



Observatório
Nacional

TESE DE DOUTORADO

INVESTIGANDO A HOMOGENEIDADE CÓSMICA NO UNIVERSO LOCAL

BRUNO LEAL DIAS

RIO DE JANEIRO

2024

Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações

Observatório Nacional

Programa de Pós-Graduação

Tese de Doutorado

INVESTIGANDO A HOMOGENEIDADE CÓSMICA NO UNIVERSO LOCAL

por

Bruno Leal Dias

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-graduação em Astronomia do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Doutor em Astronomia.

Orientador: Dr. Armando Bernui

Rio de Janeiro, RJ – Brasil

Fevereiro de 2024

L837

Leal Dias, Bruno

Investigando a Homogeneidade cósmica no Universo Local
[Rio de Janeiro] 2024.

xxiv, 75 p. 29,7 cm: graf. il. tab.

Tese (doutorado) - Observatório Nacional - Rio de Janeiro,
2024.

1. Escala de distância. 2. Estrutura de larga escala do
universo. 3. cosmologia: observações. 4. homogeneidade
cósmica. 5. escala de transição para a homogeneidade. I.
Observatório Nacional. II. Título.

CDU 000.000.000

“INVESTIGANDO A HOMOGENEIDADE CÓSMICA NO UNIVERSO LOCAL”

BRUNO LEAL DIAS

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ASTRONOMIA.

Aprovada por:

Dr. Armando Bernui – Observatório Nacional
(Orientador)

Dr. Clécio Roque De Bom – CBPF

Dr. José Abdalla Helayël-Neto – CBPF

Dr. Ribamar Rondon de Rezende dos Reis – UFRJ

Dr. Wiliam Santiago Hipolito Ricaldi – UFES

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

20 DE FEVEREIRO DE 2024

DIVISÃO DE PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

Ata de Defesa

Doutorado em Astronomia. Processo 966/2021. Candidato **Bruno Leal Dias**. No vigésimo dia do mês de fevereiro do ano de dois mil e vinte quatro, às 10h, na modalidade remota. Integraram a Banca Examinadora os Doutores Armando Bartolome Bernui Leo – (ON), orientador do candidato e presidente da banca; Clécio Roque De Bom – (CBPF), Ribamar Rondon de Rezende dos Reis - (UFRJ), José Abdalla Helayël-Neto – (CBPF) e Wiliam Hipólito Ricaldi – (UFES), os quais foram indicados pela Comissão de Pós-Graduação em Astronomia. O Presidente iniciou a sessão pública, tendo o candidato explanado a respeito do seu trabalho intitulado “**INVESTIGANDO A HOMOGENEIDADE CÓSMICA NO UNIVERSO LOCAL**”, sobre o qual foi sucessivamente arguido pelos membros da Banca. Após a arguição o Presidente suspendeu a sessão pública para que em sessão secreta a Banca expressasse o seu julgamento sobre o trabalho, o qual foi considerado **APROVADO**. O Presidente reabriu os trabalhos da sessão pública anunciando a decisão da Banca Examinadora. Eu, Giane do Carmo Boldrim, lavrei o presente termo que assino juntamente com os membros da Banca e o candidato.

Rio de Janeiro, 20 de fevereiro de 2024.

a) _____
Armando Bartolome Bernui Leo

b) _____
Wiliam Hipólito Ricaldi

c) _____
Clécio Roque De Bom

d) _____
Ribamar Rondon de Rezende dos Reis

e) _____
José Abdalla Helayël-Neto

f) _____
Bruno Leal Dias

g) _____
Giane do Carmo Boldrim

Bruno Leal Dias - Ata.pdf

Documento número #48f2f631-1131-41fe-bc77-53e5a116b020

Hash do documento original (SHA256): a348a5511a0fb17ecba1572c659a5bf553d6c93fce4e7da2246e6de2f9a9e81f

Assinaturas

-  **CLECIO ROQUE DE BOM**
CPF: 116.798.197-98
Assinou em 22 fev 2024 às 17:38:07
-  **JOSE ABDALLA HELAYEL NETO**
CPF: 423.011.497-49
Assinou em 22 fev 2024 às 19:58:42
-  **GIANE DO CARMO BOLDRIM**
CPF: 004.446.047-31
Assinou em 07 mar 2024 às 16:04:30
-  **Wiliam Santiago Hipolito Ricaldi**
CPF: 227.574.568-81
Assinou em 22 fev 2024 às 19:26:36
-  **ARMANDO BARTOLOME BERNUI LEO**
CPF: 052.354.297-61
Assinou em 22 fev 2024 às 17:38:55
-  **BRUNO LEAL DIAS**
CPF: 053.002.469-13
Assinou em 23 fev 2024 às 14:07:07
-  **RIBAMAR RONDON DE REZENDE DOS REIS**
CPF: 071.009.417-50
Assinou em 29 fev 2024 às 13:55:43

Log

- 21 fev 2024, 09:41:03 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c criou este documento número 48f2f631-1131-41fe-bc77-53e5a116b020. Data limite para assinatura do documento: 22 de março de 2024 (09:41). Finalização automática após a última assinatura: habilitada. Idioma: Português brasileiro.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: ribamar@if.ufrj.br para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo RIBAMAR RONDON DE REZENDE DOS REIS e CPF 071.009.417-50.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: clecio@debom.com.br para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo CLECIO ROQUE DE BOM e CPF 116.798.197-98.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: josehelayel@gmail.com para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo JOSE ABDALLA HELAYEL NETO e CPF 423.011.497-49.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: bernui@on.br para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo ARMANDO BARTOLOME BERNUI LEO e CPF 052.354.297-61.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: gianeboldrim@on.br para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo GIANE DO CARMO BOLDRIM.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: brunoleal@on.br para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo BRUNO LEAL DIAS e CPF 053.002.469-13.
- 22 fev 2024, 17:19:31 Operador com email gianeboldrim@on.br na Conta d4a6a640-21d1-4ea0-ac83-474533e86e3c adicionou à Lista de Assinatura: whipolito@gmail.com para assinar, via E-mail, com os pontos de autenticação: Token via E-mail; Nome Completo; CPF; endereço de IP. Dados informados pelo Operador para validação do signatário: nome completo Wiliam Santiago Hipolito Ricaldi.
- 22 fev 2024, 17:38:07 CLECIO ROQUE DE BOM assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail clecio@debom.com.br. CPF informado: 116.798.197-98. IP: 201.17.123.233. Componente de assinatura versão 1.761.0 disponibilizado em <https://app.clicksign.com>.
- 22 fev 2024, 17:38:55 ARMANDO BARTOLOME BERNUI LEO assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail bernui@on.br. CPF informado: 052.354.297-61. IP: 200.20.187.12. Componente de assinatura versão 1.761.0 disponibilizado em <https://app.clicksign.com>.
- 22 fev 2024, 19:26:36 Wiliam Santiago Hipolito Ricaldi assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail whipolito@gmail.com. CPF informado: 227.574.568-81. IP: 190.237.27.40. Localização compartilhada pelo dispositivo eletrônico: latitude -12.1851309 e longitude -76.9595271. URL para abrir a localização no mapa: <https://app.clicksign.com/location>. Componente de assinatura versão 1.761.0 disponibilizado em <https://app.clicksign.com>.

22 fev 2024, 19:58:42	JOSE ABDALLA HELAYEL NETO assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail josehelayel@gmail.com. CPF informado: 423.011.497-49. IP: 201.17.85.168. Componente de assinatura versão 1.761.0 disponibilizado em https://app.clicksign.com .
23 fev 2024, 14:07:08	BRUNO LEAL DIAS assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail brunoleal@on.br. CPF informado: 053.002.469-13. IP: 143.255.96.215. Componente de assinatura versão 1.762.0 disponibilizado em https://app.clicksign.com .
29 fev 2024, 13:55:43	RIBAMAR RONDON DE REZENDE DOS REIS assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail ribamar@if.ufrj.br. CPF informado: 071.009.417-50. IP: 186.221.219.60. Localização compartilhada pelo dispositivo eletrônico: latitude -22.822912 e longitude -43.352064. URL para abrir a localização no mapa: https://app.clicksign.com/location . Componente de assinatura versão 1.766.0 disponibilizado em https://app.clicksign.com .
07 mar 2024, 16:04:30	GIANE DO CARMO BOLDRIM assinou. Pontos de autenticação: Token via E-mail gianeboldrim@on.br. CPF informado: 004.446.047-31. IP: 200.20.187.15. Componente de assinatura versão 1.775.0 disponibilizado em https://app.clicksign.com .
07 mar 2024, 16:04:30	Processo de assinatura finalizado automaticamente. Motivo: finalização automática após a última assinatura habilitada. Processo de assinatura concluído para o documento número 48f2f631-1131-41fe-bc77-53e5a116b020.

**Documento assinado com validade jurídica.**

Para conferir a validade, acesse <https://validador.clicksign.com> e utilize a senha gerada pelos signatários ou envie este arquivo em PDF.

As assinaturas digitais e eletrônicas têm validade jurídica prevista na Medida Provisória nº. 2200-2 / 2001

Este Log é exclusivo e deve ser considerado parte do documento nº 48f2f631-1131-41fe-bc77-53e5a116b020, com os efeitos prescritos nos Termos de Uso da Clicksign, disponível em www.clicksign.com.

Agradecimentos

Ao Dr. Armando Bernui pela orientação. Em especial pela confiança, ensinamentos, cordialidade e profissionalismo com que conduziu nossa colaboração.

Ao Dr. Felipe Ávila pela colaboração. Em especial pela cordialidade e pelas conversas e debates produtivos.

Ao diretor Dr. Jailson Alcaniz pela sensibilidade e confiança.

Aos amigos Marinalva, "Silvinha" e Maxwel.

À minha família que me deu suporte durante todo esse tempo, em especial em alguns momentos que foram difíceis.

Por fim, aos professores e servidores do Observatório Nacional que contribuíram direta ou indiretamente com meu trabalho.

*"Si te vas o venis o si te chocas
al mundo. Si es que sos el que
va, siempre habrá una luna."
(Cuatro pesos de propina)*

INVESTIGANDO A HOMOGENEIDADE CÓSMICA NO UNIVERSO LOCAL

RESUMO

Nós investigamos a escala de transição para a homogeneidade R_H no Universo Local utilizando como traçador cosmológico galáxias azuis do catálogo espectroscópico do Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Considerando a distribuição espacial da amostra, nós obtemos a função correlação de dois pontos, $\xi(r)$, a contagem em esferas normalizada, $\mathcal{N}(< r)$ e a dimensão fractal, $\mathcal{D}_2(r)$, para quantificar a escala de homogeneidade do Universo Local ($0.04 < z < 0.2$). A amostra é comparada com catálogos *random* e *mock* de mesma geometria e densidade dos dados para calcular a matriz de covariância na determinação de erros. O critério adotado para a transição segue a literatura: é atingido quando $\mathcal{D}_2(r)$ alcança 1% do valor limite 3 (i.e, quando atinge 2.97) a medida que a escala de distâncias aumenta. Nós obtemos $R_H = 70.00 \pm 9.26 \text{ Mpc}/h$ para uma amostra contendo 150 302 galáxias azuis com redshifts $0.04 < z < 0.20$. Adicionalmente, nós realizamos testes de robusteza analisando a escala de homogeneidade em sub-volumes do volume original, obtendo resultados coerentes; nós também checamos por um possível enviesamento no processo de análise examinando um conjunto de dados sintético homogêneo como pseudo-dados, verificando que tal sistemático é ausente. Devido ao fato de que as análises concentram-se em baixos redshifts, $z < 0.20$, nós achamos interessante usar cosmografia para calcular as distâncias radiais comóveis. Portanto, nesse quesito, nossa análise não utiliza um modelo cosmológico fiducial. Por completeza, nós calculamos para fins de comparação a diferença relativa das estimativas das distâncias comóveis usando cosmografia e cosmologia fiducial.

PROBING COSMIC HOMOGENEITY IN THE LOCAL UNIVERSE

ABSTRACT

We investigate the transition scale to homogeneity, R_H , using as cosmic tracer the spectroscopic sample of blue galaxies from the Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Considering the spatial distribution of the galaxy sample, we compute the two point correlation function, $\xi(r)$, the scaled counts in spheres, $\mathcal{N}(< r)$, and the fractal dimension, $\mathcal{D}_2(< r)$, to quantify the homogeneity scale in the Local Universe ($0.04 < z < 0.20$). The sample in analysis is compared with random and mock catalogues with the same geometry, and the same density as the dataset, to calculate the covariance matrix for the errors determination. The criteria adopted for the transition-to-homogeneity follows the literature, it is attained when $\mathcal{D}_2(< r)$ reaches the 1 per cent level of the limit value 3 (i.e., where it reaches 2.97) as the scale increases. We obtain $R_H = 70.00 \pm 9.26 \text{ Mpc}/h$, at the effective redshift $z_{ef} = 0.128$, for a sample containing 150 302 SDSS blue galaxies with $0.04 < z < 0.20$. Additionally, we perform robustness tests by analysing the homogeneity scale in sub-volumes of the original one, obtaining coherent results; we also check for a possible artefact in our procedure examining a homogeneous synthetic dataset as a pseudo-data, verifying that such systematic is absent. Because our analyses concentrate in data at low redshifts, $z < 0.20$, we find interesting to use cosmography to calculate the radial comoving distances; therefore in this subject our analyses do not use fiducial cosmological model. For completeness, we evaluate the difference of the comoving distances estimation using cosmography and fiducial cosmology.

Lista de Figuras

2.1	Terra e suas camadas que ilustra um perfil de densidade isotrópico, mas não-homogêneo. Fonte: Adaptado de https://sciencephotogallery.com/featured/4-structure-of-the-earth-mikkel-juul-jensen.html?product=greeting-card	7
2.2	À esquerda: material amorfo. À direita: moléculas e vazios. Fonte: Autoria própria (2024).	8
2.3	Diagrama de Batchelor. Considerando pequenas escalas, a densidade varia consideravelmente. A partir de uma escala crítica L_C a densidade de um fluido clássico varia de maneira suave não excedendo um certo limite. Fonte: (Stoeger et al. 1987).	9
2.4	Universo em diferentes escalas. Adaptado de https://genastronomy.blogspot.com/2016/07/	10
2.5	Exemplos de fractais. Adaptado de https://www.bbc.co.uk/programmes/p0060n60	11
2.6	Gráfico obtido por Hubble. Quanto mais distante uma galáxia, mais rápido se afasta de nós e maior o deslocamento para o vermelho. Fonte: (Hubble 1929).	12
2.7	Espectro da radiação cósmica de fundo medido pelo experimento FIRAS do satélite COBE. (Liddle 2015).	13
2.8	Representação do (assim chamado) modelo de Big Bang. Fonte: https://astrokatie.blogspot.com/2012/08/the-long-dark-tea-time-of-cosmos.html	14
2.9	Recombinação. Fonte: Neto (2020)	15
2.10	Flutuações de temperatura da RCF. Fonte: https://sites.pitt.edu/~jdnorton/teaching/2580_Cosmology/probes/probes.html	15
2.11	Espectro de potência das flutuações de temperatura da RCF. Fonte: https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/mpa/institute/news_archives/news1303_aaa/news1303_aaa-en.html	17
2.12	”Slice of the Universe” de De Lapparent et al. (1986).	20
2.13	Las Campanas Redshift Survey. Fonte: https://www.astro.ucla.edu/~wright/lcrs.html	21

2.14	2dF Galaxy Redshift Survey. Fonte: http://www.2dfgrs.net/	22
2.15	Sloan Digital Sky Survey (SDSS) . Fonte: https://www.sdss4.org/science/	23
2.16	Simulação Millennium Run. Fonte: https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/seqB_063a_half.jpg	23
3.1	Fóton emitido com comprimento de onda λ_e no instante t_e da galáxia A até a sua detecção no instante t_0 na galáxia B . Fonte: Silva Neto (2020) .	26
3.2	A figura mostra o gráfico da função de correlação ξ em função da escala r para o Catálogo Las Campanas. Fonte: (Schneider 2006)	31
3.3	Número de pares normalizado para o <i>random</i> em função da distância entre pares r . A linha tracejada em vermelho define o limite de 10 por cento e a linha pontilhada em preto o limite de 1 por cento. Fonte: Autoria própria (2024).	36
4.1	Amostra inicial de 289 440 galáxias azuis. Fonte: Autoria própria (2024). .	37
4.2	Diagrama cor-cor de galáxias do SDSS, corrigidas para extinções galáctica e intrínsecas. Os <i>plots</i> horizontal e vertical mostram a distribuição bimodal de $g - r$ e $u - r$ para as cores das galáxias respectivamente. Fonte: (Avila et al. 2019a).	38
4.3	<i>Footprints</i> da amostra inicial de 289 440 galáxias azuis. À esquerda: hemisfério norte galáctico. À direita: hemisfério sul galáctico. Fonte: Autoria própria (2024).	39
4.4	<i>Footprint</i> da amostra com 150 302 galáxias azuis do SDSS. Fonte: Autoria própria (2024).	40
4.5	Histograma da amostra contendo 150 302 galáxias azuis do SDSS no intervalo de redshift $0.04 < z < 0.20$. Fonte: Autoria própria (2024).	41
4.6	<i>Plots</i> em 3D e <i>footprints</i> dos dados, de um random e um mock respectivamente. Fonte: Autoria própria (2024).	43
5.1	Matrix correlação calculada usando 100 mocks para obter as incertezas nas medidas de $\mathcal{D}_2(r)$. Fonte: Autoria própria (2024).	46
5.2	$\mathcal{D}_2(r)$ em função da distância entre pares r para a amostra com 150 302 galáxias azuis do SDSS com $0.04 < z < 0.20$. As barras de erro foram obtidas da matriz covariância com respeito aos 100 mocks. A linha contínua em azul é o melhor ajuste de acordo com nosso modelo paramétrico descrito na seção 3.7 para obter a escala de homogeneidade. A região sombreada em azul é o intervalo de confiança de 68% obtido da equação 3.44. Nós mostramos nossa medida da escala de homogeneidade como um ponto vermelho. Fonte: Autoria própria (2024).	47

5.3	Medidas de R_H de diversas análises a baixos redshifts: (Scrimgeour et al. 2012) obteve $R_H = 71 \pm 8$ Mpc/ h para galáxias azuis do WiggleZ survey, com redshift $z \sim 0.20$; (Bharadwaj et al. 1999) encontrou R_H entre 80 e 100 Mpc/ h com $z \sim 0.1$; (Yadav et al. 2005) estudando as duas faixas bidimensionais do DR1 do SDSS obteve $60 < R_H < 70$ em unidades Mpc/ h com $0.08 < z < 0.20$; (Sarkar et al. 2009a) encontrou R_H entre 60 e 70 Mpc/ h com $0.04 < z < 0.11$; nossa medida de $R_H = 70.00 \pm 9.26$ Mpc/ h , em $z_{ef} = 0.128$ está representada como um ponto vermelho. Fonte: Autoria própria (2024).	49
5.4	Análise da diferença relativa entre $\mathcal{D}_2^{\Lambda CDM}(r)$, calculado usando o modelo cosmológico fiducial ΛCDM , e nosso modelo paramétrico $f(r)$, dado pela equação 3.44. A região sombreada representa os 68% de nível de confiança. Fonte: Autoria própria (2024).	51
5.5	Análise da razão entre nossa medida $\mathcal{D}_2(r)$ e o modelo paramétrico $f(r)$ com os parâmetros do melhor ajuste. A região sombreada dos 68% de nível de confiança é a fração entre as incertezas dessas duas quantidades. Para escalas maiores do que 100 Mpc/ h a incerteza dos dados domina. Para escalas menores do que 100 Mpc/ h as incertezas do modelo teórico dominam, uma consequência do fato de que o modelo paramétrico não é adequado para escalas pequenas. Fonte: Autoria própria (2024).	52
5.6	Cálculo da dimensão fractal, \mathcal{D}_2 , em função da distância entre pares r , para a amostra original com 150302 galáxias azuis do SDSS com $0.04 < z < 0.20$, mas dessa vez usando o estimador Peebles-Hauser para a função correlação de 2 pontos. As barras de erro foram obtidas da matriz covariância usando 100 <i>mocks</i> . Fonte: Autoria própria (2024).	53
5.7	Cálculo da escala de transição da homogeneidade, R_H , para vários intervalos de redshift correspondendo à sub-amostras da amostra original investigada nesse trabalho e descrita na seção 4.1. Considerando a incerteza obtida para essas medidas, nós concluímos que todas elas são estatisticamente compatíveis com a medida de R_H mostrada na figura 5.2. Fonte: Autoria própria (2024).	54

5.8	<p>Densidade de pares normalizada dos pares do <i>random</i> como função da distância entre pares para os 4 intervalos de redshift considerados na figura 5.7. A linha vermelha tracejada traça o valor do limite de 10 por cento, e a linha pontilhada em preto, o limite de 1 por cento. Por comparação, observe as análises feitas na figura 3.3 considerando a amostra original. Esses estudos das subamostras complementam as análises mostradas na figura 5.7, tornando evidente que as subamostras não contém densidade de pares suficiente na escala de interesse nos dados para encontrar de forma robusta a escala de transição para a homogeneidade R_H. Fonte: Autoria própria (2024).</p>	55
5.9	<p>Densidade de pares normalizada dos pares do <i>random</i> como função da distância entre pares para os 2 intervalos de coordenadas de ascensão reta. A curva em azul representa o lado direito da amostra ($2.25 < \theta < 3.25$) e a curva em lilás representa o lado esquerdo da amostra ($3.25 < \theta < 4.25$). A linha vermelha tracejada traça o valor do limite de 10 por cento, e a linha pontilhada em preto, o limite de 1 por cento. Por comparação, observe as análises feitas na figura 3.3 considerando a amostra original. Esses estudos das subamostras complementam as análises mostradas na figura 5.7, tornando evidente que as subamostras não contém densidade de pares suficiente nos dados na escala de interesse para encontrar de forma robusta a escala de transição para a homogeneidade R_H. Fonte: Autoria própria (2024).</p>	56
5.10	<p>Cálculo da dimensão fractal, $\mathcal{D}_2(r)$ como função da distância entre pares r, para uma amostra de <i>pseudo-dados</i>, que é, o conjunto de 150 302 objetos cósmicos sintéticos de um catálogo <i>random</i> homogêneo. Esse catálogo <i>pseudo-dados</i> foi comparado com outros 25 catálogos <i>random</i> para obter $\mathcal{D}_2(r)$. Como esperado esse resultado mostra que o catálogo <i>pseudo-data</i>, i.e., um conjunto <i>random</i> é, de fato, homogêneo. Fonte: Autoria própria (2024).</p>	57
5.11	<p>Análise dos valores de R_H utilizando cosmografia até 2^a e 3^a ordens com o objetivo de comparar com o resultado linear obtido na figura 5.2. Fonte: Autoria própria (2024).</p>	58
5.12	<p>Análise da diferença relativa, em porcentagem, para o cálculo da distância comóvel entre a equação cosmográfica, equação 3.23 e o modelo ΛCDM. Como observado, a diferença relativa máxima é em torno de 5%. Fonte: Autoria própria (2024).</p>	59

