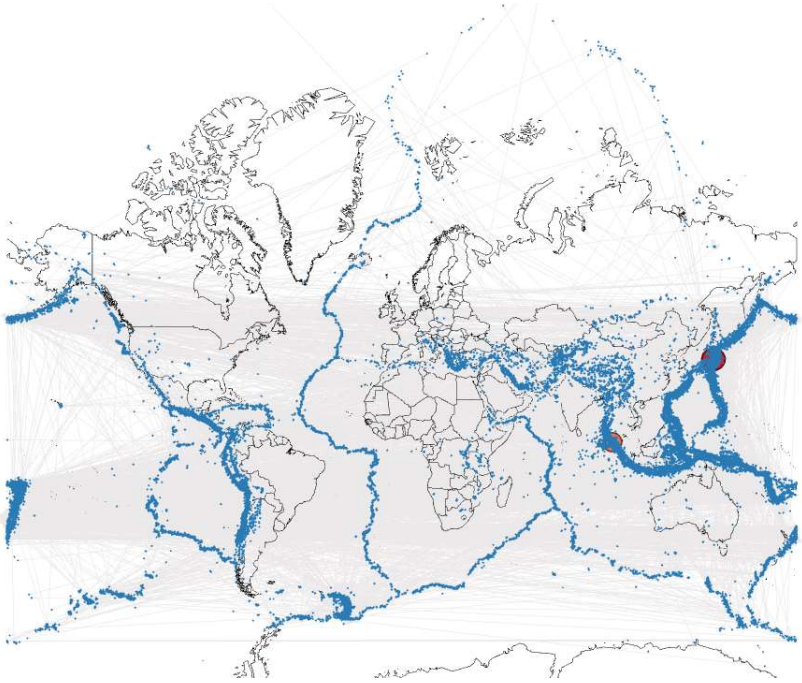
(a) (b)

Figura 3.5: Gráficos em escala log-log das distribuições de probabilidade cumulativa complementar da centralidade de interposição das redes de epicentros associadas a terremotos globais rasos e profundos ocorridos no período de 2000 a 2024. Ambas as distribuições são melhor ajustadas por uma função q-exponencial, apresentando valores $q > 1$, como mostram os ajustes em linha sólida vermelha. Fonte: acervo da autora.

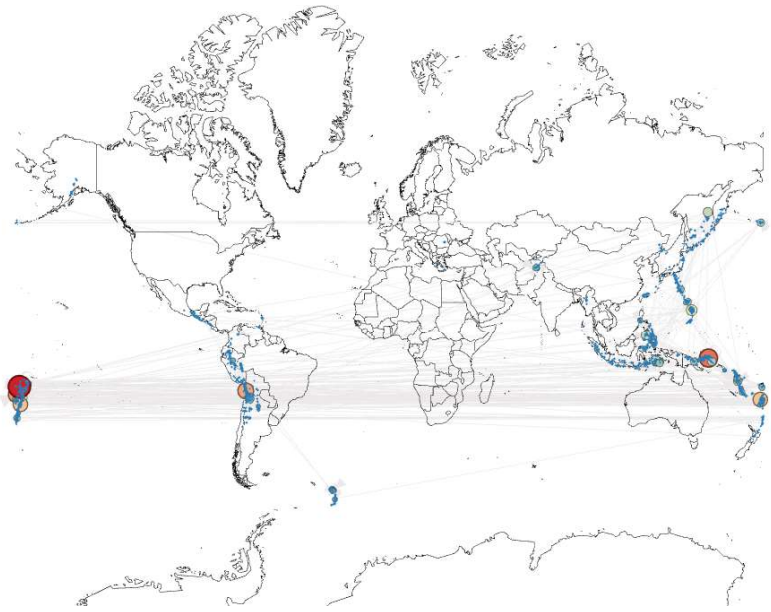


(a) (b)

Figura 3.6: Gráfico em escala log-log da função de correlação de grau, $k_{\mathrm{nn}}(k_{\mathrm{out}})$, em função do grau de saída k_{out}, para redes construídas com o modelo EEEN: (a) terremotos rasos e (b) profundos. Em (a), metade dos pontos seguem uma tendência crescente (linha vermelha), indicando um regime assortativo. Em (b), a função $k_{\mathrm{nn}}(k_{\mathrm{out}})$ permanece praticamente independente de k_{out} na maior parte dos pontos analisados (linha verde), indicando comportamento neutro nas correlações grau–grau entre os nós. As inclinações das retas ajustadas são iguais a 0,01 em ambos os casos. Fonte: acervo da autora.



(a)



(b)

Figura 3.7: Visualização geoespacial da rede de epicentros de terremotos (a) rasos e (b) profundos ocorridos durante o período de 2000 a 2024, com magnitude $m \geq 4{,}5$, construída com o limiar $n_c^s = 1 \times 10^{-2}$. Em ambos os painéis, células de maior tamanho e tonalidade mais avermelhada indicam nós com maior número de conexões, enquanto as arestas são apresentadas em cinza. (a) As células de maior grau de conectividade estão localizadas nas regiões de Sumatra-Andaman e do Grande Terremoto de Tohoku. (b) As células de maior conectividade são associadas às regiões de Fiji, Chile e Papua-Nova Guiné, todas inseridas em zonas de subducção do Círculo de Fogo do Pacífico. A imagem foi gerada com o *software* Gephi. Fonte: acervo da autora.

região de Tohoku, Japão (2011).

Inclusive, o fato de que os eventos com maior número de conexões, os denominados *hubs*, da rede extrema de eventos correspondem àqueles que possuem maior magnitude m é demonstrado na Figura 2.8, conforme também já discutimos no Capítulo 2.

As Figuras 3.7 (a) e (b) apresentam as visualizações geoespaciais das células da rede extrema de epicentros para os casos de terremotos rasos e profundos, respectivamente. Essas células correspondem aos epicentros dos eventos sísmicos que exercem papéis centrais na estrutura das redes de eventos extremos, conforme discutido no Capítulo 2. No contexto das redes extremas de epicentros, tais papéis são desempenhados pelos próprios epicentros dos eventos.

As células, correspondentes aos nós das redes de epicentros, que apresentam maior conectividade nas redes extremas de terremotos profundos, concentram-se predominantemente na zona de subducção de Fiji-Tonga, região responsável por mais de 75%¨ dos terremotos profundos catalogados globalmente (ZHANG *et al.*, 2021). Entre os eventos sísmicos mais expressivos registrados nessa área nas últimas décadas, e que são exibidios na visualização geoespacial presente em 3.7 (b), destacam-se os terremotos de magnitude $m = 8.2$, ocorrido em 19 de agosto de 2018, de magnitude $m = 5.1$, registrado em 26 de janeiro de 2016, e de magnitude $m = 7.7$, também registrado na região em 19 de agosto de 2018.

Outras células de destaque correspondem aos epicentro de eventos como o de magnitude $m = 7.6$, que ocorreu no ano de 2010 na placa de Sunda, na região das Filipinas. Além desse, destacamos também o terremoto de magnitude $m = 8.3$, registrado em 2013 no Mar de Okhotsk, o maior sismo de foco profundo já documentado, associado à placa de Okhotsk. Além disso, menciona-se o evento de magnitude $m = 7.6$ ocorrido em 2014 no Alasca, relacionado à placa Norte-Americana.

Outro evento relevante é o terremoto de magnitude $m = 7.8$, ocorrido a 102 km a leste-nordeste de Iquique, Chile, na zona de subducção Peru–Chile. Aliás, nessa mesma zona de subducção ocorreu o maior terremoto já registrado instrumentalmente, o sismo chileno de magnitude $m = 9.5$, em 1960. Inclusive, a região da América do Sul concentra algumas das maiores rupturas sísmicas profundas já documentadas, refletindo a intensa atividade tectônica associada à subducção da placa de Nazca sob a placa Sul-Americana ao longo da margem ocidental do continente.

Os eventos mencionados indicam que as células de maior conectividade na rede extrema de epicentros estão predominantemente associadas a zonas de subducção ativas, situadas nos limites convergentes de placas tectônicas.

De forma análoga ao que observamos para terremotos rasos, podemos verificar que, no caso dos eventos profundos, é mantida a lógica de preservação das interações

entre eventos mais fortemente correlacionados à medida que o limiar de transição n_c^s se torna progressivamente mais restritivo. Em outras palavras, permanecem apenas as conexões entre eventos mais próximos no espaço e no tempo, de modo que o número de eventos intermediários entre esses diminui gradativamente, refletindo uma filtragem progressiva das interações menos significativas.

