

MEDINDO O HORIZONTE ACÚSTICO COM AGLOMERAÇÃO DE
GALÁXIAS EM BAIXOS REDSHIFTS

Thaís Lemos Porciúncula Alves

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Astronomia do Observatório Nacional/MCTIC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Astronomia.

Orientador: Jailson Souza de Alcaniz

Rio de Janeiro
Agosto de 2020

MEDINDO O HORIZONTE ACÚSTICO COM AGLOMERAÇÃO DE
GALÁXIAS EM BAIXOS REDSHIFTS

Thaís Lemos Porciúncula Alves

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ASTRONOMIA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL/MCTIC COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM ASTRONOMIA.

Examinada por:

Prof. Nome do Primeiro Examinador Sobrenome, D.Sc.

Prof. Nome da Segunda Examinadora Sobrenome, Ph.D.

Dr. Nome da Terceira Examinadora Sobrenome, D.Sc.

Prof. Nome do Quarto Examinador Sobrenome, Ph.D.

Prof. Nome do Quinto Examinador Sobrenome, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

AGOSTO DE 2020

Lemos Porciúncula Alves, Thaís

MEDINDO O HORIZONTE ACÚSTICO COM
AGLOMERAÇÃO DE GALÁXIAS EM BAIXOS
REDSHIFTS/Thaís Lemos Porciúncula Alves. – Rio de
Janeiro: ON/MCTIC, 2020.

XIII, 61 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Jailson Souza de Alcaniz

Dissertação (mestrado) – ON/MCTIC/Programa de
Pós-graduação em Astronomia, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 54 – 61.

1. Cosmologia.
 2. Estrutura de Grande Escala.
 3. Oscilações Acústicas Bariônicas.
 4. Supernovas do Tipo Ia.
 5. Parâmetros Cosmológicos.
- I. ,
. II. Observatório Nacional/MCTIC, Programa de Pós-graduação em Astronomia. III. Título.

*“O espaço e o tempo estão interligados. Não podemos olhar para o espaço à frente
sem olhar para trás no tempo”
(Carl Sagan)*

Agradecimentos

Durante esses dois anos de mestrado, muitas pessoas me apoiaram e me ajudaram de forma direta ou indireta e sou muito grata a todos por isso. Muito obrigada a todos que de alguma forma contribuíram para a minha jornada até aqui. Agradeço

- Ao meu orientador, Jailson, por me orientar e ensinar ao longo desses dois anos. Além da dedicação e paciência em me ajudar nesse trabalho.
- Ao Joel, pela ajuda dada durante esses dois anos. E também, pela paciência em me ensinar.
- À minha mãe, Anna, por todo amor, carinho e dedicação ao longo da minha vida inteira. Obrigada por não me deixar desistir do curso e não ter tido um treco quando disse que queria fazer física. Eu te amo muito.
- Ao meu irmão, Bruno, que tantas vezes me abraçou e me deu força quando estava cansada, me incentivando de várias maneiras. Agradeço muito por todo o amor e carinho.
- Aos meus colegas da Cosmologia, Uendert, Felipe, Pedro, Gustavo, Thaís, Edilson, Simony, Marcela, Rodrigo (espero não ter esquecido ninguém) por todas as discussões e ajudas. Quando eu crescer, quero ser igual a vocês. Quero agradecer especialmente ao Felipe, que me ajudou tantas vezes que até perdi as contas, pelos conselhos, dicas e conversas. E ao Pedro, por me socorrer nas disciplinas e em vários momentos durante a escrita desse trabalho dissertação.
- Ao Wesley, meu cearense preferido, por essa grande amizade em tão pouco tempo. Obrigada por todo apoio nesse curto período de tempo.
- Às minhas perdidas do CPIO, que há muitos anos me fazem rir quando estou exausta, me apoiam e se preocupam comigo. Além de serem as primeiras a me incentivarem na loucura de fazer física.
- Ao Daniel, meu orientador da IC, por me mostrar a minha paixão pela teoria, por me ensinar e orientar com tanta dedicação e paciência. Obrigada por tudo.

- Aos funcionários do Observatório Nacional, que são responsáveis pelo funcionamento do nosso ambiente de trabalho e o fazem com muita dedicação. Em especial a Dona Ana, que zela pelo funcionamento do nosso andar, sempre com um sorriso no rosto, muita dedicação e carinho.
- À CAPES pela bolsa de estudos concedida.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Astronomia do Observatório Nacional/MCTIC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Astronomia (M.Sc.)

MEDINDO O HORIZONTE ACÚSTICO COM AGLOMERAÇÃO DE GALÁXIAS EM BAIXOS REDSHIFTS

Thaís Lemos Porciúncula Alves

Agosto/2020

Orientador: Jailson Souza de Alcaniz

Programa: Astronomia

As oscilações acústicas bariônicas (OABs) são originadas a partir da competição entre a pressão de radiação dos fótons e a atração gravitacional da matéria escura sobre o fluido fóton-bárion. Este fenômeno resulta em uma escala característica, chamada de horizonte acústico (r_s), que está impressa na distribuição de galáxias no Universo. Esta escala acústica é considerada uma régua padrão e pode ser utilizada para impor limites sobre os parâmetros cosmológicos.

Atualmente, o valor mais preciso estimado para o horizonte acústico foi obtido pela Colaboração Planck 2018, $r_s(z_d) = 147,01 \pm 0,26$ Mpc na época da dragagem $z_d \approx 1060$, utilizando resultados de Planck TT,TE,EE+lowE+lensing. Contudo, para estimar esse valor foi adotado o modelo Λ CDM, fazendo com que o resultado esteja sujeito a erros sistemáticos provenientes das premissas assumidas sobre o Universo primordial neste cenário.

O intuito desse trabalho é determinar a escala acústica a partir de dados em baixos redshifts independente de modelo cosmológico, comparar o resultado com o valor inferido pelo Planck e verificar possíveis desvios da física assumida na estimativa do Planck. Para isso, combinamos dados de supernova do tipo Ia do catálogo do Pantheon com medidas de OABs angular. Como resultado, encontramos a escala acústica $\bar{r}_d = 146,08 \pm 16,03$ Mpc no redshift $z = 0,54$. Comparando nosso resultado com o valor obtido na época da dragagem pelo satélite Planck, encontramos ótima concordância, com uma diferença de apenas $0,06\sigma$.

Palavras-Chave: Cosmologia; Estrutura de Grande Escala; Oscilações Acústicas Bariônicas; Supernovas do Tipo Ia; Parâmetros Cosmológicos

Abstract of Dissertation presented to Observatório Nacional/MCTIC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Astronomy (M.Sc.)

MEASURING THE SOUND HORIZON WITH GALAXIES CLUSTER AT LOW REDSHIFTS

Thaís Lemos Porciúncula Alves

August/2020

Advisor: Jailson Souza de Alcaniz

Department: Astronomy

The baryonic acoustic oscillations (BAO) are a consequence of the competition between the photons radiation pressure and the gravitational force of the dark matter over the photon-baryon fluid. This phenomenon results in a characteristic scale called sound horizon, which is imprinted on the galaxy distribution. The BAO feature is a standard ruler and can be used to constrain cosmological parameters along with other cosmological probes.

Currently, the best estimated value of the sound horizon was inferred by the Planck Collaboration 2018 $r_s(z_d) = 147,01 \pm 0,26$ Mpc na época da dragagem $z_d \approx 1060$, using Planck TT,TE,EE+lowE+lensing results. However, this estimate is obtained in the context of the Λ CDM model, leaving the result vulnerable to systematic errors due to the model assumptions on the early Universe physics.

The aim of this work is to determine the sound horizon from low-redshift data in a model-independent way, compare the result with the CMB value and verify possible deviations from the standard physics assumed in the Planck estimate. In order to obtain our estimate we combine the latest type Ia supernovae data from the Pantheon catalog with recent BAO angular measurements. As a result, we find $\bar{r}_d = 146,08 \pm 16,03$ Mpc at redshift $z = 0,54$. Comparing our result with the value obtained at the time of drag epoch by the Planck satellite, we obtained an excellent agreement, with a difference of only $0,06\sigma$.

Keywords: Cosmology; Large Scale Structure; Baryon Acoustic Oscillations; Supernovae type Ia; Cosmological Parameters

Sumário

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
2 Modelo Cosmológico Padrão	3
2.1 Geometria do Espaço-Tempo	3
2.2 Expansão do Universo	5
2.2.1 Lei de Hubble-Lemaître	5
2.2.2 Desvio Para o Vermelho	6
2.3 Dinâmica do Espaço-Tempo	7
2.3.1 Equações de Movimento	7
2.3.2 Parâmetros Cosmológicos	9
2.4 Distâncias Cosmológicas	11
2.4.1 Distância Luminosidade	11
2.4.2 Distância de Diâmetro Angular	12
2.5 Observáveis Cosmológicos	12
2.5.1 Expansão Acelerada do Universo	13
2.5.2 Matéria Escura	14
2.5.3 Radiação Cós mica de Fundo	14
3 Teoria de Perturbação	17
3.1 Teoria de Perturbação Linear: Abordagem Newtoniana	17
3.1.1 Hidrodinâmica para um Universo em Expansão	18
3.1.2 O Crescimento das Perturbações	19
3.2 Teoria de Perturbação Linear: Abordagem Relativística	22
3.2.1 Espaço-tempo Perturbado	22
3.2.2 Escolha do Calibre	23
3.2.3 Equações de Campo de Einstein Perturbadas	24
3.2.4 Equações Hidrodinâmicas	26
3.2.5 Acoplamento Fóton-Bárion	27

4	Oscilações Acústicas Bariônicas	33
4.1	A Física das OABs	33
4.2	Estatística das OABs	36
4.2.1	Função de Correlação	36
4.2.2	Espectro de Potência	38
4.3	Observações	39
5	Escala Acústica em Baixos Redshifts	43
5.1	Escala Acústica Independente de Modelo	43
5.2	Análise Estatística	46
5.2.1	Nova Parametrização	46
5.2.2	Cáculo da Escala Acústica	47
5.2.3	Resultados e Discussões	50
6	Conclusões	52
	Referências Bibliográficas	54

Lista de Figuras

2.1	Geometria do Universo	4
2.2	Expansão do Universo	5
2.3	Lei de Hubble-Lemaître	6
2.4	Evolução das Densidades de Energia	9
2.5	Evidência Observacional da Energia Escura	13
2.6	Espectro da RCF	15
2.7	Mapa da RCF	16
3.1	Evolução do Campo Gravitacional	31
4.1	Evolução do Perfil de Densidade das Componentes do Universo.	37
4.2	Função de Correlação.	39
4.3	Casca de OAB	40
4.4	Razão $D_V(z)/r_{drag}$ em comparação com o modelo fiducial Λ CDM dado pelo Planck.	42
5.1	Modos da Escala Acústica	44
5.2	Resultado para a Escala Acústica	50

Lista de Tabelas

4.1	Medidas de OABs disponíveis na literatura.	42
5.1	Medidas de OABs da separação angular de pares de galáxias.	47
5.2	Média das distâncias de luminosidade.	49
5.3	Escala acústica estimada por dados em diferentes redshifts.	50

Capítulo 1

Introdução

A cosmologia padrão descreve a evolução do Universo baseada em duas hipóteses: do Princípio Cosmológico (PC), o qual estabelece que o Universo é homogêneo e isotrópico a partir de grandes escalas (> 100 Mpc); e que o campo gravitacional nessas escalas é descrito pela Teoria da Relatividade Geral. Atualmente, o modelo cosmológico padrão (MCP) é também conhecido como modelo Λ CDM, onde Λ é a constante cosmológica responsável pela expansão acelerada do Universo e CDM refere-se à matéria escura fria (do inglês Cold Dark Matter), componente que interage apenas gravitacionalmente e que tem um papel fundamental no processo de formação da estrutura de grande escala observada no Universo.

Contudo, é necessário que o Universo primordial tenha tido regiões de inhomogeneidades, para que houvesse aglomeração de matéria devido à atração gravitacional, levando assim a formação de estruturas no Universo devido a alguma perturbação nas densidades de energia das componentes do fluido. Essas flutuações geram um excesso de densidade atraindo gravitacionalmente a matéria bariônica, que por sua vez sofre uma pressão de radiação. Essa competição acarreta em oscilações no fluido que compõem o Universo primordial.

As Oscilações Acústicas Bariônicas (OABs) são perturbações no fluido fóton-bárion do Universo primordial. À medida que a temperatura do Universo diminui, os fótons e os bárions desacoplam, o fluido perde o gerador de perturbações e as ondas acústicas congelam, deixando uma escala fundamental na estrutura de larga escala do Universo, chamada de horizonte acústico r_s [1, 2]. Como consequência de ser impressa no Universo, a escala das OABs pode ser considerada como a régua padrão mais bem compreendida. Os dados de OABs em combinação com as medições do Radiação Cósmica de Fundo (RCF) podem ser utilizados para restringir os parâmetros cosmológicos, incluindo aqueles associados à componente de energia escura, à matéria escura e à taxa de expansão atual do Universo H_0 [3–7].

O melhor valor inferido do horizonte acústico foi determinado a partir do pico acústico no espectro de potência da RCF, dado pela missão Planck 2018 [8], que

mediu horizonte acustico em $r_s(z_d) = 147,09 \pm 0,26$ Mpc na época da dragagem $z_d \approx 1060$ [9], utilizando resultados de Planck TT,TE,EE+lowE+lensing. O valor de r_s inferido da RCF depende do modelo Λ CDM, o que naturalmente, torna essa estimativa válida apenas no contexto desta cosmologia.

Na Ref.[10], Sutherland apresentou a ideia de determinar o comprimento do horizonte em baixos redshifts, independentemente de parâmetros cosmológicos, combinando medidas de OABs em um redshift efetivo com medidas de distância de luminosidade $D_L(z)$, a partir de observações de supernovas. A motivação para estimar r_d a partir de dados em baixo redshift, de maneira independente do modelo, é comparar com o valor inferido pela missão Planck na era da RCF [11–15]. Relacionar esses valores é um teste poderoso da cosmologia padrão em $z > 1000$.

Nosso trabalho consiste no estudo de uma possível evolução do comprimento acústico, inferindo r_d a partir de dados em baixo redshift independentemente de modelo. Para isso calibramos dados de supernovas e OABs usando a relação distância-dualidade [14]. Este método combina a distância de luminosidade e a distância de diâmetro angular, fornecendo o comprimento da OABs independente de modelo. Para determinar a distância de luminosidade, calibramos a magnitude absoluta M_B a partir da constante de Hubble determinada por Riess [16], que foi medida independente de modelo cosmológico.

Essa dissertação foi organizada da seguinte maneira: No segundo capítulo apresentaremos uma breve discussão sobre o modelo cosmológico padrão e seus observáveis cosmológicos. No terceiro capítulo, introduziremos a teoria de perturbação que descreve a formação das estruturas e que dá origem às oscilações acústicas bariônicas. No capítulo quatro, apresentamos a física das OABs e suas observações. Uma revisão sobre as OABs em baixo redshift será apresentada no quinto capítulo, junto com a análise estatística utilizada nesse trabalho e os resultados encontrados. E por último, no capítulo seis, apresentaremos as principais conclusões deste trabalho.

Capítulo 2

Modelo Cosmológico Padrão

Para estudarmos o nosso Universo precisamos lançar mão de modelos físicos que descrevam sua evolução. A *cosmologia padrão* se baseia em duas hipóteses. A primeira hipótese é o *Princípio Cosmológico* (PC), que estabelece que o Universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas (> 100 Mpc). Ou seja, a partir desta escala, não deve haver direções privilegiadas e todos os pontos no espaço são equivalentes. Além disso, a cosmologia moderna se baseia também na hipótese de que a *Teoria da Relatividade Geral* (TRG) descreve corretamente a interação gravitacional em escalas cosmológicas, sendo a gravitação a interação dominante no Universo. O Modelo Cosmológico Padrão (MCP) é também conhecido como Λ CDM (do inglês *Λ Cold Dark Matter*), sendo o parâmetro Λ a constante cosmológica, fazendo papel de energia escura, responsável pelo fenômeno da aceleração cósmica. Por outro lado, CDM refere-se a uma componente não-relativística do Universo que interage apenas gravitacionalmente, que chamamos de matéria escura fria. Nesse capítulo introduziremos os fundamentos do MCP e seus principais observáveis.

2.1 Geometria do Espaço-Tempo

Como estamos interessados numa descrição do espaço-tempo para um Universo em expansão onde a hipótese do PC é válida, o Universo deve ser homogêneo e isotrópico em grandes escalas e a métrica associada a este é chamada de *métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker* (FLRW), definida pelo elemento de linha [17, 18]:

$$dS^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{1}{1 - kr^2} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (2.1)$$

sendo t o tempo cósmico, ou seja, tempo medido por um observador comóvel com a expansão do Universo, $a(t)$ o fator de escala do Universo e as coordenadas (r, θ, ϕ) são as chamadas coordenadas comóveis. Já o parâmetro k é a constante de curvatura

que determina o tipo de geometria do Universo (figura 2.1), podendo assumir os valores:

$$\begin{aligned}
 k = -1 &\implies \text{Geometria Hiperbólica (Universo espacialmente aberto),} \\
 k = 0 &\implies \text{Geometria Plana,} \\
 k = +1 &\implies \text{Geometria Esférica (Universo espacialmente fechado).}
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

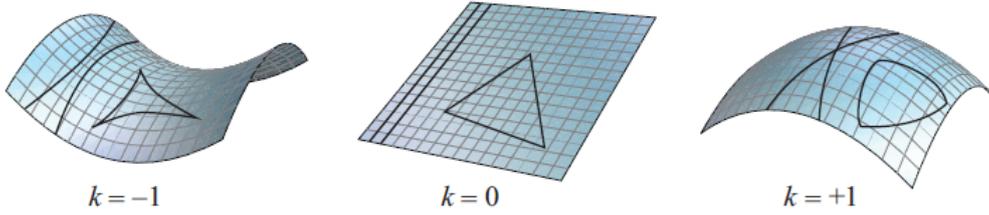


Figura 2.1: Representação da geometria do Universo para cada valor da constante de curvatura. Geometria hiperbólica ($k = -1$), geometria plana ($k = 0$) e geometria esférica ($k = +1$). **Fonte:** [19]

A partir da métrica 2.1, se considerarmos a trajetória de um fóton emitido num tempo t_e e recebido pelo observador no instante t_o , levando em conta que o fóton viaja numa geodésica nula ($dS^2 = 0$), teremos a *distância comóvel* [20]:

$$\chi = d_c(t_o, z) = \int_{t_e}^{t_o} \frac{cdt}{a(t)} = \int_0^z \frac{cdz'}{H(z')}, \tag{2.3}$$

onde $H(z)$ é o parâmetro de Hubble e z é o redshift, ambos serão definidos na próxima seção 2.2.

A distância comóvel é a distância entre dois eventos para um observador comóvel com a expansão do Universo (figura 2.2).

Imaginenos, agora, que queremos medir a distância de uma galáxia com coordenadas (r, θ, ϕ) até nós. Para isso precisamos introduzir o conceito de *distância própria*, também chamada de distância física. Então para calcularmos a distância entre dois eventos no espaço-tempo iremos considerar um percurso radial com um tempo t fixo na métrica FLRW 2.1. Ao integrar dS encontramos:

$$d_p(t) = \int_0^{d_p} dS = \int_0^r \frac{a(t)dr'}{\sqrt{1 - kr'^2}}. \tag{2.4}$$

Nesse caso, d_p é a distância quando consideramos a expansão do Universo (fig. 2.2). Com isso podemos relacionar as equações 2.3 e 2.4 a partir do fator de escala.