5.13 Plots para $0.04 \leq z < 0.07$. À esquerda: Função de correlação versus distância entre pares utilizando o Treecorr. À direita: Função de correlação versus distância entre pares utilizando o 3Dcartcorr. Os valores dos pontos são os valores médios considerando 15 randoms. As barras de erro são os valores da diagonal principal da matriz covariância para os valores de ξ utilizando 10 mocks. Fonte: Autoria própria (2024). 59

Lista de Tabelas

- 4.1 Configuração do catálogo e dos parâmetros cosmológicos usados para gerar o conjunto de $N_S = 100$ realizações log-normal, também chamadas de catálogos *mock*. 42
- 5.1 Essa tabela sintetiza nossos resultados do melhor ajuste. Apresentamos os parâmetros do melhor ajuste e a significância estatística do procedimento. . 45

Sumário

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xxi
1 Introdução	1
2 A Homogeneidade no Modelo Cosmológico Padrão	5
2.1 Modelo Cosmológico Padrão	5
2.2 Princípio Cosmológico	6
2.2.1 Isotropia	7
2.2.2 Homogeneidade	7
2.2.3 Homogeneidade \times Fractalidade	9
2.2.4 Homogeneidade Contínua \times Homogeneidade Estatística	11
2.3 Universo Primordial	12
2.4 Flutuações de Temperatura da Radiação Cós mica de Fundo	15
2.5 Evolução das Flutuações	19
2.6 Os Grandes Catálogos	20
3 Metodologia	25
3.1 Cosmografia	25
3.1.1 Redshift Cosmológico	25
3.1.2 Determinação de distâncias com cosmografia	27
3.2 Contagem em Esferas Normalizada \mathcal{N}	29
3.3 Dimensão Fractal \mathcal{D}_2	29
3.4 Função Correlação de 2 Pontos: ξ	30
3.5 A função $\mathcal{D}_2^{\Lambda\text{CDM}}$ esperada no ΛCDM : uma abordagem linear	33
3.6 Critério de 1%	34
3.7 Obtendo a Transição para a Escala de Homogeneidade	34
3.8 Mínimo Volume 3D para análise da homogeneidade	35
4 Dados	37
4.1 Dados	37

4.2	<i>Randoms</i>	41
4.3	<i>Mocks</i>	41
5	Resultados e Discussões	45
5.1	$\mathcal{D}_2(r)$ em função de r	45
5.2	Testes de Consistência	49
5.2.1	Comparação da nossa metodologia com o modelo fiducial	50
5.2.2	Calculando \mathcal{D}_2 com o estimador Peebles-Hauser	52
5.2.3	Análises de R_H com subamostras	54
5.2.4	Calculando $\mathcal{D}_2(r)$ com um catálogo de pseudo-dados: um conjunto <i>random</i>	56
5.2.5	Análise de R_H utilizando cosmografia	57
5.2.6	3Dcartcorr	59
6	Conclusões	61
	Referências Bibliográficas	65

Capítulo 1

Introdução

O século 21 trouxe o desenvolvimento de grandes colaborações astronômicas que observaram grandes áreas da esfera celeste em diferentes comprimentos de onda. Medidas de diferentes observáveis cosmológicos, tais como das flutuações de temperatura da Radiação Cósmica de Fundo (RCF), das Oscilações Acústicas de Bárions (OAB), de distância-luminosidade das Supernovas do tipo Ia (SNIa), entre outras, determinaram um modelo de concordância cósmica. De fato, análises destes dados mostram que o modelo cosmológico favorecido (Perlmutter et al. 1999, Riess et al. 1998) é o Λ CDM plano ($\Omega_k = 0$) (Λ simboliza a constante cosmológica, e CDM cold dark matter), também chamado de modelo de concordância cósmica Aghanim et al. (2020), Carter et al. (2020).

O Princípio Cosmológico (PC), que dá suporte ao modelo Λ CDM, estabelece que o universo é homogêneo e isotrópico em escalas suficientemente grandes (Abramo et al. (2006), Abramo et al. (2009), Aluri et al. (2017), Bengaly et al. (2017), Bernui (2008, 2009), Bernui et al. (2008), Bernui & Hipólito-Ricaldi (2008), Bernui et al. (2007*a,b*, 2014, 2006), Chiochetta et al. (2021), Goyal & Chingangbam (2021), Hipólito-Ricaldi & Gomero (2005), Kashino et al. (2012), Kester et al. (2024), Khan & Saha (2022), Marques et al. (2018), Mokeddem et al. (2023), Planck Collaboration et al. (2020), Polastri (2017), Rassat et al. (2014), Rath et al. (2013*a,b*), Scrimgeour et al. (2012), Tarnopolski (2017)). Entretanto, ainda é um problema em aberto conhecer qual é a menor escala que satisfaz a propriedade de homogeneidade no Universo Local (Avila et al. 2018*a*, Hogg et al. 2005*a*, Scrimgeour et al. 2012); algumas dessas medidas existem na literatura mas foram obtidas com abordagens que assumem modelo cosmológico o que, naturalmente, envia o resultado. Seria desejável termos uma medida da escala de homogeneidade tridimensional (3D) obtida independente da hipótese de modelo cosmológico. Esta tese aborda este desafio.

Nosso Universo Local é a parte do universo que contém as estruturas mais antigas que podemos observar. Com a atração gravitacional agindo pelo maior período de tempo, $z \simeq 0$, o Universo Local está cheio de regiões com sobredensidade (superaglomerados) (Huchra et al. 2005, Tully et al. 2019) e regiões com sub-densidade (super-vazios) (Courtois

et al. 2013, Hoffman et al. 2017), estruturas que certamente afetam os cálculos da escala de transição para a homogeneidade (Aragon-Calvo 2020, Hoffman et al. 2017, Nuza et al. 2014). Em volumes suficientemente grandes, é esperado que os efeitos de observarmos matéria aglomerada e vazios compensem um ao outro, e a transição de um regime não-homogêneo para um regime homogêneo possa ser encontrada. Isso ilustra a necessidade de questionarmos se o volume tridimensional em estudo é uma parte representativa do universo, i.e., suficientemente grande para conter a escala de homogeneidade que se deseja encontrar. Nós levamos essa questão em consideração nas nossas análises.

O estudo da homogeneidade estatística em diferentes épocas é importante para conhecer a evolução da aglomeração de matéria do universo (veja, e.g., García-García et al. (2021), Marques & Bernui (2020)). Grandes levantamentos astronômicos oferecem uma oportunidade única de como estudar a homogeneidade 3D e diversas análises da homogeneidade, realizadas com diversos traçadores cósmicos, já foram reportadas (Scrimgeour et al. 2012, York et al. 2000). Em Hogg et al. (2005a), utilizou-se uma amostra de galáxias luminosas vermelhas com redshift $0.20 < z < 0.35$ para obter uma escala de homogeneidade de $\sim 70 \text{ Mpc}/h$, usando uma cosmologia ΛCDM fiducial para determinar distâncias na amostra em 3D para realizar a análise. Já Scrimgeour et al. (2012) utilizou o catálogo WiggleZ survey, um catálogo espectroscópico com mais de 200 000 galáxias azuis em um volume cósmico de $\sim 1 \text{ Gpc}^3 h^{-3}$; eles analisaram a escala de homogeneidade na faixa de redshift $0.1 < z < 0.9$ obtendo $\sim 70 \text{ Mpc}/h$. Em Ntelis (2017), estudou-se a escala de homogeneidade usando a amostra CMASS galaxy sample do catálogo BOSS spectroscopic survey em uma faixa de redshift de $0.43 < z < 0.7$ e obteve-se uma escala de homogeneidade por volta de $60 \text{ Mpc}/h$. A análise de Laurent et al. (2016) da amostra de quasares BOSS quasars sample, com redshifts $2.2 < z < 2.8$, concluem que a distribuição de matéria é compatível com homogeneidade até $z = 2.8$ (veja também Gonçalves et al. (2021)). Note que esses resultados foram obtidos assumindo um modelo cosmológico fiducial para calcular as distâncias comóveis radiais. Análises bidimensionais (2D), usando dados astronômicos projetados na esfera celeste, também podem ser feitos para encontrar a escala de homogeneidade bidimensional (Avila et al. 2019b, Gonçalves et al. 2021). Bharadwaj et al. (1999) analisaram a distribuição de galáxias em três regiões do hemisfério norte galáctico do catálogo Las Campanas Redshift Survey e encontraram $R_H \sim 80 \text{ Mpc}/h$. Em Yadav et al. (2005) obteve $60 < R_H < 70$ em unidades Mpc/h estudando as duas faixas bidimensionais do Sloan Digital Sky Survey (SDSS) DR1 com $0.08 < z < 0.20$. Finalmente, Sarkar et al. (2009b) encontraram R_H entre 60 e $70 \text{ Mpc}/h$ com $0.04 < z < 0.11$. Alguns autores não encontraram uma escala de homogeneidade (veja, e.g., Joyce et al. (1999), Labini (2011), Park et al. (2017)).

Surgem assim algumas perguntas interessantes: em qual escala essas propriedades são observadas nos dados? A literatura fala que a homogeneidade se observa em escalas maiores de $100 \text{ Mpc}/h$, mas isso vale para qualquer traçador cosmológico? E ainda: esse valor

é universal para catálogos de dados localizados em qualquer época do universo? Assim, nessa tese iremos considerar diversas análises para estudar em detalhe as propriedades de homogeneidade no Universo. Para responder essas perguntas, nós estudamos a escala de homogeneidade de uma amostra de galáxias azuis do SDSS no Universo Local na faixa de redshift $0.04 < z < 0.20$.¹ Nossa análise compreende algumas características que a fazem diferente das citadas anteriormente: (i) nossa abordagem não assume nenhum modelo cosmológico para calcular as distâncias radiais comóveis das galáxias em análise (em unidades Mpc/h) porque nós usamos cosmografia até 1ª ordem para determinar essas quantidades; (ii) nós empregamos um novo traçador cósmico, e isso é importante para validar análises reportadas na literatura usando outros traçadores (Calcina & Tello 2018, Hogg et al. 2005*b*, Sarkar et al. 2009*b*); (iii) nós realizamos diversos testes de robustez: a) para checar por possíveis *bias* em nossos procedimentos utilizando um catálogo *pseudo-data*; b) para análise de erro *via* cálculo da matriz covariância, para checar a aleatoriedade dos nossos dados (de Carvalho et al. 2021, 2020, Ntelis 2017, Scrimgeour et al. 2012); adicionalmente; c) para consistência, nós analisamos a escala de homogeneidade em sub-amostras obtidas a partir da amostra original; d) para calcular a distância radial comóvel usando a aproximação cosmográfica em 2ª e 3ª ordem (para comparar com os resultados obtidos usando a aproximação em 1ª ordem).

Nesta introdução, apresentamos o tema, proporcionando uma visão abrangente do estado da arte relacionado ao problema de pesquisa abordado neste estudo. No capítulo 2 nós apresentaremos detalhes sobre a teoria e conceitos relevantes sobre homogeneidade em um contexto cosmológico. No capítulo 3, apresentaremos nossa metodologia, métodos e técnicas utilizados para medir a homogeneidade do Universo Local. No capítulo 4, apresentaremos nossos dados e os recortes realizados na amostra em detalhes. No capítulo 5, Resultados e Discussões, apresentaremos nossos resultados obtidos para a amostra em análise. No capítulo 6 apresentaremos nossas conclusões.

¹Nós realizamos análises para galáxias com redshift $z > 0.04$ para evitar velocidades peculiares grandes em $z \approx 0$, um efeito sistemático que pode enviesar nossa medida da escala de homogeneidade.

Capítulo 2

A Homogeneidade no Modelo Cosmológico Padrão

Iniciamos este capítulo com uma breve apresentação sobre o modelo cosmológico padrão e as hipóteses nas quais se baseia. Faremos uma discussão sobre o Princípio Cosmológico (PC) e sobre a homogeneidade em um contexto cosmológico, conceito chave para o trabalho. Veremos ainda alguns resultados e detalhes sobre o universo primordial e também faremos uma breve discussão sobre alguns dos grandes catálogos que permitem avaliarmos a escala de homogeneidade.

2.1 Modelo Cosmológico Padrão

Dado um sistema de coordenadas espaço-tempo qualquer, $x^\mu = (t, x^i)$, as equações de campo de Einstein da teoria da relatividade geral são

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

onde o lado esquerdo da equação descreve a geometria do espaço-tempo e o lado direito descreve o conteúdo de matéria-energia do universo, onde $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x^\alpha)$ define a métrica do espaço-tempo. Ainda, $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ define o elemento de linha que representa a distância entre dois eventos no espaço-tempo. O lado esquerdo é chamado de tensor de Einstein, e é um tensor 4×4 simétrico contendo 10 componentes independentes. Do lado direito temos o tensor energia-momento (Carroll 2004, Ryden 2017).

A equação (2.1), em geral é difícil de resolver analiticamente, mas as coisas se tornam mais simples se assumirmos o PC. Neste caso, e para escalas apropriadas, a métrica que descreve a curvatura do espaço-tempo é a métrica isotrópica e homogênea de Friedmann, Lemaître, Robertson e Walker (Baumann 2022, Mukhanov 2005, Ryden 2017, Weinberg

2008) é

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right], \quad (2.2)$$

onde $\kappa \equiv k/R_0^2$, e $k = -1, 0, +1$, R_0 é o raio de curvatura 3D e $a = a(t)$ é o fator de escala, uma função suave do tempo cósmico t , e a terna (r, θ, ϕ) são as coordenadas espaciais.

Com essas considerações temos que o universo se comporta como um fluido perfeito, então é possível obter soluções analíticas para as equações de campo de Einstein em um contexto cosmológico. Isso foi feito pela primeira vez por Friedmann e Lemaître, usando a métrica de Robertson e Walker. Juntamente com alguns resultados observacionais recentes, como a observação das SNIa de que o universo encontra-se em um estado de expansão acelerada, o modelo padrão da cosmologia propõe um modelo de fluido homogêneo e isotrópico contendo radiação, matéria bariônica, matéria e energia escuras para o universo, modelo também conhecido como Λ CDM, onde Λ é a constante cosmológica e representa a energia escura e CDM *cold dark matter* (Ryden 2017, Schneider 2006).

Nesse contexto, as equações de campo de Einstein se reduzem à duas equações, a equação de Friedmann e a equação de aceleração. A equação que relaciona o fator de escala a com o conteúdo de matéria-energia e com a curvatura, ou seja, que descreve a dinâmica do Universo, é a equação de Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon(t) - \frac{\kappa c^2}{a^2(t)}, \quad (2.3)$$

que indica explicitamente que grandezas são funções do tempo cósmico. Podemos reescrever esta equação como

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) - \frac{\kappa c^2}{a^2(t)}, \quad (2.4)$$

onde $H(t) \equiv \dot{a}(t)/a(t)$ é o parâmetro de Hubble e $\rho(t) = \varepsilon(t)/c^2$ é a densidade de matéria-energia.

2.2 Princípio Cosmológico

O Princípio Cosmológico sustenta o Modelo Padrão da cosmologia; ele estabelece que o universo é estatisticamente isotrópico e homogêneo a partir de escalas apropriadas (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022, Avila et al. 2019a, 2018a, Awwad & Prokopec 2024, Baumann 2022, Bengaly et al. 2019, Bernui 2008, Bernui et al. 2008, Bernui et al. 2018, Dias et al. 2023, Franco et al. 2024, Fujii 2022, Kester et al. 2024, Marques et al. 2018, Mukhanov 2005, Ryden 2017, Weinberg 2008). Primeiramente, discutiremos a seguir o que significam esses termos em um contexto mais geral e, em seguida, no contexto do nosso problema de pesquisa.

2.2.1 Isotropia

Ilustraremos com um exemplo o conceito de isotropia utilizando uma analogia com o que parece acontecer com nosso planeta, a Terra. Suponha que desejamos calcular o potencial gravitacional da Terra a uma certa distância dela. Essa situação é ilustrada a seguir.

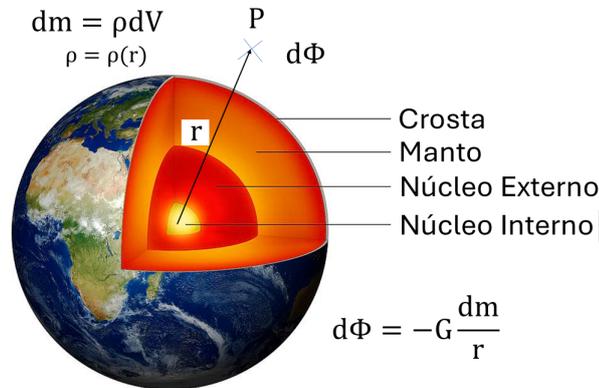


Figura 2.1: Terra e suas camadas que ilustra um perfil de densidade isotrópico, mas não-homogêneo. Fonte: Adaptado de <https://sciencephotogallery.com/featured/4-structure-of-the-earth-mikkel-juul-jensen.html?product=greeting-card>.

Podemos modelar a Terra considerando-a constituída de camadas com diferentes densidades entre si e supondo que para cada camada o valor de densidade pode ser considerado praticamente constante. Portanto, uma casca de massa dm , volume dV e localizada a uma distância R da origem produz um potencial $d\Phi$ a uma distância r ($r > R$). Temos nesse caso uma propriedade, a densidade (e o potencial), cujo valor tem dependência radial. O valor da densidade portanto (e do potencial), independe das coordenadas angulares, dependendo somente da distância à origem (centro da Terra). No contexto cosmológico isotropia é afirmação de que o universo parece o mesmo em todas as direções. Evidência direta desse fato vem da suavidade das variações da radiação cósmica de fundo (Carroll & Ostlie 2017).

2.2.2 Homogeneidade

Em um contexto cosmológico, homogeneidade é a afirmação de que o universo parece o mesmo em cada ponto. Iremos agora introduzir de maneira mais geral os conceitos de Homogeneidade e Homogeneidade Estatística. Suponha um objeto macroscópico, homogêneo, de massa M e volume V , e que estejamos interessados em calcular o potencial gravitacional produzido por esse objeto em um dado ponto do espaço P localizado a uma certa distância macroscópica dele.

Matematicamente consideramos o objeto estritamente homogêneo, o dividimos em elementos infinitesimais de volume dV com massa dm e calculamos as contribuições de

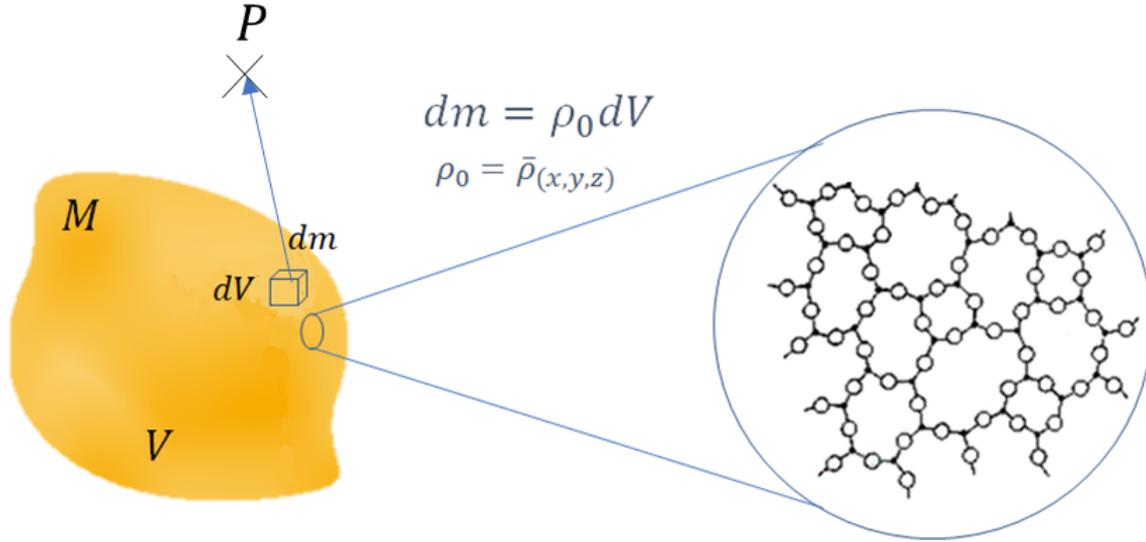


Figura 2.2: À esquerda: material amorfo. À direita: moléculas e vazios. Fonte: Autoria própria (2024).

cada elemento para o potencial na posição desejada. Somamos as contribuições e temos o valor do potencial no ponto P .

Porém, sabemos que sólidos e fluidos reais têm sua matéria distribuída de forma não contínua (em escala microscópica a matéria é encontrada na forma de átomos e moléculas, e há espaços vazios entre essas partículas). Para discutir homogeneidade nesse contexto, que é o que precisaremos mais tarde, introduzimos o conceito de homogeneidade estatística. Na prática, podemos definir uma densidade média ρ_0 para o objeto como um todo e calcular as contribuições de cada elemento para o potencial. Podemos calcular o potencial no exemplo anterior sem nos preocuparmos com a granulose com a qual a matéria se encontra distribuída. Essa suposição é válida a partir de uma dada escala para o sistema considerado. Não poderíamos aplicá-la se o objeto tivesse tamanho comparável às partículas que o compõem ou se o ponto em questão estivesse a uma distância microscópica do objeto.