Nesse sentido, podemos perceber que as diferenças topológicas globais entre as redes extremas de epicentros associadas a terremotos rasos e profundos podem ser atribuídas ao fato de que o número de epicentros considerados na rede de terremotos profundos, N, bem como o número de ligações, E, é significativamente inferior quando comparado ao da rede correspondente para os terremotos rasos.

Capítulo 4

Análise Espaço-temporal da Ocorrência de Terremotos Globais

4.1 Dados

O presente capítulo tem como objetivo apresentar uma análise espaço-temporal das distribuições sucessivas de ocorrência de terremotos globais rasos (profundidade $\leq 70km$) e profundos (profundidade $> 70km$) de magnitudes $m \geq 4.5$ e $m \geq 5.1$, respectivamente.

4.2 Breve Fundamentação Teórica

Encontramos na literatura estudos anteriores que mostram que a distribuição de probabilidade dos intervalos de tempo entre eventos sísmicos sucessivos em pequenas regiões do mundo (por exemplo, Califórnia , Japão, ilhas Sumatra) pode ser bem descrita pela mecânica estatística não-extensiva (ABE e SUZUKI, 2003a, 2005a; MICHAS *et al.*, 2013; PAPADAKIS *et al.*, 2013; VALLIANATOS e SAMMONDS, 2013a; VALLIANATOS *et al.*, 2012b, 2013). Nesta seção, verificamos se essas características permanecem quando consideramos uma escala global.

Em (ABE e SUZUKI, 2005a), os autores utilizam conceitos da mecânica estatística não-extensiva para mostrar que a distribuição de probabilidade acumulada, $P_{\geq}$, para o intervalo de tempo entre terremotos sucessivos na Califórnia e no Japão segue uma q-exponencial. Assim, a distribuição acumulada para o intervalo de tempo entre dois terremotos (tempo de calmaria) é dado por:

$$P_{\geq}(t) = \int_t^{\infty} P_q(t')\, dt' = e_q(-\beta_t t), \tag{4.1}$$

onde β_t é também uma constante de escala positiva.

Essas abordagens serão adotadas em nossa análise das distribuições de probabilidade no espaço e no tempo.

A partir das Equações (1.3) (vista no Capítulo 1) e (4.1), é possível observar que, se $q > 1$ e quando $t \gg [\beta(1-q)]^{-1}$, a distribuição acumulada representada na Eq. (4.1) tende a uma lei de potência dada por 1.4 como visto no Capítulo 1.

Além da análise do intervalo de tempo entre terremotos sucessivos, também temos a análise das distâncias entre terremotos sucessivos. Em (ABE e SUZUKI, 2003a), foi obtida a probabilidade de encontrar distâncias no intervalo $[r, r + dr]$, partindo da forma integral da entropia de Tsallis.

$$S_q[p] = \frac{1}{1-q}\left(\int_0^\infty dr\, \sigma\,[\sigma p(r)]^q - 1\right), \tag{4.2}$$

onde σ é um fator de escala com dimensão de comprimento. Aplicando o princípio da maximização da entropia sob as restrições da condição de normalização,

$$\int_0^\infty p(r)\, dr = 1,$$

e do valor esperado de q para a distância,

$$\langle r \rangle_q = \int_0^\infty r\, P_q(r)\, dr,$$

obtiveram, após algumas manipulações matemáticas, a distribuição acumulada

$$P_{\geq}(r) = \int_r^\infty P_q(r')\, dr' = e_q(-\beta_s r), \tag{4.3}$$

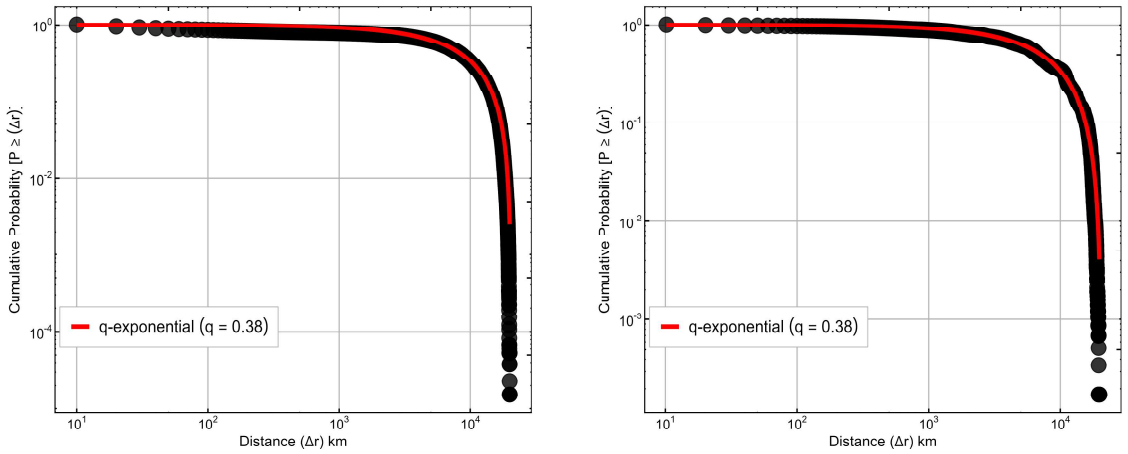
onde β_s é uma constante de escala.

4.3 Resultados

4.3.1 Análise das Propriedades Espaciais

Realizamos a análise da distribuição de probabilidade acumulada das distâncias entre terremotos sucessivos e verificamos que ela é adequadamente descrita por uma função q-exponencial, indicando a presença de comportamento não extensivo na organização espacial dos eventos sísmicos.

As Figuras 4.1(a) e 4.1(b) apresentam as distribuições acumuladas correspondentes para terremotos rasos e profundos, respectivamente. Para a construção das distribuições, foi adotado um intervalo mínimo de discretização espacial de $\Delta r = 10\,\mathrm{km}$, garantindo adequada resolução estatística sem comprometer a robustez dos ajustes.



(a) (b)

Figura 4.1: Gráficos em escala log–log. Distribuições acumuladas das distâncias entre eventos sísmicos sucessivos para o catálogo global no período de 2000 a 2024. Os gráficos (a) e (b) apresentam as distribuições de probabilidade para terremotos rasos ($m \geq 4.5$) e profundos ($m \geq 5.1$), respectivamente. Os gráficos (c) e (d) exibem as distribuições acumuladas correspondentes (CDF), ajustadas por uma função q-exponencial (linha vermelha contínua), com parâmetros $q = 0.38$, $\beta_s = 7.581 \times 10^{-5}$ para os eventos rasos e $\beta_s = 7.88 \times 10^{-5}$ para os eventos profundos. Todas as distâncias estão expressas em km. Fonte: acervo da autora.

4.3.2 Análise das Porpriedas Temporais

De maneira análoga ao procedimento adotado na subseção anterior, na qual foi analisada a distribuição das distâncias entre dois eventos sísmicos consecutivos, nesta seção investigamos o intervalo de tempo entre terremotos subsequentes.

As Figuras 4.2(a) e 4.2(b) apresentam as séries temporais de terremotos rasos e profundos, respectivamente. Por sua vez, Figuras 4.2(c) e 4.2(e) mostram as correspondentes distribuições acumuladas. O intervalo de tempo mínimo considerado foi de $\Delta t = 10\,\text{min}$.

Dando continuidade ao estudo das séries temporais, também analisamos os intervalos de tempo entre ocorrências sucessivas de terremotos que tenham ocorrido na mesma placa tectônica (veja o mapa apresentado no Capítulo 3 com as divisões do mundo por placas), ou seja, nesta seção são analisados os tempos de retorno de cada terremoto para a mesma placa.

As Figuras 4.3(a) e (b) mostram os valores de tempo de retorno a mesma placa tectônica para os terremotos rasos e profundos, respectivamente. Utilizando apenas estes gráficos é possível observar alguns padrões de comportamentos. Com isso faz-se necessário analisar as distribuições de probabilidades para os tempos de retorno que são exibidas nas Figuras 4.3 (c) e (d).O intervalo de tempo de retorno mínimo considerado foi de $\Delta t_r = 100\,\text{min}$.