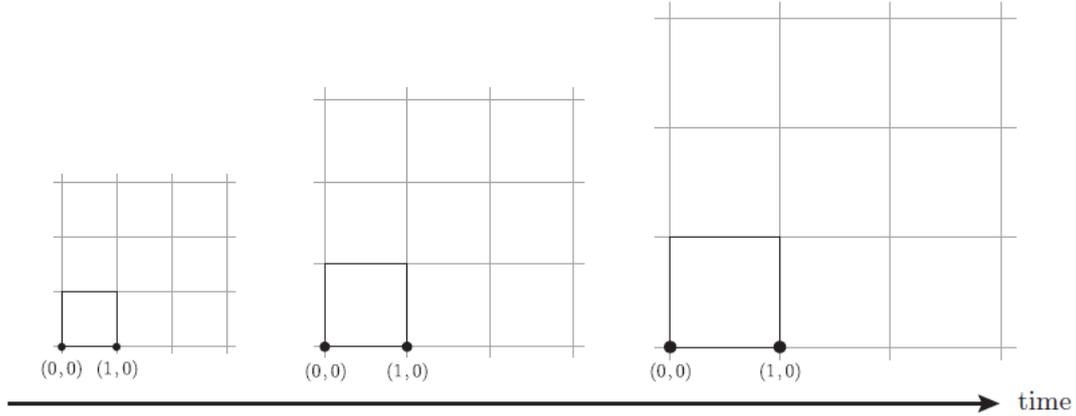


Figura 2.2: A distância comóvel entre pontos em uma coordenada imaginária permanece constante à medida que o Universo se expande. A distância física é proporcional à distância comóvel vezes o fator de escala $a(t)$ e, portanto, cresce à medida que o tempo evolui. **Fonte:** [21]

$$d_p(r, t) = a(t)\chi = a(t) \begin{cases} \text{sen}^{-1}(r) & (k = +1) \\ r & (k = 0) \\ \text{senh}^{-1}(r) & (k = -1). \end{cases} \quad (2.5)$$

Essas duas distâncias não podem ser observadas. Por isso, iremos introduzir na seção 2.4 distâncias que podem ser relacionadas com observáveis.

2.2 Expansão do Universo

2.2.1 Lei de Hubble-Lemaître

Até o início do século XX , acreditava-se que o Universo era estático. Porém, em 1927 e 1929, George Lemaître [22] e Edwin Hubble [23], respectivamente, analisando espectros de galáxias, perceberam que as galáxias não estão só se afastando, mas estão se afastando com velocidade de recessão proporcional a distância entre elas.

Essa relação entre a velocidade de recessão v e a distância r é chamada de *lei de Hubble-Lemaître* e é dada por:

$$v = H(t)r, \quad (2.6)$$

onde $H(t)$ é o *parâmetro de Hubble* que, para o tempo atual, $H(t_o) = H_0$ é a chamada *constante de Hubble*. O valor da constante de Hubble determinada pelo satélite Planck foi $H_0 = 67,37 \pm 0,54 \text{ Kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ [8].

Observacionalmente, medimos o *redshift* (desvio para o vermelho) nas linhas dos espectros das galáxias. Então, a partir de um ajuste linear feito na figura 2.3, Hubble

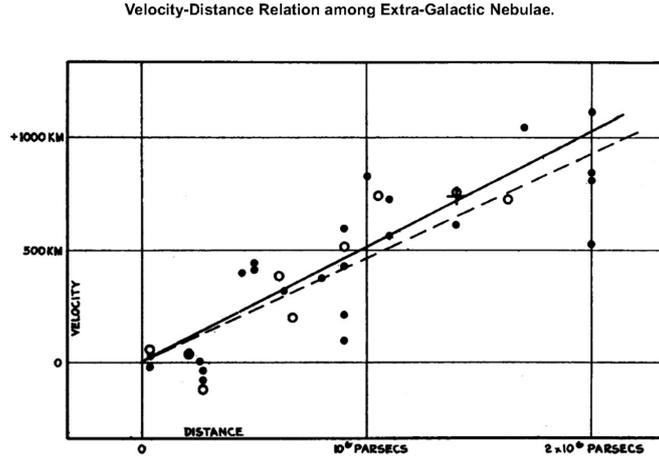


Figura 2.3: Relação velocidade-distância para nebulosas extragalácticas encontrada por Hubble. **Fonte:**[23]

chegou na relação:

$$cz = H_0 r, \quad (2.7)$$

onde essa expressão é o caso limite da lei de Hubble-Lemaître, válido somente para baixos redshifts $z \ll 1$.

A lei de Hubble-Lemaître é uma consequência da isotropia do Universo; observadores em galáxias diferentes da nossa veem o mesmo efeito de afastamento das galáxias vizinhas em relação à galáxia em que o observador se encontra. Além disso, a lei de Hubble-Lemaître é a primeira evidência observacional da expansão do Universo.

2.2.2 Desvio Para o Vermelho

Discutiremos agora o que acontece com uma onda que viaja pelo espaço-tempo em expansão. Para isso, vamos considerar que um sinal (fótons) é emitido num instante t_e de uma galáxia com coordenadas (r, θ, ϕ) . Esse sinal será observado em um instante t_o posterior e coordenadas $(0, \theta, \phi)$. Usando a métrica de FLRW 2.1, vamos considerar que o fóton tem trajetória radial ($d\Omega = 0$) e que os fótons viajam numa geodésica nula ($dS = 0$), temos então [17, 18]:

$$\frac{cdt}{a(t)} = \pm \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.8)$$

Como r decresce à medida que o tempo aumenta, vamos então considerar o sinal de menos na equação acima. Integrando dos dois lados temos:

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{cdt}{a(t)} = - \int_r^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.9)$$

Agora, se a galáxia emite um segundo sinal no tempo $t_e + \Delta t_e$ e observamos no instante $t_o + \Delta t_o$, ao compararmos com a equação acima teremos:

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_e + \Delta t_e}^{t_o + \Delta t_o} \frac{cdt}{a(t)}. \quad (2.10)$$

Manipulando a equação acima e supondo que os intervalos de tempo Δt_e e Δt_o são pequenos, de modo que o fator de escala não sofra variações consideráveis, obtemos então:

$$\frac{\Delta t_e}{a(t_e)} = \frac{\Delta t_o}{a(t_o)}, \quad (2.11)$$

onde esses intervalos de tempo podem ser relacionados com o comprimento de onda do fóton, a partir da relação:

$$z + 1 = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} = \frac{\lambda_o}{\lambda_e}. \quad (2.12)$$

Para um Universo em expansão, a equação acima nos mostra que o comprimento de onda observado do fóton é maior que o comprimento de onda emitido. Com a expansão do Universo, os comprimentos de onda aumentam. Além disso, temos que $z > 0$ indica um desvio para o vermelho, que é chamado de (*redshift*), e $z < 0$ indica um desvio para o azul, sendo assim chamado de (*blueshift*).

2.3 Dinâmica do Espaço-Tempo

2.3.1 Equações de Movimento

As Equações de Campo de Einstein (ECE) são escritas como [24]:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.13)$$

sendo $G_{\mu\nu}$ o tensor de Einstein, que é definido em termos do tensor de Ricci $R_{\mu\nu}$ e do escalar de Ricci R , G é a constante gravitacional e $T_{\mu\nu}$ o tensor momento-energia. Do lado esquerdo da equação temos a geometria do espaço-tempo e do lado direito temos o conteúdo energético e material do Universo, nos dando assim uma relação de como a matéria curva o espaço-tempo e como essa curvatura determina o comportamento dos campos de matéria.

Para resolvermos as ECE, precisamos definir o tensor momento-energia para o conteúdo material do Universo. Para isso vamos considerar o mesmo constituído por um fluido perfeito, por simplicidade. Assim, $T_{\mu\nu}$ pode ser expresso como:

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right) U_\mu U_\nu + P g_{\mu\nu}, \quad (2.14)$$

sendo ρ a densidade e P a pressão. Além disso, o termo $U_\mu = dx_\mu/dS$ corresponde a 4-velocidade, que satisfaz a relação $U^\mu U_\mu = -1$. Note que os parâmetros de densidade e de pressão são apenas funções do tempo, porque para satisfazer PC eles não podem variar no espaço.

Utilizando a métrica de FLRW e a definição acima do tensor momento-energia, podemos resolver as ECE, obtendo assim duas equações chamadas de Equações de Friedmann (EF) [25]:

$$\frac{\dot{a}^2(t)}{a^2(t)} = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) - \frac{k}{a^2(t)}, \quad (2.15)$$

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho(t) + 3P), \quad (2.16)$$

ρ representa a densidade de energia total do Universo, que corresponde à soma da densidade de energia de cada componente do Universo ($\rho = \rho_T = \sum_i^N \rho_i$).

Se substituirmos a equação 2.15 na 2.16, obtemos a equação de conservação de energia dada por:

$$\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + P). \quad (2.17)$$

Para qualquer fluido há uma relação entre densidade de energia e pressão, $P = P(\rho)$, chamada *equação de estado*. Em muitos casos, é considerada uma relação linear dada por [26]:

$$P = \omega \rho, \quad (2.18)$$

onde ω é o parâmetro da equação de estado e pode assumir determinado valor para cada componente. Desse modo, podemos então resolver a equação 2.17 substituindo 2.18 e depois integrando, para assim determinarmos a densidade de energia em termos do fator de escala. Temos então:

$$\rho(t) = \rho_0 a^{-3(1+\omega)}, \quad (2.19)$$

sendo $\rho_0 = \rho(t_0)$ e $a_0 = a(t_0) = 1$.

Como foi mencionado anteriormente, o parâmetro ω pode assumir alguns valores distintos dependendo da componente material do Universo. Para radiação, $\omega = 1/3$; para matéria não-relativística, $\omega = 0$; para o caso da energia escura, $\omega = -1$. Assim, se substituirmos esses valores na equação 2.19 teremos:

$$\rho_m(t) = \rho_{m,0}a^{-3}(t), \quad (2.20)$$

$$\rho_r(t) = \rho_{r,0}a^{-4}(t), \quad (2.21)$$

$$\rho_\Lambda(t) = \rho_{\Lambda,0}. \quad (2.22)$$

Devido à dependência da densidade com o fator de escala (2.20, 2.21, 2.22), conforme o Universo se expande essas densidades decaem, nos levando a ter diferentes eras, dominadas por um desses fluidos (figura 2.4). Para o Universo primordial, tivemos uma fase dominada pela radiação, chamada era da radiação. Conforme o Universo se expande, a densidade de radiação decai e se iguala a densidade de matéria. Esse momento ficou conhecido como *equipartição matéria-radiação*. A partir daí, passamos a ter a dominação da matéria, até o instante em que a densidade da matéria decai e se iguala a densidade de energia escura. Com isso, no tempo presente, a componente dominante é a energia escura.

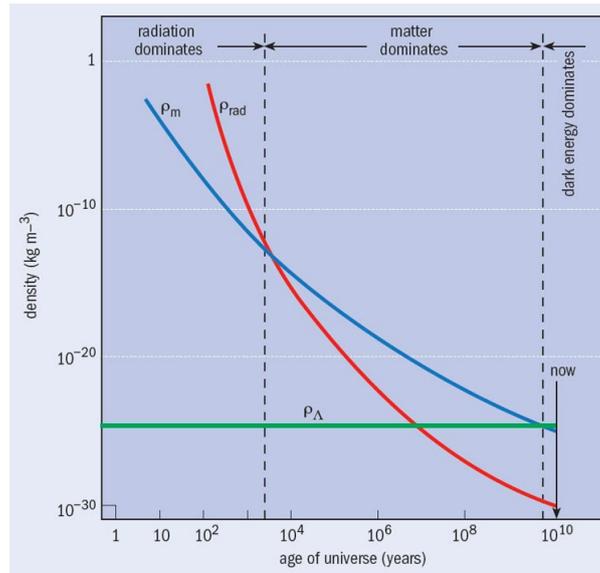


Figura 2.4: Evolução das densidades de energia ao longo do tempo. **Fonte:** <http://images.iop.org/objects/phw/world/23/6/42/dark4.jpg>

2.3.2 Parâmetros Cosmológicos

A partir das equações 2.15 e 2.16, representadas na subseção anterior, podemos definir alguns parâmetros cosmológicos:

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad \text{Parâmetro de Hubble}$$

$$\Omega_m \equiv \frac{8\pi G \rho_m}{3H^2} \quad \text{Parâmetro de densidade de matéria total do Universo}$$

$$\Omega_r \equiv \frac{8\pi G \rho_r}{3H^2} \quad \text{Parâmetro de densidade de radiação}$$

$$\Omega_k \equiv -\frac{k}{a^2 H^2} \quad \text{Parâmetro de densidade de curvatura}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{8\pi G \rho_\Lambda}{3H^2} \quad \text{Parâmetro de densidade da energia escura}$$

Esses parâmetros de densidade estão relacionados com as densidades de energia das componentes do Universo através da relação:

$$\Omega_i(t) \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c}, \quad (2.23)$$

onde ρ_c é densidade crítica, definida como sendo a densidade de energia necessária para o Universo ter geometria plana, dada pela relação

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (2.24)$$

Para a densidade de energia total ρ_T maior que ρ_c , temos que a geometria do espaço-tempo é esférica. Para o caso em que $\rho_T < \rho_c$, a geometria será hiperbólica.

Podemos também escrever os parâmetros de densidade em termos das densidades de energia na época atual:

$$\Omega_{i,0} = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_{c,0}}. \quad (2.25)$$

A equação 2.15 pode ser reescrita em termos dos parâmetros de densidade na época atual. Utilizando os resultados das equações 2.20, 2.21 e 2.22 para relacionar $\rho_i(t)$ com ρ_0 e $a(t)$, obtemos:

$$H^2 = H_0^2 [\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{r,0}(1+z)^4 + \Omega_{k,0}(1+z)^2 + \Omega_\Lambda]. \quad (2.26)$$

2.4 Distâncias Cosmológicas

Na Astronomia, um aspecto de grande importância é a medida de distâncias dos objetos, visto que a distância entre dois pontos irá variar com o tempo devido à expansão do Universo. Então nessa seção iremos abordar algumas definições de distância utilizadas na Cosmologia.

2.4.1 Distância Luminosidade

Uma forma de medir distância é a partir da luminosidade de um objeto. Contudo, como não podemos precisar se o objeto está se afastado de nós ou se ele é menos luminoso, precisamos usar *velas padrão*, objetos cujo brilho aparente pode ser determinado. Cefeidas são exemplos de velas padrões [27] e Supernovas do tipo Ia são exemplos de velas padronizáveis [28].

Vamos considerar uma fonte (vela padrão) a uma distância d cuja luminosidade intrínseca (L) seja conhecida. Podemos escrever o fluxo através da relação [18]:

$$F = \frac{dE_o}{dt_o dA_o} = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.27)$$

onde o subíndice o representa o observador.

A_o é a área da superfície observada na qual a radiação é espalhada. Podemos então escrever essa área em função do raio de uma esfera igual a distância comóvel

$$A_o = 4\pi a_o^2 \chi^2. \quad (2.28)$$

A energia do fóton emitido é diferente da energia do fóton ao chegar no observador. Assim, podemos relacionar as duas, lembrando que a $E \propto a^{-1}$

$$\frac{dE_o}{dE} = \frac{a}{a_o}. \quad (2.29)$$

Além disso, o intervalo de tempo da fonte e do observador também são diferentes, logo:

$$\frac{dt}{dt_o} = \frac{a}{a_o}. \quad (2.30)$$

Podemos então reescrever a equação 2.27 como sendo:

$$F = \frac{a^2 dE}{a_o^2 dt 4\pi a_o^2 \chi^2}. \quad (2.31)$$

Como $L = dE/dt$, temos:

$$F = \frac{L}{4\pi a_o^2 \chi^2 (1+z)^2}, \quad (2.32)$$

onde a *distância luminosidade* será [29]:

$$d_L = a_o \chi (1 + z). \quad (2.33)$$

Se escrevermos d_L em termos da distância comóvel dada pela eq. 2.3, teremos:

$$d_L = a_o (1 + z) \int_{t_e}^{t_o} \frac{cdt}{a(t)} = (1 + z) \int_0^z \frac{cdz'}{H(z')}. \quad (2.34)$$

2.4.2 Distância de Diâmetro Angular

Podemos também trabalhar com objetos cujo tamanho seja conhecido, chamados de *régua padrão*, como por exemplo a escala acústica e sombra de buracos negros [30, 31]. Então, sabendo o tamanho desses objetos e medindo o ângulo de abertura no céu, podemos determinar sua distância. Esse tipo de distância é chamada de *distância de diâmetro angular*.

Então considere uma régua padrão de tamanho próprio transversal dS , num redshift z , a uma distância comóvel χ , sendo o ângulo de abertura no céu $d\phi$. Se puermos o observador como o centro do sistema de coordenadas, χ será a coordenada radial, então poderemos escrever [18]:

$$dS = a(t) \chi d\phi. \quad (2.35)$$

A distância de diâmetro angular será [29]:

$$d_A = \frac{1}{(1 + z)} \int_0^z \frac{cdz'}{H(z')}. \quad (2.36)$$

Analisando as equações 2.34 e 2.36, podemos perceber que d_L e d_A são distâncias diferentes, mas podem ser relacionadas geometricamente. Então se dividirmos 2.34 por 2.36 encontraremos:

$$\frac{d_L}{(1 + z)^2 d_A} = 1, \quad (2.37)$$

que é a *relação de dualidade das distâncias* (DDR, do inglês *distance duality relation*) [32]. A RDD se baseia em duas hipóteses: o número de fótons se conserva e que os fótons viajam numa geodésica nula num espaço-tempo com geometria Riemanniana.

2.5 Observáveis Cosmológicos

Nesta seção, revisaremos alguns dos principais aspectos da cosmologia moderna: a expansão acelerada do Universo, a Radiação Cósmica de Fundo (RCF) (do inglês

Cosmic Microwave Background, CMB) e a existência da matéria escura.

2.5.1 Expansão Acelerada do Universo

Como vimos na seção 2.2, Hubble em 1929 observou que as galáxias estão se afastando uma das outras a partir da relação dada pela equação 2.6, evidenciando assim que o Universo está expandindo. Contudo, a questão que ficou em aberto por alguns anos foi se essa expansão era constante, acelerada ou desacelerada.

Cerca de 70 anos depois da lei de Hubble, dois grupos de pesquisa independentes, o *High-redshift Supernova Search* e o *Supernova Cosmology Project Team*, utilizando um conjunto de supernovas tipo Ia (SN Ia), observaram que o Universo encontra-se em uma fase de expansão acelerada [33, 34]. Por não se conhecer nenhuma componente capaz de dar conta dessa aceleração, foi dada a ela o nome de *energia escura*. A partir dos resultados de Riess e colaboradores [34] e de Perlmutter e colaboradores [33] mostrando que $\Omega_\Lambda \neq 0$ e que $q < 0$, constatou-se que esse conteúdo exótico corresponde a cerca de 70% do conteúdo energético e material do Universo, tendo densidade constante e pressão negativa ($\omega = -1$).

Como vimos na seção sobre a lei de Hubble-Lemaître 2.2, para baixos redshifts ($z < 0,1$) vale a relação dada pela equação 2.7, a qual mostra uma relação linear entre redshift e distância. Contudo, a partir dos resultados obtidos pelos dois grupos, para supernovas em altos redshifts não há essa relação linear, como podemos ver na figura 2.5.