Para ilustrar esse efeito apresentamos abaixo o diagrama de Batchelor para fluidos clássicos apresentado em Stoeger et al. (1987). O diagrama apresenta a densidade média em função da escala L considerada ao se realizar a média (onde L pode ser considerado como o lado de um cubo ou o raio de uma esfera). Vemos que abaixo do comprimento de escala crítico L_C a densidade média não varia de modo suave, mas acima de L_C sim. Esse exemplo nos ajuda a compreender a homogeneidade espacial estatística.

Observa-se que o universo se comporta de um modo similar. Temos galáxias, filamentos e vazios, mas a partir de uma dada escala, em geral, $R_H \gtrsim 100 \text{ Mpc}/h$, é possível considerá-lo estatisticamente homogêneo (Ryden 2017).

Resumindo, um universo estatisticamente isotrópico é aquele cujas propriedades independem da direção, já um universo estatisticamente homogêneo é aquele cujas proprieda-

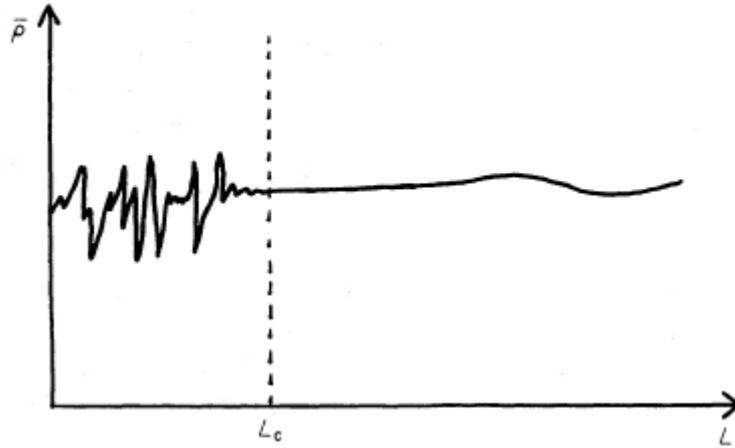


Figura 2.3: Diagrama de Batchelor. Considerando pequenas escalas, a densidade varia consideravelmente. A partir de uma escala crítica L_C a densidade de um fluido clássico varia de maneira suave não excedendo um certo limite. Fonte: (Stoeger et al. 1987).

des independem da localização.

2.2.3 Homogeneidade \times Fractalidade

Como vimos, a relatividade geral de Einstein constitui o paradigma atual da gravitação e a solução obtida por Friedmann, Lemaître, Robertson e Walker para a equação de campo de Einstein propõe um modelo de fluido ideal para o universo, isto é, homogêneo e isotrópico.

À primeira vista essa suposição aplicada ao universo ainda pode causar estranheza, uma vez que sabemos que em *pequenas escalas*, o universo não é isotrópico e nem homogêneo como podemos ver nas imagens a seguir.

Quando falamos *pequenas escalas* estamos nos referindo a escalas em torno de até 100 Mpc. Nas imagens acima, temos uma ilustração do universo em diferentes escalas. Na primeira, temos o grupo local com dezenas de galáxias, a nossa galáxia, a Via Láctea, a galáxia de Andrômeda e galáxias anãs satélites. Na imagem seguinte, dando um zoom, podemos ver alguns aglomerados formando algo como filamentos e regiões mais vazias. O aglomerado de Virgo se destaca. O conjunto desses aglomerados forma o chamado superaglomerado de Virgo. Na figura seguinte, ainda mais afastada, temos vários superaglomerados formando filamentos e vazios. A última figura, ainda mais afastada, ilustra a ideia de Universo observável no contexto que estamos discutindo.

Podemos considerar que em escalas reduzidas, as estruturas exibem uma organização hierárquica. Por exemplo, satélites orbitam planetas, e esses sistemas possuem dimensões típicas específicas. Da mesma forma, planetas giram em torno de estrelas, formando sistemas com características dimensionais distintas. À medida que ampliamos a escala, estrelas se agrupam em aglomerados, galáxias se unem para formar grupos, e estes, por sua vez, compõem aglomerados maiores. Esses aglomerados, por fim, organizam-se em

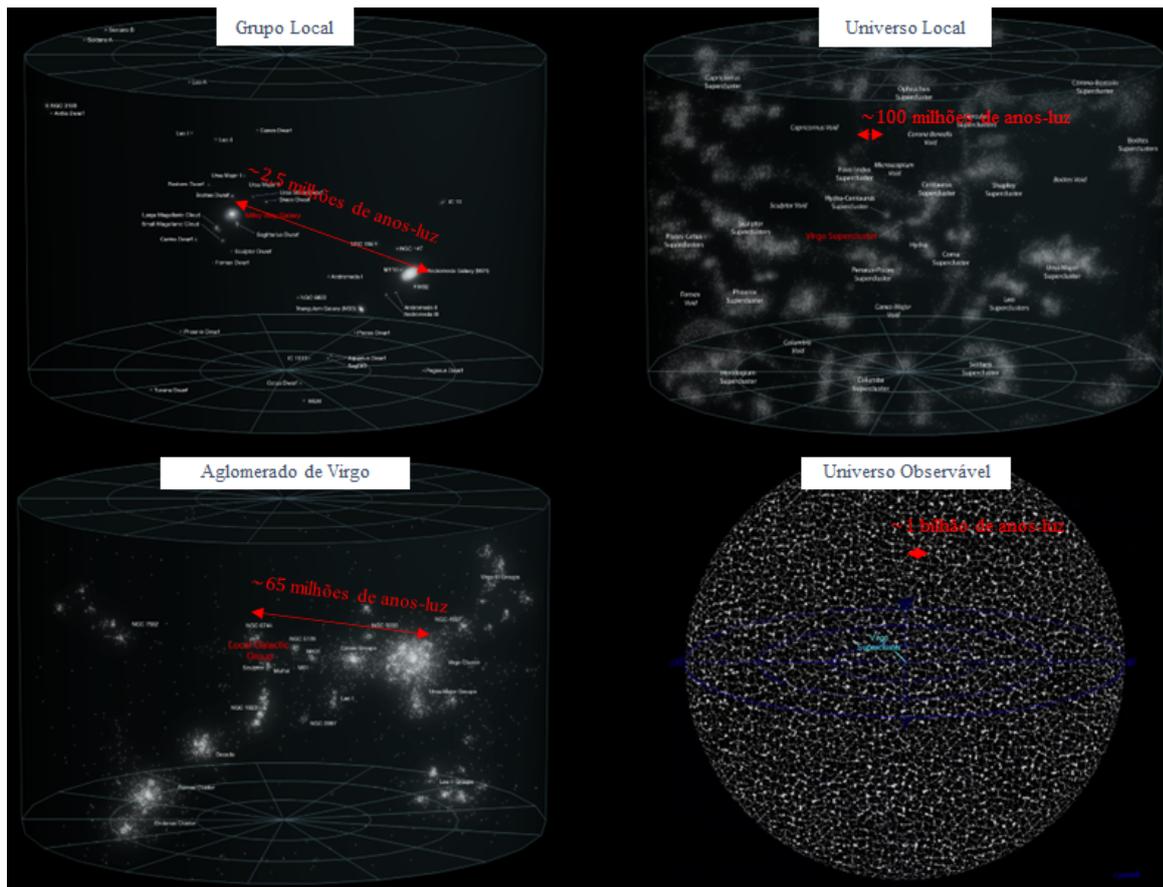


Figura 2.4: Universo em diferentes escalas. Adaptado de <https://genastronomy.blogspot.com/2016/07/>.

superaglomerados de galáxias. Essa estrutura em grande escala cria filamentos em regiões de alta densidade e, simultaneamente, gera espaços vazios em áreas de baixa densidade.

A distribuição da matéria visível em pequenas escalas sugere a ideia de fractalidade (Mandelbrot & Mandelbrot 1982). Estruturas ou padrões que se repetem em escalas cada vez maiores. Fica a pergunta: essas estruturas têm um limite de tamanho para o qual deixam de se repetir? Ou equivalentemente: existe uma transição para a homogeneidade estatística em grandes escalas? Como quantificar o nível de fractalidade ou homogeneidade, em função da escala de uma amostra de galáxias em um catálogo?

A ideia de fractais foi introduzida por Mandelbrot & Mandelbrot (1982). A palavra fractal significa “fração natural” e serve para representar matematicamente sistemas que apresentam essa característica que chamamos de auto-similaridade, ou seja, sistemas no mundo natural que apresentam um determinado padrão que se repete em escalas cada vez maiores. Nas figuras abaixo vemos alguns exemplos de fractais, as ramificações nas árvores, nas estruturas dos pulmões, no brócolis romanesco e nos rios. Se considerarmos apenas as ramificações finais, temos uma forma que se parece morfológicamente com o todo. Isso ocorre em estruturas em pequenas escalas no Universo. Veremos mais adiante como quantificar a fractalidade e como isso pode ser usado para determinar a escala de

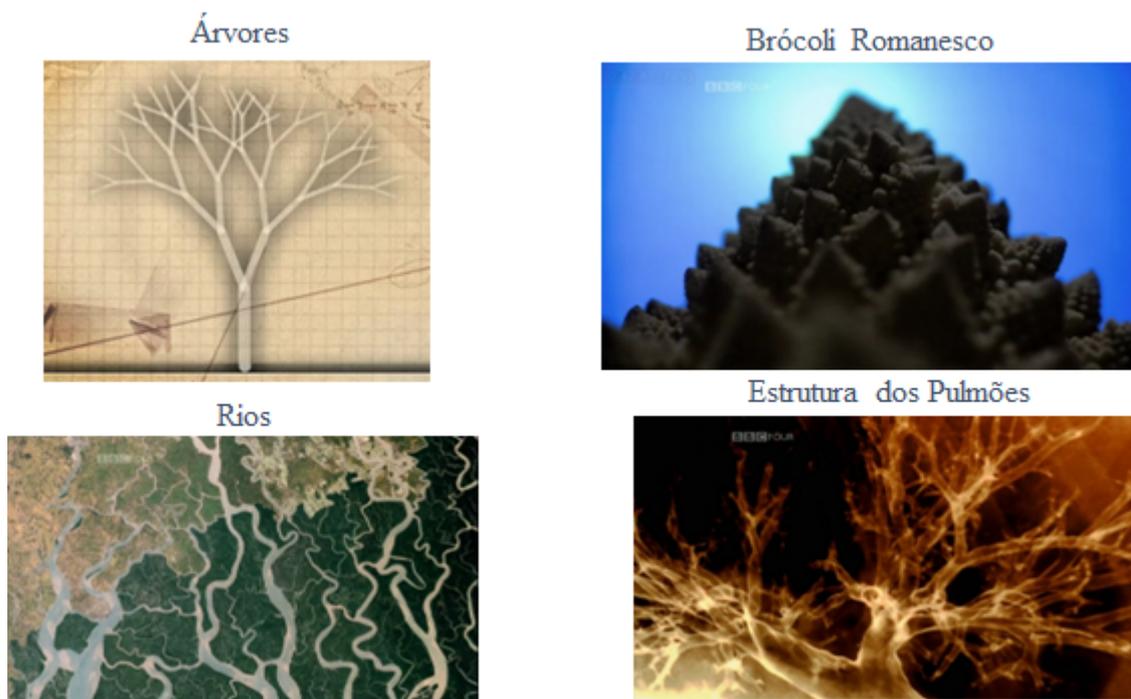


Figura 2.5: Exemplos de fractais. Adaptado de <https://www.bbc.co.uk/programmes/p0060n60>.

homogeneidade para o universo.

2.2.4 Homogeneidade Contínua \times Homogeneidade Estatística

Vimos anteriormente a ideia de homogeneidade como uma propriedade que independe da localização. Porém, como quantificar a homogeneidade para um sistema que consiste de uma distribuição de objetos? É necessário adotar alguns critérios, para esse caso (Stoeger et al. 1987):

i) Para cada ponto do espaço \vec{x}_0 nós definimos uma densidade média, $\bar{\rho}(\vec{x}_0)$, considerando uma esfera de raio r para a qual o ponto em questão é seu centro

$$\bar{\rho}_r(\vec{x}_0) = \frac{1}{V} \int_V \rho dV, \quad (2.5)$$

ii) consideramos a densidade espacial média definida para todos os pontos do volume a ser analisado e, então, dizemos que a distribuição espacial é homogênea em média a um certo nível se as flutuações de densidade (de massa ou numérica) não ultrapassam o nível.

Não é possível observar as flutuações de densidade para a matéria diretamente, uma vez que não temos informação observacional da distribuição da componente atribuída à matéria escura. Assumimos que a matéria visível traça a distribuição da matéria como um todo (matéria bariônica + matéria escura), o modelo padrão da cosmologia sugere que a matéria bariônica se acumula em regiões de maior acúmulo de matéria escura.

Essa suposição é fundamentada especialmente ao considerarmos a observação de uma elevada densidade de aglomerados de galáxias. Além disso, métodos como o lenteamento gravitacional possibilitam inferir de maneira convincente que esses aglomerados representam de fato concentrações substanciais de matéria escura (Schneider 2006). Assumimos também que a densidade numérica de galáxias traça, com boa aproximação, a densidade de matéria escura. Dessa forma, podemos estimar a escala de homogeneidade para a densidade numérica de um determinado traçador e relacioná-la de forma aproximada com a distribuição de matéria.

2.3 Universo Primordial

Dois fatos experimentais dão forte sustentação ao, assim chamado, modelo do Big Bang¹ e à nucleossíntese:

a) A descoberta de Hubble de que as galáxias distantes se afastam de nós com uma velocidade proporcional à distância como pode ser visto na figura 2.6.

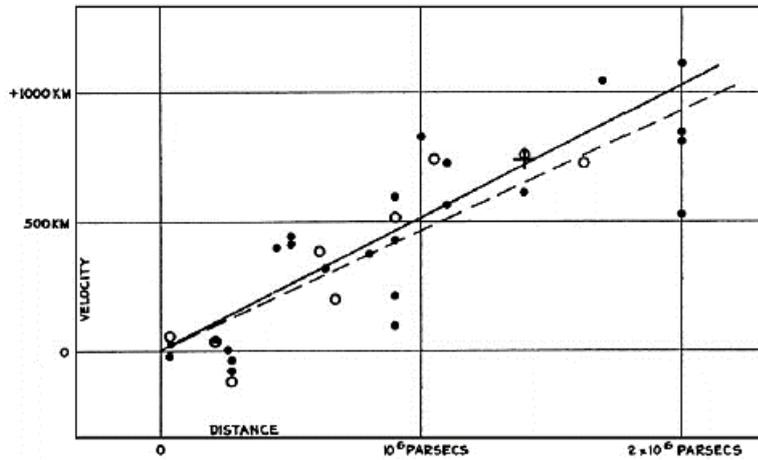


Figura 2.6: Gráfico obtido por Hubble. Quanto mais distante uma galáxia, mais rápido se afasta de nós e maior o deslocamento para o vermelho. Fonte: (Hubble 1929).

A equação que descreve esse fato é a chamada Lei de Hubble-Lemaître

$$v = H_0 d, \quad (2.6)$$

onde H_0 é a constante de Hubble, o parâmetro de Hubble medido hoje sendo $\sim 73 \pm 1 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$ se consideramos a medida obtida com as medidas de distância das Supernovas tipo Ia (Riess et al. 2022) ou $67.4 \pm 0.5 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$ se consideramos a medida obtida utilizando o modelo cosmológico e os dados da radiação cósmica de fundo (Planck Collaboration et al. 2016). Surpreendentemente, os valores de H_0 medidos por esses dois métodos são inconsistentes.

¹O modelo da *grande explosão*, ou Big Bang é uma metáfora: o real é que nós não sabemos o que houve no tempo cósmico $t = 0$ pois esse evento está fora da física conhecida por ser uma singularidade.

Essa discrepância entre os valores de H_0 representam o maior desafio para o modelo Λ CDM (Di Valentino et al. 2021, Hu & Wang 2023).

b) O espectro de corpo negro da radiação cósmica de fundo medido pelo experimento FIRAS do satélite COBE como pode ser visto na figura 2.7 (Smoot 1999).

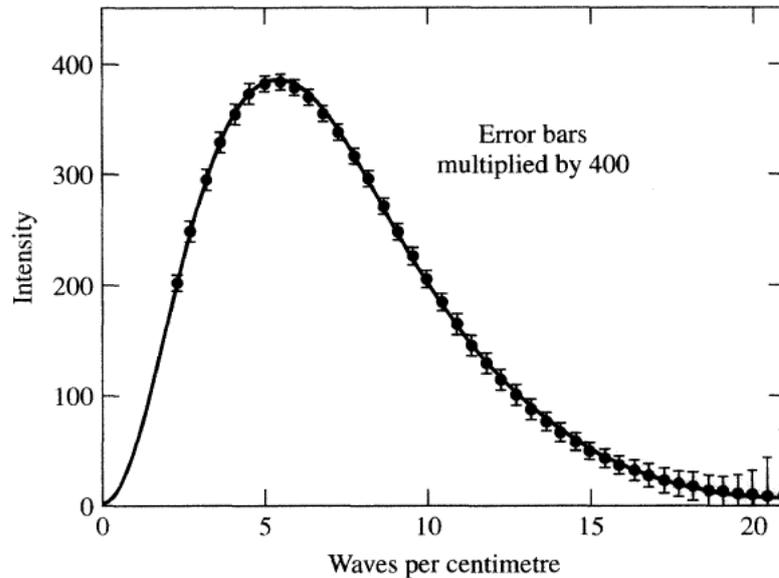


Figura 2.7: Espectro da radiação cósmica de fundo medido pelo experimento FIRAS do satélite COBE. (Liddle 2015).

O gráfico nos mostra o fato de que o espectro da radiação de fundo do universo é do tipo corpo negro o que sugere que o universo já esteve em um estado denso, quente, praticamente em equilíbrio térmico e que está expandindo e esfriando². A curva é o melhor ajuste para um corpo negro a temperatura de $T = 2.725 \pm 0.002 \text{ K}$ (Hodge 2006) e é a medida de um espectro de corpo negro mais precisa já obtida.

A imagem a seguir, figura 2.8, ilustra o modelo de Big Bang (quente) mostrando as fases mais importantes dessa evolução.

²De fato, pode-se mostrar que a temperatura da RCF varia inversamente com o fator de escala: $T(t) \propto 1/a(t)$.

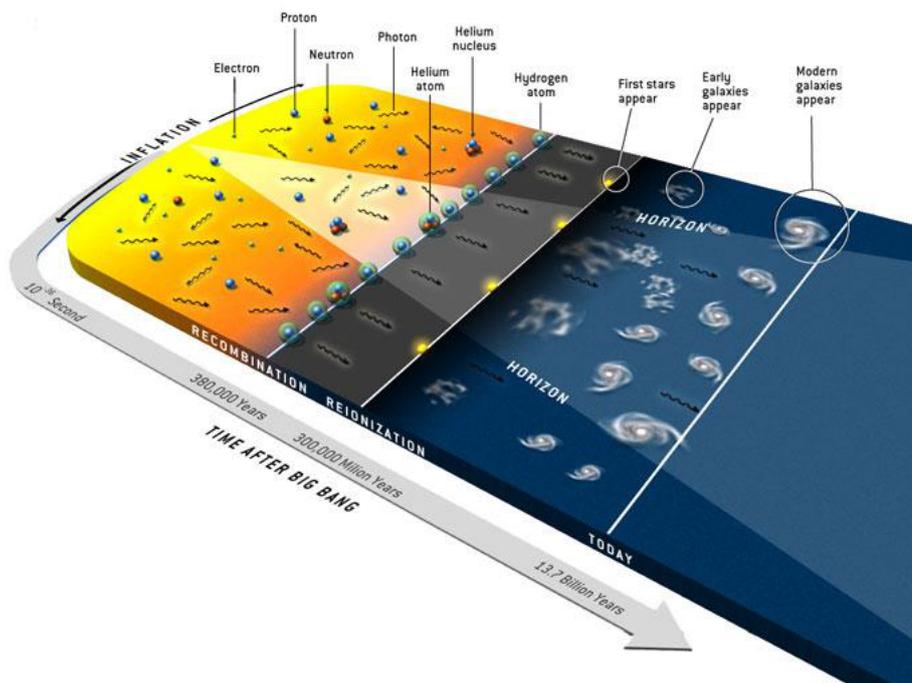


Figura 2.8: Representação do (assim chamado) modelo de Big Bang. Fonte: <https://astrokatie.blogspot.com/2012/08/the-long-dark-tea-time-of-cosmos.html>.

Nos primeiros 250 mil anos, e até os 400 mil anos de idade, o universo era composto basicamente de prótons, elétrons e fótons e as partículas interagem umas com as outras, porém, o universo era muito quente para ter átomos estáveis. Os fótons interagem fortemente com os átomos de hidrogênio recém formados ionizando-os ou interagem com prótons e elétrons livres de modo que o livre caminho médio dos fótons, era *pequeno* e o Universo era portanto opaco. Podemos considerar que o universo era um fluido acoplado de bárions-fótons em expansão. Com a expansão, o universo esfriou, se tornou menos denso e os fótons perderam energia de modo que, por volta dos 380 mil anos, os fótons se desacoplam e os primeiros átomos podem se formar e permanecerem estáveis. Os fótons tornaram-se *livres* quando seu livre caminho médio atingiu a ordem do raio de Hubble. O estudo e as medidas da radiação cósmica de fundo, radiação proveniente dessa época do universo primordial, nos permite testar os modelos cosmológicos (Neto 2020, Ryden 2017, Schneider 2006)

A figura 2.9 ilustra a evolução do universo, em especial a recombinação, época na qual a taxa de formação de átomos de hidrogênio se iguala à taxa de ionizações. A partir desse momento a taxa de formação de átomos estáveis supera a de íons e definimos que o universo passa a se tornar transparente. Esse processo não é instantâneo, a faixa de redshift a qual leva esse processo é algo em torno de $\Delta z \simeq 200$.