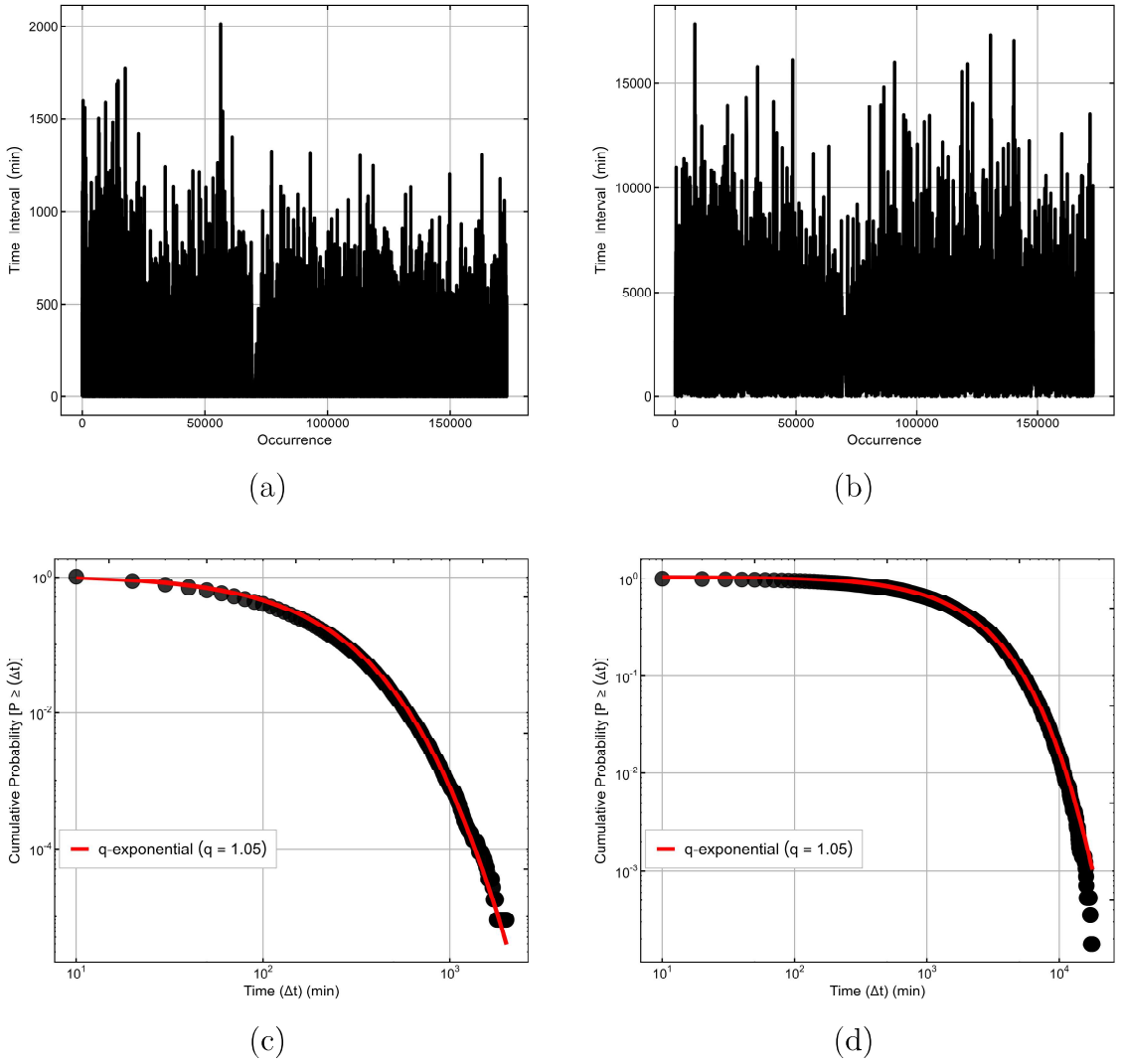


Figura 4.2: Gráficos em escala log-log. Distribuições do intervalo de tempo entre eventos sísmicos sucessivos para o catálogo global no período de 2000 a 2024. Os gráficos (a) e (b) apresentam as distribuições de probabilidade para terremotos rasos ($m \geq 4.5$) e profundos ($m \geq 5.1$), respectivamente. Os gráficos (c) e (d) exibem as correspondentes distribuições acumuladas, ajustadas por uma função q-exponencial (linha vermelha contínua), com parâmetros $q = 1.05$, $\beta_t = 8.640 \times 10^{-6}$ para os eventos rasos e $\beta_t = 4.640 \times 10^{-7}$ para os eventos profundos. Todos os intervalos de tempo estão expressos em minutos. Fonte: acervo da autora.

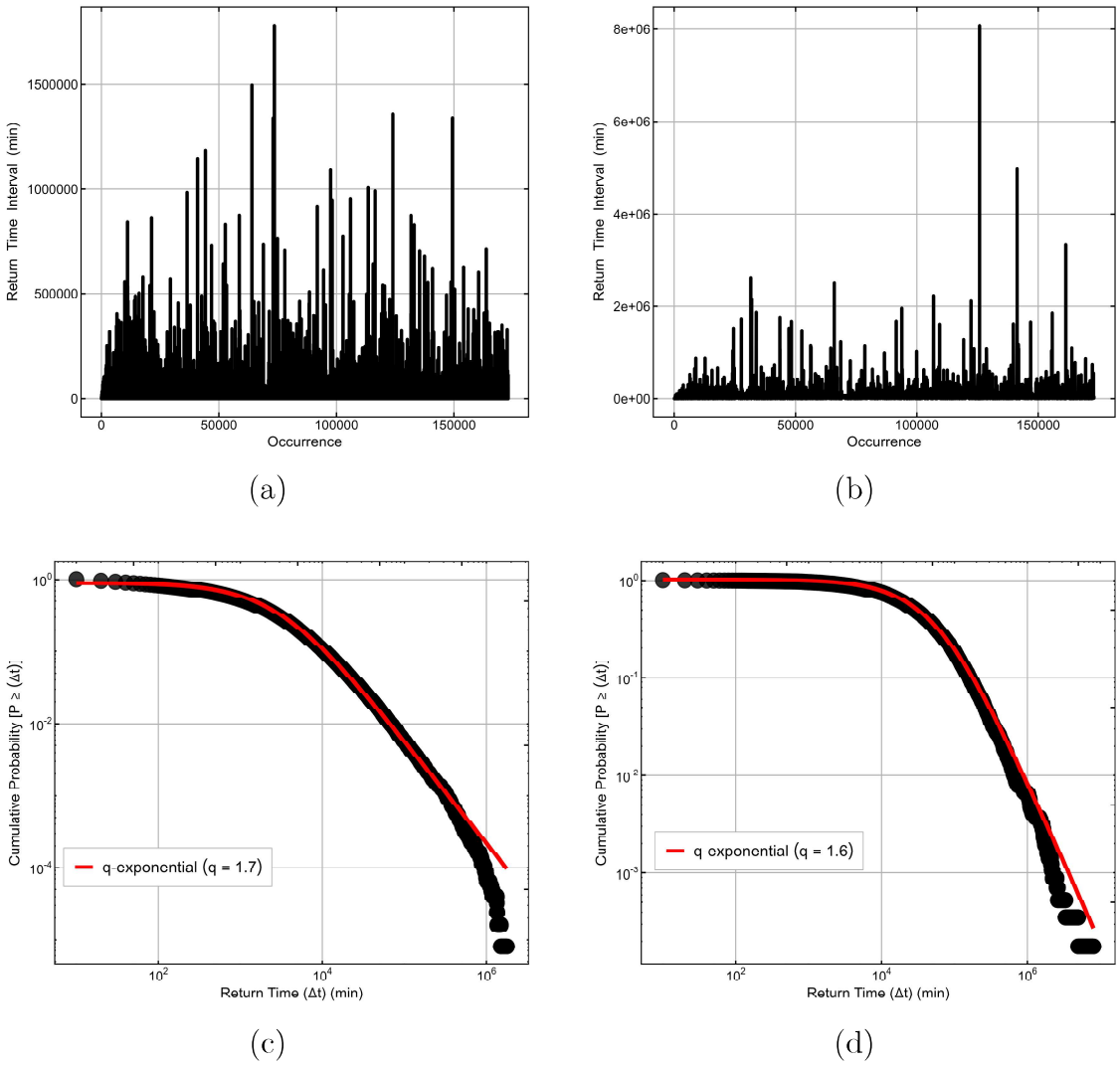


Figura 4.3: Gráficos em escala log-log. Distribuições do tempo de retorno entre ocorrências sísmicas sucessivas na mesma placa tectônica, considerando dados globais no período de 2000 a 2024. Os gráficos (a) e (b) apresentam as distribuições de probabilidade para terremotos rasos ($m \geq 4.5$) e profundos ($m \geq 5.1$), respectivamente. Os gráficos (c) e (d) exibem as distribuições acumuladas correspondentes, ajustadas por uma função q-exponencial (linha vermelha contínua), com parâmetros $q = 1.7$ e $\beta_t = 4.84 \times 10^{-4}$ para os eventos rasos, e $q = 1.5$ e $\beta_t = 2.84 \times 10^{-5}$ para os eventos profundos. Todos os intervalos de tempo estão expressos em minutos. Fonte: acervo da autora.