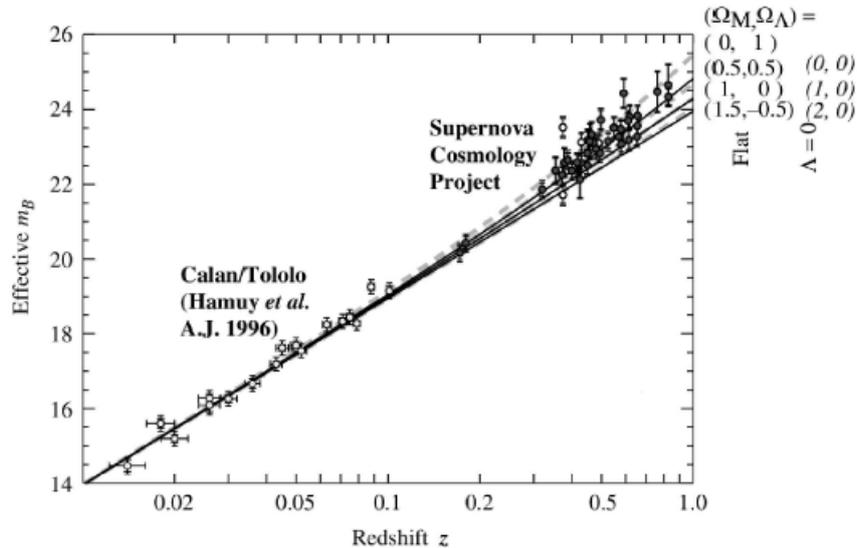


Figura 2.5: Magnitude aparente versus redshift para 42 SNIa observadas pelo Supernova Cosmology Project, e 18 SNIa em baixo redshift observadas pelo Calán-Tololo Supernovae Survey. As linhas tracejadas representam modelos cosmológicos com $\Omega_k = 0$ e as linhas contínuas modelos com $\Omega_\Lambda = 0$, para vários valores de Ω_m .

Fonte: [33]

2.5.2 Matéria Escura

Em 1933, Fritz Zwicky, observando as velocidades peculiares das galáxias do aglomerado de Coma, percebeu que a velocidade de dispersão ao longo da linha de visada era muito alta para ser produzida apenas pela interação gravitacional proveniente da matéria luminosa [35]. Era necessário outra componente que contribuísse para o potencial gravitacional. Devido a sua natureza desconhecida, e por não interagir com a radiação eletromagnética, a essa componente foi dada o nome de *matéria escura* [36, 37].

Alguns anos depois, outra evidência da matéria foi encontrada por Vera Rubin ao observar curvas de rotação de galáxias [38]. Ela verificou que a velocidade da matéria mantinha-se constante a partir de determinada distância, diferentemente das previsões teóricas.

De acordo com o MCP, a matéria escura equivale a cerca de 24% do conteúdo energético e material do nosso Universo. Partículas não-relativísticas são as principais candidatas à matéria escura, também conhecida como matéria escura fria (do inglês *cold dark matter*).

2.5.3 Radiação Cósmica de Fundo

Como vimos na subseção 2.3.1, as densidades de matéria que compõem o Universo decaem com o fator de escala, sendo para a radiação $\rho_r \propto a^{-4}$ e para a matéria $\rho_m \propto a^{-3}$, nos levando assim a um Universo primordial dominado pela radiação. Conforme o Universo foi se expandindo, a densidade de radiação decai mais rapidamente que a de matéria, chegando em um momento onde as duas densidades são iguais. Chamamos esse momento de *equipartição matéria-radiação*.

Nessa época da equipartição, os fótons e os elétrons, constituintes do fluido fóton-bárion, estão acoplados de forma que o fluido encontra-se em equilíbrio. Por estarem termalizados, os fótons possuem o espectro de um corpo negro cujo o brilho é dado pela lei de Planck [18]:

$$B_\nu = \frac{2h}{c} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (2.38)$$

Como o Universo esfria na medida em que vai se expandindo, podemos relacionar a temperatura com o fator de escala para obtermos a história térmica do Universo:

$$T = T_o \left(\frac{a_o}{a} \right). \quad (2.39)$$

Quando a temperatura atinge $T \approx 4000K$, a energia dos fótons era mais baixa, permitindo assim que os núcleos capturem os elétrons formando átomos de hidrogênio neutros. Chamamos essa época de *recombinação*.

Quando $T \approx 3000K$, os fótons desacoplam dos bárions, podendo viajar livremente, o Universo se torna transparente para eles, constituindo assim a *superfície de último espalhamento*. Esses fótons que viajaram livremente pelo Universo são os constituintes da radiação cósmica de fundo.

A RCF é uma radiação térmica da fase quente do Universo primordial com espectro de corpo negro, como mostrado na figura 2.6. Em 1965, Penzias e Wilson, observaram pela primeira vez essa radiação e estimaram sua temperatura entre 2,5 K e 3,5 K [39]. Os satélites *COBE* [40], *WMAP* [41] e *Planck* [8], observaram a RCF e obtiveram uma temperatura de $2,72548 \pm 0,00057$ K [42].

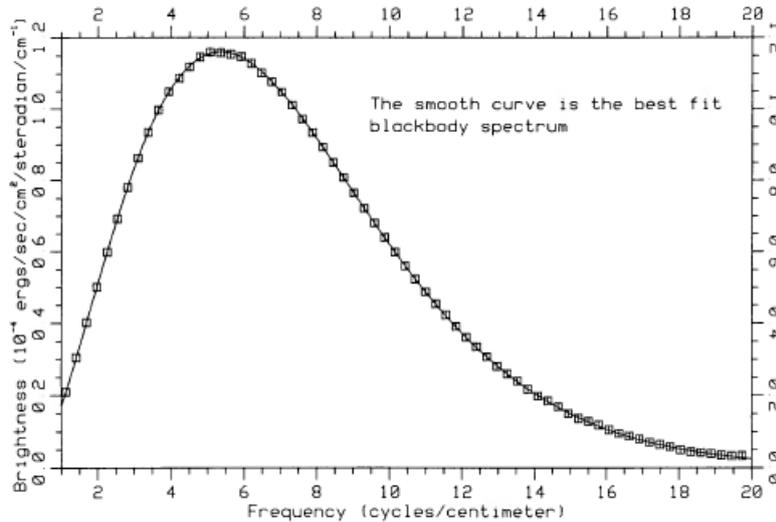


Figura 2.6: Espectro de potência da RCF dos dados obtidos pelo satélite *COBE* com o instrumento FIRAS. Os quadrados representam os dados obtidos com o FIRAS e a curva representa o melhor ajuste do espectro de corpo negro. **Fonte:** [43]

Um observador com velocidade peculiar nula observaria a RCF isotrópica. Contudo, para um observador com velocidade peculiar diferente de zero, ele não observa um Universo isotrópico porque o vetor velocidade definiria uma direção privilegiada. O espectro observado apresenta pequenas anisotropias de temperatura, como vemos na figura 2.7. Então, a temperatura da radiação dependerá da velocidade relativa do observador através da relação [44]:

$$T'(\theta') = T \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta'}, \quad (2.40)$$

onde T é a temperatura medida pelo observador em repouso, T' é a temperatura medida pelo observador com velocidade peculiar $v = \beta/c$ e θ' é o ângulo entre a linha de visada e o vetor velocidade medido pelo observador em movimento.

Para $\beta \ll 1$, caso em que a velocidade peculiar é muito menor que a velocidade da luz, podemos expandir a equação acima em potências de β :

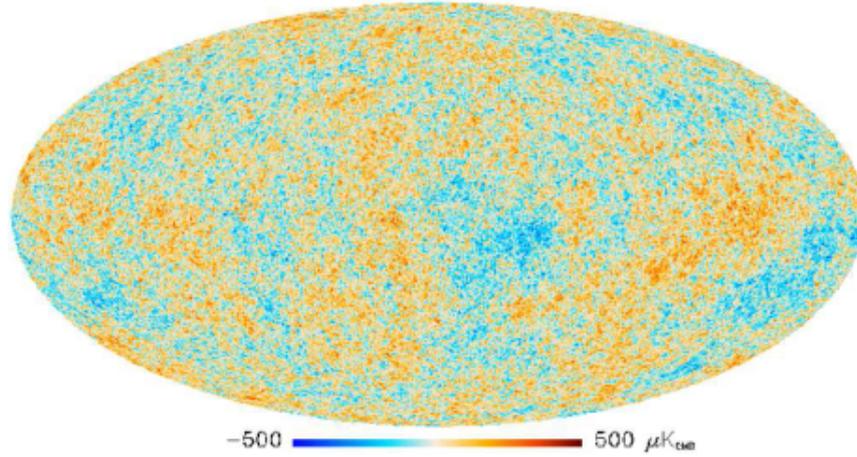


Figura 2.7: Mapa da RCF obtida pelo satélite Planck. **Fonte:** [45]

$$\Delta T = T' - T = T \left[-\beta P_1(\cos\theta') - \frac{\beta^2}{6} + \frac{2\beta^2}{3} P_2(\cos\theta') + \dots \right], \quad (2.41)$$

onde P_i são os polinômios de Legendre.

O primeiro termo da equação acima é chamado de *dipolo*. Este dipolo é uma consequência do Universo local não ser isotrópico. Os movimentos relativos da galáxia afetam a medida da temperatura. O satélite *COBE* observou esse dipolo com amplitude de $3,353 \pm 0,024$ mK, na direção $(l, b) = (264^\circ.26 \pm 0^\circ, 48^\circ.22 \pm 0^\circ.13)$.

Capítulo 3

Teoria de Perturbação

No capítulo anterior, vimos que o MCP se baseia na hipótese de que o nosso Universo é homogêneo e isotrópico a partir de uma certa escala. Contudo, para que existam as estruturas cósmicas que observamos, é necessário que a densidade média de energia do Universo tenha algumas perturbações. Essas perturbações levam a regiões de inhomogeneidades que dão origem as estruturas a partir da atração gravitacional. Durante a era da radiação, quando os fótons ainda estão acoplados aos bárions, essa atração gravitacional proveniente desse excesso de densidade juntamente com a pressão de radiação dos fótons dão origem as oscilações acústicas bariônicas.

Nesse capítulo, iremos estudar as perturbações nas densidades de energia das componentes do Universo primordial, responsáveis pelo crescimento de estruturas e as oscilações acústicas bariônicas. Iremos apresentar a abordagem newtoniana, na qual as perturbações possuem um comprimento menor que o raio de Hubble, e a abordagem relativística, na qual o comprimento das perturbações são maiores que o horizonte de Hubble.

3.1 Teoria de Perturbação Linear: Abordagem Newtoniana

Derivaremos a seguir as equações do crescimento das flutuações a partir das equações hidrodinâmicas, considerando flutuações lineares. Por estarmos tratando do caso Newtoniano, as perturbações possuem comprimento menor que o horizonte de Hubble e a velocidade do fluido precisa ser muito menor que a velocidade da luz, ou seja, estamos tratando de flutuações na densidade de matéria não-relativística (matéria escura) [46]. Além disso, estamos assumindo que o fluido é adiabático ($\delta S = 0$).

3.1.1 Hidrodinâmica para um Universo em Expansão

Vamos considerar o crescimento das perturbações na densidade, interagindo gravitacionalmente, num Universo em expansão. As flutuações da densidade são positivas e menores que a unidade ($|\delta| \ll 1$). O campo gravitacional da distribuição de matéria total pode ser escrito como a soma das distribuição média de matéria e das flutuações na densidade ($\bar{\Phi} + \delta\Phi$).

O fluido é descrito por três equações: a equação da continuidade, que está relacionada com a conservação da matéria, a equação de Euler, que descreve a conservação de momento e o comportamento do fluido sob ações de forças, e a equação de Poisson, que relaciona o potencial gravitacional com a densidade. Essas equações podem ser escritas, respectivamente, como [47]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi, \quad (3.2)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho. \quad (3.3)$$

Temos que ρ é a densidade de massa, \vec{u} o campo de velocidade, P é a pressão e Φ é o potencial gravitacional. Essas equações são para um fluido homogêneo e isotrópico. Então, vamos introduzir a quantidade denominada *contraste de densidade* δ para obtermos as equações hidrodinâmicas perturbadas [21]

$$\delta(\vec{x}, t) = \frac{\rho(\vec{x}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} = \frac{\delta\rho(\vec{x}, t)}{\bar{\rho}(t)}. \quad (3.4)$$

Vamos também considerar pequenas perturbações nos campos, sendo as grandezas com a barra os campos de fundo (não-perturbados)

$$P(\vec{x}, t) = \bar{P}(t) + \delta P(\vec{x}, t), \quad (3.5)$$

$$\mathbf{u}(\vec{x}, t) = \bar{\mathbf{u}}(\vec{x}, t) + \delta \mathbf{u}(\vec{x}, t), \quad (3.6)$$

$$\Phi(\vec{x}, t) = \bar{\Phi}(\vec{x}, t) + \delta \Phi(\vec{x}, t). \quad (3.7)$$

Utilizaremos as transformações de coordenadas físicas (\vec{r}, t) para coordenadas comóveis (\vec{x}, t)

$$\nabla_r = \frac{1}{a} \nabla_x \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial t} \Big|_r = \frac{\partial}{\partial t} \Big|_x - H \vec{x} \cdot \nabla_x. \quad (3.8)$$

Encontraremos as seguintes equações hidrodinâmicas perturbadas:

$$\dot{\delta} = -\frac{1}{a}\nabla(\delta\mathbf{v}), \quad (3.9)$$

$$\bar{\rho}a(\dot{\mathbf{v}} + H\mathbf{v}) = -\nabla\delta P - \bar{\rho}\nabla\delta\Phi, \quad (3.10)$$

$$\nabla^2\delta\Phi = 4\pi G a^2 \rho\delta. \quad (3.11)$$

Nas equações acima adotamos $\mathbf{u} = Ha\mathbf{x} + a\dot{\mathbf{x}} = H\mathbf{r} + \mathbf{v}$, sendo $\mathbf{v} = 0$ para o campo de velocidade de fundo. E como o fluido de fundo é homogêneo e isotrópico $\nabla P = 0$. Além disso, utilizamos a notação $\nabla_x = \nabla$ e $\left.\frac{\partial}{\partial t}\right|_x = \frac{\partial}{\partial t}$.

Se derivarmos com respeito ao tempo a equação da continuidade perturbada (3.9) e combinarmos com o gradiente da equação de Euler perturbada (3.10), encontraremos:

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - c_s^2\left(\frac{1}{a^2}\nabla^2\delta + \frac{4\pi G}{c_s^2}\bar{\rho}\delta\right) = 0, \quad (3.12)$$

onde $c_s = \delta P/\delta\rho$ é velocidade do som.

Essa equação nos diz como as perturbações de densidade evoluem num Universo em expansão. Para resolvermos essa equação podemos trabalhar no espaço de Fourier, com:

$$\delta(\vec{k}, t) = \int d^3x e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \delta(\vec{x}, t), \quad (3.13)$$

onde adotamos $\delta(\vec{x})$ como a função e $\delta(\vec{k})$ como sua transformada de Fourier. Na expressão acima, \vec{x} é a coordenada comóvel enquanto \vec{k} é o vetor de onda comóvel. A vantagem de tratar esse problema no espaço de Fourier é que a equação 3.13 se decompõem em equações separadas para cada valor de \vec{k} , sendo expressa por:

$$\ddot{\delta}(\vec{k}, t) + 2H\dot{\delta}(\vec{k}, t) - c_s^2\left(\frac{1}{a^2}\nabla^2 + \frac{4\pi G}{c_s^2}\bar{\rho}\right)\delta(\vec{k}, t) = 0. \quad (3.14)$$

3.1.2 O Crescimento das Perturbações

Para podermos entender um pouco mais sobre as perturbações que deram origem as estruturas, vamos primeiro introduzir a *instabilidade de Jeans* [48]. A instabilidade de Jeans é a base do modelo padrão de estruturas e mostra que o colapso gravitacional de uma nuvem de gás é o responsável pela formação de estrelas. Vamos então considerar pequenas flutuações na densidade e na velocidade num fluido homogêneo e isotrópico. Para regiões mais densas, haverá mais matéria sendo acretada,

e com isso a pressão do gás não será suficiente para barrar o colapso da flutuação, levando assim à formação de estruturas. Para isso acontecer, a perturbação deve atingir o *comprimento de Jeans* λ_J

$$\lambda_J = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}. \quad (3.15)$$

Para comprimentos de onda pequenos, $\lambda \ll \lambda_J$ ($k \gg k_J$), na equação 3.14 o termo da pressão é $c_s^2 \frac{k^2}{a^2} \delta$. Nesse caso, a equação corresponde a equação de um oscilador harmônico amortecido, sendo $H\dot{\delta}$ o termo de fricção. As soluções correspondem a uma onda sonora com a amplitude decrescente devido ao amortecimento.

Se as estruturas são as últimas a serem formadas no Universo, precisamos encontrar as soluções que cresçam com o tempo. Apenas $\lambda \gg \lambda_J$ ($k \ll k_J$) irão crescer, pois o termo gravitacional irá dominar e as perturbações irão evoluir segundo a equação:

$$\ddot{\delta}_k + 2H\dot{\delta}_k - 4\pi G\bar{\rho}\delta_k = 0. \quad (3.16)$$

Quando deduziu tal instabilidade, Jeans considerou o Universo sendo estático. Para um Universo em expansão, precisamos levar em consideração o *raio de Hubble*. Também chamado de comprimento de Hubble, é o horizonte que define o limite entre os objetos com velocidades menores e velocidades maiores que a da luz, quando comparado a um observador em um dado momento. Com isso, as perturbações maiores que o raio de Hubble estarão fora do horizonte e com isso irão congelar, não interagindo entre si. Depois que o Universo se expandir, essas perturbações entrarão no horizonte. Como estamos tratando de uma abordagem Newtoniana ($v \ll c$), as perturbações possuem o comprimento menor que o raio de Hubble [47].

Perturbação da matéria na era da radiação

Inicialmente, vamos considerar perturbações apenas na densidade de matéria escura. Durante a era da radiação, precisamos considerar na equação 3.16 a densidade de fundo como sendo a soma das densidades da radiação e da matéria

$$\ddot{\delta}_m(\mathbf{k}, t) + 2H\dot{\delta}_m(\mathbf{k}, t) - 4\pi G \sum_i \bar{\rho}_i \delta_i(\mathbf{k}, t) = 0. \quad (3.17)$$

Como a densidade de radiação era muito maior que a densidade de matéria, o termo $\bar{\rho}_m \delta_m$ será desprezível. Além disso, devido a sua velocidade, as perturbações na densidade de radiação estão fora do horizonte, então podemos escrever $\delta_r \approx 0$. Para a era da radiação, $a \sim t^{1/2}$, então $H = 1/2t$ e

$$\ddot{\delta}_m(\mathbf{k}, t) + \frac{1}{t}\dot{\delta}_m(\mathbf{k}, t) = 0. \quad (3.18)$$

Achamos como solução dessa equação:

$$\delta(\mathbf{k}, t) \sim \begin{cases} \log t \sim \log a, \\ \text{constante.} \end{cases} \quad (3.19)$$

Durante a era da radiação, as perturbações da matéria crescem apenas logaritmicamente. O crescimento significativo das perturbações da matéria irá ocorrer na era da matéria.