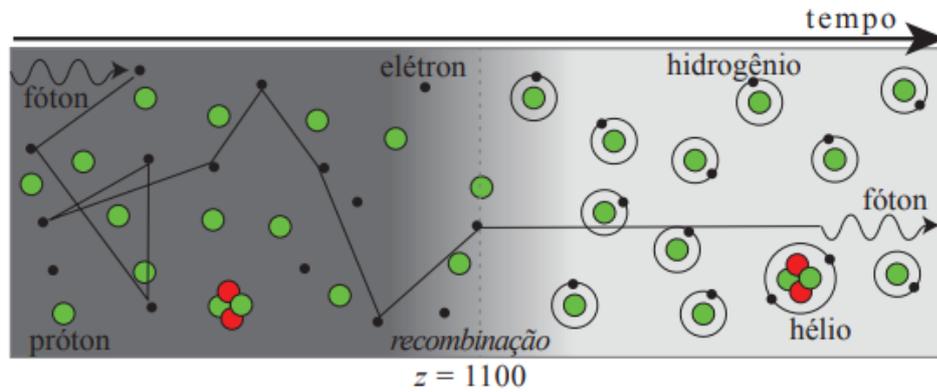


Figura 2.9: Recombinação. Fonte: Neto (2020)

2.4 Flutuações de Temperatura da Radiação Cós mica de Fundo

A radiação cósmica de fundo (RCF) consiste de fótons provenientes da última superfície de espalhamento. Os fótons da RCF são oriundos de todas as direções do céu e formam na esfera celeste um mapa de temperatura bastante homogêneo, porém com pequenas flutuações de temperatura dos fótons. Os tamanhos angulares das flutuações estão relacionados ao tamanho físico das flutuações de densidade na época do desacoplamento (Ryden 2017).

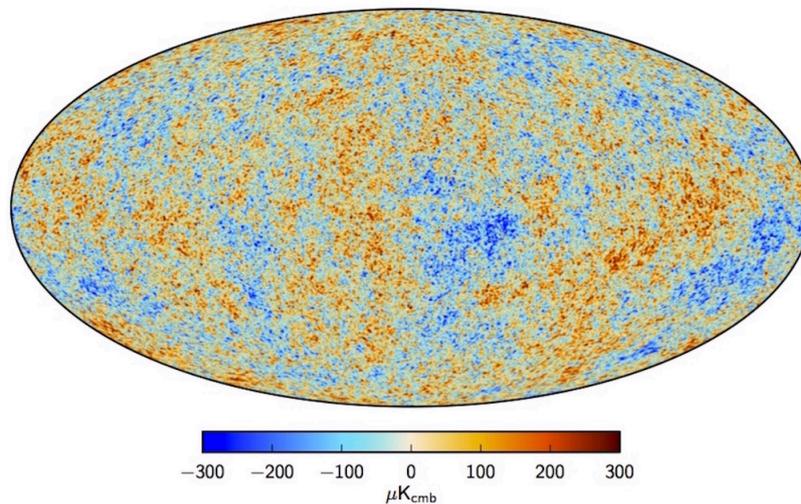


Figura 2.10: Flutuações de temperatura da RCF. Fonte: https://sites.pitt.edu/~jdnorton/teaching/2580_Cosmology/probes/probes.html.

Definimos as flutuações de temperatura como

$$\frac{\delta T(\theta, \phi)}{T_0} \equiv \frac{T(\theta, \phi) - T_0}{T_0}, \quad (2.7)$$

onde $T(\theta, \phi)$ é a temperatura da RCF na direção θ e ϕ . T_0 é a temperatura média correspondente aos fótons da RCF oriundos de todas as direções. As flutuações de densidade, são a causa da inomogeneidade da temperatura na época do desacoplamento e determinam a evolução desses contrastes de densidade ao longo do tempo cósmico. A figura 2.10 ilustra o mapa das flutuações obtido pelo satélite Planck. A escala ilustra os pontos mais quentes que a média (em vermelho) e mais frios (em azul). Chamamos atenção para o fato de que essas flutuações são bem pequenas, da ordem de 10^{-5} .

O mapa de flutuações na esfera celeste pode ser decomposto em harmônicos esféricos

$$\frac{\delta T(\theta, \phi)}{T_0} = \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}, \quad (2.8)$$

onde $\ell = 0$ e $\ell = 1$ foram subtraídos da contagem por corresponderem ao monopolo (o valor médio da temperatura da RCF) e ao dipolo (atribuído devido principalmente ao movimento peculiar da nossa galáxia respeito ao marco da RCF).

Um dos motivos de ser conveniente decompor a RCF em esféricos harmônicos é porque os termos na soma são linearmente independentes e cada um corresponde a uma dada escala angular. Dessa forma, a princípio, poderíamos identificar quais escalas são mais ou menos relevantes para formar o padrão observado. É uma forma de caracterizar espacialmente a RCF em termos dos tamanhos angulares das inomogeneidades.

Porém os harmônicos esféricos só servem para a descrição das flutuações de temperatura da RCF considerando a esfera celeste toda, mas os mapas com dados são mascarados por causa da contaminação galáctica, logo como os harmônicos esféricos não conseguem descrever uma esfera incompleta a descrição anunciada acima deixa de ser válida para as grandes escalas (em particular, o teorema de completitude e a ortonormalidade dos harmônicos esféricos). Resumindo, a máscara cria correlações angulares nas grandes escalas (Copi et al. 2010).

Os coeficientes $a_{\ell m}$ são em geral números complexos. O valor de $a_{\ell m}$ pode ser determinado por medidas de $\delta T/T_0$ em todas as direções. Para remover o efeito da escolha arbitrária para a direção $\phi = 0$, uma média angular considerando os $2\ell + 1$ valores de m pode ser realizada (Carroll & Ostlie 2017)

$$C_\ell \equiv \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{\ell} |a_{\ell m}|^2. \quad (2.9)$$

O espectro de potência angular costuma ser mostrado na forma $\ell(\ell + 1)C_\ell/2\pi$ versus ℓ , como na figura 2.11.

$$\Delta T^2 \equiv \frac{\ell(\ell + 1)}{2\pi} C_\ell. \quad (2.10)$$

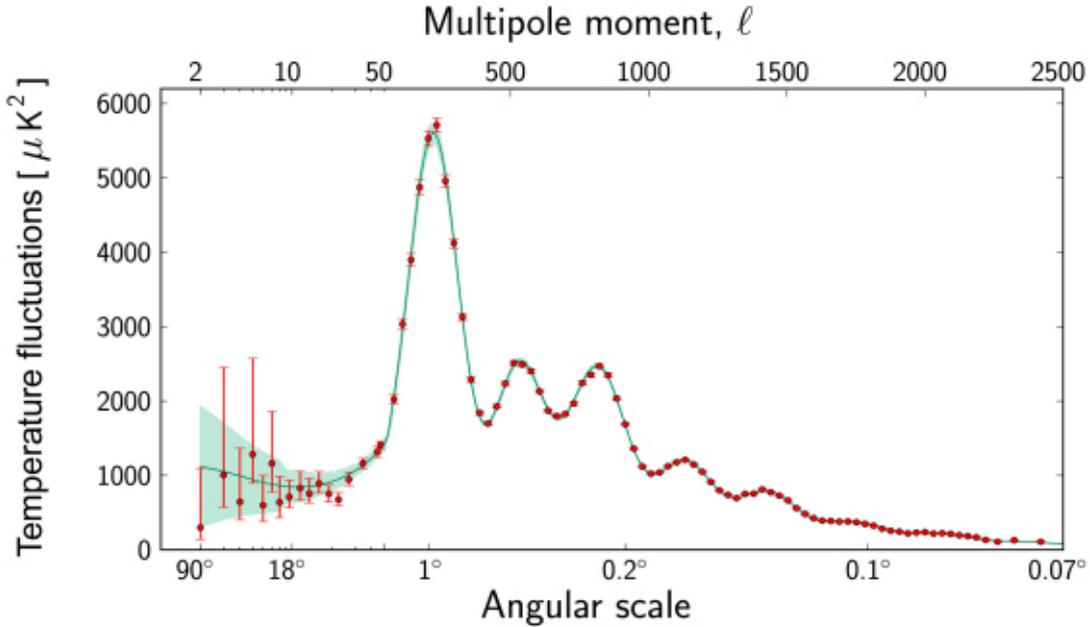


Figura 2.11: Espectro de potência das flutuações de temperatura da RCF. Fonte: https://wwmpa.mpa-garching.mpg.de/mpa/institute/news_archives/news1303_aaa/news1303_aaa-en.html.

À época do último espalhamento tínhamos uma densidade de matéria-energia da matéria escura maior do que dos fótons e a densidade dos fótons por sua vez maior do que a dos bárions. Flutuações primordiais pós-inflação geraram flutuações do potencial gravitacional. Considerando um fóton que se encontra no mínimo de um poço de potencial, ao *escalar* para fora do poço ele perde energia e sofre um desvio para o vermelho. Por outro lado, um fóton que se encontra em um máximo de um poço de potencial quando o universo se tornou transparente ganha energia ao *descer* sofrendo um desvio para o azul. Um cálculo detalhado desse efeito foi apresentado por Sachs & Wolfe (1967). Para grandes escalas ($\theta > 6^\circ$) as flutuações de temperatura nos dão informação sobre as flutuações originadas nos potenciais gravitacionais da matéria. A criação de flutuações de temperatura originadas nas variações no potencial gravitacional é conhecida como o efeito Sachs-Wolfe, e a região do espectro de potência angular na qual as variações de temperatura são aproximadamente $\propto 1/\ell^2$, é conhecida como o *plateau* de Sachs-Wolfe (observada no lado esquerdo da figura 2.11 pois o eixo vertical é $\propto \ell(\ell + 1)C_\ell$). Consideremos agora as flutuações em pequenas escala ($\theta < 6^\circ$). Antes do desacoplamento, o fluido fótons-bárions composto de fótons, elétrons e prótons têm, juntos, uma densidade de matéria-energia que é em torno de 40% da densidade de matéria escura. Portanto o fluido move-se sob influência da gravidade da matéria escura. Entretanto, conforme o fluido é comprimido pela gravidade fazendo sua pressão e densidade crescerem a pressão se torna suficientemente grande para causar uma expansão do fluido. À medida que o fluido se expande, sua pressão e densidades caem fazendo-o ser atraído posteriormente

em direção ao poço de potencial. Essas oscilações são observadas como os picos acústicos que aparecem na figura 2.11. O primeiro pico representa os poços de potencial dentro dos quais o fluido de fótons-bárions recém atingiu a máxima compressão no momento do último espalhamento. Essas ondas acústicas têm um comprimento ao do horizonte sonoro. As oscilações são chamadas de oscilações acústicas por representarem uma onda estacionária (Ryden 2017, Schneider 2006). Para as menores escalas do gráfico ($\theta < 0.2^\circ$) temos o efeito chamado *Silk Damping* que é causado pelo fato de que a recombinação não é instantânea. Se estende por uma faixa finita em *redshift*. Os fótons da RCF são espalhados pela última vez dentro de uma casca de espessura finita. Considerando um comprimento de escala que é muito menor do que a espessura dessa casca, existem vários máximos e mínimos de temperatura localizados dentro dessa casca ao longo da linha de visada. Por essa razão, as flutuações de temperatura nessas escalas pequenas se compensam ao longo da linha de visada. A espessura da casca de recombinação é aproximadamente a mesma do comprimento de difusão dos fótons, portanto esse fato é relevante na mesma escala de comprimento do *Silk Damping* mencionado acima (Schneider 2006).

Examinaremos agora a evolução das flutuações de densidade.

2.5 Evolução das Flutuações

Não seria possível a formação das estruturas que vemos hoje no Universo se ele fosse perfeitamente homogêneo e isotrópico. Porém, como vimos, as medidas da radiação cósmica de fundo indicam uma anisotropia nas flutuações de temperatura de

$$\frac{\delta T}{T} \simeq 10^{-5} \sim \frac{\delta \rho_b}{\rho_b}. \quad (2.11)$$

Considerando uma inhomogeneidade dessa ordem de grandeza para a densidade de matéria (bariônica+escura) é possível conceber a origem das estruturas observadas, cenário no qual regiões com sobredensidade de matéria atrai mais matéria e regiões com subdensidade de matéria perde matéria (Mukhanov 2005, Schneider 2006)

Descreveremos a evolução do universo a partir das equações de dinâmica de fluidos. Começamos definindo

$$\delta(t, \vec{x}) \equiv \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}} \equiv \frac{\rho(t, \vec{x}) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}, \quad (2.12)$$

onde δ é o contraste de densidade da matéria, $\delta \rho = \delta \rho(t, \vec{x})$ é a flutuação de densidade da matéria, onde $\rho(t, \vec{x})$ representa a densidade em uma dada região 3D ao tempo t , e $\bar{\rho}(t)$ representa a densidade média nessa região ao tempo t . Encontraremos uma equação que descreve o comportamento das flutuações de densidade com o passar do tempo a partir das equações da continuidade, equação de Euler e equação de Poisson para um universo em expansão. Faremos isso considerando a escala de interesse, ou seja, para escalas muito menores do que a escala de Hubble (Mukhanov (2005)),

$$\begin{cases} \dot{\delta} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \vec{v} = 0, \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} = -\frac{1}{a} \nabla \phi - \frac{c_s^2}{a} \nabla \delta, \\ \nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 \delta. \end{cases} \quad (2.13)$$

Manipulando essas três equações encontraremos uma expressão que descreve a evolução do fluido que representa o Universo em expansão. Derivando ambos os lados da primeira equação

$$\ddot{\delta} - \frac{\dot{a}}{a^2} \nabla \cdot \vec{v} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0. \quad (2.14)$$

De onde substituímos a segunda equação em 2.13 em 2.14

$$\ddot{\delta} - \frac{\dot{a}}{a^2} \nabla \cdot \vec{v} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \left(-\frac{\dot{a}}{a} \vec{v} - \frac{1}{a} \nabla \phi - \frac{c_s^2}{a} \nabla \delta \right) = 0, \quad (2.15)$$

$$\ddot{\delta} - \frac{\dot{a}}{a^2} \nabla \cdot \vec{v} - \frac{\dot{a}}{a^2} \nabla \cdot \vec{v} - \frac{1}{a^2} \nabla^2 \phi - \frac{c_s^2}{a^2} \nabla^2 \delta = 0, \quad (2.16)$$

onde substituindo a primeira equação de 2.13 no segundo e terceiro termos em 2.16 e a terceira equação de 2.13 no quarto termo de 2.16 resulta

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} - 4\pi G\bar{\rho}\delta - \frac{c_s^2}{a^2}\nabla^2\delta = 0, \quad (2.17)$$

Essa equação descreve as flutuações de densidade no tempo. As soluções dessa equação descrevem a formação de estruturas no universo, segundo o modelo padrão Λ CDM. Para mais detalhes veja (Baumann 2022, Mukhanov 2005, Schneider 2006)

2.6 Os Grandes Catálogos

O estudo da formação das estruturas em larga escala ao longo da evolução do universo é uma das principais motivações para o desenvolvimento dos grandes catálogos. O primeiro grande levantamento foi feito em 1986 e é chamado *Center for Astrophysics Survey* (CfA). Na figura a seguir podemos ver os pontos representando as galáxias em uma região do céu representada por uma fatia, onde a distância radial até a origem é dada como velocidade de recessão devida à expansão do universo (quantidade proporcional as distâncias, como veremos no próximo capítulo), e a abertura angular representa a declinação. A outra coordenada angular é suprimida e ficamos com uma *fatia* do céu.

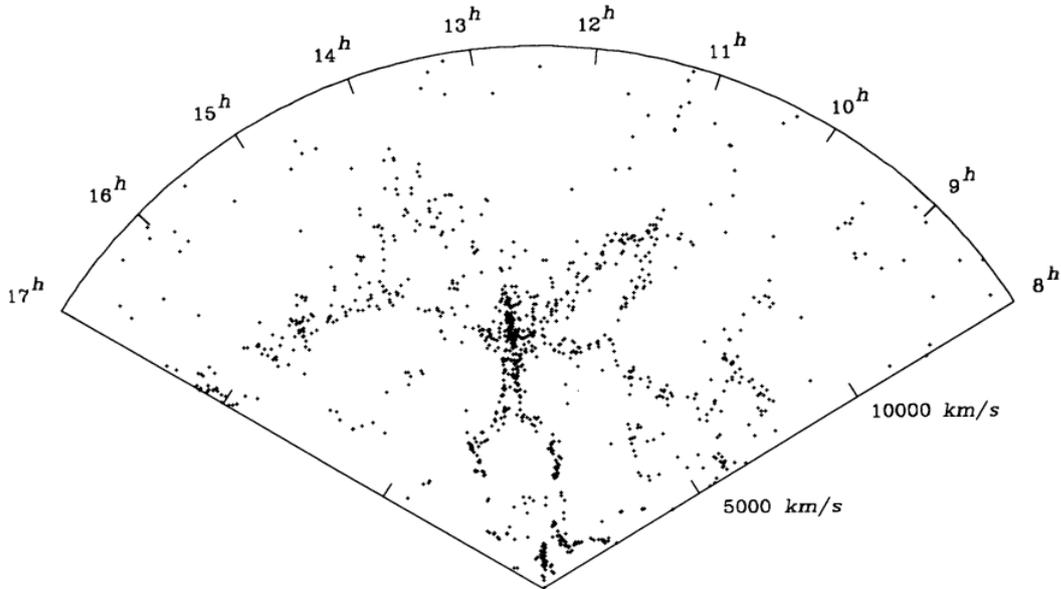


Figura 2.12: "Slice of the Universe" de De Lapparent et al. (1986).

É possível observarmos que as galáxias formam filamentos em algumas regiões e vazios em outras. Entretanto, esse primeiro levantamento não era grande o suficiente para permitir uma conclusão definitiva sobre um limite máximo para o tamanho dessas estruturas.

A segunda imagem é do levantamento *Las Campanas Redshift Survey* (LCRS), levantamento realizado na primeira metade dos anos 90 com aproximadamente o dobro de objetos catalogados e consideravelmente mais profundo do que o anterior. As duas *fatias*

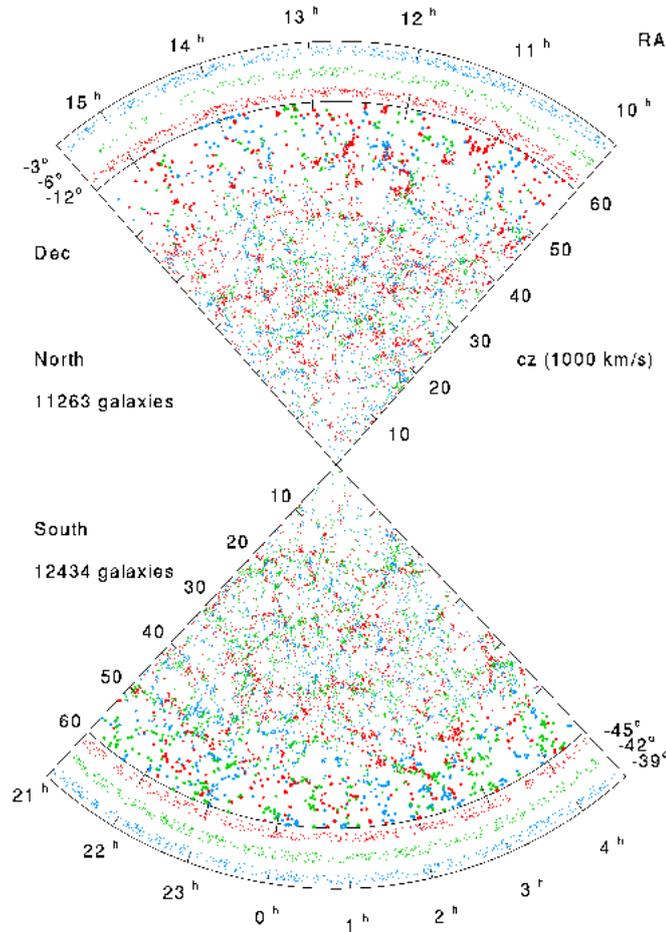


Figura 2.13: Las Campanas Redshift Survey. Fonte: <https://www.astro.ucla.edu/~wright/lcrs.html>.

representam regiões nas direções dos polos galácticos norte e sul. Em geral não são realizados levantamentos do céu todo porque nossa galáxia é um disco com poeira e gás, e na direção do plano galáctico se torna difícil detectar as outras galáxias. Assim, ficamos com dois *cones* nas direções dos polos galácticos norte e sul. Com esse levantamento foi possível estimar um limite máximo para o tamanho dessas estruturas. Algo em torno de uma fração de Gpc (mais precisamente 100 Mpc aproximadamente).

Os resultados desses primeiros levantamentos motivaram levantamentos ainda maiores por dois motivos: i) com volumes maiores esperava-se que a análise estatística seria aprimorada e ii) análises mais profundas em termos do redshift permitiriam o estudo da

evolução dessas estruturas.

Apresentamos a seguir, o levantamento 2dFGRS, da sigla em inglês *two degree field galaxy redshift survey*. O 2dFGRS conta com um telescópio de 4 m e um espectrógrafo

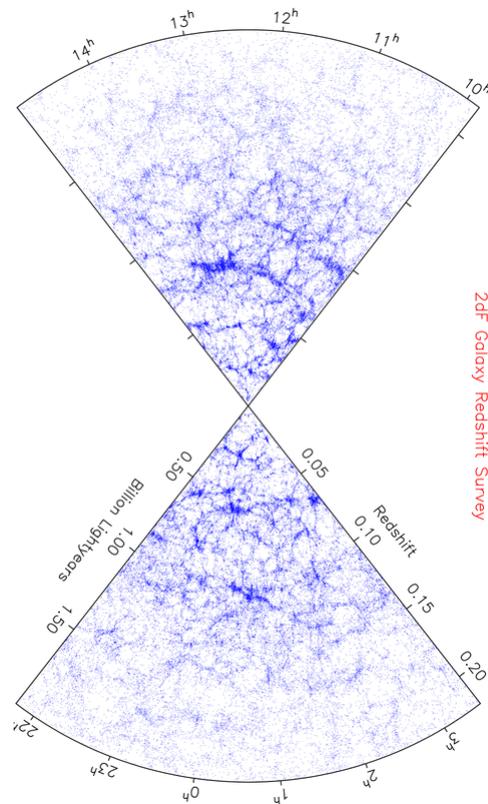


Figura 2.14: 2dF Galaxy Redshift Survey. Fonte: <http://www.2dfgrs.net/>.

especialmente desenvolvido para o projeto. Obteve espectros de mais de 230 mil galáxias, o que permitiu um grande avanço científico na área.