É importante ressaltar que os valores mínimos estabelecidos para discretização temporal em ambos os casos, Δt e Δt_r, foram determinados a partir de testes estatísticos preliminares, garantindo que essas escolhas não introduzem vieses nem comprometem a distribuição dos dados analisados.

Podemos observar, a partir das Figuras 4.3 (c) e (d) que as distribuições de probabilidade dos intervalos de tempo de retorno ao mesmo local também apresentam comportamento descrito por q-exponenciais previsto na Equação 4.1.

Em seguida, investigamos possíveis correlações entre as 50 placas tectonicas com maior número de ocorrências de terremotos globais rasos e profundos. Para esse fim, empregamos uma técnica de medida de similaridade entre séries temporais denominada *Dynamic Time Warping* (DTW).

O DTW consiste em uma função de distância elástica que utiliza um caminho de deformação para alinhar duas séries temporais antes de compará-las. Valores menores da distância indicam que as séries são mais próximas (similares), enquanto valores maiores indicam menor similaridade. Diferentemente de medidas do tipo *lock-step*, como a distância euclidiana, as medidas elásticas permitem a construção de um caminho de deformação que define um mapeamento não linear entre os elementos das duas séries.

Ou seja, temos que a distância DTW entre duas séries temporais x e y é dada por:

$$d_{\mathrm{DTW}}(x, y) = \mathrm{dtw}(i \leq t,\, j \leq t) \tag{4.4}$$

A distância total corresponde à distância cumulativa mínima obtida a partir da relação de recorrência $\mathrm{DTW}(i, j)$, calculada por meio de programação dinâmica. Tal procedimento garante que o caminho de deformação ótimo seja aquele que minimize o custo global de alinhamento entre as duas séries temporais.

No presente trabalho, os cálculos das distâncias DTW entre as séries temporais foram realizados utilizando a implementação do algoritmo disponível no pacote `ts2net` (FERREIRA, 2022), desenvolvido na linguagem de programação R e fundamentado no método proposto em (GIORGINO, 2009).

Dada essa breve explicação, temos que em seguida tomamos as séries temporais de ocorrências de terremotos rasos e profundos, para cada umas das 50 placas tectônicas com maiores índices de ocorrência, calculamos os valores de distância DTW. Esses valores nos retornaram matrizes de distância/correlação entre cada par de placas, onde valores pequenos indicam pequenas distâncias (ou grandes correlações) entre as séries temporais correspondentes.

As Figuras 4.5(a) e (b) apresentam os resultados na forma de mapas de calor para as matrizes de distâncias relativas aos terremotos rasos e profundos, respectiva-

mente. Nessas figuras, é possível observar regiões em azul, correspondentes a pares de placas tectônicas com altas correlações (pequenas distâncias), e regiões em vermelho, correspondentes a pares com baixas correlações (grandes distâncias). Além disso, estão representados os dendrogramas resultantes dos agrupamentos realizados para os locais (placas tectônicas) com características semelhantes.

Na Figura 4.4(a) que é referente à análise para terremotos rasos podemos notar a presença de três grupos razoavelmente bem delimitados (vermelho, amarelo e azul). Essa estrutura é corroborada pelo dendrograma ilustrado em 4.5(a), no qual apesar da existência de diversos subgrupos, três grandes grupos se destacam claramente, em concordância com o mapa de calor apresentado.

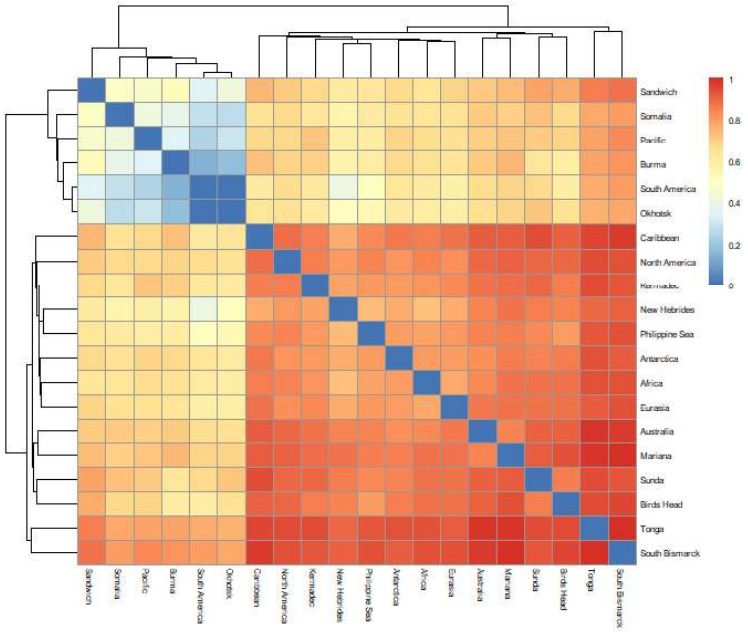
Em contraste, na Figura 4.4(b), relacionada aos terremotos profundos, não são observados grupos tão bem delimitados. Isso pode ser explicado pela maior variabilidade dos epicentros dos terremotos analisados, em comparação com os dados de terremotos profundos, que apresentam um número significativamente menor de ocorrências. E analogamente ao caso dos terremotos rasos, temos que a Figura 4.5(b) que apresenta o dendograma que entra em concordância com os resultados obtidos na matriz de calor citada.

Essa diferença no padrão de agrupamento entre terremotos rasos e profundos pode ser atribuída ao fato de que o número de eventos rasos é significativamente superior ao de eventos profundos, o que influencia diretamente a estrutura e a densidade das conexões na rede.

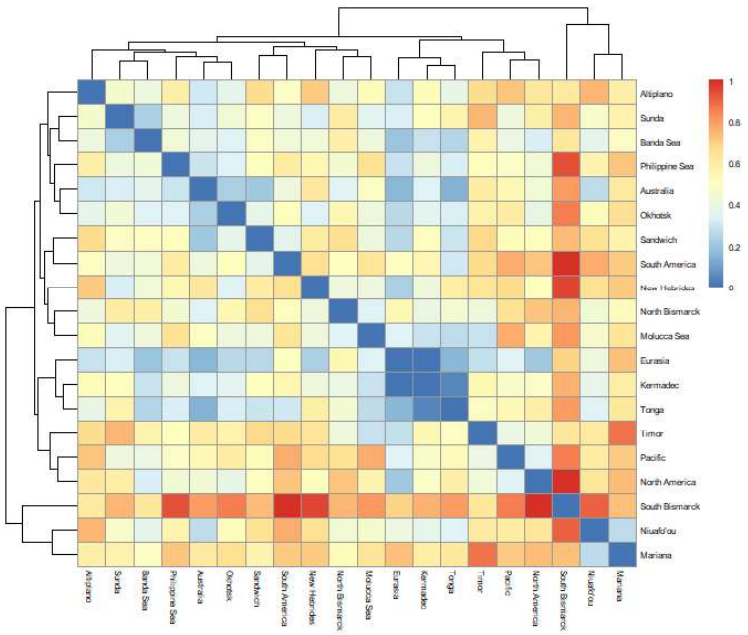
As matrizes DTW mencionadas anteriormente, bem como seus respectivos dendrogramas, concentram-se nas 20 placas tectônicas com maior frequência de eventos rasos e profundos, com o objetivo de proporcionar uma visualização mais clara dos padrões de similaridade temporal.

Nesse contexto, observamos um significativo número de ocorrência de terremotos, tantos rasos como profundos, em regiões associadas a placas com elevada atividade sísmica, como era esperado. Inclusive, essas regiões se concentram em zonas de subducção ativas, como, por exemplo, a região de Sunda, ao longo das fossas de Java e Sumatra, e a região do Mar de Okhotsk, uma das áreas tectonicamente mais ativas do planeta, caracterizada pelo mergulho da placa do Pacífico sob a placa de Okhotsk; além dessas, destaca-se a extensa zona de subducção do Pacífico, conhecida como Círculo de Fogo do Pacífico, que se estende ao redor do Oceano Pacífico e concentra a maior densidade global de zonas de subducção, vulcões ativos e terremotos, configurando-se como a principal faixa de atividade sísmica do planeta.