Perturbação da matéria na era da matéria

Agora vamos estudar as perturbações na densidade de matéria escura na era da matéria. Para um Universo dominado por matéria, temos $a \sim t^{2/3}$, então $H = 2/3t$. Substituindo na equação 3.16, lembrando que o terceiro termo da equação se refere a equação de Friedmann 2.15, temos que:

$$\ddot{\delta}(\mathbf{k}, t) + \frac{4}{3t}\dot{\delta}(\mathbf{k}, t) - \frac{2}{3t^2}\delta(\mathbf{k}, t) = 0. \quad (3.20)$$

Podemos resolver essa equação considerando $\delta(\mathbf{k}, t) \sim t^n$.

$$\delta(\mathbf{k}, t) \sim \begin{cases} t^{2/3} & \sim a, \\ t^{-1} & \sim a^{-3/2}. \end{cases} \quad (3.21)$$

Temos uma solução em que a perturbação cresce com a expansão do Universo e outro em que decai. O modo crescente da flutuação cresce com o fator de escala durante a era da matéria.

Perturbação da matéria na era da energia escura

Por último iremos avaliar as perturbações da matéria em um Universo dominado pela energia escura. Como a densidade de energia escura é constante (2.22), não é possível ter perturbações na sua densidade. E novamente o termo $\bar{\rho}_m \delta_m$ irá se anular na equação 3.16. Assim, encontraremos

$$\ddot{\delta}_m(\mathbf{k}, t) + 2H\dot{\delta}_m(\mathbf{k}, t) = 0. \quad (3.22)$$

Para um Universo dominado por energia escura, temos que $H = \sqrt{\Lambda/3}$. Logo as soluções serão:

$$\delta(\mathbf{k}, t) \sim \begin{cases} \text{constante,} \\ e^{-2Ht} \sim a^{-2}. \end{cases} \quad (3.23)$$

Para um Universo dominado pela energia escura, não há crescimento de perturbações.

3.2 Teoria de Perturbação Linear: Abordagem Relativística

Nessa seção, discutiremos a teoria de perturbação linear com uma abordagem relativística como um complemento do tratamento Newtoniano que vimos na seção anterior. O tratamento relativístico é apropriado para perturbações com escalas maiores que o horizonte e para fluidos relativísticos. Iremos perturbar a métrica de fundo, adicionando pequenas flutuações. Por estarmos considerando pequenos desvios em relação a métrica de fundo, precisamos escolher um sistema de coordenadas no qual a métrica perturbada seja próxima à métrica de fundo. Essa escolha de sistema de coordenadas das perturbações é chamada de *escolha do calibre* [49].

3.2.1 Espaço-tempo Perturbado

A métrica de fundo que iremos perturbar é a métrica de FLRW (2.1). A métrica perturbada será dada em termos do tempo conforme η ($a(t)d\eta = dt$), a partir da equação:

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (3.24)$$

onde $\bar{g}_{\mu\nu}$ é a métrica de fundo e $h_{\mu\nu}$ é a perturbação. E com a condição $g_{\alpha\lambda}g^{\lambda\beta} = \delta_{\alpha}^{\beta}$, temos que:

$$h^{\mu\nu} = -\bar{g}^{\alpha\mu}\bar{g}^{\beta\nu}h_{\alpha\beta}. \quad (3.25)$$

A perturbação da métrica pode ser classificada em três tipos: escalar, vetorial e tensorial. Esta classificação baseia-se nas propriedades de simetria do fundo homogêneo e isotrópico, que em um determinado momento é invariante sob rotações e translações espaciais [49].

A componente h_{00} se comporta como escalar e conseqüentemente:

$$h_{00} = -2a^2(\eta)A. \quad (3.26)$$

Já o modo vetorial h_{0i} pode ser separado em uma componente longitudinal e transversal, visto que um 3-vetor pode ser escrito em termos de um gradiente de um escalar e um vetor com divergente nulo:

$$h_{0i} = a^2(\eta)B_i = a^2(\eta) \left(B_i^{\parallel} + B_i^{\perp} \right), \quad (3.27)$$

sendo $\partial^i B_i^{\perp} = 0$ e $\nabla \times B_i^{\parallel} = 0$.

O último modo, o tensorial, h_{ij} será:

$$h_{ij} = a^2(\eta) [2(H_L \delta_{ij} + H_{ij})], \quad (3.28)$$

onde o tensor H_{ij} pode ser escrito em termos de três componentes de traço nulo:

$$H_{ij} = H_{ij}^{\parallel} + H_{ij}^{\perp} + H_{ij}^T. \quad (3.29)$$

Como H_{ij}^{\parallel} tem rotacional nulo, podemos escrever as componentes como sendo:

$$H_{ij}^{\parallel} = \left(\partial_i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \nabla^2 \right) D = \Delta_{ij} D, \quad (3.30)$$

$$\partial_i \partial_j H_{ij}^{\perp} = 0, \quad (3.31)$$

$$\partial_i H_{ij}^T = 0. \quad (3.32)$$

As perturbações escalares são induzidas por inhomogeneidades na densidade de energia. Essas perturbações são importantes porque provocam as instabilidades gravitacionais, levando à formação de estrutura no Universo. Já as perturbações vetoriais estão relacionadas aos movimentos rotacionais do fluido e decaem muito rápido com o fator de escala. E as perturbações tensoriais descrevem ondas gravitacionais, que são os graus de liberdade do campo gravitacional em si. Na aproximação linear, as ondas gravitacionais não induzem nenhuma perturbação no fluido perfeito [49].

As componentes escalar, vetorial e tensorial de perturbação estão completamente desacopladas nas equações de Einstein em primeira ordem. Então, podem ser tratadas separadamente. Como estamos interessados em perturbações que são responsáveis pela formação de estruturas, vamos considerar apenas as componentes escalares e para isso vamos introduzir novas funções escalares E e D . Com isso, vamos escrever a métrica como sendo [50]:

$$g_{\mu\nu} = a^2(\eta) \begin{pmatrix} -(1+2A) & E_{,i} \\ E_{,i} & 2H_L \delta_{ij} + \Delta_{ij} D \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

3.2.2 Escolha do Calibre

O problema da escolha do calibre se deve ao fato da perturbação da métrica depender do sistema de coordenada ou do calibre escolhido. Então, a escolha de calibre é equivalente à fixação do sistema de coordenadas ou classe de sistemas. E essa liberdade da escolha do calibre tem um impacto maior em perturbações escalares. Há inúmeros calibres que podemos escolher, mas por conveniência iremos escolher o calibre Newtoniano.

O calibre Newtoniano trata de perturbações dentro do horizonte e possui resultados que podem ser interpretados pela física Newtoniana. Nesse calibre, definimos as partículas em coordenadas comóveis para o sistema de coordenadas do Universo de fundo. Quando adicionamos as perturbações, as partículas se encontram no referencial perturbado enquanto os observadores se encontram no referencial não perturbado

Nesse calibre, temos que $A \equiv \Psi$, $-H_L \equiv \Phi$ e $E = D = 0$, de tal maneira que a métrica será:

$$dS^2 = a^2(\eta) [-(1 + 2\Psi)d\eta^2 + (1 + 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j]. \quad (3.34)$$

3.2.3 Equações de Campo de Einstein Perturbadas

Agora que já definimos a métrica perturbada, podemos obter as ECE linearizadas. Para isso, será necessário perturbar o tensor de energia-momento e o tensor de Einstein, que pode ser escrito como:

$$G_{\mu\nu} = \bar{G}_{\mu\nu} + \delta G_{\mu\nu}, \quad (3.35)$$

sendo $\bar{G}_{\mu\nu}$ o tensor de Einstein não perturbado.

Tensor de Einstein

Como vimos na seção 2.3, o tensor de Einstein é dado por:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R. \quad (3.36)$$

Assim, para encontrarmos o tensor de Einstein perturbado, precisamos calcular o tensor e o escalar de Ricci perturbados.

O tensor de Ricci é dado por:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \partial_\nu \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\lambda\rho}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\rho}^\lambda, \quad (3.37)$$

onde Γ são os símbolos de Christoffel e são definidos a partir da métrica, segundo a relação

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2}g^{\lambda\alpha} (g_{\alpha\mu,\nu} + g_{\alpha\nu,\mu} - g_{\mu\nu,\alpha}), \quad (3.38)$$

onde a combinação da vírgula mais o índice à direita nas métricas denotam uma derivada em relação àquele índice.

A partir da métrica perturbada (3.34), podemos calcular todos os símbolos de Christoffel perturbados, e com isso obter os tensores de Ricci perturbados [21, 51]:

$$\begin{aligned}
R_{00} &= \nabla^2 \Psi - 3(\mathcal{H}' + \Phi'') + 3\mathcal{H}(\Psi' - \Phi'), \\
R_{0i} &= -2(\Phi'_{,i} - \mathcal{H}\Psi_{,i}), \\
R_{ij} &= [2\mathcal{H}^2 + \mathcal{H}' + 2(\mathcal{H}' + 2\mathcal{H}^2)(\Phi - \Psi) + \Phi'' + \\
&\quad - \mathcal{H}\Psi' + 5\mathcal{H}\Phi' + \nabla^2 \Phi] \delta_{ij} - \partial_i \partial_j (\Phi + \Psi).
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Nas equações acima, temos que $\mathcal{H} = a^{-1} da/d\eta$ e os termos com a linha representam derivadas em relação ao tempo conforme.

Com os tensores de Ricci já calculados, podemos então determinar o escalar de Ricci $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned}
R = a^{-2} & [6(\mathcal{H}^2 + \mathcal{H}') - 2\nabla^2 \Psi - 4\nabla^2 \Phi - 12\Psi(\mathcal{H}^2 + \mathcal{H}') + \\
& + 6\Psi'' + 6\mathcal{H}(3\Phi' - \Psi')].
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Tensor Energia-momento

Na seção 2.3.1, definimos o tensor energia-momento. Agora, vamos calculá-lo considerando as perturbações na densidade. O tensor perturbado é dado como sendo o tensor de fundo mais a flutuação $T_{\mu\nu} = \bar{T}_{\mu\nu} + \delta T_{\mu\nu}$, sendo [21, 51]:

$$\delta T_\nu^\mu = (\delta\rho + \delta P)U^\mu U_\nu + (\rho + P)(\delta U^\mu U_\nu + U^\mu \delta U_\nu) + \delta P \delta_\nu^\mu, \tag{3.41}$$

onde ρ é a densidade de energia.

A 4-velocidade perturbada é dada por:

$$U^\mu = a^{-1} [(1 - \Psi), v^i] \quad \text{e} \quad U_\mu = a [-(1 + \Psi), v_i]. \tag{3.42}$$

As componentes da perturbação do tensor energia-momento são

$$\delta T_0^0 = -\delta\rho, \quad \delta T_0^i = (1 + \omega)\bar{\rho}v^i, \quad \delta T_j^i = c_s^2 \delta\rho \delta_j^i. \tag{3.43}$$

Equações de Campo de Einstein Perturbadas

A partir dos tensores de Ricci, do escalar de Ricci e do tensor energia-momento perturbado, podemos calcular as equações de campo perturbadas. Então, considerando as componentes (00), (0i) e (ii), encontramos as seguintes equações:

$$\nabla^2\Phi + 3\mathcal{H}(\mathcal{H}\Psi - \Phi') = -4\pi Ga^2\delta\rho, \quad (3.44)$$

$$\nabla^2(\Phi' - \mathcal{H}\Psi) = 4\pi Ga^2(1 + \omega)\bar{\rho}\theta, \quad (3.45)$$

$$\Phi'' + 2\mathcal{H}\Phi' - \mathcal{H}\Psi' - (\mathcal{H}^2 + 2\mathcal{H}')\Psi = -4\pi Ga^2c_s^2\delta\rho, \quad (3.46)$$

onde $\theta = \partial_i v^i$, sendo v^i a velocidade peculiar. Para $i \neq j$ na perturbação do tensor energia-momento, temos que $\delta T_j^i = 0$ e isso nos leva à relação

$$\Phi = -\Psi. \quad (3.47)$$

3.2.4 Equações Hidrodinâmicas

Agora que já calculamos as equações de campo linearizadas, podemos calcular as equações da dinâmica do fluido com uma abordagem relativística. Se assumirmos que o tensor energia-momento satisfaz a equação da continuidade $\nabla_\mu T_\nu^\mu = 0$ para $\nu = 0$, vamos encontrar a equação da continuidade

$$\delta' + 3\mathcal{H}(c_s^2 - \omega)\delta = -(1 + \omega)(\theta + 3\Phi'), \quad (3.48)$$

onde utilizamos a equação de conservação do fluido de fundo $\bar{\rho}' + 3\mathcal{H}(\bar{\rho} + \bar{P}) = 0$.

No limite $P \ll \rho$ recuperamos o caso Newtoniano da equação da continuidade em relação ao tempo conforme

$$\delta' + \theta + 3\Phi' = 0, \quad (3.49)$$

com uma correção relativística devido à taxa de expansão do Universo.

Agora, se considerarmos a equação da continuidade do tensor energia-momento para $\nu = i$ e definindo a relação $q = a(\bar{\rho} + \bar{P})v$

$$\delta q' + 3\mathcal{H}\delta q = -a\delta P - a(\bar{\rho} + \bar{P})\Psi, \quad (3.50)$$

encontraremos a equação de Euler, que agora inclui um termo de correção para fluido relativístico (q'). No limite $P \ll \rho$ voltamos ao caso da equação de Euler linearizada na abordagem Newtoniana.

Reescrevendo a equação acima em termos de θ :

$$\theta' + \left[\mathcal{H}(1 - 3\omega) + \frac{\omega'}{1 + \omega} \right] \theta = -\nabla^2 \left(\frac{c_s^2}{1 + \omega} \delta + \Psi \right). \quad (3.51)$$

Se combinarmos as equações de campo linearizadas (3.44, 3.45, 3.46) junto com as equações dinâmicas do fluido (3.48, 3.51), considerando as transformações de

Fourier das funções $\Psi, \Phi, \theta, \delta$, encontraremos a equação de Poisson

$$k^2 \Phi_k = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \left[\delta_k + \frac{3\mathcal{H}}{k^2} (1 + \omega) \theta_k \right], \quad (3.52)$$

onde consideramos também a relação dada pela equação 3.47.

3.2.5 Acoplamento Fóton-Bárion

Até o momento não consideramos as interações entre as componentes do fluido do Universo. Os fótons são afetados pela gravidade e pelo espalhamento de Compton devido aos elétrons. Por sua vez, os elétrons estão fortemente acoplados aos prótons. Ambos, é claro, também são afetados pela gravidade. Existe uma maneira sistemática de contabilizar todos esses acoplamentos no fluido fóton-bárion, utilizando a equação de transporte de Boltzmann para cada espécie no Universo [51].

Equação de Boltzmann

A equação de Boltzmann é dada por:

$$C[f] = \frac{df}{dt}, \quad (3.53)$$

onde f é a função de distribuição. O lado esquerdo contém todos os termos de colisão, e na ausência de colisão, $df/dt = 0$. Esta equação nos diz que o número de partículas em um dado elemento do espaço de fase não muda com o tempo. Para a interação fóton-bárion, o termo $C[f]$ contabiliza o espalhamento Compton entre os fótons e os elétrons livres.

A função de distribuição pode ser separada em uma contribuição do fundo mais a perturbação [50]

$$f(t, x, \mathcal{P}) = \bar{f}(t, \mathcal{P}) + \mathcal{F}(t, x, \mathcal{P}), \quad (3.54)$$

onde f está em função de um 4-posição, $x^\mu = (t, \vec{x})$, e 4-momento

$$\mathcal{P}^\mu = \frac{dx^\mu}{d\lambda}, \quad (3.55)$$

onde λ parametriza o caminho da partícula. Assim, em princípio, f é uma função definida em um espaço 8-dimensional. No entanto, nem todas as componentes do vetor momento são independentes, já que a falta de massa do fóton implica que [50]

$$\mathcal{P}^2 = g_{\mu\nu} \mathcal{P}^\mu \mathcal{P}^\nu = 0. \quad (3.56)$$

Usando a métrica 3.34, o momento espacial será:

$$\mathcal{P}^2 \equiv g_{ij} \hat{p}^i \hat{p}^j = a^2(1 + 2\Phi)p^2, \quad (3.57)$$

onde usamos a relação $\delta_{ij} \hat{p}^i \hat{p}^j = 1$, sendo \hat{p}^i o vetor unitário.

Da equação 3.57, até primeira ordem, temos a relação $|p| = a^{-1}(1 - \Phi)\mathcal{P}$. Como os fótons satisfazem a relação 3.57, obtemos até primeira ordem:

$$p^0 = \mathcal{P}(1 - \Psi). \quad (3.58)$$

Podemos escrever agora a equação 3.53 como:

$$C[f] = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x^i} \cdot \frac{dx^i}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \mathcal{P}} \cdot \frac{d\mathcal{P}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \hat{p}^i} \cdot \frac{d\hat{p}^i}{dt}. \quad (3.59)$$

Na equação acima, temos que [51]:

$$\frac{dx^i}{dt} = \frac{\mathcal{P}^i}{\mathcal{P}^0} = \frac{(1 - \Phi + \Psi)}{a} \hat{p}^i \quad \text{e} \quad \frac{d\mathcal{P}}{dt} = -\mathcal{P} \left(H + \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right), \quad (3.60)$$

onde utilizamos a relação

$$\frac{dp^0}{d\lambda} = -\Gamma_{\mu\nu}^0 p^\mu p^\nu. \quad (3.61)$$

A função de distribuição para fótons com temperatura T num meio não perturbado é dada pela função de distribuição de Bose-Einstein [50]

$$\bar{f}(t, p) = \frac{1}{e^{\mathcal{P}/T} - 1}. \quad (3.62)$$

A temperatura do fundo é função apenas do tempo $T \propto a^{-1}$ e não do espaço, podemos então escrever a função distribuição perturbada como sendo:

$$f(t, \mathcal{P}, \vec{x}, \hat{p}) = \left\{ \exp \left[\frac{\mathcal{P}}{T [1 + \Theta(t, \vec{x}, \hat{p}^i)]} \right] - 1 \right\}^{-1}, \quad (3.63)$$

onde a perturbação da temperatura é caracterizada por $\Theta(t, \vec{x}, \hat{p}^i) = \delta T/T$.

Para pequenas perturbações ($\Theta \ll 1$), podemos expandir a distribuição até a primeira ordem

$$f = \bar{f} - \mathcal{P} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \mathcal{P}}. \quad (3.64)$$

Para o espalhamento Compton, o termo Colisional é dada por [51]

$$C[f] = -\mathcal{P} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \mathcal{P}} n_e \sigma_T [\Theta_0 - \Theta(\hat{p}) + \hat{p} \cdot \vec{v}_e], \quad (3.65)$$

sendo σ_T a seção de choque do espalhamento Thomson, n_e é a densidade de elétrons,

\vec{v}_e é a velocidade de elétrons e Θ_0 é o termo do monopolo dado pela expansão de multipolos

$$\Theta_l \equiv \frac{1}{(-i)^l} \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} P_l(\mu) \Theta(\mu), \quad (3.66)$$

onde $P_l(\mu)$ são os polinômios de Legendre e $\mu = \hat{k} \cdot \hat{p}$ é o cosseno do ângulo entre o vetor de onda \vec{k} e a direção do fóton \hat{p} .

Podemos juntar os dois lados da equação de Boltzmann (3.59) usando a equação do termo colisional 3.65 no espaço de Fourier, tal que $\Theta(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \Theta_k$. Além disso, vamos reintroduzir o tempo conforme, chegando na equação

$$\Theta' + ik\mu\Theta + \Phi' + ik\mu\Psi = -\tau' [\Theta_0 - \Theta(\hat{p}) + \mu v_e], \quad (3.67)$$

onde definimos $\tau(\eta) \equiv \int_{\eta}^{\eta_0} d\eta' n_e \sigma_T a$ como a profundidade ótica, que mede a intensidade do acoplamento. No Universo primordial, quando os fótons e os bárions estavam fortemente acoplados, $\tau \rightarrow \infty$ porque a densidade de elétrons era grande. No desacoplamento, $\tau \rightarrow 0$.