O último levantamento é o Sloan Digital Sky Survey (SDSS) ³⁴, uma colaboração internacional que realizou um preciso, grande e profundo mapeamento do universo. Esse catálogo astronômico realizou observações por imageamento e espectroscopia em uma grande área do céu com um telescópio de 2,5m equipado com uma câmera CCD para imagear fotometricamente o céu em cinco bandas ópticas, **u**, **g**, **r**, **i**, **z** e dois espectrógrafos (York et al. 2000). É um dos maiores catálogos já realizados até hoje com 10^6 galáxias catalogadas. Novamente podemos observar estruturas formando filamentos e vazios.

³<https://www.sdss.org/>

⁴<https://live-sdss4org-dr12.pantheonsite.io/scope/>

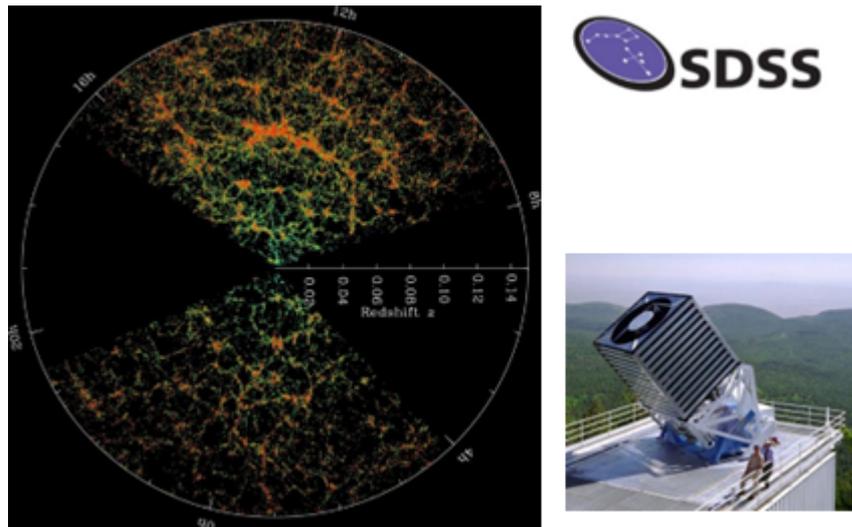


Figura 2.15: Sloan Digital Sky Survey (SDSS) . Fonte: <https://www.sdss4.org/science/>.

As simulações cosmológicas atuais também reproduzem essas estruturas e permitem testarmos modelos e parâmetros cosmológicos confrontando os resultados das simulações com as observações ⁵⁶. Temos como exemplo a simulação Millennium Run, que utilizou mais de 10 bilhões de partículas para traçar a evolução da distribuição de matéria em uma região cúbica do universo de 2 bilhões de anos-luz de lado aproximadamente. A imagem abaixo registra a simulação para o universo observado a redshift $z = 0$.

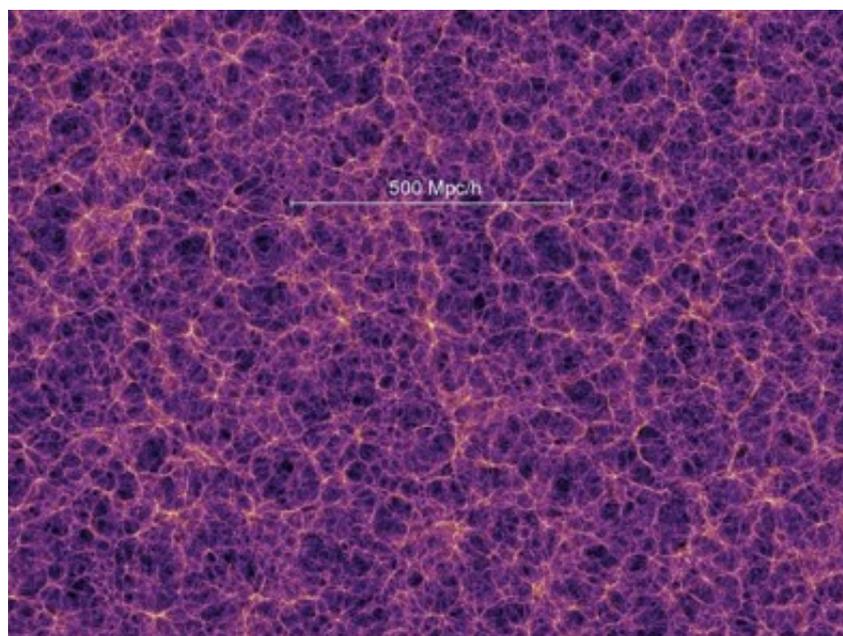


Figura 2.16: Simulação Millennium Run. Fonte: https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/seqB_063a_half.jpg.

⁵<https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/>

⁶<https://flamingo.strw.leidenuniv.nl/>

Capítulo 3

Metodologia

Veremos agora alguns aspectos da metodologia do trabalho. Inicialmente faremos uma revisão sobre cosmografia, sobre a interpretação cosmológica do redshift e sobre o cálculo de distâncias utilizando cosmografia. Em seguida introduziremos as ferramentas estatísticas ξ , \mathcal{N} e \mathcal{D}_2 que permitem avaliar quantitativamente a homogeneidade de uma amostra de galáxias. Por fim faremos uma avaliação teórica do parâmetro \mathcal{D}_2 e discutiremos critérios para estabelecer a transição para a homogeneidade.

3.1 Cosmografia

3.1.1 Redshift Cosmológico

Vejamos a interpretação cosmológica para o redshift. Considere o exemplo da figura. O aumento no comprimento de onda do fóton emitido é interpretado como devido ao chamado fluxo de Hubble que, segundo a interpretação mais aceita da relatividade geral, é devido a expansão do próprio espaço. Então, a medida que um fóton viaja desde sua emissão da galáxia A até sua absorção na galáxia B terá seu comprimento de onda aumentado da mesma proporção que o espaço. Estamos supondo que as chamadas velocidades peculiares das galáxias são desprezíveis e que o afastamento de uma em relação à outra é unicamente devido ao fluxo de Hubble.

Identificamos o tamanho de um dos lados do quadrado como d_0 no instante da emissão e $d(t)$ no instante da detecção. Podemos dizer que $d(t)$ é maior que d_0 por um fator $a(t)$. Isso é conveniente porque podemos descrever a expansão em termos de um fator adimensional

$$d(t) = a(t)d_0, \quad (3.1)$$

$$d_0 = \frac{d(t)}{a(t)}. \quad (3.2)$$

Derivando essa equação no tempo, temos

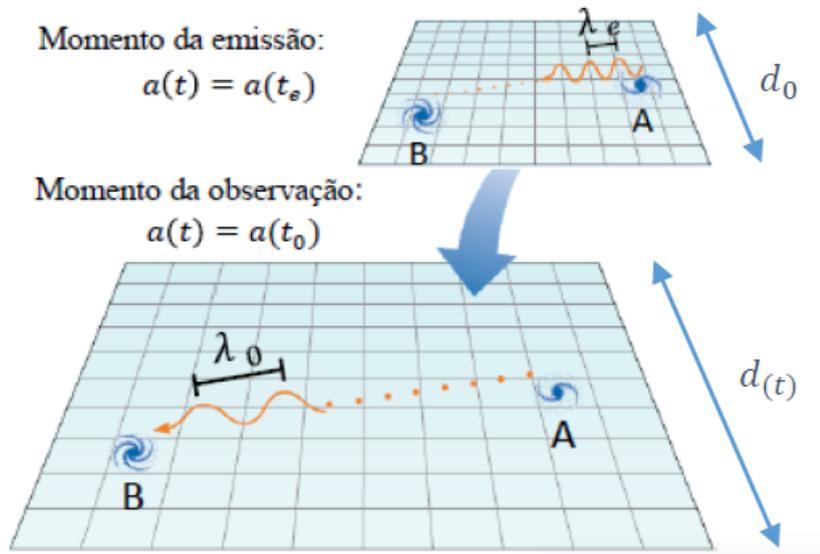


Figura 3.1: Fóton emitido com comprimento de onda λ_e no instante t_e da galáxia A até a sua detecção no instante t_0 na galáxia B . Fonte: Silva Neto (2020)

$$\dot{d}(t) = \dot{a}(t)d_0, \quad (3.3)$$

onde $\dot{d}(t) = v(t)$

$$v(t) = \dot{a}(t)d_0. \quad (3.4)$$

Substituindo 3.2 em 3.4

$$v(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}d(t), \quad (3.5)$$

onde $\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ define o parâmetro de Hubble $H(t)$

$$v(t) = H(t)d(t). \quad (3.6)$$

Aplicando na equação acima $t = t_0$ (hoje), temos a Lei de Hubble vista anteriormente

$$v = H_0d, \quad (3.7)$$

onde H_0 representa o valor do parâmetro de Hubble hoje $H_0 \simeq 70 \frac{km/s}{Mpc}$. Esse valor é um valor aproximado levando em consideração os dois valores atualmente mais aceitos obtidos por técnicas diferentes e que resultam em valores diferentes, fato conhecido como tensão de Hubble. Em uma das medidas utiliza-se os dados da radiação cósmica de fundo onde, para o tempo presente, e considerando o modelo padrão da cosmologia, o Universo deveria estar se expandindo a uma taxa de $67,4 \pm 0,5 \frac{km/s}{Mpc}$ (Planck Collaboration et al. 2016).

A outra medida baseia-se na análise das supernovas do Tipo Ia. Com essas observações foi possível determinar que a taxa de expansão local é de cerca de $73,0 \pm 1,0 \frac{km/s}{Mpc}$ (Riess et al. 1998).

Podemos relacionar o redshift z com o fator de escala $a(t)$. Considerando que durante o intervalo de tempo de viagem do fóton o aumento em uma dimensão espacial foi proporcionalmente o mesmo que do comprimento de onda do fóton viajante, temos

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} \rightarrow \lambda_0 = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} \lambda_e. \quad (3.8)$$

Da definição de redshift

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_e}, \quad (3.9)$$

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}, \quad (3.10)$$

substituindo 3.8 em 3.10

$$z = \frac{\frac{a_0}{a} \lambda_e - \lambda_e}{\lambda_e}, \quad (3.11)$$

$$z = \frac{a_0}{a} - 1, \quad (3.12)$$

$$z + 1 = \frac{a_0}{a}, \quad (3.13)$$

e considerando $a_0 = 1$ (hoje):

$$z + 1 = \frac{1}{a}, \quad (3.14)$$

chegamos à relação entre z e a .

3.1.2 Determinação de distâncias com cosmografia

Uma vez que estamos trabalhando no Universo Local é possível determinar distâncias, com boa aproximação, com cosmografia.

Iremos agora obter uma expressão para a distância válida nesse caso a partir das expressões da distância própria

$$d_p(t_0) = c \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (3.15)$$

onde t_0 representa o instante de observação da luz emitida pela fonte, por exemplo, por uma galáxia distante no instante t_e , usando a expansão polinomial

$$\frac{1}{a(t)} \approx 1 - H_0(t - t_0) + \left(1 + \frac{q_0}{2}\right) H_0^2(t - t_0)^2, \quad (3.16)$$

onde $q_0 \equiv -\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right)$. Substituindo 3.16 em 3.15 obtemos

$$d_p(t_0) \approx c(t_0 - t_e) + \frac{cH_0}{2}(t_0 - t_e)^2. \quad (3.17)$$

Precisamos agora de uma expressão para $(t_0 - t_e)$ e fazemos isso utilizando a definição do redshift

$$z = \frac{1}{a(t_e)} - 1, \quad (3.18)$$

substituindo novamente a expansão de 3.16 agora em 3.18

$$z \approx H_0(t_0 - t_e) + \left(1 + \frac{q_0}{2}\right) H_0^2(t_0 - t_e)^2. \quad (3.19)$$

Invertendo a expressão anterior encontramos uma expressão para $(t_0 - t_e)$

$$t_0 - t_e \approx \frac{1}{H_0} \left[z - \left(1 + \frac{q_0}{2}\right) z^2 \right], \quad (3.20)$$

que pode ser substituída em 3.17

$$d_p(t_0) \approx \frac{cz}{H_0} \left[1 - \frac{(1 + q_0)}{2} z \right]. \quad (3.21)$$

Para redshifts pequenos ($z \lesssim 0.2$) podemos considerar a relação entre a velocidade de uma galáxia (devida ao fluxo de Hubble) e seu redshift como sendo linear

$$cz \simeq H_0 d. \quad (3.22)$$

Essa equação costuma ser utilizada para obtenção de H_0 utilizando velas padrão no Universo Local. Mede-se z espectroscopicamente, determina-se d por algum método independente e plota-se cz versus d onde o *best-fit* linear fornece H_0 .

No nosso caso, estamos interessados em obter d medindo-se z e utilizar H_0 na forma $H_0 = 100 h \frac{km/s}{Mpc}$

$$d \simeq \frac{cz}{H_0} = \frac{cz}{100} Mpc/h. \quad (3.23)$$

Como nossa amostra para análise está no Universo Local, nós empregamos essa relação simples de Hubble-Lemaître para calcular as distâncias comóveis até nós de um objeto a redshift z . A rigor, pelo mesmo motivo de trabalharmos no Universo Local, poderíamos querer contabilizar as velocidades peculiares

$$d = \frac{cz}{H_0} + \frac{\langle V_p \rangle}{H_0}, \quad (3.24)$$

onde $\langle V_p \rangle$ representa a média do campo de velocidades peculiares dos objetos em análise, que é resultado do movimento local dos objetos cósmicos devido ao campo gravitacional da distribuição de matéria ao redor desses objetos (Kaiser 1987). Em média, velocidades peculiares atingem $\langle V_p \rangle \simeq 600$ km/s (Hoffman et al. 2017). Uma vez que os redshifts da nossa amostra satisfazem $z > 0.04$, então $cz \gg \langle V_p \rangle$ e a aproximação 3.23 é válida.

Agora vamos introduzir três conceitos importantes, que estão relacionados entre si, e que permitem quantificar a escala de homogeneidade. São eles, a função correlação de 2 pontos ξ , a contagem em esferas normalizada \mathcal{N} e a dimensão fractal \mathcal{D}_2 .

Desde o trabalho pioneiro de Scrimgeour et al. (2012), o método mais comum para medir a escala de transição para a homogeneidade é a medida da dimensão fractal \mathcal{D}_2 . Esse aferidor quantifica o grau de fractalidade ou de homogeneidade de uma distribuição de objetos.

3.2 Contagem em Esferas Normalizada \mathcal{N}

Homogeneidade espacial é entendida estatisticamente, como o comprimento de escala mínimo além do qual qualquer região 3D de volume V contenha, basicamente, o mesmo número de objetos cósmicos (esse conceito é análogo ao que é feito com fluidos clássicos, veja Stoeger et al. (1987)).

Em uma distribuição estatisticamente homogênea (distribuição uniforme) nós esperamos que o número de objetos (galáxias, ou mais genericamente partículas) seja proporcional ao volume e, conseqüentemente, proporcional à r^3 , onde r pode ser pensado como o raio de uma esfera (Avila et al. 2018b, Ntelis et al. 2017)

$$N(< r) \propto r^3. \quad (3.25)$$

3.3 Dimensão Fractal \mathcal{D}_2

Em uma situação mais geral, a distribuição pode ser ou não homogênea (até mesmo fractal). Nesse caso nós esperamos um número de objetos proporcional a

$$N(< r) \propto r^{D_2}, \quad (3.26)$$

onde D_2 é a chamada dimensão fractal, onde 3 representa homogeneidade para uma distribuição tridimensional. Frações significam distribuições fractais.

A dimensão fractal é obtida calculando

$$D_2 = \frac{d \ln N}{d \ln r}. \quad (3.27)$$

D_2 quantifica como a contagem numérica varia com a escala. Entretanto, existe um problema ao aplicar essa análise diretamente, porque, não importa o quão grande seja a amostra, em geral consiste de um volume limitado. Isso levanta o seguinte problema: conforme as esferas de contagem crescem, elas envolvem regiões cada vez maiores fora da amostra contabilizando essas regiões erroneamente como vazios, o que produziria um viés na nossa análise. A solução para resolver esse problema é comparar nossa amostra de dados com uma amostra artificial (*random*) que tem uma distribuição uniforme (a distribuição *mais homogênea possível* para uma distribuição discreta) com o mesmo número de pontos, mesmo formato e volume que nossa amostra de dados. Assim, nós modificamos nossos estimadores e usamos as seguintes expressões (Avila et al. 2018a, Laurent et al. 2016, Ntelis et al. 2017, Scrimgeour et al. 2012):

$$\mathcal{N}(< r) = \frac{N(< r)}{N_R(< r)}, \quad (3.28)$$

$$\mathcal{D}_2(r) = \frac{d \ln \mathcal{N}}{d \ln r} + 3, \quad (3.29)$$

onde $N(< r)$ e $N_R(< r)$ são o número de galáxias contadas dentro de esferas para uma rodada de contagem com esferas de raio r para os dados e para o *random* respectivamente. Em uma rodada de contagem nós contamos galáxias dentro de esferas com raio r usando uma dada galáxia como centro da esfera. A esfera é centrada na próxima galáxia e assim sucessivamente, de maneira que ao final da rodada o centro da esfera tenha coincidido com todas as galáxias da amostra. Nós somamos o número total dessa rodada e o resultado é N . Fazemos a mesma coisa para o *random* a fim de obter N_R , dividimos N por N_R e obtemos \mathcal{N} . \mathcal{N} é a chamada contagem em esferas normalizada. Para distribuições homogêneas $\mathcal{N} = 1$ e $\mathcal{D}_2 = 3$.

Desde o trabalho pioneiro de Scrimgeour et al. (2012) o método mais comum adotado na literatura para medir a escala de transição para a homogeneidade é medindo-se a dimensão fractal $\mathcal{D}_2(r)$. Essa é a ferramenta estatística que utilizaremos para medir a escala de transição para a homogeneidade.

3.4 Função Correlação de 2 Pontos: ξ

É possível mostrar que podemos obter o mesmo tipo de informação obtida com o método da contagem em esferas a partir do conjunto de distâncias aos pares entre galáxias dos dados e do conjunto de distâncias aos pares do *random*. Além disso, é possível mostrar

que é possível definir uma função que depende unicamente desse conjunto de distâncias aos pares e que caracteriza espacialmente uma amostra. A função é a chamada função correlação de 2-pontos ξ .

A definição mais básica e intuitiva de estimador para a função correlação de 2-pontos é dada por (Peebles 1973)

$$\xi = \frac{DD(r)}{RR(r)} - 1, \quad (3.30)$$

onde DD é o número de pares cujas distância está entre r e $r + \Delta r$ para os dados e RR é a mesma coisa para pares do *random*.

Podemos comparar essa definição com a fórmula semi-empírica relatada na literatura

$$\xi = (r/r_0)^{-\gamma}, \quad (3.31)$$

onde r_0 e γ são constantes.

Observando o gráfico abaixo vemos que para distâncias a partir de aproximadamente 30 a 40 Mpc/h o valor da correlação flutua em torno de zero, o que é esperado, pois existem aglomerados de galáxias e vazios presentes nas estruturas em larga escala do universo.

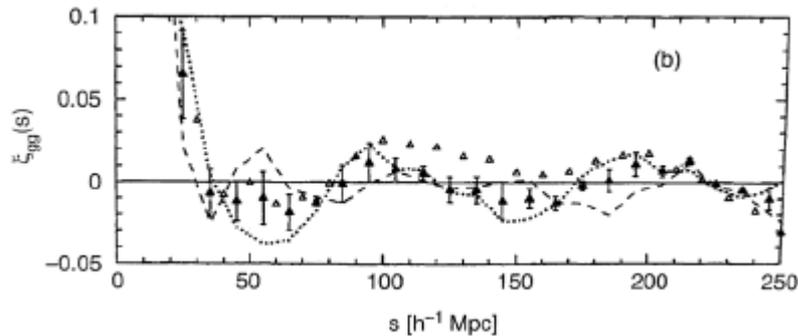


Figura 3.2: A figura mostra o gráfico da função de correlação ξ em função da escala r para o Catálogo Las Campanas. Fonte: (Schneider 2006)

A ideia em comparar a definição com a equação semi-empírica pode ser entendida qualitativamente da seguinte forma: em pequenas escalas, como para os dados temos mais aglomeração do que para o *random*, temos nos dados mais pares a distâncias menores do que para o *random* e logo a razão DD/RR será maior do que 1 e a função correlação ξ terá valor maior do que zero. A partir de uma certa escala a contagem se iguala em ambos os catálogos, DD/RR flutua em torno de 1 e ξ flutua em torno de 0.

Em geral considera-se $r_0 = 5$ Mpc/h e $\gamma = -1.8$ (Schneider 2006), porém esses valores mudam e dependem do traçador considerado (e da amostra em análise), se são galáxias azuis, quasares, etc. Vale a pena ressaltar também que dependendo do tamanho da amostra pode ser possível detectar um sinal das Oscilações Acústicas Bariônicas (OAB) que é um resquício do universo primordial *impresso* nas estruturas de larga escala.

Um estimador mais adequado para a função correlação de dois pontos foi proposto por Landy & Szalay (1993), que foi usado nesse trabalho, o qual é dado por

$$\xi = \frac{DD(r) - 2DR(r) + RR(r)}{RR(r)}, \quad (3.32)$$

onde DR é o número de pares cuja distância entre si é r e $r + \Delta r$ para pares considerando uma galáxia dos dados e um ponto do *random*. Os termos DD e RR representam o mesmo da definição anterior.