Essas regiões estão inseridas em contextos tectônicos onde ocorreram eventos de elevada magnitude. Um exemplo emblemático é a região associada à placa de Okhotsk, onde ocorreram os respectivos eventos: os terremoto de magnitude $m = 9.1$ (Japão, 2011) e de magnitude $m = 8.3$, no Mar de Okhotsk (Rússia, 2013).

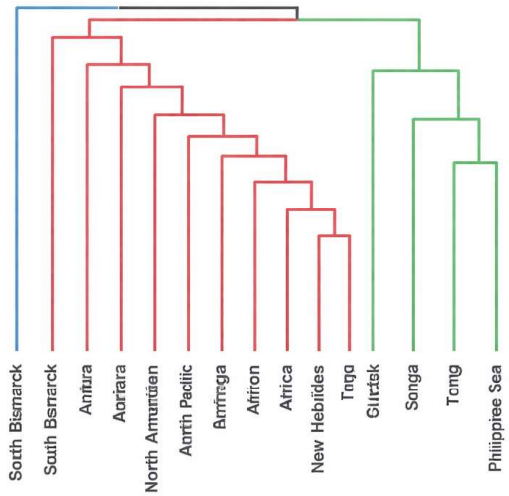


(a)

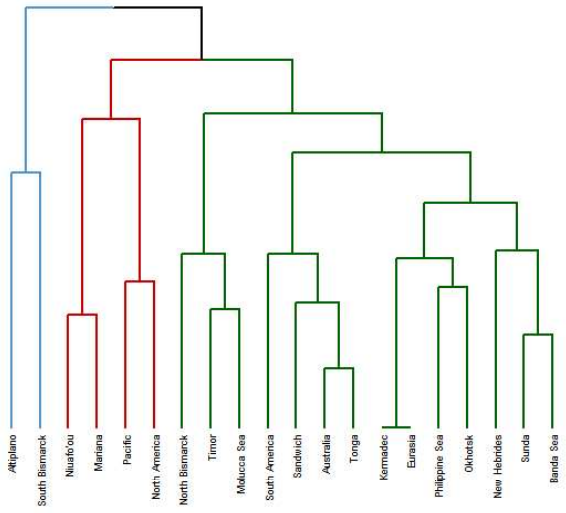


(b)

Figura 4.4: (a) Matriz de distâncias obtida por meio do *Dynamic Time Warping* (DTW) para as séries temporais dos tempos de retorno entre terremotos globais rasos ($m \geq 4.5$) ocorridos nas 20 placas tectônicas com maior frequência de eventos rasos. As cores em azul representam menores distâncias, enquanto as cores em vermelho indicam maiores distâncias. (b) Matriz de distâncias obtida por meio do *Dynamic Time Warping* (DTW) para as séries temporais dos tempos de retorno entre terremotos globais profundos ($m \geq 5.1$) ocorridos nas 20 placas tectônicas com maior frequência de eventos profundos. O período considerado é de 2000 a 2024. Fonte: acervo da autora.



(a)



(b)

Figura 4.5: (a) Dendrograma construído a partir da matriz de distâncias DTW normalizada, considerando todos os pares entre as 20 placas tectônicas com maiores índices de ocorrência de terremotos globais rasos ($m \geq 4.5$). (b) Dendrograma construído a partir da matriz de distâncias DTW normalizada para terremotos globais profundos ($m \geq 5.1$). O período considerado é de 2000 a 2024. Fonte: acervo da autora.

Capítulo 5

Considerações Finais

A partir dos resultados obtidos e das análises realizadas ao longo deste trabalho, podemos destacar as seguintes conclusões:

- Os valores dos parâmetros de ajuste obtidos para as leis de potência que descrevem a distribuição das métricas de correlação calculadas entre quaisquer terremotos i^* e j, bem como as propriedades topológicas das redes de eventos extremos para os terremotos globais rasos e profundos, concordam com os resultados reportados em (BAIESI e PACZUSKI, 2004) para a região da Califórnia. Esses resultados reforçam a hipótese de universalidade das propriedades livres de escala Isso sugere que existam mecanismos físicos comuns que regem a sismicidade para diferentes regiões tectônicas;

- Os resultados encontrados com relação às propriedades espaciais e temporais das redes de eventos sísmicos extremos sugerem que a adoção de abordagens estatísticas mais flexíveis pode ser necessária para uma caracterização mais adequada das séries temporais de eventos sísmicos comumente denominados *aftershocks*. Nesse contexto, o presente trabalho propõe uma reflexão crítica acerca da classificação de terremotos como *aftershocks*, uma vez que, ao contrário dos procedimentos adotados por muitos estudos na literatura (GARDNER e KNOPOFF, 1974b; HELMSTETTER e SORNETTE, 2003; REASENBERG, 1985; UTSU, 1961), os eventos investigados aqui não são previamente categorizados como *foreshocks*, *mainshocks* ou *aftershocks*. Em vez disso, todos os eventos são tratados de forma homogênea como terremotos, permitindo que as correlações espaço-temporais emerjam naturalmente a partir dos parâmetros sísmicos presentes no sistema;

- À medida que o limiar de transição n_c^s diminui nas redes de eventos extremos, tornando-se mais restritivo, podemos observar uma redução significativa no número de ligações nessas. As conexões remanescentes correspondem aos pares

de eventos mais fortemente correlacionados, evidenciando o papel central que tais interações desempenham na estrutura e na organização topológica da rede;

- As propriedades de mundo pequeno (*small-world*) não são preservadas nas redes extremas de epientros para terremotos profundos, diferentemente do observado para os rasos , pois a condição $C \gg C_{\text{alet}}$ não é satisfeita. Entretanto, a relação $\ell \ll N$ (com $\ell \approx \ln N$) permanece válida. Os valores dessas medidas é apresentado na Tabela 3.1;

- A distribuição de probabilidade acumulada de strength out (s_{out}) para as redes extremas de epicentros tem melhor ajuste para a função q-exponencial com valores de $q > 1$ como pode ser visto nas Figuras 3.3 (a) e (b). Além de apresentar as propriedades livre de escala exibidas pelo regime em lei de potência como pode ser observado nas Figuras 3.2 (a) e (b);

- Observamos uma boa concordância entre as distribuições de probabilidade acumulada da centralidade de interposição (g) das redes de epicentros dos terremotos globais rasos e profundos com a função q-exponencial, com valores de $q > 1$, o que indica comportamento livre de escala (do inglês, *scale-free*). Isso mostra mais evidências de que a MENE é uma abordagem adequada para o estudo do comportamento coletivo de terremotos;

- As distribuições de probabilidade acumulada de distâncias e de intervalos temporais entre terremotos são adequadamente descritas por uma função q-exponencial, evidenciando que o comportamento não extensivo também se manifesta na forma como os eventos sísmicos se organizam em escala global;

- Os resultados que apresentamos neste capítulo são relevantes porque, em linhas gerais, reforçam a ideia de que existem conexões entre redes livres de escala e a mecânica estatística não-extensiva, conforme proposto em (SOARES *et al.*, 2005; THURNER e TSALLIS, 2005);

- Observamos que o comportamento não extensivo surge tanto nos intervalos de tempo entre ocorrências dos terremotos considerando qualquer local (na análise em questão, placa tectônica) quanto nos intervalos associados ao mesmo local. Isso indica que esse comportamento se mantém em diferentes escalas espaciais. Isto é, ele persiste tanto em regiões pequenas quanto em regiões maiores. Essa invariância de escala (neste caso, uma escala temporal) constitui uma propriedade característica de sistemas complexos.

Dado o exposto, temos que os objetivos do presente projeto foram alcançados. Futuramente, temos como perspectiva a construção de um modelo mais sofisticado

de redes de epicentros para terremotos globais rasos e profundos tomando como base o modelo de Rede Extrema de Eventos aqui apresentado. Assim, poderemos investigar as propriedades livre de escala (*scale-free*) e de mundo pequeno (*small-world*) nessas redes.

A seguir, podemos destacar alguns pontos sobre as atividades desenvolvidas durante a realização do presente projeto, objeto desta dissertação.