O forte acoplamento entre elétrons-prótons, devido ao espalhamento Coulomb, força a flutuação na densidade de elétrons δ_e ser igual a flutuação na densidade de prótons δ_p , que por sua vez é igual a flutuação na densidade de bárions δ_b . O mesmo ocorre com as velocidades $\vec{v}_e = \vec{v}_p = \vec{v}_b$.

Para determinarmos a distribuição de Boltzmann para os elétrons precisamos considerar que os elétrons estão acoplados com os fótons via espalhamento Compton e com os prótons via espalhamento Coulomb. Então a distribuição de Boltzmann se dará [51]:

$$\frac{df_e}{dt} = C[f]_{e\gamma} + C[f]_{ep}. \quad (3.68)$$

Se multiplicarmos ambos os lados da equação acima pelo volume do espaço de fase $d^3q/(2\pi)^3$ e integrarmos, teremos:

$$\dot{n}_e + \frac{1}{a} \frac{\partial (n_e v_b^i)}{x^i} + 3 [H + \dot{\Phi}] n_e = \langle C[f]_{e\gamma} \rangle + \langle C[f]_{ep} \rangle. \quad (3.69)$$

O segundo termo do lado direito vai a zero devido à conservação do momento. Se formos para o espaço de Fourier e usarmos o tempo conforme

$$\delta_b' = -ikv_b - 3\Phi'. \quad (3.70)$$

Unindo a equação 3.48 com a equação de Boltzmann para os prótons $df_p/dt = \langle C[f]_{ep} \rangle$, e multiplicando pela massa do próton, visto que a massa do próton domina em relação a massa do elétron por ser muito maior, encontramos:

$$v'_b + \mathcal{H}v_b + ik\Psi = \tau' \frac{4\rho_\gamma}{3\rho_b} [3i\Theta_1 + v_b]. \quad (3.71)$$

As equações 3.67, 3.70 e 3.71 formam um conjunto de equações para o acoplamento fóton-bárion.

Evolução das Perturbações

Agora que já temos as equações do acoplamento fóton-bárion, veremos como as perturbações evoluem. A evolução das perturbações cosmológicas divide-se naturalmente em três estágios. Para podermos avaliar esses modos, precisamos de uma equação para o potencial gravitacional. Para isso, vamos considerar a equação 3.44 no espaço de Fourier e a relação 3.47, combinando todas as componentes de matéria (bárions e matéria escura) e radiação (fótons e neutrinos) do fluido

$$k^2\Phi + 3\mathcal{H}(\Phi' + \mathcal{H}\Phi) = 4\pi G a^2 (\rho_c \delta_c + 4\rho_r \Theta_{r,0}). \quad (3.72)$$

Na equação acima negligenciamos a contribuição dos bárions, já que a densidade dos bárions é muito menor que a densidade de matéria escura. Além disso, adicionamos a componente da radiação os neutrinos. A flutuação nas componentes materiais é dada pela soma da flutuação de bárions e matéria escura, $\rho_m \delta_m = \rho_b \delta_b + \rho_c \delta_c$, e na flutuação da radiação pela soma de fótons e neutrinos, $\rho_r \Theta_{r,i} = \rho_\gamma \Theta_i + \rho_\nu \mathcal{N}'_i$. Combinando a equação acima com a equação 3.45, temos que

$$k^2\Phi = 4\pi G a^2 \left[\rho_c \delta_c + 4\rho_r \Theta_{r,0} + \frac{3\mathcal{H}}{k} (i\rho_c v_m + 4\rho_r \Theta_{r,1}) \right], \quad (3.73)$$

sendo v_m a velocidade da componente material e $v_r = -3i\Theta_{r,1}$.

Como já mencionamos, as perturbações se dividem em três estágios: um modo com o comprimento de onda longo, um com comprimento de onda intermediário e outro com o comprimento de onda curto. No início, todos os modos estão fora do horizonte e o potencial é constante. Em tempos intermediários, duas coisas acontecem: os comprimentos de onda entram no horizonte e o Universo evolui da era da radiação ($a \ll a_{eq}$) para a era da matéria ($a \gg a_{eq}$). O modo com comprimento de onda longo, que entra no horizonte bem depois que o a_{eq} , evolui muito diferentemente do que o modo com o comprimento de onda curto, que entra no horizonte antes da igualdade. Finalmente, nos últimos tempos, todos os modos evoluem de forma idêntica novamente [51].

Começamos com a solução do super horizonte, válida através da transição matéria-radiação. Para os modos fora do horizonte, $k\eta \ll 1$, combinando as equações 3.48 com a equação 3.67 para a matéria escura e a equação 3.72, nos fornece a solução [51]:

$$\Phi(y) = \frac{\Phi(0)}{10} \frac{1}{y^3} \left[9y^3 + 2^2 - 8y - 16 + 16\sqrt{y+1} \right], \quad (3.74)$$

onde definimos $y = a/a_{eq}$ e assumimos a condição de que $\delta_m = 3\Theta_0$.

Para $y \rightarrow \infty$, uma vez que o Universo se torna dominado pela matéria, o termo y^3 domina, então $\Phi \rightarrow (9/10)\Phi_0$. O potencial, mesmo nas escalas maiores, sofre uma perda de 10% durante a transição entre a era da radiação para a era da matéria.

Vamos agora considerar o caso em que os modos atavessam o horizonte na era da radiação. Quando o Universo se encontra na era da radiação, o potencial é determinado por perturbações na radiação. As perturbações da matéria escura são influenciados pelo potencial, mas essas não influenciam o potencial. Desse modo, podemos negligenciar a contribuição da matéria e assumir $H^2 = 8\pi G\rho_r/3$ nas equações 3.72 e 3.73. Encontraremos como solução para o potencial na era da radiação [51]

$$\Phi(k, \eta) = 3\Phi_p \left[\frac{\text{sen}(k\eta/\sqrt{3}) - (k\eta/\sqrt{3}) \text{cos}(k\eta/\sqrt{3})}{(k\eta/\sqrt{3})^3} \right], \quad (3.75)$$

sendo Φ_p é o valor primordial de Φ .

A equação acima nos diz que assim que um modo entra no horizonte durante a era dominada pela radiação seu potencial começa a decair. Após o decaimento, o potencial começa a oscilar. Se as perturbações na componente dominante (aqui radiação) não crescerem, então o potencial em um Universo em expansão começará a decair simplesmente devido à diluição da densidade de ordem zero. Podemos perceber isso analisando a equação 3.73, que na era da radiação produz $\Phi \sim \Theta_0/\eta^2$. Qualquer oscilação em Θ_0 produz uma oscilação no potencial que decai com η^{-2} . Na figura 3.1 podemos perceber esse decaimento das oscilações.

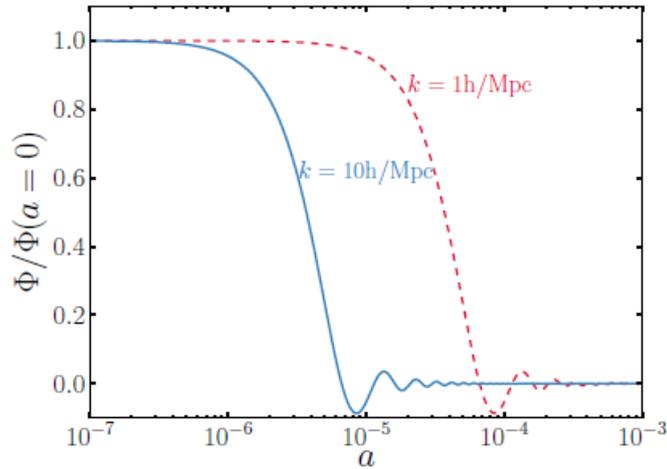


Figura 3.1: Evolução do campo gravitacional Φ para diferentes comprimentos de onda. **Fonte:** [52]

Equação de Boltzmann para o Acoplamento Fóton-Bárion

Agora iremos derivar a equação das oscilações acústicas que regem o fluido fóton-bárion. Para isso, vamos multiplicar as equações 3.67 e 3.71 por P_0 e P_1 e depois vamos integrar no intervalo $\mu = [-1, 1]$. Obteremos assim as equações:

$$\Theta'_0 + k\Theta_1 = -\Phi', \quad (3.76)$$

$$\Theta'_1 - \frac{k}{3}(\Theta_0 + \Psi) = \tau' \left(\Theta_1 - \frac{i}{3}v_b \right). \quad (3.77)$$

A equação 3.71 em primeira ordem nos dá $v_b = -3i\Theta_1$. Então, podemos reescrever essa equação como sendo:

$$v_b \cong -3i\Theta_1 + \frac{R_s}{\tau'} \left[-3i\dot{\Theta}_1 - 3i\frac{\dot{a}}{a}\Theta_1 + ik\Psi \right], \quad (3.78)$$

onde $R_s = 3\rho_b/4\rho_\gamma$.

Se substituirmos a equação 3.78 na equação 3.67 e usarmos a equação 3.77 para eliminarmos todos o termos Θ_1 , encontraremos [51]

$$\Theta''_0 + \frac{R_s}{1+R_s}\mathcal{H}\Theta'_0 + k^2c_s^2\Theta_0 = -\frac{k^2}{3}\Psi - \frac{R_s}{1+R_s}\mathcal{H}\Phi' - \Phi'', \quad (3.79)$$

sendo

$$c_s^2 \equiv \frac{\delta p_\gamma}{\delta\rho_\gamma + \delta\rho_b} = \frac{1}{3(1+R_s)} \quad (3.80)$$

a velocidade do som efetiva no acoplamento fóton-bárion. Por estarem fortemente acoplados, os fótons e os bárions evoluem como um fluido único. Na ausência dos bárions, a massa do fluido irá diminuir, restando apenas um fluido relativístico com velocidade $c_s = 1/\sqrt{3}$.

A equação 3.79 representa a evolução das anisotropias da radiação cósmica de fundo Θ_0 . Qualitativamente, essa equação prevê as oscilações no fluido fóton-bárion, pois se trata de uma equação de um oscilador harmônico amortecido forçado.

Capítulo 4

Oscilações Acústicas Bariônicas

Como vimos no capítulo 2, o Universo está se expandindo e as densidades das componentes do fluido matéria-energia estão decaindo de acordo com as equações 2.20, 2.21, 2.22. Além disso, devido à expansão, a temperatura diminui (eq. 2.39), o que nos leva a concluir que no passado o Universo era mais denso e quente.

Durante a era da radiação, o Universo era composto por um fluido quente e denso, formado pelo acoplamento dos fótons com os bárions, e por matéria escura. Os elétrons do fluido interagem com os fótons via espalhamento Compton e, devido à alta temperatura, os átomos ionizados (núcleo de deutério) conseguiam capturar esses elétrons por pouco tempo. Esse sistema formado por matéria escura e fluido fóton-bárion era regido por duas forças: a força gravitacional proveniente dos poços de matéria escura e a pressão de radiação dos fótons, que impedia os bárions de caírem nos poços de potencial. A competição entre essas duas forças gera perturbações no fluido, fazendo com que esse oscile como uma onda de pressão (acústica).

Com a expansão do Universo, a temperatura do fluido diminui, permitindo que os núcleos de deutério capturem os elétrons, formando assim átomos de hidrogênio neutro. Com o desacoplamento, o Universo se torna transparente para os fótons, passando assim a se propagar livremente. O sistema perde o gerador das perturbações, congelando as oscilações acústicas e deixando impresso no Universo uma escala característica chamada de *escala acústica* [1, 2]. Também chamada de *horizonte de som*, essa escala está relacionada com distância percorrida pelo fluido fóton-bárion até o desacoplamento dos fótons.

Nesse capítulo, discutiremos a maneira que as oscilações acústicas bariônicas deixam uma escala característica impressa no Universo. Além disso, apresentaremos suas principais observações.

4.1 A Física das OABs

No capítulo anterior, resolvendo a equação de Boltzmann relativística para o

acoplamento fóton-bárion e as flutuações do campo gravitacional, encontramos a equação 3.79, que pode ser escrita como

$$\left\{ \frac{d^2}{d\eta^2} + \frac{\dot{R}_s}{1 + R_s} \frac{d}{d\eta} + k^2 c_s^2 \right\} [\Theta_0 + \Phi] = \frac{k^2}{3} \left[\frac{1}{1 + R_s} \Phi - \Psi \right], \quad (4.1)$$

onde definimos c_s como a velocidade do som dada pela equação

$$c_s^2 \equiv \frac{\delta p_\gamma}{\delta \rho_\gamma + \delta \rho_b} = \frac{1}{3(1 + R_s)}. \quad (4.2)$$

Se negligenciarmos o lado direito da equação referente ao termo de força, temos que a equação 4.1 trata-se de um oscilador amortecido, e para resolver essa equação precisamos usar o método de Green para encontrar a solução completa. Primeiro encontramos a solução para a equação homogênea e depois usamos essa solução da parte homogênea para construir a solução particular [51].

Para determinarmos a solução da parte homogênea, devemos resolver equação do oscilador harmônico, igualando a zero o termo do amortecimento. Na prática, o termo de amortecimento é da ordem $R(\Theta_0 + \Phi)/\eta^2$ enquanto o termo de pressão é muito maior que $k^2 c_s^2 (\Theta_0 + \Phi)$. Fisicamente, esperamos que a pressão induza oscilações na temperatura dos fótons [51].

A solução da equação será

$$\begin{aligned} \Theta_0(\eta) + \Phi(\eta) &= C_1 S_1(\eta) + C_2 S_2(\eta) \\ &+ \frac{k^2}{3} \int_0^\eta d\eta' [\Phi(\eta') - (\eta')] \frac{S_1(\eta') S_2(\eta) - S_1(\eta) S_2(\eta')}{S_1(\eta') \dot{S}_2(\eta') - \dot{S}_1(\eta') S_2(\eta')}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $S_1(k, \eta) = \text{sen}[kr_s(\eta)]$ e $S_2(k, \eta) = \text{cos}[kr_s(\eta)]$ são as soluções oscilantes da parte homogênea, obtidas quando negligenciamos o termo de amortecimento. O termo r_s define a escala de propagação da onda acústica

$$r_s = \int_0^\eta c_s d\eta' = \int_z^\infty \frac{c_s dz'}{H(z')}, \quad (4.4)$$

sendo conhecido como horizonte acústico, que é a máxima distância percorrida pela onda acústica até o instante η . Note que pela definição da velocidade do som (eq. 4.2), quanto maior a densidade dos bárions, a onda acústica dos bárions irá propagar-se até uma escala menor.

Os fótons do fluido viajam por uma distância finita entre os espalhamentos chamada caminho livre médio, dada pela relação $\lambda = \tau'^{-1}$. Quanto maior for a densidade dos elétrons, menor será o caminho livre médio dos fótons. No desacoplamento, o livre caminho médio dos fótons aumenta.

O espalhamento permite uma troca de momento e energia entre as duas componentes do fluido, igualando suas velocidades $v_b = v_\gamma$. Isso significa que no arraste dos bárions pelos fótons, a velocidade das duas componentes devem ser iguais. Contudo, as duas componentes têm densidades de momentos diferentes,

$$(\rho_\gamma + p_\gamma)v_\gamma = \frac{4}{3}\rho_\gamma v_\gamma, \quad (4.5)$$

$$(\rho_b + p_b)v_b \simeq \rho_b v_b. \quad (4.6)$$

Para que o momento se conserve, a velocidade dos bárions precisa ser $v_b = R_s^{-1}v_\gamma$ [53]. Como a velocidade dos fótons é proporcional a $v_\gamma \propto \tau'^{-1}$ e como ela deve se igualar a velocidades dos bárions, temos que

$$\tau_d(\eta) = \int \frac{\tau'}{R_s} d\eta, \quad (4.7)$$

onde τ_d e τ são as profundidades ópticas dos bárions e dos fótons, respectivamente. As duas profundidades ópticas serão iguais quando a razão R_s for igual a um.

Quando se inicia o desacoplamento dos fótons e bárions, o espalhamento não é interrompido imediatamente. Só após algum tempo que os bárions param de ser arrastados pelos fótons, sendo chamada de época de dragagem o momento em que a matéria bariônica desacopla. Então podemos definir o redshift do desacoplamento dos fótons z_* , que corresponde a $\tau' = 1$, e o redshift de dragagem z_{drag} ($\tau_d = 1$), dado pela relação [9]:

$$z_{drag} = \frac{1291\omega_m^{0,251}}{1 + 0,659\omega_m^{0,828}} (1 + b_1\omega_m^{b_2}), \quad (4.8)$$

onde

$$b_1 = 0,31\omega_m^{-0,419} (1 + \omega_m^{0,674}), \quad b_2 = 0,238\omega_m^{0,223}, \quad \omega_m = \Omega_m h^2. \quad (4.9)$$

Vamos definir r_s como sendo a escala de comprimento comóvel da OABs na galáxia, que pode ser calculada usando o redshift do desacoplamento z_* , e $r_s(z_d) = r_d$ como sendo o horizonte de som comóvel, que é determinado a partir do redshift em que os bárions param de ser arrastados pelos fótons z_{drag} [10]. Os resultados obtidos pela missão Planck 2018, utilizando dados de TT,TE,EE+lowE+lensing [8] na época da dragagem são $r_s(z_{drag}) = 147,09 \pm 0,26$ Mpc para $z_{drag} = 1059,94 \pm 0,30$. Já os valores na época do desacoplamento são $r_s(z_*) = 144,43 \pm 0,26$ Mpc para $z_* = 1089,92 \pm 0,25$.

Na figura 4.1 temos a ilustração do comportamento da perturbação sobre as componentes do Universo (matéria escura fria, bárions, fótons e neutrinos). Primeiro,

é considerada uma flutuação inicial sobre todas as componentes representada pelo pico. Por estarmos tratando de uma perturbação adiabática, as flutuações de todas as componentes são proporcionais. Devido ao fato de já estarem desacoplados, os neutrinos não interagem com nenhuma componente. Como interage apenas gravitacionalmente, o pico da perturbação da matéria escura fria permanece na posição original. Já o fluido acoplado fóton-bárion, que sofre a atuação da pressão de radiação dos fótons e a atração gravitacional da matéria escura, viaja como uma onda esférica acústica em resposta à competição entre essas duas forças.

Na recombinação, os fótons desacoplam, podendo viajar livremente. Com a recombinação completa, ficamos com uma perturbação da matéria escura em direção ao centro e uma perturbação bariônica em uma casca. Sem a pressão dos fótons, a instabilidade gravitacional agora assume o controle, e novos bárions e matéria escura são atraídos pelas sobredensidades. Nos últimos tempos, vamos ter duas regiões com excesso de densidade: uma formada pela flutuação na matéria escura e outra correspondente a uma casca esférica formada pela propagação da onda no fluido fóton-bárion com um raio característico r_s .

4.2 Estatística das OABs

Como acabamos de ver na seção anterior, a física das OABs estabelece uma região de sobredensidade de bárions, correspondente a uma casca esférica de raio característico r_s , em torno a uma sobredensidade de matéria escura localizada no local da flutuação inicial. Esta sobredensidade de matéria escura e bárions, será a semente para uma alta formação de galáxias. Por esta razão, é esperada uma probabilidade maior de encontrar galáxias distanciadas em $r_s \approx 150$ Mpc.