DD , RR e DR são normalizados pelo número de pares. DD e RR são divididos por $n(n-1)/2$ e DR é dividido por n^2 . n é o número de galáxias nos dados e pontos do *random*. Como dissemos nós estamos considerando o mesmo número de galáxias nos dados e pontos no *random*.

Os valores de ξ foram obtidos usando o código TreeCorr de Jarvis et al. (2004). Nós desenvolvemos um algoritmo que calcula a função correlação de 2-pontos, porém o código é consideravelmente mais lento e consome muito mais memória. Os códigos foram comparados em circunstâncias iguais e os resultados mostram uma coincidência entre ambos.

Os valores de ξ foram submetidos à correção FKP proposta por Feldman, Kaiser e Peacock como descrito em Carter et al. (2018), Feldman et al. (1993). A correção é apresentada a seguir

$$\xi = 1 + \frac{DD}{RR} \left(\frac{n_r}{n_d} \right)^2 - 2 \frac{DR}{RR} \left(\frac{n_r}{n_d} \right), \quad (3.33)$$

onde a razão n_r/n_d é dada por

$$\frac{n_r}{n_d} = \frac{\sum_i^{N_r} w_i}{\sum_j^{N_d} w_j}, \quad (3.34)$$

e w obtido de

$$w_i(z) = \frac{1}{1 + nP_0}, \quad (3.35)$$

onde n é a densidade numérica média e P_0 é a amplitude do espectro de potência. Nesse trabalho usamos o valor $P_0 = 10\,000 \text{ Mpc}^3/h^3$ (de Carvalho et al. 2021). Além disso, n_r/n_d é uma correção que otimiza a razão sinal ruído S/N entre a variância da amostra e o ruído estatístico para ξ e foram obtidos usando pesos individuais w_i para cada galáxia para os dados e para o *random*.

A definição de ξ é um excesso (ou uma falta) de probabilidade de encontrar uma galáxia nas vizinhanças de uma dada posição, se naquela posição existe uma sobredensidade (ou um vazio) em relação a uma distribuição homogênea (poissoniana). Em outras palavras, a probabilidade de encontrar uma galáxia em uma posição não é independente de se nas vizinhanças daquela posição há uma galáxia ou não. Isso pode ser expresso matematicamente pela seguinte relação (Peebles 1973)

$$dP = \bar{n}[1 + \xi(\vec{r})]dV, \quad (3.36)$$

onde dP é a probabilidade de encontrar uma dada galáxia em um volume dV localizada em uma posição \vec{r} para uma distribuição com densidade numérica média \bar{n} . É possível simplificar a expressão anterior considerando a hipótese de isotropia (Franco et al. 2024). Nesse caso a correlação depende unicamente da distância entre a origem do referencial considerado e a posição em questão $\xi(\vec{r}) = \xi(r)$:

$$dP = \bar{n}[1 + \xi(r)]dV. \quad (3.37)$$

É possível mostrar que nós podemos obter \mathcal{N} diretamente da função correlação ξ (Ntelis et al. 2017)

$$\mathcal{N} = 1 + \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi(r')r'^2 dr'. \quad (3.38)$$

3.5 A função $\mathcal{D}_2^{\Lambda\text{CDM}}$ esperada no ΛCDM : uma abordagem linear

Nas nossas análises, nós iremos comparar nosso principal resultado, $\mathcal{D}_2(r)$, com o modelo de concordância cosmológica usando uma aproximação de primeira ordem, ou aproximação linear, na teoria de perturbações cosmológicas. Primeiro, nós definimos o contraste de densidade, $\delta(\mathbf{r}, a)$,

$$\delta(\vec{r}, a) \equiv \frac{\rho(\vec{r}, a) - \bar{\rho}(a)}{\bar{\rho}(a)} \quad (3.39)$$

onde $\rho(\vec{r}, a)$ é a densidade de matéria nas vizinhanças de \vec{r} no tempo cósmico t (i.e., quando o fator de escala é $a(t)$), e $\bar{\rho}(t)$ é a densidade de matéria do *background* no tempo cósmico t . É conveniente descrever as flutuações da densidade de matéria no espaço de Fourier,

$$\tilde{\delta}(\vec{k}, a) = \int \delta(\vec{r}, a) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r, \quad (3.40)$$

A partir desta relação é possível definir o espectro de potência para a matéria, $P(\vec{k}, a)$,

$$P(\vec{k}_1, \vec{k}_2, a_1, a_2) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \langle \tilde{\delta}(\vec{k}_1, a_1) \tilde{\delta}(\vec{k}_2, a_2) \rangle. \quad (3.41)$$

Devido as propriedades de homogeneidade local e isotropia da teoria cosmográfica, é então possível obter a função correlação de 2 pontos para a matéria a partir do espectro de potência (Padmanabhan 1993)

$$\xi(r, a) = \int P(k, a) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \quad (3.42)$$

Resumidamente, para obter a dimensão de correlação $\mathcal{D}_2^{\Lambda\text{CDM}}(r, z)$ calcula-se $\xi(r, z)$, ou equivalentemente $\xi(r, a)$, onde $a = 1/(1+z)$, a partir de um modelo de espectro de potência para a matéria, $P(k, z)$ e logo usa-se a equação 3.38. Nesse trabalho nós produzimos a curva teórica para $\xi(r, z_{ef})$, para $z_{ef} = 0.128$, usando o *The Core Cosmology Library* (CCL) (Chisari et al. 2019)¹.

Geralmente, um modelo mais completo é aplicado para calcular a dimensão de correlação, incorporando efeitos não-lineares surgindo das velocidades peculiares que são modeladas no espectro de potência (Ntelis et al. (2017)). Entretanto, dado que nós estamos lidando com dados no Universo Local, mesmo esses modelos ainda estão longe de capturar todos os efeitos que distorcem a função correlação. Tipicamente, uma reconstrução do campo de densidade é realizada. Entretanto, como nossa amostra de galáxias azuis do SDSS satisfaz $\delta_{blue\ gals.} \simeq \delta_{matter}$ (Cresswell & Percival (2009), Zehavi et al. (2005)) implica que o bias relativo da matéria das galáxias azuis do SDSS é $b_{blue\ gals.} \simeq 1$, esses objetos cósmicos podem ser considerados bons traçadores cosmológicos da densidade de matéria para grandes escalas.

3.6 Critério de 1%

Desde o trabalho de Scrimgeour et al. (2012) a literatura tem adotado amplamente o método do critério de 1% para determinar a escala de homogeneidade R_H onde a transição para a homogeneidade ocorre. Esse método tem a vantagem de tornar a comparação com a teoria e entre diferentes *surveys* mais fácil. O método consiste em ajustar uma curva independente de modelo cosmológico aos dados, e encontrar o valor de $r = R_H$ para o qual a curva intercepta uma linha horizontal a 1% (i.e., 2.97) de $\mathcal{D}_2(r) = 3$.

3.7 Obtendo a Transição para a Escala de Homogeneidade

Um método bem estabelecido se faz necessário para determinar exatamente quando o critério de 1% é atingido. Uma vez que os valores para $\mathcal{D}_2(r)$ exibem uma transição suave para homogeneidade, uma curva analítica simples pode determinar o valor de R_H e seu respectivo erro. A única condição imposta é de que essa função tem como limite o valor 3, que corresponde ao limite assintótico de $\mathcal{D}_2(r)$. Assim, temos

¹<https://ccl.readthedocs.io/en/latest/>

$$f(x) = A \left[1 - \exp\left(\frac{B}{x}\right) \right] + 3, \quad (3.43)$$

onde A e B são constantes a serem determinadas. O benefício de adotar uma função analítica é a conveniência de propagar o erro e encontrar as raízes da função. Uma vez que os parâmetros da função são determinados, assim o erro da função $f(x)$ é

$$\sigma_{f(x)} = \sqrt{\left\{ \left[1 - \exp\left(\frac{B}{x}\right) \right] \sigma_A \right\}^2 + \left[-\frac{1}{x} A \exp\left(\frac{B}{x}\right) \sigma_B \right]^2}. \quad (3.44)$$

Assim como para o cálculo de R_H , nós temos a seguinte relação

$$A \left[1 - \exp\left(\frac{B}{R_H}\right) \right] + 0.03 = 0, \quad (3.45)$$

onde nós usamos a equação (3.43) em R_H para o ponto $f(R_H) = 2.97$. Assim, isolando R_H nós temos

$$R_H = \frac{B}{\ln\left(1 + \frac{0.03}{A}\right)}, \quad (3.46)$$

onde o erro é

$$\sigma_{R_H} = \sqrt{\left[\frac{R_H^2}{B} \frac{3}{A(100A+3)} \sigma_A \right]^2 + \left(\frac{R_H}{B} \sigma_B \right)^2}. \quad (3.47)$$

A medida que a escala cresce a função correlação pode ser aproximada por uma função exponencial (veja equação (27) de Sylos Labini & Vasilyev (2008)). Dessa forma decidimos excluir as escalas menores do nosso ajuste, definindo um limite inferior de $r \geq 55 \text{ Mpc}/h$.

3.8 Mínimo Volume 3D para análise da homogeneidade

Uma das importantes questões das análises sobre grandes escalas que tenham a intenção de extrair informação cosmológica de uma distribuição 3D de objetos cósmicos é verificar se o volume 3D em estudo é grande o suficiente para obter um resultado que seja significativamente robusto. Considerando a transição de uma distribuição espacial não homogênea para uma homogênea, Coleman & Pietronero (1992) afirmam o seguinte: $R_S \gg R_H$, que significa que a escala contendo a informação cosmológica, a escala de homogeneidade, R_H , precisa ser menor do que a escala do catálogo R_S .

Para o estimador usado na nossa análise, a condição $R_S \gg R_H$ precisa ser considerada porque $\mathcal{N}(< r)$ sempre atingirá 1, independente se tal condição é satisfeita. Consequentemente, $\mathcal{D}_2(< r)$ sempre atingirá 3.

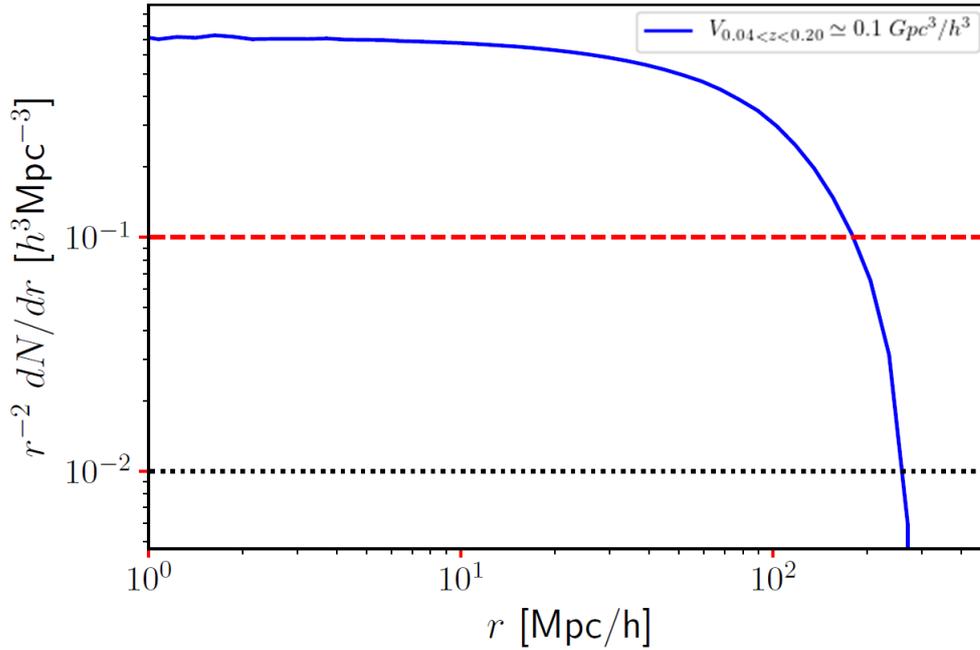


Figura 3.3: Número de pares normalizado para o *random* em função da distância entre pares r . A linha tracejada em vermelho define o limite de 10 por cento e a linha pontilhada em preto o limite de 1 por cento. Fonte: Autoria própria (2024).

Uma metodologia foi desenvolvida para testar se o volume analisado contém informação suficiente para extrair a escala de homogeneidade correta. Seguindo Laurent et al. (2016), nós calculamos as contagens aos pares no catálogo random para uma grande faixa de distâncias. A partir disso, nós derivamos e dividimos por r^2 e normalizamos esse cálculo. Dessa forma nós obtemos a densidade numérica dos pares no random. Laurent et al. (2016), em sua amostra de quasares, considerou 10 por cento como o limite para o cálculo, que é, quando o número da densidade de pares cai abaixo de 10 por cento não há um número de pares suficiente para obter uma boa razão sinal-ruído para a análise. Ntelis et al. (2017) decidiu utilizar um limite arbitrário de 1 por cento. Essa mudança foi necessária porque a amostra usada por Ntelis et al. (2017) tem um volume muito menor comparada com a amostra de quasares usada por Laurent et al. (2016). Na figura 3.3 temos o resultado dessa cálculo para a nossa amostra. Nós podemos observar que temos um bom número de pares para distâncias razoavelmente grandes em relação ao tamanho da nossa amostra. Em outras palavras não temos o problema de haver um número de pares pequeno para distâncias de interesse cosmológico dentro da amostra.

Capítulo 4

Dados

Nesse capítulo apresentamos os dados e o tratamento dos mesmos bem como detalhes sobre os catálogos *random* e *mock* foram criados.

4.1 Dados

Nossa amostra inicial é parte do décimo segundo *release* (DR12) do SDSS e consiste de 289 440 galáxias azuis, onde a taxa de formação de estrelas é alta, e pode ser vista na figura 4.1.

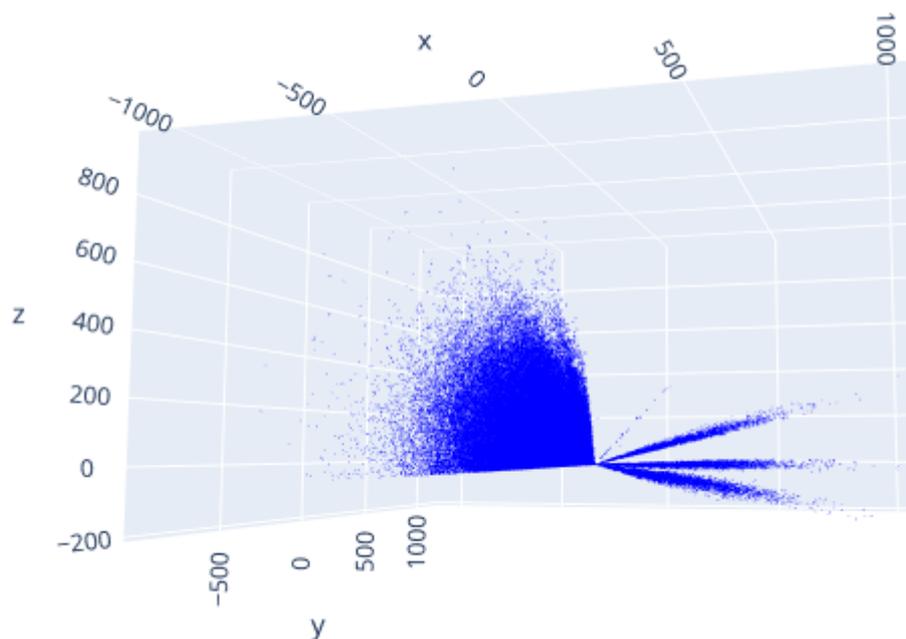


Figura 4.1: Amostra inicial de 289 440 galáxias azuis. Fonte: Autoria própria (2024).

Podemos ver à esquerda as galáxias que se encontram no hemisfério norte galáctico e as 3 faixas da direita correspondem à galáxias do hemisfério sul galáctico. a subamostra utilizada na pesquisa é um recorte do hemisfério norte. A seleção das galáxias foi realizada

a partir do diagrama cor-cor da figura a seguir usando as bandas u , g e r (Avila et al. 2019a).

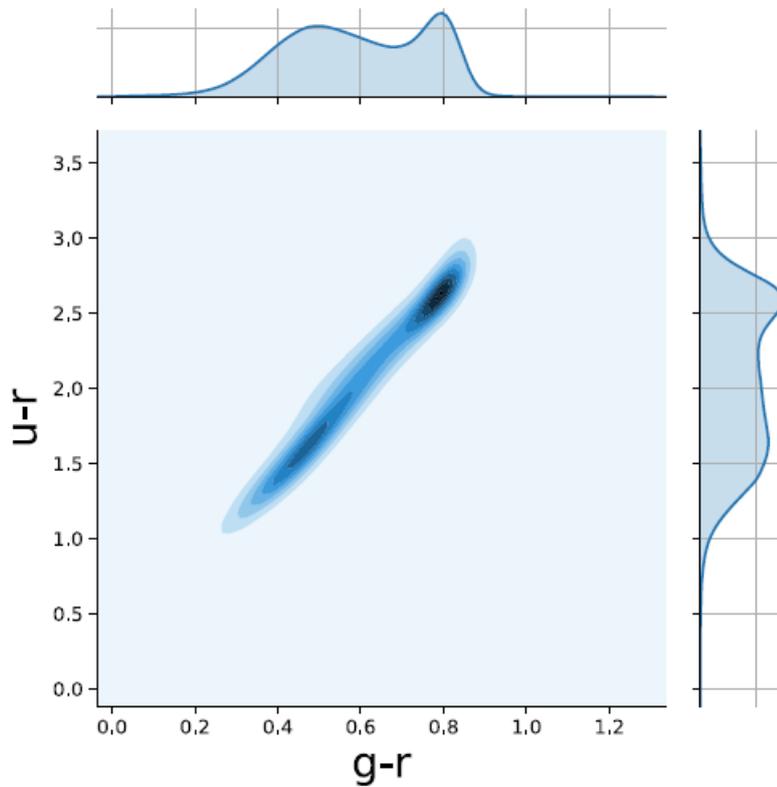


Figura 4.2: Diagrama cor-cor de galáxias do SDSS, corrigidas para extinções galáctica e intrínsecas. Os *plots* horizontal e vertical mostram a distribuição bimodal de $g-r$ e $u-r$ para as cores das galáxias respectivamente. Fonte: (Avila et al. 2019a).

A seleção seguiu o seguinte critério $0.0 < g-r < 0.6$ e $0.0 < u-r < 2.0$. As magnitudes de cada galáxia foram corrigidas para extinção galáctica e para avermelhamento intrínseco. A figura 4.2 ilustra o recorte em questão (para mais detalhes sobre a seleção da amostra e correção das magnitudes veja Avila et al. (2019a) e de Carvalho et al. (2021))

A área total coberta é aproximadamente $10\,400$ graus² Alam et al. (2015), Ross et al. (2015) ¹ e a área coberta no hemisfério norte galáctico, de onde nós selecionamos nossa amostra para as análises é de aproximadamente $7\,000$ graus². Os *footprints* dos hemisférios norte e sul galácticos podem ser vistos na figura 4.3

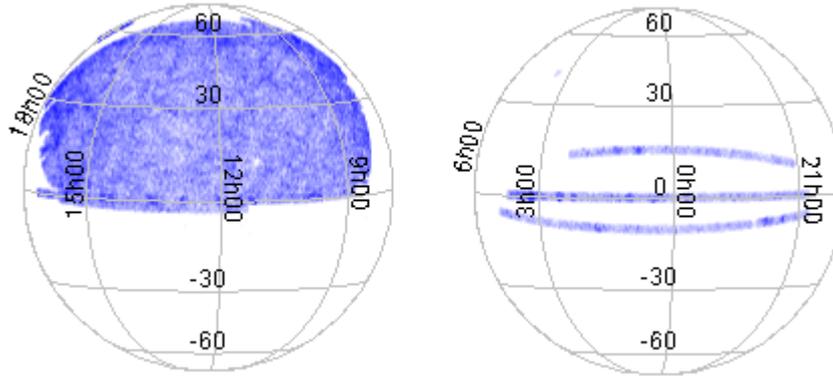


Figura 4.3: *Footprints* da amostra inicial de 289 440 galáxias azuis. À esquerda: hemisfério norte galáctico. À direita: hemisfério sul galáctico. Fonte: Autoria própria (2024).

¹<https://www.sdss4.org/dr12/scope>

A amostra final, utilizada nas nossas análises, cujo *footprint* está plotado na figura 4.4.

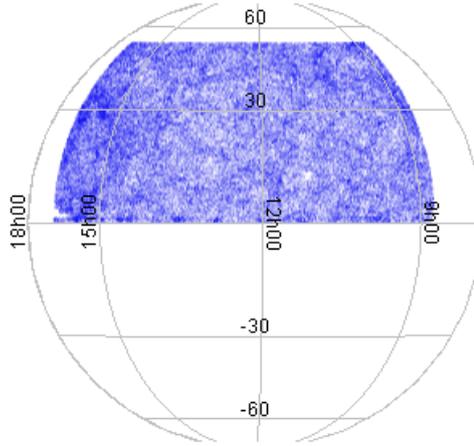


Figura 4.4: *Footprint* da amostra com 150 302 galáxias azuis do SDSS. Fonte: Autoria própria (2024).

tem 150 302 galáxias azuis e foi obtida após cortes em coordenadas angulares e redshift. O corte em coordenadas angulares foi aplicado para nos mantermos apenas com a região do hemisfério galáctico norte, para descartar regiões desconexas e aparar as bordas da amostra porque a análise é sensível à irregularidades nas bordas. Feito isso, ficamos com a seguinte região para análise: $AR=[128.91, 243.51]$ graus e $DEC=[0.00, 57.71]$ graus. Então, a região final após esses cortes é de aproximadamente $6\,000$ graus². O corte em redshifts deixa a amostra para análise com redshifts no intervalo $0.04 < z < 0.20$. A seleção de redshift obedece a duas razões: i) evitar grandes estruturas sub-densas e sobredensas presentes em redshifts baixos, efeito que poderia enviesar nossas análises, e ii) para aplicar cosmografia para calcular as distâncias radiais comóveis, em unidades Mpc/h ; para garantir a validade da nossa aproximação nós restringimos a análise para galáxias com $z < 0.20$ (ver figura 3 do artigo). Além disso, para redshifts altos, o número de objetos observados cai rapidamente produzindo um decréscimo na densidade numérica.