- Todos os créditos de disciplinas e seminários obrigatórios foram cumpridos dentro do prazo estabelecido pelo regulamento do Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Observatório Nacional, tendo sido obtido desempenho satisfatório em todas;

- O trabalho foi aceito para apresentação na forma de pôster na *International School & Conference on Network Science* (NetSci), que ocorrerá em junho de 2026 no *Northeastern University's Network Science Institute*, em Boston, Massachusetts, Estados Unidos.

- Durante a preparação do presente trabalho, a ferramenta de inteligência artificial *Claude* (Anthropic) foi utilizada para a organização de referências bibliográficas, a tradução de artigos para leitura e o aprimoramento da clareza textual, tanto da presente dissertação, escrita em português, quanto do artigo submetido à *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, escrito em inglês. Todo o conteúdo gerado por essa ferramenta foi posteriormente revisado e editado pela autora. O conteúdo intelectual, as análises e as conclusões são de inteira responsabilidade da autora.

- O artigo foi submetido à *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (*Elsevier*) no dia 18/05/2026 e, atualmente, está em processo de revisão.

- Este estudo foi financiado pela FAPERJ(Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro), Processo SEI 260003/005179/2025.

- O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências Bibliográficas

ABE, S., SUZUKI, N., 2003a, "Law for the distance between successive earthquakes", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 108, n. B2, pp. 2113. doi: 10.1029/2002JB002220.

ABE, S., SUZUKI, N., 2005a, "Scale-free statistics of time interval between successive earthquakes", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 350, n. 2-4, pp. 588–596. doi: 10.1016/j.physa.2004.11.040.

ABE, S., SUZUKI, N., 2006, "Complex-network description of seismicity", *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 13, n. 2, pp. 145–150.

ABE, S., 2003, "Geometry of escort distributions", *Physical Review E*, v. 68, n. 3, pp. 031101.

ABE, S., SUZUKI, N., 2003b, "Law for the distance between successive earthquakes", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 108, n. B2.

ABE, S., SUZUKI, N., 2004a, "Scale-free network of earthquakes", *Europhysics Letters*, v. 65, n. 4, pp. 581.

ABE, S., SUZUKI, N., 2004b, "Small-world structure of earthquake network", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 337, n. 1-2, pp. 357–362.

ABE, S., SUZUKI, N., 2005b, "Scale-free statistics of time interval between successive earthquakes", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 350, n. 2-4, pp. 588–596.

ABE, S., PASTÉN, D., SUZUKI, N., 2011, "Finite data-size scaling of clustering in earthquake networks", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 390, n. 7, pp. 1343–1349.

ALBERT, R., BARABÁSI, A.-L., 2002, "Statistical mechanics of complex networks", *Reviews of modern physics*, v. 74, n. 1, pp. 47.

BAAS, A. C., 2002, "Chaos, fractals and self-organization in coastal geomorphology: simulating dune landscapes in vegetated environments", *Geomorphology*, v. 48, n. 1-3, pp. 309–328.

BAIESI, M., 2009, "Correlated earthquakes in a self-organized model", *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 16, n. 2, pp. 233–240.

BAIESI, M., PACZUSKI, M., 2004, "Scale-free networks of earthquakes and aftershocks", *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 69, n. 6, pp. 066106.

BAIESI, M., PACZUSKI, M., 2005, "Complex networks of earthquakes and aftershocks", *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 12, n. 1, pp. 1–11.

BAK, P., PACZUSKI, M., 1995, "Complexity, contingency, and criticality." *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 92, n. 15, pp. 6689–6696.

BAK, P., TANG, C., 1989, "Earthquakes as a self-organized critical phenomenon", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 94, n. B11, pp. 15635–15637.

BAK, P., TANG, C., WIESENFELD, K., 1988, "Self-organized criticality", *Phys. Rev. A*, v. 38 (Jul), pp. 364–374. doi: 10.1103/PhysRevA.38.364. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.38.364>.

BAK, P., CHRISTENSEN, K., DANON, L., et al., 2002, "Unified scaling law for earthquakes", *Physical Review Letters*, v. 88, n. 17, pp. 178501.

BALASIS, G., DAGLIS, I. A., ANASTASIADIS, A., et al., 2011, "Universality in solar flare, magnetic storm and earthquake dynamics using Tsallis statistical mechanics", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 390, n. 2, pp. 341–346.

BARABÁSI, A.-L., ALBERT, R., 1999, "Emergence of scaling in random networks", *science*, v. 286, n. 5439, pp. 509–512.

BARABÁSI, A.-L., BONABEAU, E., 2003, "Scale-free networks", *Scientific american*, v. 288, n. 5, pp. 50–9.

BARBOSA, C. S., FERREIRA, D. S., DO ESPÍRITO SANTO, M. A., et al., 2013, "Statistical analysis of geomagnetic field reversals and their consequences", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 392, n. 24, pp. 6554–6560.

BARRAT, A., BARTHELEMY, M., VESPIGNANI, A., 2008, *Dynamical processes on complex networks*. Cambridge university press.

BARTHELEMY, M., 2004, "Betweenness centrality in large complex networks", *The European physical journal B*, v. 38, n. 2, pp. 163–168.

BOERS, N., GOSWAMI, B., RHEINWALT, A., et al., 2019, "Complex networks reveal global pattern of extreme-rainfall teleconnections", *Nature*, v. 566, n. 7744, pp. 373–377.

BOSCHMAN, L. M., VAN HINSBERGEN, D. J., SPAKMAN, W., 2021, "Reconstructing Jurassic-Cretaceous Intra-Oceanic Subduction Evolution in the Northwestern Panthalassa Ocean Using Ocean Plate Stratigraphy From Hokkaido, Japan", *Tectonics*, v. 40, n. 8, pp. e2019TC005673.

BURRIDGE, R., KNOPOFF, L., 1967, "Model and theoretical seismicity", *Bulletin of the seismological society of america*, v. 57, n. 3, pp. 341–371.

CARUSO, F., PLUCHINO, A., LATORA, V., et al., 2007, "Analysis of self-organized criticality in the Olami-Feder-Christensen model and in real earthquakes", *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 75, n. 5, pp. 055101.

CHAE, S., JANG, S., LEE, S., et al., 2020, "complex System Analysis of Korean peninsula earthquake Data", *Scientific Reports*, v. 10, n. 1, pp. 2686.

CHELIDZE, T., VALLIANATOS, F., TELESCA, L., 2018, *Complexity of seismic time series: measurement and application*. Elsevier.

CHOCHLAKI, K., MICHAS, G., VALLIANATOS, F., 2018, "Complexity of the Yellowstone Park volcanic field seismicity in terms of Tsallis entropy", *Entropy*, v. 20, n. 10, pp. 721.

CORRAL, A., 2005, "Mixing of rescaled data and Bayesian inference for earthquake recurrence times", *Nonlinear processes in Geophysics*, v. 12, n. 1, pp. 89–100.

CORRAL, A., 2006, "Universal earthquake-occurrence jumps, correlations with time, and anomalous diffusion", *Physical review letters*, v. 97, n. 17, pp. 178501.

DAROONEH, A. H., DADASHINIA, C., 2008, "Analysis of the spatial and temporal distributions between successive earthquakes: Nonextensive statistical mechanics viewpoint", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 387, n. 14, pp. 3647–3654.

DAROONEH, A. H., MEHRI, A., 2010, "A nonextensive modification of the Gutenberg–Richter law: q-stretched exponential form", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 389, n. 3, pp. 509–514.

DAVIDSEN, J., PACZUSKI, M., 2005, "Analysis of the spatial distribution between successive earthquakes", *Physical Review Letters*, v. 94, n. 4, pp. 048501.

DAVIDSEN, J., GRASSBERGER, P., PACZUSKI, M., 2006, "Earthquake recurrence as a record breaking process", *Geophysical Research Letters*, v. 33, n. 11.

DHAR, D., 1990, "Self-organized critical state of sandpile automaton models", *Physical Review Letters*, v. 64, n. 14, pp. 1613.

DIAS, V. H., PAPA, A. R., FERREIRA, D. S., 2019, "Analysis of temporal and spatial distributions between earthquakes in the region of California through Non-Extensive Statistical Mechanics and its limits of validity", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 529, pp. 121471.

DROSSEL, B., SCHWABL, F., 1992, "Self-organized critical forest-fire model", *Physical review letters*, v. 69, n. 11, pp. 1629.

ERDOS, P., RÉNYI, A., OTHERS, 1960, "On the evolution of random graphs", *Publ. math. inst. hung. acad. sci*, v. 5, n. 1, pp. 17–60.