Quando descrevemos as OABs, consideramos apenas uma única perturbação na densidade das componentes do Universo. No cenário real, temos uma superposição de ondas acústicas, não sendo um padrão visivelmente detectável. Para identificar os padrões, devemos recorrer a análise estatística do pico na função de correlação de dois pontos ($\xi(r)$) para a distribuição de galáxias e oscilações no seu espectro de potências ($P_\delta(k)$) [55].

4.2.1 Função de Correlação

Um método de extrair uma escala estatística do agrupamento de galáxias é via a função de correlação de dois pontos ($\xi(r)$), que quantifica o excesso de agrupamento numa determinada escala em relação a uma distribuição uniforme com a mesma densidade média.

Se considerarmos N pontos num dado volume V , a densidade média de pontos é

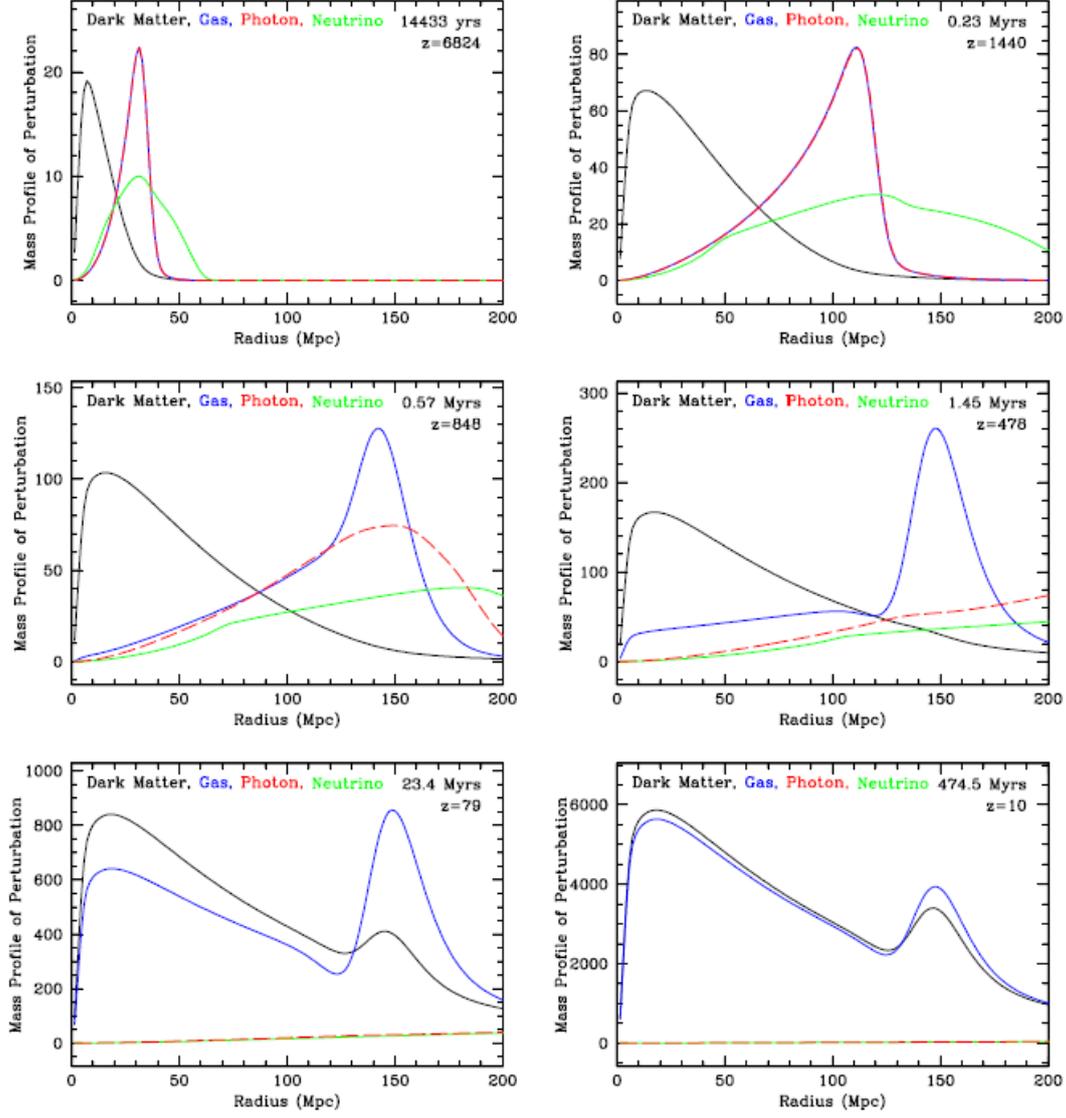


Figura 4.1: Evolução do perfil de densidade das componentes do Universo. As linhas preta, azul, vermelha e verde são relativas a matéria escura, bárions, fótons e neutrinos, respectivamente. O redshift e o tempo após o Big Bang são apresentados em cada painel. No segundo quadro da esquerda para direita podemos ver a evolução da perturbação no fluido fóton-bárion acoplado. A matéria escura fria interage essencialmente em termos da atração gravitacional permanecendo na posição inicial e ampliando apenas o seu raio conforme acreta material. **Fonte:** [54]

dada por $\bar{\rho} = N/V$. Assumindo dV como um elemento de volume dentro do volume V , então $dP = \bar{\rho}dV$ é probabilidade de encontrar um ponto no elemento de volume dV . Agora se considerarmos a probabilidade de encontrarmos um ponto no volume dV_1 e ao mesmo tempo no volume dV_2 , sendo esses volumes separados por uma distância r_{12} , devemos introduzir a quantidade $\xi(r_{12})$, de maneira que [26]

$$dP_{12} = \bar{\rho}^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(r_{12})]. \quad (4.10)$$

A função de correlação $\xi(r_{12})$ descreve o excesso de probabilidade de achar pontos separados a distância r_{12} comparado à distribuição aleatória. Se $\xi(r_{12}) > 0$, vamos ter uma aglomeração de pontos e se $\xi(r_{12}) < 0$, os pontos vão estar mais espaçados.

A função de correlação também pode ser escrita em termos das médias espaciais do produto dos contrastes de densidades, $\delta(\vec{r}_1) = \delta\rho(\vec{r}_1)/\bar{\rho}$, em diferentes pontos:

$$\xi(\vec{r}_{12}) = \langle \delta(\vec{r}_1)\delta(\vec{r}_2) \rangle, \quad (4.11)$$

onde $\langle \delta(\vec{r}_1) \rangle = 0$.

Para uma amostra estatisticamente homogênea, podemos escrever a equação acima como sendo

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r})dV_x. \quad (4.12)$$

Uma maneira de se obter a função de correlação é utilizando o estimador proposto por Landy e Szalay [56], que combina a contagem de pares no catálogo real no catálogo aleatório, dado por

$$\xi(x) = \frac{DD(x) - 2DR(x) + RR(x)}{RR(x)}, \quad (4.13)$$

onde $DD(x)$, $DR(x)$ e $RR(x)$ são a contagem de pares separados pela distância x entre os catálogos real-real, real-aleatório e aleatório-aleatório, respectivamente.

Eisenstein em 2005 [57] detectou pela primeira vez a escala acústica através da função de correlação, utilizando 46.748 galáxias mapeadas pelo *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). A escala acústica foi obtida através da posição do pico em torno de 105 Mpc/h na função de correlação, como podemos ver na figura 4.2.

4.2.2 Espectro de Potência

Na seção 3.2, vimos que a evolução das perturbações podem ser descritas pela superposição de ondas planas com respectivos vetores de onda k que evoluem independentemente.

O espectro de potência de uma quantidade perturbativa $\delta(\vec{x})$ é definido como sendo [55]:

$$P(k) \equiv |\delta_k|^2, \quad (4.14)$$

onde δ_k é a transformada de Fourier de $\delta(\vec{x})$

$$\delta_k = \int d^3x \delta(\vec{x}) e^{-\vec{k}\cdot\vec{x}}. \quad (4.15)$$

Com isso, podemos escrever o espectro de potência da forma

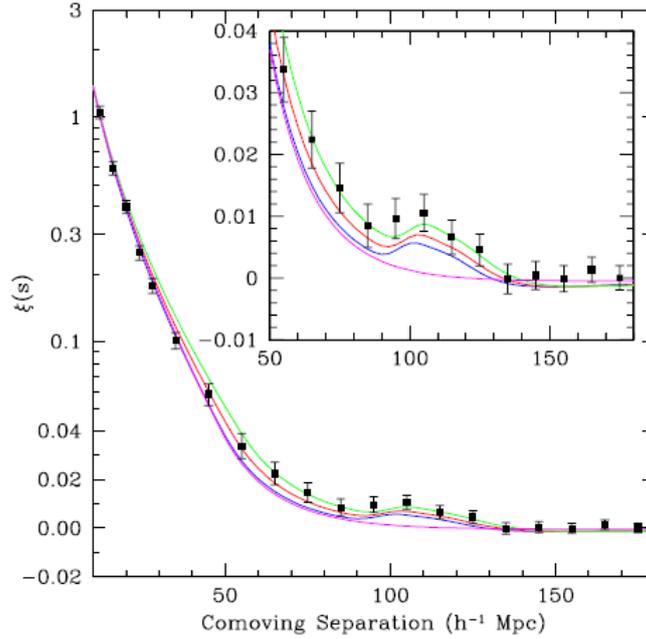


Figura 4.2: Função de correlação obtida pelo SDSS. As diferentes curvas correspondem aos modelos com $\Omega_m h^2 = 0,12$ (verde); $0,13$ (vermelho); $0,14$ (azul). A curva rosa corresponde ao modelo considerando somente matéria escura com $\Omega_m h^2 = 0,105$. **Fonte:** [57]

$$P(k) = \int \delta(\vec{x})\delta(\vec{y})e^{-\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{y})}d^3x d^3y. \quad (4.16)$$

Se usarmos a definição da função de correlação (4.12), encontraremos o espectro de potência:

$$P(k) = \int \xi(r)e^{-\vec{k}\cdot\vec{r}}d^3r, \quad (4.17)$$

como sendo a transformada de Fourier da função de correlação de dois pontos.

4.3 Observações

Considerando a figura 4.3, podemos determinar as dimensões de objetos em termos do tamanho angular θ e sua extensão radial em termos do redshift Δz . Essas duas quantidades dependem do tamanho comóvel da fonte, L_{\parallel} , referente ao segmento AB, e L_{\perp} , que corresponde ao segmento CD [58].

Então, o tamanho angular do objeto pode ser obtido usando a definição de distância de diâmetro angular (2.36)

$$L_{\perp} = (1+z)D_A(z)\Delta\theta. \quad (4.18)$$

Já o comprimento radial é determinado a partir da lei de Hubble (2.7)

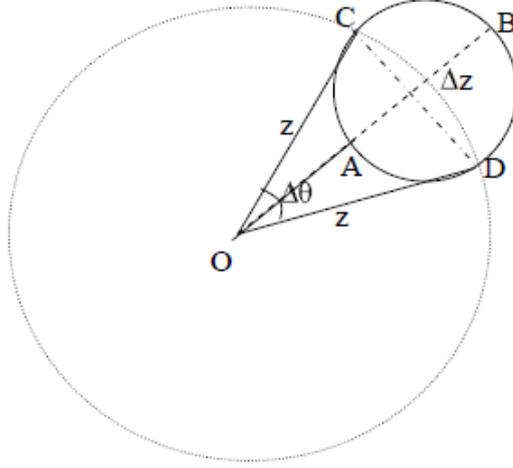


Figura 4.3: Casca esférica no espaço de redshift. **Fonte:** [59]

$$L_{\parallel} = \frac{c\Delta z}{H(z)}. \quad (4.19)$$

Se o objeto descrito for a casca de bárions impressa no Universo, teremos que:

$$L_{\perp} = r_{s\perp}, \quad L_{\parallel} = r_{s\parallel}, \quad (4.20)$$

e se a casca for esfericamente simétrica, $r_{s\parallel} = r_{s\perp} = r_s$. Então podemos definir [60]:

$$r_s = (1+z)D_A(z)\Delta\theta_{BAO}, \quad (4.21)$$

$$r_s = \frac{c\Delta z}{H(z)}. \quad (4.22)$$

As equações 4.21 e 4.22 correspondem aos modos puramente transversal (ou angular) e longitudinal (ou radial) da escala acústica, respectivamente. Porém, para a determinação do sinal puramente angular são necessárias medidas de redshift muito precisas. Já para a determinação do sinal puramente radial é necessário assumir um modelo comológico, devido a sua dependência do parâmetro de Hubble. Por esse motivo, podemos definir uma distância esférica média D_V , chamada de *escala de dilatação*, combinando a escala acústica comóvel nas duas componentes [57]

$$D_V = \left[(1+z)^2 D_A^2 \frac{c\Delta z}{H(z)} \right]^{1/3}. \quad (4.23)$$

A equação acima corresponde ao sinal acústico calibrado, o qual precisa de outras observações para conhecer o comprimento físico do horizonte acústico $r_s(z_{drag})$. Por esse motivo, é comum as medidas de OABs serem dadas em termos da razão

$D_V/r_s(z_{drag})$. Na tabela 4.1 mostramos as medições de OABs disponíveis na literatura. Temos que o parâmetro d_z representa a razão $D_V/r_s(z_{drag})$, o parâmetro r_d se refere a $r_s(z_{drag})$ e D_M corresponde a distância de diâmetro angular comóvel.

Para determinarmos $r_s(z_{drag})$ a partir da razão $D_V/r_s(z_{drag})$ é necessário assumir um modelo fiducial, que normalmente é o modelo Λ CDM. O modelo fiducial assume diferentes valores para os parâmetros cosmológicos e conseqüentemente o valor de $r_s(z_{drag})$ será diferente em cada caso [67]. Então, para contabilizar a dependência do modelo fiducial, utiliza-se o parâmetro α expresso por [68]

$$\alpha = \frac{D_V(z)}{D_V^{fid}(z)}, \quad (4.24)$$

onde α pode ser definido como um parâmetro para ajustar o pico acústico dos dados do espectro de potência em relação ao modelo fiducial utilizado. Na figura 4.4 estão representados os valores de α para os resultados da escala acústica mais recentes.

Recentemente, um grupo de pesquisadores [71] testaram a dependência das medidas de OABs em relação ao modelo fiducial. Eles investigaram os erros sistemáticos que aparecem ao assumir uma cosmologia fiducial para uma reconstrução e quando extraímos a escala da OABs através do ajuste do modelo. O resultado obtido foi que os desvios não são significativos para os parâmetros cosmológicos, exceto para a família de neutrinos.

Levantamento	z_{eff}	Parâmetro	Amostra de redshift	r_d^{fid} [Mpc]	Ref.
6dFGS	0,106	$d_z^{-1} = 0,3386 \pm 0,0150$	$0,00 < z < 0,24$	-	[61]
WiggleZ	0,440	$d_z = (1716 \pm 83)/r_d^{fid}$	$0,20 < z < 1,00$	148,60	[62]
WiggleZ	0,600	$d_z = (2221 \pm 101)/r_d^{fid}$	$0,20 < z < 1,00$	148,60	[62]
WiggleZ	0,730	$d_z = (2516 \pm 86)/r_d^{fid}$	$0,20 < z < 1,00$	148,60	[62]
SDSS-MGS	0,150	$d_z = (664 \pm 25)/r_d^{fid}$	$0,00 < z < 0,20$	148,69	[63]
BOSS-DR12	0,380	$D_M \frac{r_d^{fid}}{r_d} = (1512,39 \pm 24,99)$	$0,20 < z < 0,75$	147,78	[64]
BOSS-DR12	0,380	$D_M/r_d = (81,21 \pm 2,37)/r_d^{fid}$	$0,20 < z < 0,75$	147,78	[64]
BOSS-DR12	0,510	$D_M \frac{r_d^{fid}}{r_d} = (1975,22 \pm 30,10)$	$0,20 < z < 0,75$	147,78	[64]
BOSS-DR12	0,510	$D_M/r_d = (90,90 \pm 2,33)/r_d^{fid}$	$0,20 < z < 0,75$	147,78	[64]
BOSS-DR12	0,610	$D_M \frac{r_d^{fid}}{r_d} = (2306,68 \pm 37,08)$	$0,20 < z < 0,75$	147,78	[64]
BOSS-DR12	0,610	$D_M/r_d = (98,96 \pm 2,50)/r_d^{fid}$	$0,20 < z < 0,75$	147,78	[64]
BOSS-Ly α	2,400	$D_M/r_d = 36,60 \pm 1,20$	$2,00 \leq z \leq 3,50$	147,33	[65]
BOSS-Ly α	2,400	$D_M/r_d = 8,94 \pm 0,22$	$2,00 \leq z \leq 3,50$	147,33	[65]
eBOSS	1,520	$d_z = 26,47 \pm 1,23$	$0,80 < z < 2,20$	1478,78	[66]

Tabela 4.1: Medidas de OABs disponíveis na literatura.

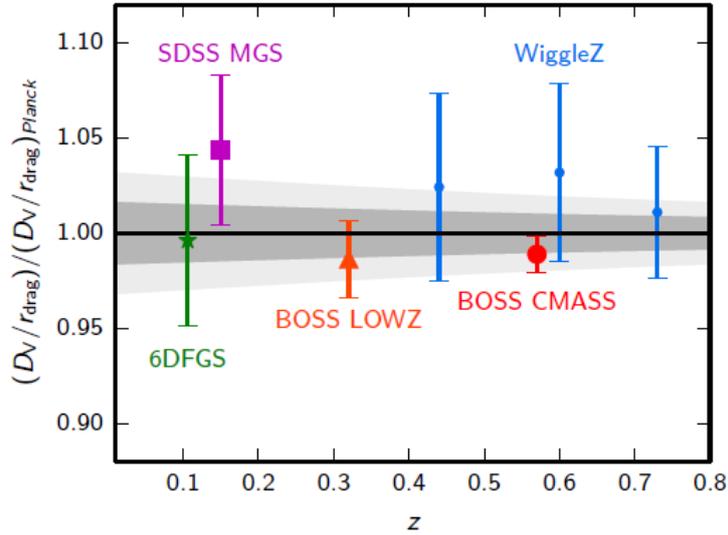


Figura 4.4: Relação de distância da escala acústica $D_V(z)/r_s(z_{drag})$ em comparação com o modelo fiducial Λ CDM dado pelo Planck. Os pontos são: a estrela verde 6dFGS [61]; o quadrado SDSS MGS [63]; o triângulo e o círculo vermelhos BOSS [69]; e o círculo azul WiggleZ [62]. **Fonte:** [70]

Capítulo 5

Escala Acústica em Baixos Redshifts

Como vimos na seção 4.1, a física das OABs deixou uma escala característica na distribuição de galáxias, o horizonte de acústico, que é a máxima distância percorrida pela onda acústica. Por ter ficado impressa no Universo, a escala acústica pode ser usada como uma régua padrão. Portanto, quando combinada com os dados obtidos da RCF, podemos utilizá-la para estimar os parâmetros cosmológicos [3–7].

Alguns trabalhos teóricos e numéricos [54, 72, 73] mostraram que há uma diferença de cerca de 0,6% entre a escala acústica inferida a partir dos dados da RCF e dados em baixos redshifts, devido ao crescimento não linear das estruturas e a evolução das perturbações após a época da dragagem. Contudo, um problema que deve ser considerado é o fato do valor inferido do horizonte de acústico $r_s(z_d)$ ter sido obtido a partir dos dados da RCF, que assume o modelo Λ CDM. Já as medidas em baixos redshifts são independentes de modelos, servindo assim para comparar com os resultados da RCF.