O volume da amostra é de aproximadamente $0.1 \text{ Gpc}^3/h^3$. O histograma dos dados pode ser visto na figura 4.5.

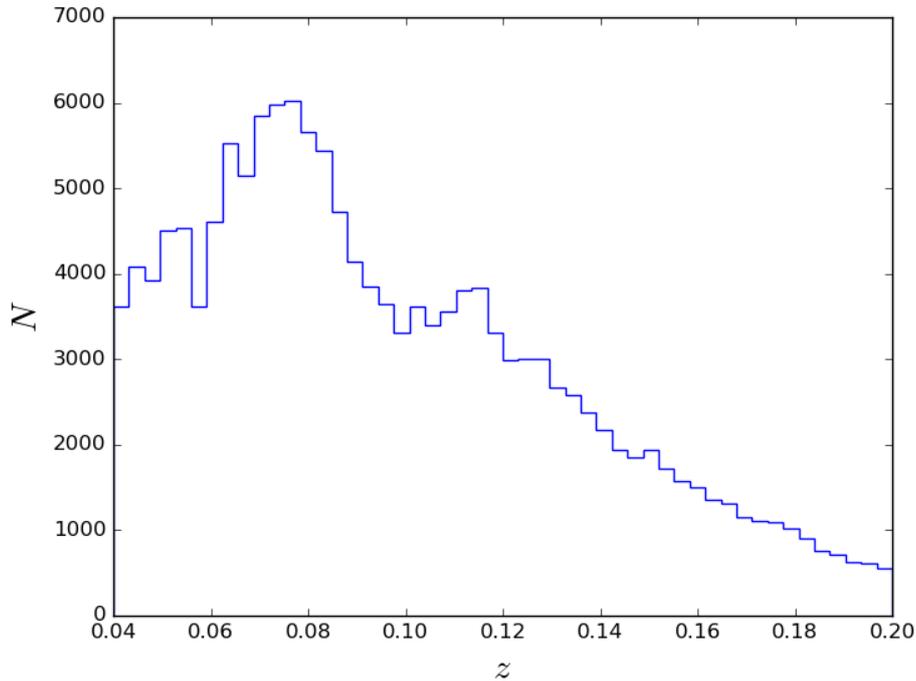


Figura 4.5: Histograma da amostra contendo 150 302 galáxias azuis do SDSS no intervalo de redshift $0.04 < z < 0.20$. Fonte: Autoria própria (2024).

4.2 *Randoms*

Os *randoms* foram criados com o código `randomsdss 0.5.02` e são usados para sondar homogeneidade comparando-os com os dados como discutido anteriormente. Os *randoms* têm o mesmo formato, volume e número de pontos dos dados (os *randoms* também contabilizam o efeito de que para redshifts maiores termos uma densidade aparentemente menor devido limitação observacional). Os valores obtidos para cada *bin* de ξ são valores médios do cálculo usando os dados e 25 *randoms*.

4.3 *Mocks*

Nesse trabalho adotamos simulações log-normal para calcular a matriz covariância para o estimador $\mathcal{D}_2(r)$. Nós utilizamos o código público descrito em Agrawal et al. (2017). O código gera catálogos mock no espaço dos redshifts assumindo uma densidade de probabilidade lognormal para os campos de densidade de galáxias e de matéria.

Na tabela 4.1 nós mostramos todos os parâmetros de *input* necessários para gerar nossos catálogos simulados. Na primeira coluna nós apresentamos a configuração do catálogo: as dimensões da caixa, L_x , L_y e L_z , o número de galáxias N_g , o redshift no qual nós geramos o *power spectrum* de *input*, z e o bias b . O *power spectrum* da matéria, $P(k)$, é

²<https://github.com/mchalela/RandomSDSS>

Tabela 4.1: Configuração do catálogo e dos parâmetros cosmológicos usados para gerar o conjunto de $N_s = 100$ realizações log-normal, também chamadas de catálogos *mock*.

Parâmetros de configuração do catálogo	Parâmetros Cosmológicos
$z = 0.128$	$\Omega_c h^2 = 0.1202$
$b = 1.0$	$\Sigma m_\nu = 0.06$
$N_g = 10\,000\,000$	$n_s = 0.9649$
$L_x = 1\,800\text{ Mpc}/h$	$\ln(10A_s) = 3.045$
$L_y = 1\,800\text{ Mpc}/h$	$\Omega_b h^2 = 0.02236$
$L_z = 1\,800\text{ Mpc}/h$	$h = 0.6727$

calculado utilizando a *transfer function* de Eisenstein & Hu (1998). O código usa essa abordagem por padrão. No caso de não ser fornecida uma tabela de $P(k)$ os valores são calculados externamente (veja Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes (2022) para uma checagem da acurácia da abordagem de Eisenstein & Hu (1998)). Todos esses parâmetros foram escolhidos para reproduzir nossa amostra de galáxias azuis na segunda coluna da tabela 4.1

Na primeira coluna nós apresentamos a configuração do catálogo: as dimensões da caixa, L_x , L_y e L_z , o número de galáxias N_g , o redshift no qual nós geramos o *power spectrum* de *input*, z e o bias b . No caso de não ser fornecida uma tabela de $P(k)$ os valores são calculados externamente (veja Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes (2022) para uma checagem da acurácia da abordagem EH). Todos esses parâmetros foram escolhidos para reproduzir nossa amostra de galáxias azuis. Na segunda coluna da tabela 4.1

Os *mocks* são simulações que levam em conta parâmetros cosmológicos e um modelo cosmológico padrão, no caso presente o Λ CDM plano. Nós consideramos o redshift efetivo $z_{ef} = 0.128$ obtido através da definição (Carter et al. 2018)

$$z_{ef} = \frac{\sum_{i=0}^N g z_i w_i(z)}{\sum_{i=0}^N g w_i(z)} \quad (4.1)$$

onde os pesos $w_i(z)$ são obtidos através da equação 3.35. O código está descrito em Agrawal et al. (2017) e gera catálogos *mocks* no espaço dos redshift assumindo uma função densidade de probabilidade do tipo log-normal para campos de densidade de galáxias e matéria. Os *mocks* são usados para calcular incertezas envolvidas no cálculo da escala de homogeneidade. Nós geramos 100 *mocks* com o dobro de pontos comparado aos dados. Para cada *mock* nós selecionamos aleatoriamente 150 302 pontos, o número de galáxias no conjunto dos dados em análise. Na figura 4.6 temos os dados em análise, e para ilustração também mostramos um *random* e um *mock* e suas respectivas projeções na esfera celeste.

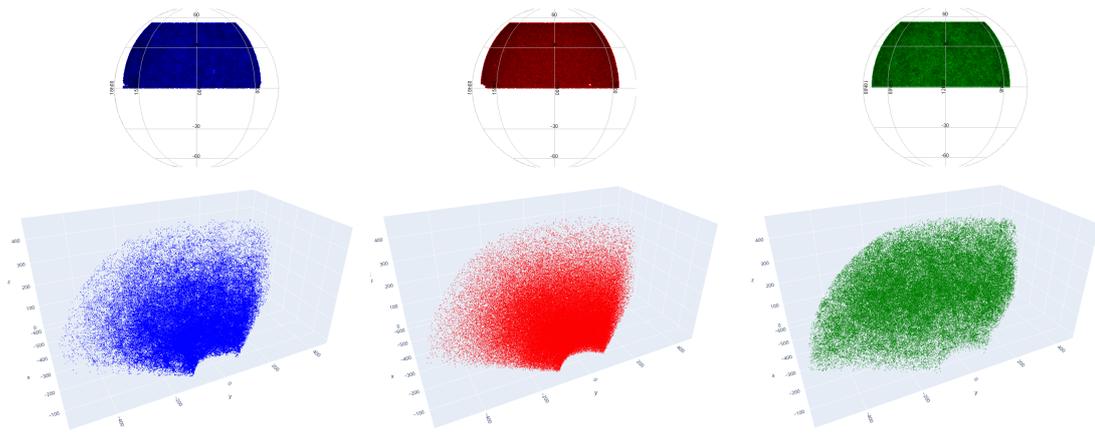


Figura 4.6: *Plots* em 3D e *footprints* dos dados, de um random e um mock respectivamente. Fonte: Autoria própria (2024).

Ressaltamos que apesar de os resultados serem sensíveis à densidade numérica de galáxias, esta é considerada diretamente apenas no cálculo dos pesos da equação 3.35, ou seja, na correção FKP para os valores de ξ .

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Nesse capítulo apresentaremos os resultados para a estimativa da escala de homogeneidade da nossa amostra e alguns testes de consistência que visam descartar qualquer tipo de viés nos resultados.

5.1 $\mathcal{D}_2(r)$ em função de r

Com uma metodologia bem definida nos capítulos anteriores, nós podemos agora discutir os resultados obtidos para $\mathcal{D}_2(r)$ em função da distância entre pares r . Nossos resultados podem ser sintetizados na tabela 5.1.

A partir da leitura de um arquivo de texto com as posições das galáxias em coordenadas angulares o software Treecorr calcula as distâncias entre pares DD , RR e DR como definidas na seção 3.4. A partir disso, são então calculados os valores para a função correlação de 2 pontos ξ como definida na equação 3.32. Como mencionado anteriormente, esse procedimento é realizado para 25 *randoms*. A partir das médias dos valores de ξ para cada r , calcula-se os valores de \mathcal{N} como definido em 3.38. Por fim, a partir dos valores de \mathcal{N} são calculados os valores da dimensão fractal \mathcal{D}_2 . O melhor ajuste dos parâmetros para a função da equação 3.43 é então obtido.

Tabela 5.1: Essa tabela sintetiza nossos resultados do melhor ajuste. Apresentamos os parâmetros do melhor ajuste e a significância estatística do procedimento.

Melhor ajuste	Valores
A	0.00105 ± 0.0004
B	$236.783 \pm 20.908 \text{ Mpc}/h$
R_H	$70.00 \pm 9.26 \text{ Mpc}/h$
χ^2	10.416
ν	20 (= 22 - 2)
χ^2/ν	0.52

Na figura 5.1 apresentamos a matriz covariância *bin-bin* reduzida, também chamada de matriz correlação, calculada para 100 *mocks* com 50 *bins* cada para obter as incertezas na determinação de $\mathcal{D}_2(r)$.

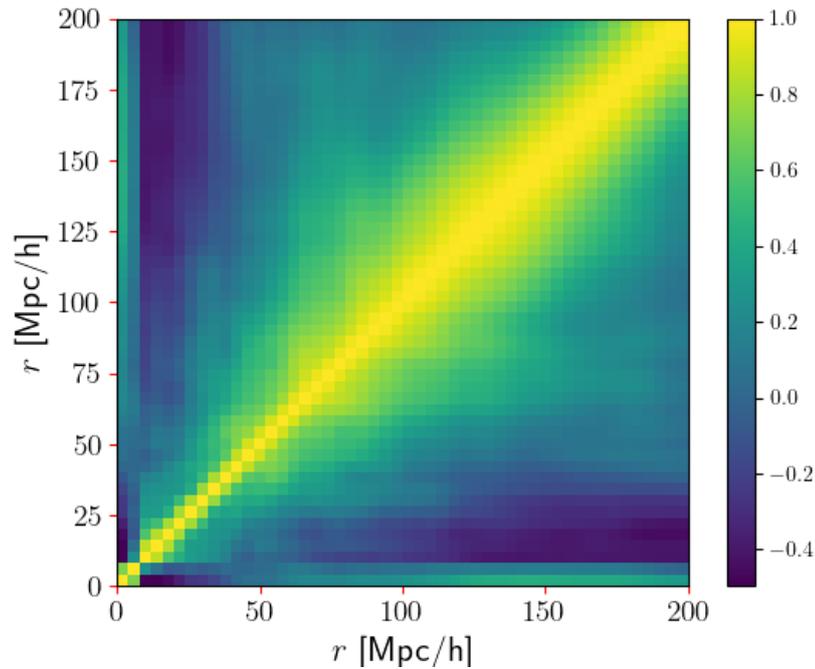


Figura 5.1: Matrix correlação calculada usando 100 mocks para obter as incertezas nas medidas de $\mathcal{D}_2(r)$. Fonte: Autoria própria (2024).

A matriz covariância é dada por:

$$C_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\xi_n(r_i) - \bar{\xi}(r_i)] [\xi_n(r_j) - \bar{\xi}(r_j)] , \quad (5.1)$$

onde N significa o número de mocks, $\xi_n(r_i)$ é o i -ésimo *bin* da n -ésima função de correlação do mock e $\bar{\xi}(r_i)$ é a média para o *bin*.

A partir da matriz covariância podemos determinar a matriz correlação, também chamada de matriz covariância reduzida:

$$r_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii}C_{jj}}} . \quad (5.2)$$

Finalmente, apresentamos na figura 5.2 nosso resultado para \mathcal{D}_2 em função da distância entre pares r .

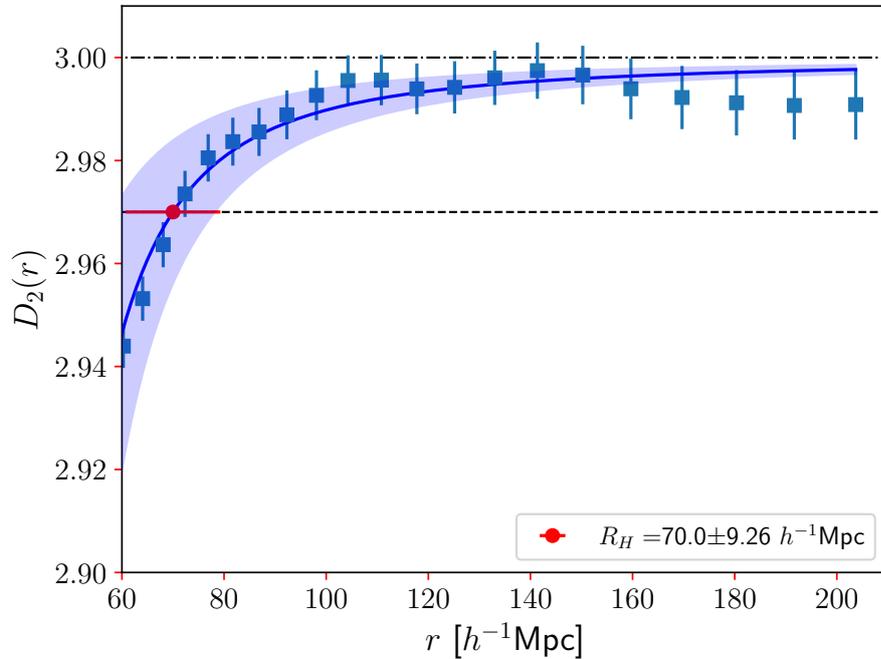


Figura 5.2: $\mathcal{D}_2(r)$ em função da distância entre pares r para a amostra com 150 302 galáxias azuis do SDSS com $0.04 < z < 0.20$. As barras de erro foram obtidas da matriz covariância com respeito aos 100 mocks. A linha contínua em azul é o melhor ajuste de acordo com nosso modelo paramétrico descrito na seção 3.7 para obter a escala de homogeneidade. A região sombreada em azul é o intervalo de confiança de 68% obtido da equação 3.44. Nós mostramos nossa medida da escala de homogeneidade como um ponto vermelho. Fonte: Autoria própria (2024).

Os valores obtidos de $\xi(r)$ para cada *bin* são valores médios que referem-se à análise da equação 3.33 feita com 25 *randoms*. Dos valores calculados de $\xi(r)$ nós obtemos os valores de $\mathcal{N}(< r)$ utilizando a equação 3.38. Os valores de \mathcal{N} também são médias dos valores obtidos analisando os 25 *randoms*. Finalmente, os valores de $\mathcal{N}(< r)$ são

usados para obter os valores para a dimensão fractal $\mathcal{D}_2(r)$, utilizando a equação 3.29 e plotando esses valores em função da distância entre pares. As barras de erro foram obtidas da matriz covariância *bin-bin* considerando os 100 catálogos *mock*. As linhas pretas tracejada e tracejada-pontilhada representam valores da dimensão de correlação de 2.97 e 3.00, respectivamente. Os quadrados em azul representam a dimensão de correlação para nossa amostra de galáxias azuis com as barras de erro associadas derivadas das simulações log-normal. Empregando nosso modelo paramétrico, como descrito na equação 3.43, e aplicando o critério de 1%, nós determinamos o valor $R_H = 70.00 \pm 9.26 \text{ Mpc}/h$ indicado pelo ponto vermelho na figura 5.2. Nosso modelo paramétrico é representado pela curva em azul, ajustada no intervalo $55 < r < 200 \text{ Mpc}/h$. A incerteza, da equação 3.47, é visualizada pelo nível de confiança de 68% através da região sombreada em azul. Particularmente notável é o aumento substancial no erro à medida que consideramos escalas cada vez menores. Isso se alinha às nossas expectativas, já que nosso modelo funciona bem para escalas maiores. Além disso, nosso modelo captura efetivamente uma transição suave para a escala de homogeneidade, evidenciada pela ausência de qualquer descontinuidade discernível entre os pontos nas vizinhanças de 2.97 e esse era o nosso objetivo científico. Chamamos atenção para o fato de nossa medida apresentada aqui para R_H ser levemente diferente da medida que aparece em (Dias et al. 2023). Isso ocorre porque o ajuste feito no trabalho citado foi realizado no intervalo $60 < r < 200 \text{ Mpc}/h$ e no presente trabalho utilizou-se o intervalo $55 < r < 200 \text{ Mpc}/h$. Isso foi feito porque, no primeiro caso, obtivemos uma margem de erro para R_H cujo limite inferior está, por pouco, fora do intervalo para o ajuste. Optou-se portanto em fazer um novo ajuste de modo que o limite inferior para a margem de erro de R_H estivesse totalmente dentro do intervalo utilizado para o ajuste. Os resultados diferem muito pouco entre si e são equivalentes considerando a margem de erro.

É interessante comparar nossa medida da escala de homogeneidade para as galáxias azuis do SDSS como traçadores cosmológicos no Universo Local, R_H , no redshift efetivo $z_{ef} = 0.128$, com outras medidas reportadas na literatura. Essa comparação de dados a baixos redshifts é mostrada na figura a seguir.

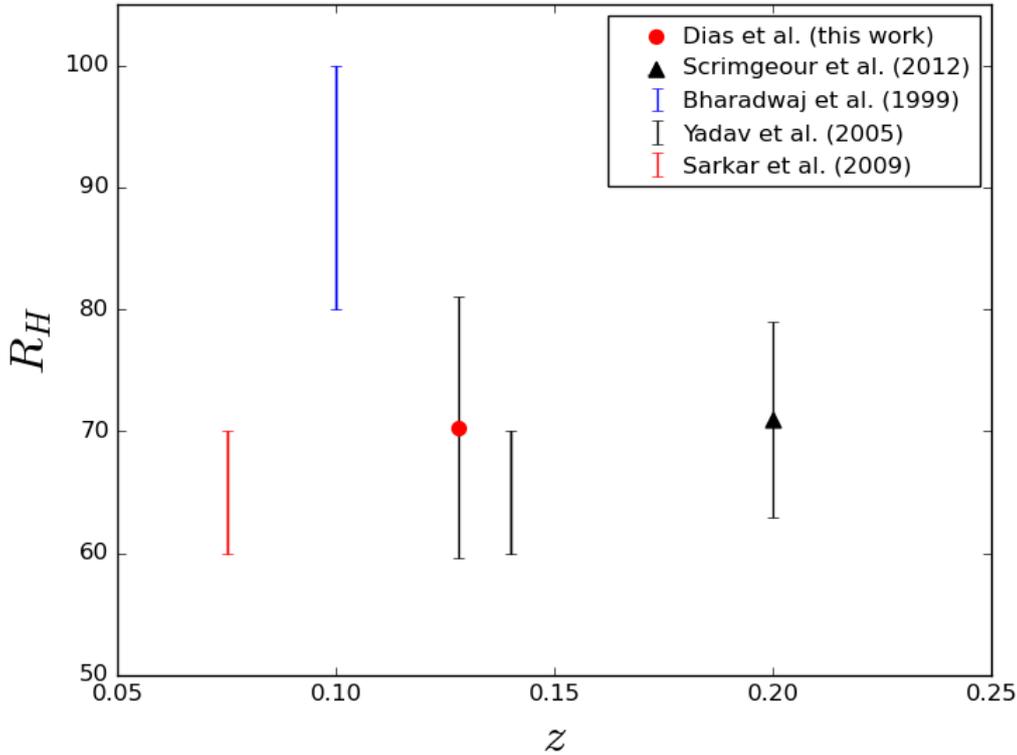


Figura 5.3: Medidas de R_H de diversas análises a baixos redshifts: (Scrimgeour et al. 2012) obteve $R_H = 71 \pm 8$ Mpc/h para galáxias azuis do WiggleZ survey, com redshift $z \sim 0.20$; (Bharadwaj et al. 1999) encontrou R_H entre 80 e 100 Mpc/h com $z \sim 0.1$; (Yadav et al. 2005) estudando as duas faixas bidimensionais do DR1 do SDSS obteve $60 < R_H < 70$ em unidades Mpc/h com $0.08 < z < 0.20$; (Sarkar et al. 2009a) encontrou R_H entre 60 e 70 Mpc/h com $0.04 < z < 0.11$; nossa medida de $R_H = 70.00 \pm 9.26$ Mpc/h, em $z_{ef} = 0.128$ está representada como um ponto vermelho. Fonte: Autoria própria (2024).

onde observamos que três desses resultados são plotados como um intervalo e os outros dois como pontos e suas margens de erro. É importante enfatizar que as medidas na figura 5.3 não foram corrigidas para obter a escala de homogeneidade da matéria escura. A figura acima tem o objetivo de mostrar que nossa medida de R_H é consistente com outras medidas locais utilizando outros tipos de traçadores cósmicos.