FAN, J., MENG, J., LIU, Y., et al., 2020, "Universal gap scaling in percolation", *Nature Physics*, v. 16, n. 4, pp. 455–461.

FERREIRA, D., RIBEIRO, J., PAPA, A., et al., 2018, "Towards evidence of long-range correlations in shallow seismic activities", *Europhysics Letters*, v. 121, n. 5, pp. 58003.

FERREIRA, D. S., PAPA, A. R., MENEZES, R., 2014, "Small world picture of worldwide seismic events", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 408, pp. 170–180.

FERREIRA, D. S., PAPA, A. R., MENEZES, R., 2015, "On the agreement between small-world-like OFC model and real earthquakes", *Physics Letters A*, v. 379, n. 7, pp. 669–675.

FERREIRA, D. S., RIBEIRO, J., OLIVEIRA, P. S., et al., 2020, "Long-range correlation studies in deep earthquakes global series", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 560, pp. 125146.

FERREIRA, D., RIBEIRO, J., OLIVEIRA JR, P., et al., 2022, "Spatiotemporal analysis of earthquake occurrence in synthetic and worldwide data", *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 165, pp. 112814.

FERREIRA, L., 2022. "From Time Series to Networks in R with the ts2net Package". https://doi.org/10.48550/arXiv.2208.09660. arXiv:2208.09660.

FREEMAN, L. C., 1977, "A set of measures of centrality based on betweenness", *Sociometry*, pp. 35–41.

FRIGG, R., 2003, "Self-organised criticality—what it is and what it isn't", *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, v. 34, n. 3, pp. 613–632.

FROHLICH, C., 1989, "The nature of deep-focus earthquakes", *Annual Review of Earth and Planetary Sciences, Vol. 17, p. 227*, v. 17, pp. 227.

FROHLICH, C., 2006, "Deep earthquakes", .

GARDNER, J. K., KNOPOFF, L., 1974a, "Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian?" *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 64, pp. 1363–1367.

GARDNER, J. K., KNOPOFF, L., 1974b, "Is the sequence of earthquakes in southern California, with aftershocks removed, Poissonian?" *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 64, n. 5, pp. 1363–1367.

GELLER, R. J., 1997, "Earthquake prediction: a critical review", *Geophysical Journal International*, v. 131, n. 3, pp. 425–450.

GHEIBI, A., SAFARI, H., JAVAHERIAN, M., 2017, "The solar flare complex network", *The Astrophysical Journal*, v. 847, n. 2, pp. 115.

GIORGINO, T., 2009, "Computing and Visualizing Dynamic Time Warping Alignments in R: The dtw Package", *Journal of Statistical Software*, v. 31, n. 7, pp. 1–24. doi: 10.18637/jss.v031.i07.

GLERIA, I., MATSUSHITA, R., SILVA, S. D., 2004, "Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, pp. 99–108.

GUPTA, S., BOERS, N., PAPPENBERGER, F., et al., 2021, "Complex network approach for detecting tropical cyclones", *Climate Dynamics*, v. 57, pp. 3355–3364.

GUTENBERG, B., RICHTER, C., 1941, *Seismicity of the Earth*, v. 34. Geological Society of America.

GUTENBERG, B., RICHTER, C. F., 1944, "Frequency of earthquakes in California", *Bulletin of the Seismological society of America*, v. 34, n. 4, pp. 185–188.

HE, X., WANG, L., ZHU, H., et al., 2019, "Statistical properties of complex network for seismicity using depth-incorporated influence radius", *Acta Geophysica*, v. 67, pp. 1515–1523.

HELMSTETTER, A., SORNETTE, D., 2003, "Subcritical and supercritical regimes in epidemic models of earthquake aftershocks", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 108, n. B10, pp. 2042.

HIRATA, T., 1989, "A Correlation between the b Value and the Fractal Dimension of Earthquake", *Journal of Geophysical Research*, v. 94, n. B6, pp. 7507–7514. doi: 10.1029/JB094iB06p07507.

KAGAN, Y. Y., 1994, "Observational evidence for earthquakes as a nonlinear dynamic process", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 77, n. 1-3, pp. 160–192.

KAGAN, Y. Y., 2007, "Earthquake spatial distribution: the correlation dimension", *Geophysical Journal International*, v. 168, n. 3, pp. 1175–1194.

KAGAN, Y. Y., JACKSON, D. D., 2016, "Earthquake rate and magnitude distributions of great earthquakes for use in global forecasts", *Geophysical Journal International*, v. 206, n. 1, pp. 630–643.

KAGAN, Y., 1992, "Correlations of earthquake focal mechanisms", *Geophysical Journal International*, v. 110, n. 2, pp. 305–320.

KNOPOFF, L., 2000, "The magnitude distribution of declustered earthquakes in Southern California", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 97, pp. 11880–11884.

KNOPOFF, L., KAGAN, Y., KNOPOFF, R., 1982, "b Values for foreshocks and aftershocks in real and simulated earthquake sequences", *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 72, pp. 1663–1675.

LENNARTZ, S., LIVINA, V., BUNDE, A., et al., 2008, "Long-term memory in earthquakes and the distribution of interoccurrence times", *Europhysics Letters*, v. 81, n. 6, pp. 69001.

LISE, S., PACZUSKI, M., STELLA, A., 2004, "Scaling law for seismic hazard after a main shock", *arXiv preprint cond-mat/0403037*.

LYRA, M., TSALLIS, C., 1998, "Nonextensivity and multifractality in low-dimensional dissipative systems", *Physical review letters*, v. 80, n. 1, pp. 53.

MAIN, I., OTHERS, 1999, "Is the reliable prediction of individual earthquakes a realistic scientific goal", *Nature*, v. 397, n. 1.

MALAMUD, B. D., MOREIN, G., TURCOTTE, D. L., 1998, "Forest fires: an example of self-organized critical behavior", *Science*, v. 281, n. 5384, pp. 1840–1842.

MARIANI, M. C., BHUIYAN, M. A. M., TWENEBOAH, O. K., et al., 2020, "Long memory effects and forecasting of earthquake and volcano seismic data", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 559, pp. 125049.

MICHAS, G., VALLIANATOS, F., SAMMONDS, P., 2013, "Non-extensivity and long-range correlations in the earthquake activity at the West Corinth Rift (Greece)", *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 20, n. 5, pp. 713–724. doi: 10.5194/npg-20-713-2013.

NAGLER, J., LEVINA, A., TIMME, M., 2011, "Impact of single links in competitive percolation", *Nature Physics*, v. 7, n. 3, pp. 265–270.

NEWMAN, M. E., 2002, "Assortative mixing in networks", *Physical review letters*, v. 89, n. 20, pp. 208701.

NEWMAN, M. E., 2003, "Mixing patterns in networks", *Physical review E*, v. 67, n. 2, pp. 026126.

OGATA, Y., 1998, "Space-time point-process models for earthquake occurrences", *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, v. 50, n. 2, pp. 379–402.

OMORI, F., 1894a, "On after-shocks", *Seismological journal of Japan*, v. 19, pp. 71–80.

OMORI, F., 1894b, "On the aftershocks of earthquakes", *Journal of the College of Science, Imperial University of Tokyo*, v. 7, pp. 111–200.

PAPADAKIS, G., VALLIANATOS, F., SAMMONDS, P., 2013, "Evidence of nonextensive statistical physics behavior of the Hellenic subduction zone seismicity", *Tectonophysics*, v. 608, pp. 1037–1048. doi: 10.1016/j.tecto.2013.07.009.

PASTÉN, D., TORRES, F., TOLEDO, B. A., et al., 2018, "Non-universal critical exponents in earthquake complex networks", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 491, pp. 445–452.

PASTOR-SATORRAS, R., VÁZQUEZ, A., VESPIGNANI, A., 2001, "Dynamical and correlation properties of the internet", *Physical review letters*, v. 87, n. 25, pp. 258701.

PETERS, O., HERTLEIN, C., CHRISTENSEN, K., 2001, "A complexity view of rainfall", *Physical review letters*, v. 88, n. 1, pp. 018701.

PÓSFAI, M., BARABÁSI, A.-L., 2016, *Network science*, v. 3. Citeseer.

REASENBERG, P., 1985, "Second-order moment of central California seismicity, 1969–1982", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 90, n. B7, pp. 5479–5495.

ROBERTS, D. C., TURCOTTE, D. L., 1998, "Fractality and self-organized criticality of wars", *Fractals*, v. 6, n. 04, pp. 351–357.