Neste capítulo, discutiremos sobre a determinação do r_d a partir de dados em baixo redshift sem assumir nenhuma cosmologia. Além disso, apresentaremos o estudo principal deste trabalho de dissertação, que consiste na inferência da escala acústica em baixo redshift independente de modelo cosmológico, onde utilizamos observações de supernovas do tipo Ia e medidas de OABs angular.

5.1 Escala Acústica Independente de Modelo

Como vimos no capítulo anterior, o horizonte de som (4.4) é degenerado com o parâmetro de Hubble, ou seja, r_s tem uma dependência de $H(z)$. Então, para determinarmos o comprimento acústico precisaríamos assumir uma cosmologia, podendo interferir no resultado final obtido. Desse modo, é importante a obtenção direta da

escala acústica sem assumir um modelo cosmológico.

A saída para se calcular a escala acústica sem adotar um modelo específico é a partir da medição do modo angular (4.21) em um redshift efetivo, visto que esse não depende de distâncias cosmológicas. Contudo, o grande problema está no fato que, para se fazer esse tipo de medição, é necessário um levantamento suficientemente grande em volume para separar os modos angular e transversal do comprimento acústico. Então, com a divulgação dos conjuntos de dados fornecidos pelos levantamentos *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) e *2-degree Field Galaxy Redshift Survey* (2dF) foi possível obter uma assinatura acústica robusta através do mapa de galáxias [57, 74–76].

Uma maneira de se fazer a separação dos modos é analisando o pico acústico através da função de correlação angular, usando o estimador proposto por Landy e Szalay [56] que vimos no capítulo anterior (4.2), dado pela relação

$$\omega(\theta) = \frac{DD(\theta) - 2DR(\theta) + RR(\theta)}{RR(\theta)}, \quad (5.1)$$

onde o valor de θ corresponde à separação angular. Desta forma pode-se calcular a separação angular θ entre os pares independente de modelo, fixando apenas o redshift.

Para cada intervalo de redshift, se constrói uma casca esférica, que não pode ser muito estreita, para conter um certo número significativo de galáxias e que, ao mesmo tempo, seja estreita o suficiente para evitar a contribuição do sinal acústico radial [77], como representado na figura 5.1. Basicamente, verifica-se se há algum excesso de probabilidade de encontrar pares de galáxias separados por uma escala angular θ . O sinal transversal da escala acústica se manifesta como um pequeno pico correspondente à escala angular θ .

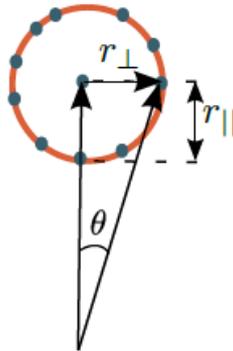


Figura 5.1: Figura ilustrativa dos modos da escala acústica numa casca de redshift. **Fonte:** [52]

Atualmente o melhor valor inferido para o horizonte de som foi $r_s(z_d) = 147,09 \pm 0,26$ Mpc para o redshift da dragagem $z_d \approx 1060$ dado pelo satélite Planck [8]. O $r_s(z_d)$ foi determinado a partir da temperatura da RCF, assumindo algu-

mas premissas do Universo primordial, como uma dependência das densidades de matéria, bárions e radiação. Podemos determinar o horizonte de som, reescrevendo o parâmetro de Hubble da equação 4.4 a partir da equação 2.26 [51],

$$r_s = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m H_0^2}} \frac{2c}{\sqrt{3z_{eq} R_{eq}}} \ln \left(\frac{\sqrt{1 + R_{rec}} + \sqrt{R_{rec} + R_{eq}}}{1 + \sqrt{R_{eq}}} \right), \quad (5.2)$$

onde se assume a energia escura para o redshift $z \sim 10^3$ como sendo desprezível e o parâmetro z_{eq} corresponde ao redshift da época do equilíbrio entre matéria e radiação. Os índices *rec* e *eq* se referem às eras da recombinação e do equilíbrio, respectivamente.

O satélite Planck assume o modelo Λ CDM com um espectro de potência como uma lei de potência. Os três primeiros picos da RCF determinam o valor de z_{eq} . Além disso, ω_m é obtido a partir da expressão:

$$1 + z_{eq} = \frac{\omega_m}{\omega_{rad}}, \quad (5.3)$$

onde a densidade de radiação é calibrado em função da densidade de fótons ω_γ e do número de espécies de neutrinos N_{eff} [10]

$$\omega_{rad} = \omega_\gamma \left[1 + \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{4/3} N_{eff} \right]. \quad (5.4)$$

A inferência do valor de $r_s(z_d)$ a partir do dados da RCF assume algumas premissas para a física do Universo $z > 1000$, incluindo [10]:

1. TRG padrão,
2. Componentes da radiação padrão (fótons mais três famílias de neutrinos),
3. História de recombinação padrão, incluindo uma variação insignificante nas constantes fundamentais,
4. Energia escura primordial desprezível,
5. Contribuição insignificante das flutuações de isocurvatura,
6. O espectro de potência primordial é uma função potência,
7. Densidades da matéria e escala de radiação como potências padrão do fator de escala; por exemplo, partículas desprezíveis de decomposição tardia em $z < 10^6$.

Qualquer erro nas premissas acima irá afetar diretamente o valor do r_s deduzido pela RCF. Possíveis violações das componentes de radiação (item 2) é discutido

por Eisenstein & White [78] e da energia escura por Linder & Robbers (2008) [79]. Zunckel et al (2011) [80] estudou os efeitos de flutuações da isocurvatura.

Sendo assim, se determinarmos o r_s a baixo redshift sem utilizarmos modelo cosmológico, podemos comparar com o valor do r_s na época da RCF. Caso esses valores não sejam compatíveis, isto pode ser evidência de uma nova física no Universo primordial.

5.2 Análise Estatística

No que segue, apresentaremos a análise estatística feita nesse trabalho de mestrado junto com os resultados encontrados. Como já foi mencionado, nosso objetivo é estimar o valor da escala acústica em baixo redshift sem fazer uso de modelo cosmológico. E como vimos, o modo puramente transversal do r_s (4.21) é pouco dependente de cosmologia. Então, sabendo o ângulo de abertura e a distância de diâmetro angular, podemos determinar a escala acústica. Para isso fizemos uso de um método que conecta medidas de supernova do tipo Ia com dados de OABs, sendo esse método abordado em outros trabalhos por Sutherland [10] e por Camarena & Marra [14].

5.2.1 Nova Parametrização

Como vimos na seção sobre distâncias astronômicas (2.4), as definições de distâncias na cosmologia não coincidem, exceto quando $z = 0$. Contudo, podemos relacionar a distância de luminosidade com a distância de diâmetro angular a partir da relação de dualidade de distâncias (RDD), dada por [32]

$$D_L(z) = (1 + z)^2 D_A(z), \quad (5.5)$$

sendo que para ser válida os fótons precisam se conservar e a gravidade ser descrita a partir de uma teoria métrica.

Com o intuito de calibrarmos os dados de supernovas com os de OABs sem fazer uso de modelo, exploramos a DDR como um método para construir distâncias. Propostas nessa mesma linha aqui aplicada foram apresentadas em outros trabalhos, Sutherland [10] e Camarena & Marra [14], onde é possível calcular a distância de luminosidade a partir de dados de supernovas do tipo Ia e relacionar com as medidas de OABs angular, utilizando a relação:

$$r_s = \frac{\theta_{BAO} D_L(z)}{(1 + z)}, \quad (5.6)$$

onde substituímos a distância de diâmetro angular na equação da escala acústica

angular (4.21), usando a RDD (2.37).

5.2.2 Cálculo da Escala Acústica

Na subseção anterior, vimos que podemos relacionar os dados de supernova do tipo Ia com as medidas de OABs angular a partir da calibração da distância de luminosidade com a distância de diâmetro angular utilizando a DDR. Assim, para determinarmos a escala acústica vamos calcular a D_L e relacionar com as medidas de OABs angular.

Na tabela 5.1 temos 12 ângulos de separação θ_{BAO} em diferentes intervalos de redshift. Esses ângulos foram obtidos de maneira independente a partir da função de correlação angular, dado pela equação 5.1.

Intervalos de redshift	\bar{z}	$\theta_{BAO}(z)[^\circ]$	σ_{BAO}	Referência
[0,440-0,460]	0,45	4,77	0,17	[81]
[0,465-0,475]	0,47	5,02	0,25	[81]
[0,480-0,500]	0,49	4,99	0,21	[81]
[0,505-0,515]	0,51	4,81	0,17	[81]
[0,525-0,535]	0,53	4,29	0,30	[81]
[0,545-0,555]	0,55	4,25	0,25	[81]
[0,565-0,575]	0,57	4,59	0,36	[82]
[0,585-0,595]	0,59	4,39	0,33	[82]
[0,605-0,615]	0,61	3,85	0,31	[82]
[0,625-0,635]	0,63	3,90	0,43	[82]
[0,640-0,660]	0,65	3,55	0,16	[82]
[2,200-2,250]	2,225	1,77	0,31	[83]

Tabela 5.1: Medidas de OABs da separação angular de pares de galáxias.

Para calcularmos a distância de luminosidade, podemos usar a relação [18]:

$$\mu = 5 \log \left[\frac{D_L(z)}{1Mpc} \right] + 25, \quad (5.7)$$

onde o módulo de distância μ é dado por

$$\mu = m_B - M_B, \quad (5.8)$$

sendo m_B é a magnitude aparente das supernovas e M_B a magnitude absoluta delas.

Como já mencionamos no capítulo 2, as supernovas do tipo Ia são velas padronizáveis [28], isso significa que após o processo de padronização, é esperado que a magnitude absoluta das supernovas seja constante em qualquer redshift, sendo a magnitude absoluta calibrada em termos da constante de Hubble H_0 . Como queremos calcular o r_s de maneira independente de modelo, calibramos a M_B em termos da constante de Hubble obtida por Riess (2019) $H_0^{SHOES} = 74.03 \pm 1.42 \text{ km}$

$s^{-1}Mpc^{-1}$ [16], visto que foi determinado sem modelo utilizando cefeidas na Grande Nuvem de Magalhães.

Para isso, vamos substituir a distância de luminosidade dada pela equação 2.34 na equação 5.7, obtendo assim a expressão:

$$M_B = 5 \log [cH_0^{-1}] + f, \quad (5.9)$$

sendo f um termo constante.

Sabendo que a magnitude absoluta considerando o modelo Λ CDM vale $M_B^{\Lambda CDM} = -19.25$ mag, que foi calibrada utilizando $H_0^{\Lambda CDM} = 73,3 \pm 1,8$ $Kms^{-1}Mpc^{-1}$, encontramos

$$M_B = -19,23 \pm 0,01 \text{ mag.} \quad (5.10)$$

Agora que já determinamos a magnitude absoluta, podemos calcular a distância de luminosidade. Para isso utilizamos o catálogo de SNIa do Pantheon [84], que fornece medidas de redshift, magnitude aparente e a incerteza associada a magnitude aparente σ_{m_B} para cada supernova. Contudo, antes do cálculo do D_L , precisamos selecionar as supernovas que iremos utilizar. Como queremos combinar a distância de luminosidade com as medidas de OABs angular, precisamos considerar as D_L nos mesmos intervalos de redshift dos ângulos de separação apresentados na tabela 5.1. Nos intervalos $[0, 565 - 0, 575]$ e $[2, 200 - 2, 250]$ não há supernovas no catálogo do Pantheon, então excluimos esses pontos da análise.

Para calcularmos as D_L para as SNIa, reescrevemos a expressão 5.7 em termos da distância de luminosidade

$$D_L = 10^{[(m_B + 19.23) - 25]/5}. \quad (5.11)$$

Com isso, em cada intervalo de redshift temos uma média de cinco D_L . Logo, com o objetivo de encontrar D_L no redshift efetivo referente aos ângulos de separação, calculamos a média aritmética das distâncias de luminosidade para cada intervalo (tabela 5.2).

Para estimarmos a incerteza associada as médias de distância de luminosidade, tivemos que fazer propagações de erros [85], visto que nas médias de distância luminosidade temos duas fontes de erros. A primeira fonte de erro está relacionada a magnitude aparente das supernovas, pois D_L é uma função de m_B . Podemos calcular a incerteza da distância de luminosidade devido à magnitude aparente a partir da relação:

$$\sigma_{D_L} = \frac{\ln(10)}{5} D_L \sigma_{m_B}. \quad (5.12)$$

Já a segunda fonte de erro está relacionada com a média de distância luminosidade calculada em cada intervalo. Então precisamos considerar o desvio padrão δ de cada média.

Associando então essas duas fontes de erros, a incerteza para cada média \bar{D}_L será dada por:

$$\Sigma^2 = \sigma^2 + \delta^2. \quad (5.13)$$

n	\bar{z}	\bar{D}_L (Mpc)	Σ (Mpc)
10	0,45	2321,39	224,82
7	0,47	2625,51	299,30
6	0,49	2600,92	209,75
9	0,51	2773,40	243,68
4	0,53	2717,56	199,34
5	0,55	2980,09	284,34
3	0,59	3329,01	282,68
5	0,61	3578,12	325,00
6	0,63	3371,13	338,10
4	0,65	3681,43	303,04

Tabela 5.2: Média das distâncias de luminosidade.

Na tabela 5.2, temos os resultados das médias de distância de luminosidade que calculamos nos diferentes intervalos de redshift, sendo n o número de supernovas em cada intervalo. Com esses resultados, podemos calcular a escala acústica substituindo os \bar{D}_L e os ângulos de separação na expressão 5.6, lembrando que é necessário converter os ângulos de graus para radiano. Encontramos assim um total de 10 valores para a escala acústica nos redshifts efetivos. Já para a incerteza associada a essas médias da escala acústica, propagamos o erro da distância de luminosidade e do θ_{BAO} utilizando a relação

$$\sigma_{r_s} = \sqrt{\left(\frac{\partial r_s}{\partial D_L}\right)^2 \Sigma^2 + \left(\frac{\partial r_s}{\partial \theta_{BAO}}\right)^2 \sigma_{\theta_{BAO}}^2}. \quad (5.14)$$

No final, obtivemos um valor médio para a escala acústica num redshift médio. Para isso, calculamos a média aritmética dos dez valores de r_s que encontramos e a média dos redshifts efetivos da tabela 5.2. Quanto a incerteza associada a essa estimativa, calculamos a média quadrática das incertezas de σ_{r_s} , utilizando a relação

$$\delta_{r_s} = \sqrt{N^{-1} \sum_i \sigma_{r_s}^2}. \quad (5.15)$$

5.2.3 Resultados e Discussões

Os resultados encontrados para a escala acústica usando o método da RDD descrito anteriormente, dada pela equação 5.6, são apresentados na tabela 5.3 e ilustrados na figura 5.2 junto com a incerteza associada a cada medida, sendo r_d o valor da escala acústica a partir de dados em baixos redshifts que estimamos. Note que as incertezas apresentaram um valor elevado. Isso ocorre devido à contribuição do desvio padrão, considerado ao calcular a incerteza associada a distância de luminosidade.

\bar{z}	r_d (Mpc)	σ_{r_d} (Mpc)
0,45	133,37	13,76
0,47	156,35	19,45
0,49	151,81	13,81
0,51	154,26	14,61
0,53	133,02	13,48
0,55	142,61	15,99
0,59	160,49	18,20
0,61	149,53	18,01
0,63	141,14	21,01
0,65	138,21	12,97

Tabela 5.3: Escala acústica estimada por dados em diferentes redshifts.

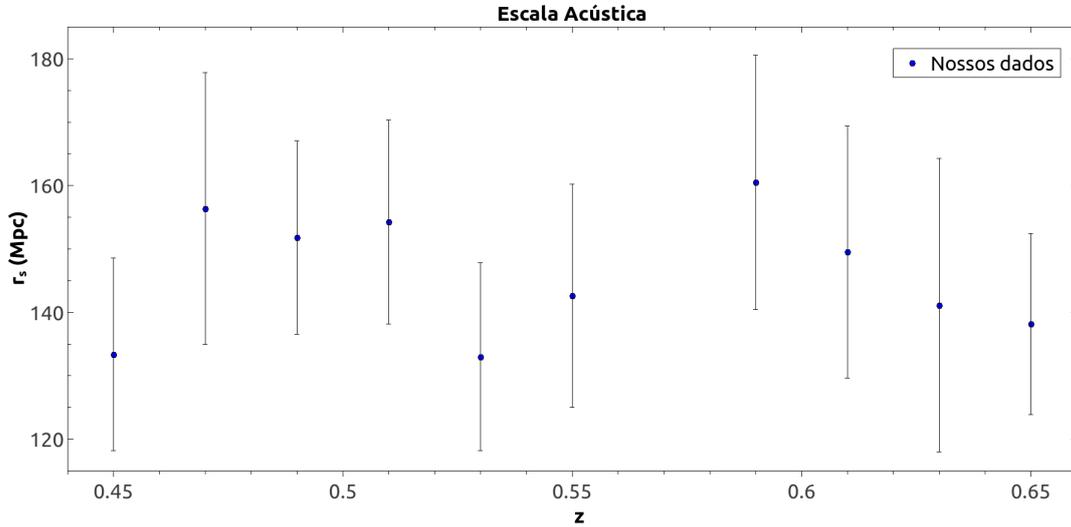


Figura 5.2: Resultados encontrados para a escala acústica a partir de dados em baixos redshift. As barras de erros correspondem aos valores das incertezas encontradas.

Ao calcularmos a média aritmética dos valores da escala acústica da tabela 5.3, encontramos como resultado uma escala acústica $\bar{r}_d = 146,08 \pm 16,03$ Mpc no Universo local com um redshift médio igual a $\bar{z} = 0,54$.

Com isso, após determinarmos o valor para a escala acústica no Universo local, podemos compará-la com o resultado inferido pelo Planck na era da RCF, avaliado assim a tensão entre os dois valores. Para isso vamos testar a compatibilidade entre as duas medias usando a expressão

$$\tau = \frac{|\bar{r}_d - r_s(z_{drag})|}{\sigma}, \quad (5.16)$$

onde

$$\sigma = \sqrt{\delta_{r_d}^2 + \sigma_s^2(z_{drag})}. \quad (5.17)$$

Após testarmos a compatibilidade, encontramos como resultado uma diferença menor que $0,06\sigma$ entre o valor que estimamos para a escala acústica a partir de dados em baixos redshifts e o valor do horizonte sonoro inferido pela Colaboração Planck 2018. Assim, não encontramos evidências de que as premissas mostradas na seção anterior, apresentadas no trabalho de Sutherland [10], foram violadas. Um aspecto que precisamos ressaltar é que a compatibilidade entre as duas medidas pode estar relacionada à grande incerteza associada ao valor do r_d da nossa estimativa. Essa incerteza pode ser reduzida com novos conjuntos de dados provenientes da próxima geração de levantamentos astronômicos como, por exemplo, o *Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey* (JPAS) [86].

Capítulo 6

Conclusões

As oscilações acústicas bariônicas estão relacionadas as perturbações no fluido fóton-bárion durante o Universo primordial. A competição entre a pressão de radiação dos fótons e a força gravitacional exercida pelos poços de matéria escura levou o fluido a oscilar como uma onda acústica. Quando os fótons desacoplam, o fluido perde o gerador das perturbações e as oscilações congelam, deixando assim uma escala característica chamada de horizonte acústico. Essa escala está relacionada a máxima distância percorrida pela onda acústica. Por estar impresso na distribuição de galáxias do Universo, é considerada a régua padrão mais bem conhecida [10]. Além disso, quando combinado com valores da RCF, esta pode ser utilizada para estimar parâmetros cosmológicos.

Esse trabalho de dissertação teve como objetivo a determinação da escala acústica em baixos redshifts independente de modelo cosmológico, onde se espera uma diferença de $\sim 0,6\%$ para o valor do horizonte acústico determinado na era da RCF, devido ao crescimento não linear das estruturas. O valor de $r_s(z_d)$ inferido em $z > 1000$ é calibrado assumindo modelo cosmológico, Λ CDM, tornando essa estimativa válida apenas no contexto dessa cosmologia. Por esse motivo, é de grande interesse a comparação do valor da escala acústica em baixos redshifts independente de modelo cosmológico com o valor do horizonte acústico determinado na era da RCF. A compatibilidade entre os dois valores é um importante teste para a física assumida no Universo primordial.

Para o cálculo da escala acústica, utilizamos medidas do modo angular, que relaciona o r_s com o ângulo de abertura e a distância de diâmetro angular. Esse novo método consiste na comparação direta entre a distância de luminosidade com a distância de diâmetro angular utilizando a relação de dualidade cósmica, que é válida se os fótons se conservam e se a métrica é descrita por uma geometria. Com esse método, fomos capazes de combinar dados de supernova com medidas de OABs.

Primeiro calibramos a magnitude absoluta das supernovas, visto que essa é degenerada com a constante de Hubble. Posteriormente, utilizamos o $H_0^{SHOES} =$

$74.03 \pm 1.42 \text{ Kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ [16], que foi obtido independente de modelo cosmológico, e encontramos o valor $M_B = -19,23 \pm 0,01 \text{ mag}$.

Utilizando o catálogo do Pantheon [84], determinamos a distância luminosidade, utilizando a magnitude aparente que encontramos. Binamos D_L em 10 bins com intervalos de redshift iguais aos dos ângulo das OABs. Com o método citado, encontramos D_L e relacionamos com os dados de OABs angular, obtendo dez pontos de r_s em diferentes redshifts.

Como resultado, estimamos um valor médio para a escala acústica a partir de dados em baixos redshifts, ou seja, $\bar{r}_d = 146,08 \pm 16,03 \text{ Mpc}$ em $\bar{z} = 0,54$, enquanto que o valor do horizonte de som do Planck (2018) [8] vale $r_s(z_d) = 147,09 \pm 0,23 \text{ Mpc}$ para $z_d \approx 1060$. Testando a compatibilidade entre os valores, encontramos uma diferença menor que $0,06\sigma$. Com isso, ao compararmos o r_s estimado no Universo local com o valor inferido no Universo primordial, verificamos que esse não sofre alterações.

Finalmente, é importante mencionar que essa compatibilidade entre os valores também pode estar associada a grande incerteza relacionada à escala acústica estimada. Uma forma de diminuir esse erro será com os novos conjuntos de dados mais precisos das novas gerações de levantamentos, como *Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey* (JPAS) [86], *Dark Energy Spectroscopic Instrument* (DESI) [87] e *Euclid* [88].

Referências Bibliográficas

- [1] Philip JE Peebles and JT Yu. Primeval adiabatic perturbation in an expanding universe. *The Astrophysical Journal*, 162:815, 1970.
- [2] Rashid A Sunyaev and Ya B Zeldovich. Small-scale fluctuations of relic radiation. *Astrophysics and Space Science*, 7(1):3–19, 1970.
- [3] David H. Weinberg, Michael J. Mortonson, Daniel J. Eisenstein, Christopher Hirata, Adam G. Riess, and Eduardo Rozo. Observational probes of cosmic acceleration. *Physics Reports*, 530(2):87–255, Sep 2013.
- [4] Chris Blake and Karl Glazebrook. Probing dark energy using baryonic oscillations in the galaxy power spectrum as a cosmological ruler. *The Astrophysical Journal*, 594(2):665, 2003.
- [5] Hee-Jong Seo and Daniel J Eisenstein. Probing dark energy with baryonic acoustic oscillations from future large galaxy redshift surveys. *The Astrophysical Journal*, 598(2):720, 2003.
- [6] Éric Aubourg, Stephen Bailey, Julian E Bautista, Florian Beutler, Vaishali Bhardwaj, Dmitry Bizyaev, Michael Blanton, Michael Blomqvist, Adam S Bolton, Jo Bovy, et al. Cosmological implications of baryon acoustic oscillation measurements. *Physical Review D*, 92(12):123516, 2015.
- [7] Yun Wang and Pia Mukherjee. Observational constraints on dark energy and cosmic curvature. *Physical Review D*, 76(10):103533, 2007.
- [8] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters, 2018.
- [9] Daniel J. Eisenstein and Wayne Hu. Baryonic features in the matter transfer function. *The Astrophysical Journal*, 496(2):605–614, Apr 1998.
- [10] Will Sutherland. On measuring the absolute scale of baryon acoustic oscillations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 426(2):1280–1290, Oct 2012.

- [11] Nikki Arendse, Adriano Agnello, and Radosław J. Wojtak. Low-redshift measurement of the sound horizon through gravitational time-delays. *Astronomy Astrophysics*, 632:A91, Dec 2019.
- [12] Radosław Wojtak and Adriano Agnello. The hubble–lemaître constant and sound horizon from low-redshift probes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 486(4):5046–5051, May 2019.
- [13] Licia Verde, José Luis Bernal, Alan F. Heavens, and Raul Jimenez. The length of the low-redshift standard ruler. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, page stx116, Jan 2017.
- [14] David Camarena and Valerio Marra. A new method to build the (inverse) distance ladder. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Apr 2020.
- [15] Alan Heavens, Raul Jimenez, and Licia Verde. Standard rulers, candles, and clocks from the low-redshift universe. *Physical Review Letters*, 113(24), Dec 2014.
- [16] Adam G. Riess, Stefano Casertano, Wenlong Yuan, Lucas M. Macri, and Dan Scolnic. Large magellanic cloud cepheid standards provide a 1the determination of the hubble constant and stronger evidence for physics beyond Λ cdm. *The Astrophysical Journal*, 876(1):85, May 2019.
- [17] Steven Weinberg. Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity. 1972.
- [18] Steven Weinberg et al. *Cosmology*. Oxford university press, 2008.
- [19] Gastao Bierrenbach Lima Neto. *Astronomia extragaláctica*. 2018.
- [20] Lev Davidovich Landau. *The classical theory of fields*, volume 2. Elsevier, 2013.
- [21] Daniel Baumann. Cosmology, part iii mathematical tripos. *University lecture notes*, 56, 2014.
- [22] Géophysique G Lemaître. Université catholique de louvain. *Louvain-la-Neuve, Belgium*.
- [23] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the national academy of sciences*, 15(3):168–173, 1929.

- [24] Albert Einstein. Die Feldgleichungen der Gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pages 844–847, January 1915.
- [25] Sean M Carroll. *Spacetime and geometry*. Cambridge University Press, 2019.
- [26] Luca Amendola and Shinji Tsujikawa. *Dark energy: theory and observations*. Cambridge University Press, 2010.
- [27] NR Tanvir. Cepheid standard candles. *arXiv preprint astro-ph/9812356*, 1998.
- [28] David Branch and Douglas L. Miller. Type IA Supernovae as Standard Candles. *Astronomical Journal*, 405:L5, March 1993.
- [29] J. J. Condon and A. M. Matthews. Λ CDM cosmology for astronomers. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 130(989):073001, Jun 2018.
- [30] Oleg Yu Tsupko, Zuhui Fan, and Gennady S Bisnovatyi-Kogan. Black hole shadow as a standard ruler in cosmology. *Classical and Quantum Gravity*, 37(6):065016, Feb 2020.
- [31] Antonio J Cuesta, Licia Verde, Adam Riess, and Raul Jimenez. Calibrating the cosmic distance scale ladder: the role of the sound-horizon scale and the local expansion rate as distance anchors. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 448(4):3463–3471, 2015.
- [32] I. M. H. Etherington. On the Definition of Distance in General Relativity. *Philosophical Magazine*, 15(18):761, January 1933.
- [33] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, and et al. Measurements of Ω_M and Ω_Λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2):565–586, Jun 1999.
- [34] Adam G. Riess, Alexei V. Filippenko, Peter Challis, Alejandro Clocchiatti, Alan Diercks, Peter M. Garnavich, Ron L. Gilliland, Craig J. Hogan, Saurabh Jha, Robert P. Kirshner, and et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3):1009–1038, Sep 1998.
- [35] Fritz Zwicky. The redshift of extragalactic nebulae. *Helv. Phys. Acta*, 6(110):138, 1933.
- [36] Alain Haraux. About dark matter and gravitation. 2020.

- [37] Laura Baudis. Direct dark matter detection: the next decade. *Physics of the Dark Universe*, 1(1-2):94–108, 2012.
- [38] Vera C Rubin, W Kent Ford Jr, and Norbert Thonnard. Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605/ $r= 4\text{kpc}$ /to ugc 2885/ $r= 122\text{ kpc}$. *The Astrophysical Journal*, 238:471–487, 1980.
- [39] Arno A Penzias and Robert Woodrow Wilson. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *The Astrophysical Journal*, 142:419–421, 1965.
- [40] CL Bennett, AJ Banday, KM Gorski, G Hinshaw, P Jackson, P Keegstra, A Kogut, George F Smoot, DT Wilkinson, and EL Wright. Four-year cobe* dmr cosmic microwave background observations: maps and basic results. *The Astrophysical Journal Letters*, 464(1):L1, 1996.
- [41] Gary Hinshaw, D Larson, Eiichiro Komatsu, David N Spergel, CLaa Bennett, Joanna Dunkley, MR Nolta, M Halpern, RS Hill, N Odegard, et al. Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: cosmological parameter results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(2):19, 2013.
- [42] D. J. Fixsen. The temperature of the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*, 707(2):916–920, Nov 2009.
- [43] J. C. et al. Mather. A Preliminary Measurement of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) Satellite. , 354:L37, May 1990.
- [44] PJE Peebles and David T Wilkinson. Comment on the anisotropy of the primeval fireball. *Physical Review*, 174(5):2168, 1968.
- [45] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. I. R. Alves, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, H. Aussel, and et al. Planck2013 results. i. overview of products and scientific results. *Astronomy Astrophysics*, 571:A1, Oct 2014.
- [46] David H Lyth and Andrew R Liddle. *The primordial density perturbation: Cosmology, inflation and the origin of structure*. Cambridge University Press, 2009.
- [47] David Tong. University of cambridge part ii mathematical tripos. 2019.

- [48] James Hopwood Jeans. I. the stability of a spherical nebula. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 199(312-320):1–53, 1902.
- [49] Viatcheslav Mukhanov. *Physical foundations of cosmology*. Cambridge university press, 2005.
- [50] Oliver Piattella. Lecture notes in cosmology. Technical report, Springer, 2018.
- [51] Scott Dodelson and Fabian Schmidt. *Modern cosmology*. Academic press, 2020.
- [52] Gabriela Carvalho. *Vinculos Cosmológicos através da Estrutura em Grande Escala*. PhD thesis, 2015.
- [53] Wayne Hu and Naoshi Sugiyama. Small-scale cosmological perturbations: An analytic approach. *The Astrophysical Journal*, 471(2):542–570, Nov 1996.
- [54] Daniel J. Eisenstein, Hee-Jong Seo, and Martin White. On the robustness of the acoustic scale in the low-redshift clustering of matter. *The Astrophysical Journal*, 664(2):660–674, Aug 2007.
- [55] Bruce A. Bassett and Renée Hlozek. Baryon acoustic oscillations, 2009.
- [56] Stephen D. Landy and Alexander S. Szalay. Bias and Variance of Angular Correlation Functions. , 412:64, July 1993.
- [57] Daniel J. Eisenstein, Idit Zehavi, David W. Hogg, Roman Scoccimarro, Michael R. Blanton, Robert C. Nichol, Ryan Scranton, Hee-Jong Seo, Max Tegmark, Zheng Zheng, and et al. Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of sdss luminous red galaxies. *The Astrophysical Journal*, 633(2):560–574, Nov 2005.
- [58] Francesca Lepori, Enea Di Dio, Matteo Viel, Carlo Baccigalupi, and Ruth Durrer. The alcock paczyński test with baryon acoustic oscillations: systematic effects for future surveys. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2017(02):020–020, Feb 2017.
- [59] S Nesseris and L Perivolaropoulos. Crossing the phantom divide: theoretical implications and observational status. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2007(01):018–018, Jan 2007.
- [60] Hee-Jong Seo and Daniel J. Eisenstein. Probing Dark Energy with Baryonic Acoustic Oscillations from Future Large Galaxy Redshift Surveys. , 598(2):720–740, December 2003.

- [61] Florian Beutler, Chris Blake, Matthew Colless, D. Heath Jones, Lister Staveley-Smith, Lachlan Campbell, Quentin Parker, Will Saunders, and Fred Watson. The 6df galaxy survey: baryon acoustic oscillations and the local hubble constant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 416(4):3017–3032, Jul 2011.
- [62] Eyal A. Kazin, Jun Koda, Chris Blake, Nikhil Padmanabhan, Sarah Brough, Matthew Colless, Carlos Contreras, Warrick Couch, Scott Croom, Darren J. Croton, and et al. The wigglez dark energy survey: improved distance measurements to $z = 1$ with reconstruction of the baryonic acoustic feature. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 441(4):3524–3542, May 2014.
- [63] Ashley J. Ross, Lado Samushia, Cullan Howlett, Will J. Percival, Angela Burden, and Marc Manera. The clustering of the sdss dr7 main galaxy sample – i. a 4 per cent distance measure at $z = 0.15$. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 449(1):835–847, Mar 2015.
- [64] Shadab Alam and et al. The clustering of galaxies in the completed sdss-iii baryon oscillation spectroscopic survey: cosmological analysis of the dr12 galaxy sample. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 470(3):2617–2652, Mar 2017.
- [65] Héliion du Mas des Bourboux and et al. Baryon acoustic oscillations from the complete sdss-iii ly-quasar cross-correlation function at $z = 2.4$. *Astrophysics*, 608:A130, Dec 2017.
- [66] Jiamin Hou and et al. The clustering of the sdss-iv extended baryon oscillation spectroscopic survey dr14 quasar sample: anisotropic clustering analysis in configuration space. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 480(2):2521–2534, 2018.
- [67] Antonella Cid, Beethoven Santos, Cassio Pigozzo, Tassia Ferreira, and Jailson Alcaniz. Bayesian comparison of interacting scenarios. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(03):030–030, Mar 2019.
- [68] Yuting Wang and et al. The clustering of galaxies in the completed sdss-iii baryon oscillation spectroscopic survey: a tomographic analysis of structure growth and expansion rate from anisotropic galaxy clustering. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 481(3):3160–3166, 2018.

- [69] Lauren Anderson, Éric Aubourg, Stephen Bailey, Florian Beutler, Vaishali Bhardwaj, Michael Blanton, Adam S. Bolton, J. Brinkmann, Joel R. Brownstein, Angela Burden, and et al. The clustering of galaxies in the sdss-iii baryon oscillation spectroscopic survey: baryon acoustic oscillations in the data releases 10 and 11 galaxy samples. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 441(1):24–62, Apr 2014.
- [70] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, R. B. Barreiro, J. G. Bartlett, and et al. Planck2015 results. *Astronomy Astrophysics*, 594:A13, Sep 2016.
- [71] Paul Carter and et al. The impact of the fiducial cosmology assumption on baryon distance scale measurements. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 494(2):2076–2089, Mar 2020.
- [72] Hee-Jong Seo, Jonathan Eckel, Daniel J. Eisenstein, Kushal Mehta, Marc Metchnik, Nikhil Padmanabhan, Phillip Pinto, Ryuichi Takahashi, Martin White, and Xiaoying Xu. High-precision predictions for the acoustic scale in the nonlinear regime. *The Astrophysical Journal*, 720(2):1650–1667, Aug 2010.
- [73] Hee-Jong Seo, Ethan R. Siegel, Daniel J. Eisenstein, and Martin White. Nonlinear structure formation and the acoustic scale. *The Astrophysical Journal*, 686(1):13–24, Oct 2008.
- [74] Shaun Cole, Will J. Percival, John A. Peacock, Peder Norberg, Carlton M. Baugh, Carlos S. Frenk, Ivan Baldry, Joss Bland-Hawthorn, Terry Bridges, Russell Cannon, and et al. The 2df galaxy redshift survey: power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 362(2):505–534, Sep 2005.
- [75] Max Tegmark, Daniel J. Eisenstein, Michael A. Strauss, David H. Weinberg, Michael R. Blanton, Joshua A. Frieman, Masataka Fukugita, James E. Gunn, Andrew J. S. Hamilton, Gillian R. Knapp, and et al. Cosmological constraints from the sdss luminous red galaxies. *Physical Review D*, 74(12), Dec 2006.
- [76] Will J. Percival, Robert C. Nichol, Daniel J. Eisenstein, David H. Weinberg, Masataka Fukugita, Adrian C. Pope, Donald P. Schneider, Alex S. Szalay, Michael S. Vogeley, Idit Zehavi, and et al. Measuring the matter density using baryon oscillations in the sdss. *The Astrophysical Journal*, 657(1):51–55, Mar 2007.

- [77] E. Sánchez, A. Carnero, J. García-Bellido, E. Gaztañaga, F. de Simoni, M. Crocce, A. Cabré, P. Fosalba, and D. Alonso. Tracing the sound horizon scale with photometric redshift surveys. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 411(1):277–288, Oct 2010.
- [78] Daniel Eisenstein and Martin White. Theoretical uncertainty in baryon oscillations. *Physical Review D*, 70(10), Nov 2004.
- [79] FY Wang. Current constraints on early dark energy and growth index using latest observations. *Astronomy & Astrophysics*, 543:A91, 2012.
- [80] C. Zunckel, P. Okouma, S. Muya Kasanda, K. Moodley, and B.A. Bassett. Fundamental uncertainty in the bao scale from isocurvature modes. *Physics Letters B*, 696(5):433–437, Feb 2011.
- [81] G.C. Carvalho, A. Bernui, M. Benetti, J.C. Carvalho, and J.S. Alcaniz. Baryon acoustic oscillations from the sdss dr10 galaxies angular correlation function. *Physical Review D*, 93(2), Jan 2016.
- [82] G. C. Carvalho, A. Bernui, M. Benetti, J. C. Carvalho, E. de Carvalho, and J. S. Alcaniz. Measuring the transverse baryonic acoustic scale from the sdss dr11 galaxies, 2017.
- [83] E. de Carvalho, A. Bernui, G.C. Carvalho, C.P. Novaes, and H.S. Xavier. Angular baryon acoustic oscillation measure at $z=2.225$ from the sdss quasar survey. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(04):064–064, Apr 2018.
- [84] D. M. Scolnic, D. O. Jones, A. Rest, Y. C. Pan, R. Chornock, R. J. Foley, M. E. Huber, R. Kessler, G. Narayan, A. G. Riess, and et al. The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed sne ia from pan-starrs1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample. *The Astrophysical Journal*, 859(2):101, May 2018.
- [85] Alberto Santoro, V Oguri, JR Mahon, et al. Estimativas e erros em experimentos de física. *Coleção Comenius, Editora da UERJ*, 2008.
- [86] N. Benitez et al. J-pas: The javalambre-physics of the accelerated universe astrophysical survey, 2014.
- [87] Daniel Eisenstein, DESI Collaboration, et al. The dark energy spectroscopic instrument (desi): Science from the desi survey. *AAS*, 225:336–05, 2015.
- [88] Y Mellier. Euclid: Mapping the geometry of the dark universe. *sngi*, page 3, 2012.