RODRÍGUEZ-PÉREZ, Q., MÁRQUEZ-RAMÍREZ, V. H., ZÚÑIGA, F. R., 2020, "Seismicity characterization of oceanic earthquakes in the Mexican territory", *Solid Earth*, v. 11, n. 3, pp. 791–806.

SCHERRER, T., FRANÇA, G., SILVA, R., et al., 2015a, "Analysis of four Brazilian seismic areas using a nonextensive approach", *Europhysics Letters*, v. 109, n. 4, pp. 49001.

SCHERRER, T., FRANÇA, G., SILVA, R., et al., 2015b, "Nonextensivity at the Circum-Pacific subduction zones—Preliminary studies", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 426, pp. 63–71.

SCHERRER, T., FRANÇA, G., SILVA, R., et al., 2015c, "Nonextensivity at the Circum-Pacific subduction zones—Preliminary studies", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 426, pp. 63–71. doi: 10.1016/j.physa.2014.12.038.

SCHOLZ, C. H., 2002, *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. 2nd ed. Cambridge, Cambridge University Press.

SCHOLZ, C. H., 2003, "The mechanics of earthquakes and faulting", *Episodes*, v. 17, n. 1, pp. 49.

SCHOLZ, C. H., 2019, *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge university press.

SOARES, D. J. B., TSALLIS, C., MARIZ, A. M., et al., 2005, "Preferential attachment growth model and nonextensive statistical mechanics", *Europhysics Letters*, v. 70, n. 1, pp. 70–76. doi: 10.1209/epl/i2004-10491-0.

SPENCE, W., SIPKIN, S. A., CHOY, G. L., 1989, "Measuring the size of an earthquake", *Earthquake Information Bulletin (USGS)*, v. 21, n. 1, pp. 58–63.

STAUFFER, D., AHARONY, A., 2018, *Introduction to percolation theory*. Taylor & Francis.

STEIN, S., WYSESSION, M., 2009, *An introduction to seismology, earthquakes, and earth structure*. John Wiley & Sons.

SYCHEV, V., SYCHEVA, N., 2019, "The earthquakes aftershock processes of the Tien Shan and its surrounding area". In: *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, v. 324, p. 012003. IOP Publishing.

TELESCA, L., LAPENNA, V., 2004, "Investigating the spatial variability of the time-scaling properties in Italian seismicity", *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 11, n. 5/6, pp. 545–552.

TELESCA, L., 2010, "Analysis of Italian seismicity by using a nonextensive approach", *Tectonophysics*, v. 494, n. 1-2, pp. 155–162.

TELESCA, L., LAPENNA, V., 2006, "Measuring multifractality in seismic sequences", *Tectonophysics*, v. 423, n. 1-4, pp. 115–123.

TELESCA, L., LOVALLO, M., RAMIREZ-ROJAS, A., et al., 2013, "Investigating the time dynamics of seismicity by using the visibility graph approach: Application to seismicity of Mexican subduction zone", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 392, n. 24, pp. 6571–6577.

TELESCA, L., LOVALLO, M., AGGARWAL, S., et al., 2016, "Visibility graph analysis of the 2003–2012 earthquake sequence in the Kachchh Region of Western India", *Pure and Applied Geophysics*, v. 173, pp. 125–132.

THURNER, S., TSALLIS, C., 2005, "Nonextensive aspects of self-organized scale-free gas-like networks", *Europhysics Letters*, v. 72, n. 2, pp. 197–203. doi: 10.1209/epl/i2005-10069-4.

TOSI, P., DE RUBEIS, V., LORETO, V., et al., 2004, "Space-time combined correlation integral and earthquake interactions", *Annals of Geophysics*, v. 47, n. 6, pp. 1849–1854.

TSALLIS, C., 1988, "Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics", *Journal of statistical physics*, v. 52, pp. 479–487.

TURCOTTE, D. L., 1997, *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge university press.

UTSU, T., 1961, "A statistical study on the occurrence of aftershocks", *Geophysical Magazine*, v. 30, pp. 521–605.

UTSU, T., OGATA, Y., OTHERS, 1995, "The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity", *Journal of Physics of the Earth*, v. 43, n. 1, pp. 1–33.

VALLIANATOS, F., SAMMONDS, P. R., 2013a, "Evidence of non-extensive statistical physics of the lithospheric instability approaching the 2004 Sumatran–Andaman and 2011 Honshu mega-earthquakes", *Tectonophysics*, v. 590, pp. 52–58. doi: 10.1016/j.tecto.2013.01.009. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2013.01.009>.

VALLIANATOS, F., BENSON, P., MEREDITH, P., et al., 2012a, "Experimental evidence of a non-extensive statistical physics behaviour of fracture in triaxially deformed Etna basalt using acoustic emissions", *Europhysics Letters*, v. 97, n. 5, pp. 58002.

VALLIANATOS, F., MICHAS, G., PAPADAKIS, G., et al., 2012b, "A non-extensive statistical physics view to the spatiotemporal properties of the June 1995, Aigion earthquake (M6.2) aftershock sequence (West Corinth Rift, Greece)", *Acta Geophysica*, v. 60, n. 3, pp. 758–768. doi: 10.2478/s11600-012-0016-9.

VALLIANATOS, F., MICHAS, G., PAPADAKIS, G., et al., 2013, "Evidence of non-extensivity in the seismicity observed during the 2011–2012 unrest at the Santorini volcanic complex, Greece", *Natural Hazards and Earth System Sciences*, v. 13, n. 1, pp. 177–185. doi: 10.5194/nhess-13-177-2013.

VALLIANATOS, F., 2018, "A non extensive view of electrical resistivity spatial distribution estimated using inverted Transient Electromagnetic responses in a karstified formation (Keritis basin, Crete, Greece)", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 505, pp. 171–178.

VALLIANATOS, F., PAVLOU, K., 2021, "Scaling properties of the Mw7. 0 Samos (Greece), 2020 aftershock sequence", *Acta Geophysica*, v. 69, n. 3, pp. 1067–1084.

VALLIANATOS, F., SAMMONDS, P., 2011, "A non-extensive statistics of the fault-population at the Valles Marineris extensional province, Mars", *Tectonophysics*, v. 509, n. 1–2, pp. 50–54. doi: 10.1016/j.tecto.2011.06.001.

VALLIANATOS, F., SAMMONDS, P., 2013b, "Evidence of non-extensive statistical physics of the lithospheric instability approaching the 2004 Sumatran–Andaman and 2011 Honshu mega-earthquakes", *Tectonophysics*, v. 590, pp. 52–58. doi: 10.1016/j.tecto.2013.01.009.

VALLIANATOS, F., SAMMONDS, P., 2013c, "Evidence of non-extensive statistical physics of the lithospheric instability approaching the 2004 Sumatran–Andaman and 2011 Honshu mega-earthquakes", *Tectonophysics*, v. 590, pp. 52–58.

VÁZQUEZ, A., PASTOR-SATORRAS, R., VESPIGNANI, A., 2002, "Large-scale topological and dynamical properties of the Internet", *Physical Review E*, v. 65, n. 6, pp. 066130.

VILAR, C., FRANÇA, G., SILVA, R., et al., 2007, "Nonextensivity in geological faults?" *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 377, n. 1, pp. 285–290.

WATKINS, N. W., PRUESSNER, G., CHAPMAN, S. C., et al., 2016, "25 years of self-organized criticality: concepts and controversies", *Space Science Reviews*, v. 198, pp. 3–44.

WATTS, D. J., 1999, "Networks, dynamics, and the small-world phenomenon", *American Journal of sociology*, v. 105, n. 2, pp. 493–527.

WATTS, D. J., STROGATZ, S. H., 1998, "Collective dynamics of 'small-world'networks", *nature*, v. 393, n. 6684, pp. 440–442.

ZALIAPIN, I., GABRIELOV, A., KEILIS-BOROK, V., 2013, "Earthquake clusters in southern California I: Identification and stability", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 118, n. 6, pp. 2847–2864.

ZHANG, Y., OTHERS, 2021, "The 2018 Fiji Mw 8.2 and 7.9 deep earthquakes: One doublet in two slabs", *Geophysical Research Letters*, v. 48, n. 3, pp. e2020GL091592. doi: 10.1029/2020GL091592.

ZHAO, Z., LI, Y., ZHANG, Y., 2025, "Scaling and Clustering in Southern California Earthquake Sequences: Insights from Percolation Theory", *Entropy*, v. 27, n. 4, pp. 347.