5.2 Testes de Consistência

Nessa seção mostramos uma comparação entre nosso modelo paramétrico e o modelo Λ CDM, calculamos D_2 com um outro estimador, o estimador Peebles-Hauser, analisamos R_H com subamostras, calculamos \mathcal{D}_2 utilizando um *random* no lugar dos dados, analisamos R_H utilizando cosmografia para a curva teórica utilizada para comparar com os dados e comparamos o cálculo de ξ para uma subamostra utilizando o software Treecorr e um código desenvolvido por nós.

Esses testes visam investigar a possível presença de viés nos nossos métodos e resultados ou descartar essa possibilidade.

5.2.1 Comparação da nossa metodologia com o modelo fiducial

Nessa seção, nós investigamos o modelo paramétrico que usamos para ajustar os dados de \mathcal{D}_2 e comparamos isto com o modelo Λ CDM na aproximação linear. Para isso nós calculamos a diferença relativa, em porcentagem, entre nosso modelo paramétrico $f(r)$, dado pela equação 3.43, e o modelo teórico para dimensão fractal $\mathcal{D}_2^{\Lambda\text{CDM}}(r)$, derivado das equações 3.42, 3.38 e 3.37. Na figura a seguir, nós mostramos essa diferença relativa, que representa nossa incerteza estatística teórica. A região sombreada representa o 68% de nível de confiança propagados do melhor ajuste.

Nós notamos da figura 5.4 um máximo de 0.5% entre os modelos paramétrico e teórico no intervalo do melhor ajuste. A pequena diferença observada pode ser explicada como segue. Como mencionado na seção 3.8, a amostra do SDSS que estamos analisando fornece um excelente traçador cósmico para a medida da escala de transição para a homogeneidade. Isto é devido à natureza das galáxias azuis de ter um *bias* relativo à matéria escura aproximadamente igual a 1 (Avila et al. 2019a, Cresswell & Percival 2009). Em outras palavras, galáxias azuis são encontradas predominantemente fora de regiões de alta densidade, diferentemente de outros traçadores cósmicos como as galáxias vermelhas luminosas. Além disso, uma comparação entre galáxias azuis e fontes extragalácticas emitindo 21 cm revela uma diferença mínima em amplitudes da função de correlação, ao mesmo tempo que essas fontes têm *bias* relativo à matéria escura próximo a 1 (veja Avila et al. (2018a), Martin et al. (2012), Papastergis et al. (2013)).

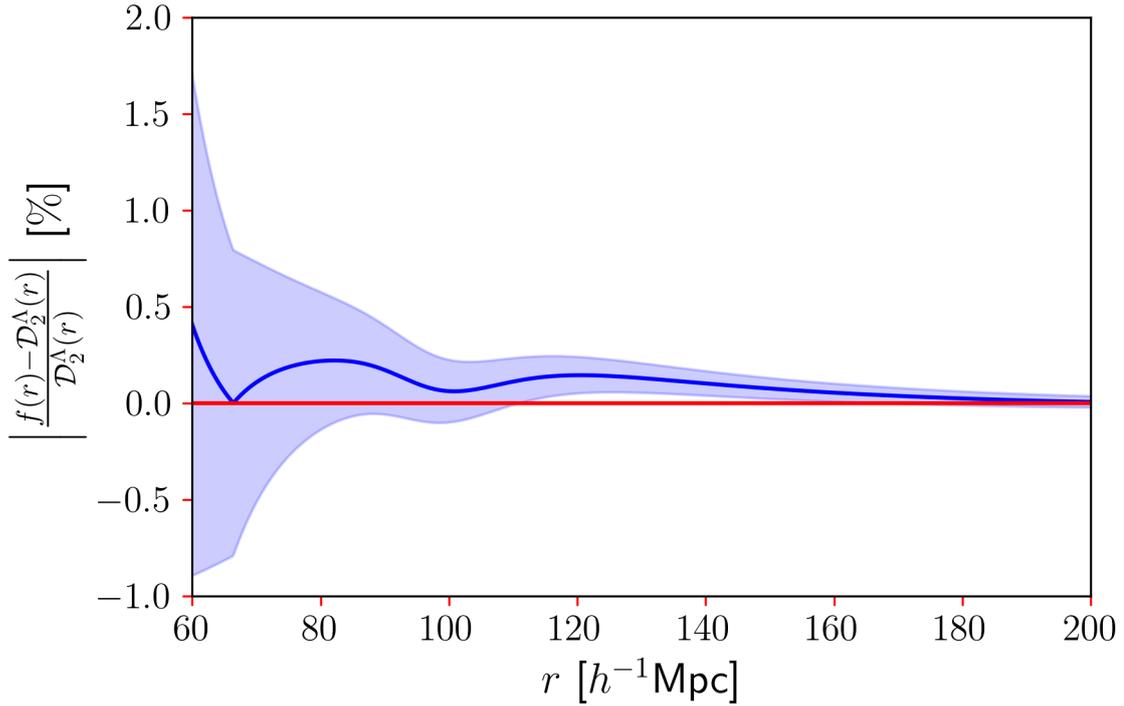


Figura 5.4: Análise da diferença relativa entre $\mathcal{D}_2^{\Lambda CDM}(r)$, calculado usando o modelo cosmológico fiducial ΛCDM , e nosso modelo paramétrico $f(r)$, dado pela equação 3.44. A região sombreada representa os 68% de nível de confiança. Fonte: Autoria própria (2024).

Além das incertezas teóricas relacionadas ao modelo ΛCDM , nós também comparamos nosso modelo paramétrico com incertezas nos dados. Essa comparação é mostrada na figura a seguir. Essa figura ilustra como o modelo paramétrico - com os parâmetros do melhor ajuste - se comporta com respeito às nossas medidas de $\mathcal{D}_2(r)$. A região sombreada do nível de confiança de 68% representa quanta incerteza nosso modelo paramétrico tem quando comparado com o modelo teórico. Em geral, o modelo teórico apresenta incertezas menores comparadas com as dos dados.

Na figura, podemos ver algo interessante: para escalas maiores que 100 Mpc/h, as incertezas dos dados são maiores do que o modelo teórico sugere. Por outro lado, para escalas menores, as incertezas teóricas são maiores. Isso faz sentido porque nosso modelo paramétrico foi construído para escalas grandes. A figura também ajuda a explicar porque o valor do χ^2 reduzido é pequeno, como visto na tabela 5.1. Até 150 Mpc/h os pontos da figura estão consistentemente abaixo de 1. Isso significa que a função \mathcal{D}_2 não se aproxima do valor 3 como nosso modelo paramétrico prevê porque o volume 3D ocupado pela amostra em análise não é grande o bastante, e não contém número de densidade de objetos cósmicos suficiente para esse comportamento assintótico $\mathcal{D}_2 \rightarrow 3$ ocorrer.

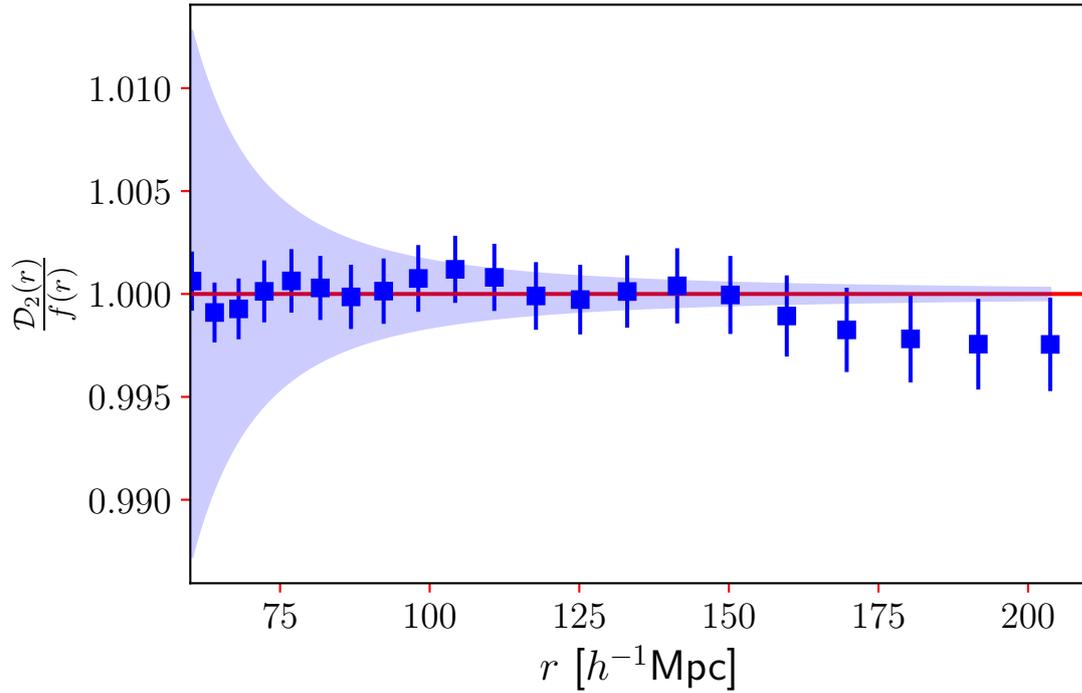


Figura 5.5: Análise da razão entre nossa medida $\mathcal{D}_2(r)$ e o modelo paramétrico $f(r)$ com os parâmetros do melhor ajuste. A região sombreada dos 68% de nível de confiança é a fração entre as incertezas dessas duas quantidades. Para escalas maiores do que 100 Mpc/h a incerteza dos dados domina. Para escalas menores do que 100 Mpc/h as incertezas do modelo teórico dominam, uma consequência do fato de que o modelo paramétrico não é adequado para escalas pequenas. Fonte: Autoria própria (2024).

5.2.2 Calculando \mathcal{D}_2 com o estimador Peebles-Hauser

Nosso escopo aqui é confirmar a escala de homogeneidade usando um estimador diferente, que é o estimador de Peebles-Hauser, às vezes empregado na literatura (Gonçalves et al. 2021, Peebles 1973). É possível notar na figura 5.6 que \mathcal{D}_2 mostra uma grande depressão em torno de 120 Mpc/h, que corresponde à característica observada na mesma escala em \mathcal{D}_2 da figura 5.2 que foi obtida com o estimador de Landy-Szalay.

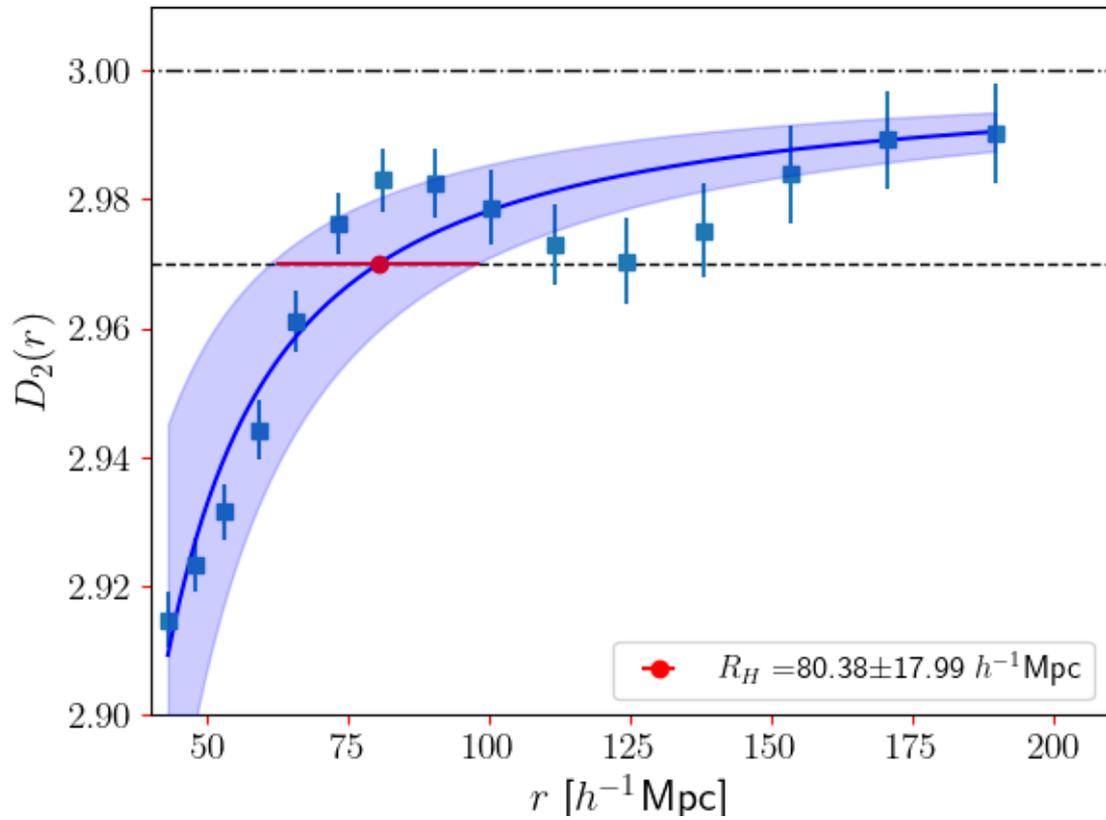


Figura 5.6: Cálculo da dimensão fractal, \mathcal{D}_2 , em função da distância entre pares r , para a amostra original com 150302 galáxias azuis do SDSS com $0.04 < z < 0.20$, mas dessa vez usando o estimador Peebles-Hauser para a função correlação de 2 pontos. As barras de erro foram obtidas da matriz covariância usando 100 *mocks*. Fonte: Autoria própria (2024).

Esse resultado confirma que ambos estimadores são estatisticamente compatíveis, embora o estimador de Landy-Szalay é usualmente recomendado nas análises, pois pode atingir variância mínima (aproximadamente Poissoniana) Landy & Szalay (1993).

5.2.3 Análises de R_H com subamostras

Nessa subseção nós nos perguntamos sobre qual seria a escala de homogeneidade R_H , ou seja, que pode ser obtida se nós aplicássemos nossa metodologia à sub-volumes do volume original. Nossos resultados são mostrados nas figuras a seguir.

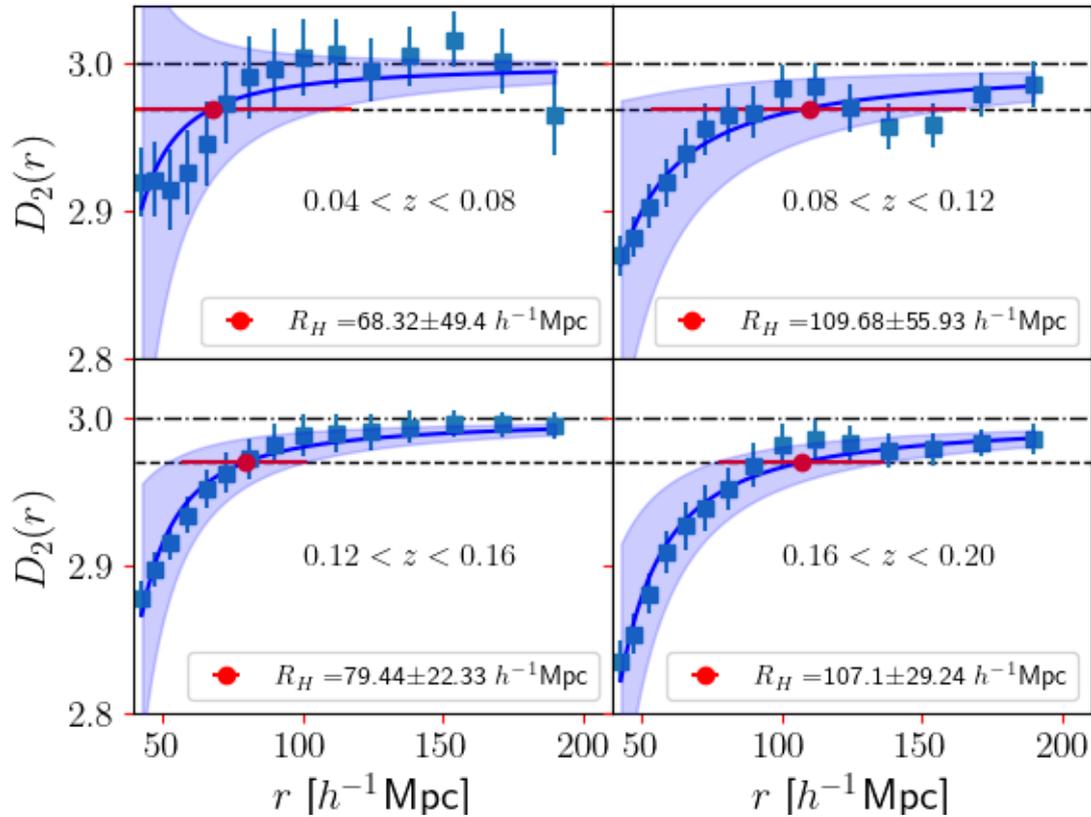


Figura 5.7: Cálculo da escala de transição da homogeneidade, R_H , para vários intervalos de redshift correspondendo à sub-amostras da amostra original investigada nesse trabalho e descrita na seção 4.1. Considerando a incerteza obtida para essas medidas, nós concluímos que todas elas são estatisticamente compatíveis com a medida de R_H mostrada na figura 5.2. Fonte: Autoria própria (2024).

Como é possível observar, $\mathcal{D}_2(r)$ calculada para essas análises mostra um comportamento irregular, sugerindo que nessas sub-amostras a presença de aglomerados de galáxias e vazios afetam consideravelmente o cálculo da escala de homogeneidade R_H . No entanto, todos estes resultados são compatíveis com o resultado encontrado.

Na figura 5.8 nós plotamos a densidade de pares em função da distância entre pares

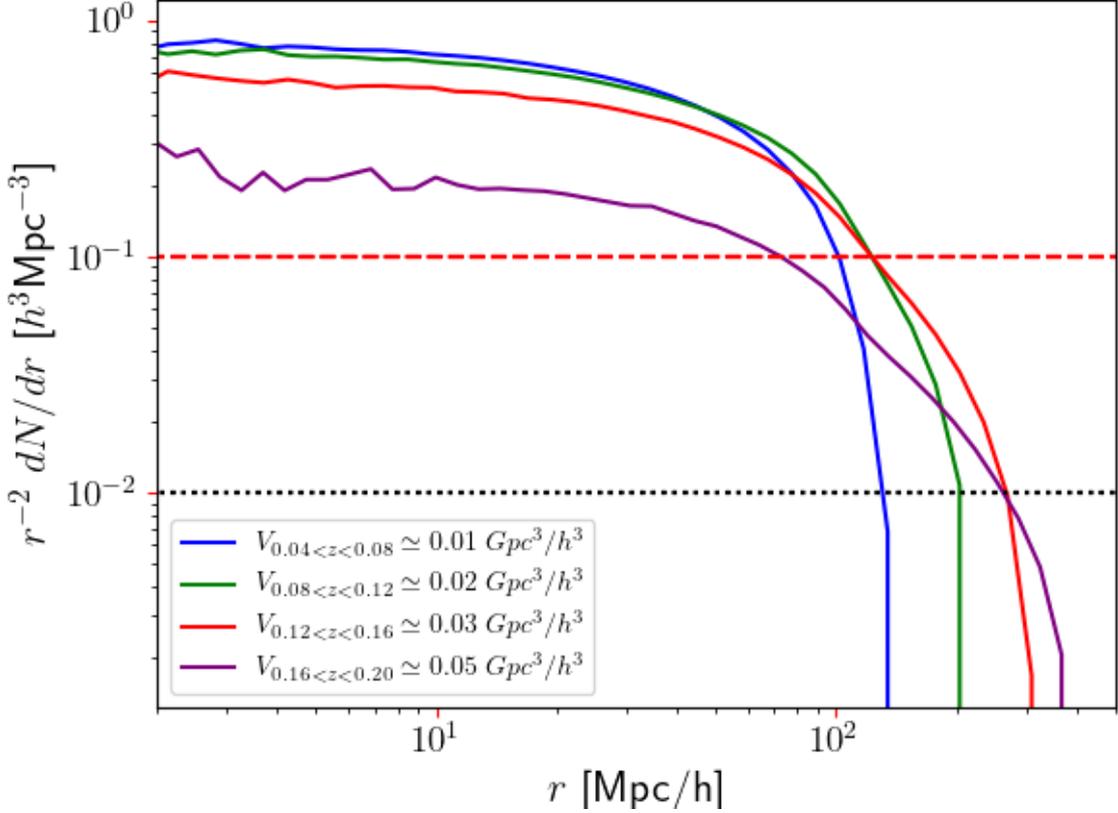


Figura 5.8: Densidade de pares normalizada dos pares do *random* como função da distância entre pares para os 4 intervalos de redshift considerados na figura 5.7. A linha vermelha tracejada traça o valor do limite de 10 por cento, e a linha pontilhada em preto, o limite de 1 por cento. Por comparação, observe as análises feitas na figura 3.3 considerando a amostra original. Esses estudos das subamostras complementam as análises mostradas na figura 5.7, tornando evidente que as subamostras não contém densidade de pares suficiente na escala de interesse nos dados para encontrar de forma robusta a escala de transição para a homogeneidade R_H . Fonte: Autoria própria (2024).

para os 4 intervalos de redshift considerados. Para o primeiro intervalo ($0.04 < z < 0.08$) nós temos 60 293 pontos, para o segundo intervalo ($0.08 < z < 0.12$) nós temos 49 434 pontos, para o terceiro intervalo ($0.12 < z < 0.16$) nós temos 28 618 pontos, e para o último intervalo ($0.16 < z < 0.20$) nós temos 11 957 pontos. É possível observar que para todos os intervalos considerados nós temos uma distância característica, dada pela intersecção da linha tracejada, i.e., o limite de 10 por cento na figura 5.8, correspondendo em torno de 50% ao valor da amostra original ($0.04 < z < 0.20$).

Nós também estudamos subamostras divididas por corte angular, ou seja estudamos todo o intervalo de redshift $0.04 < z < 0.2$ mas limitamos a coordenada angular e separamos a amostra em duas regiões: esquerda ($2.35 < \theta < 3.25$) e direita ($3.25 < \theta < 4.25$) Como nos casos anteriores dos sub-volumes divididos por intervalos em redshifts considerados acima,

o pequeno volume considerado compromete a obtenção da escala de homogeneidade, como se observa na figura 5.9.

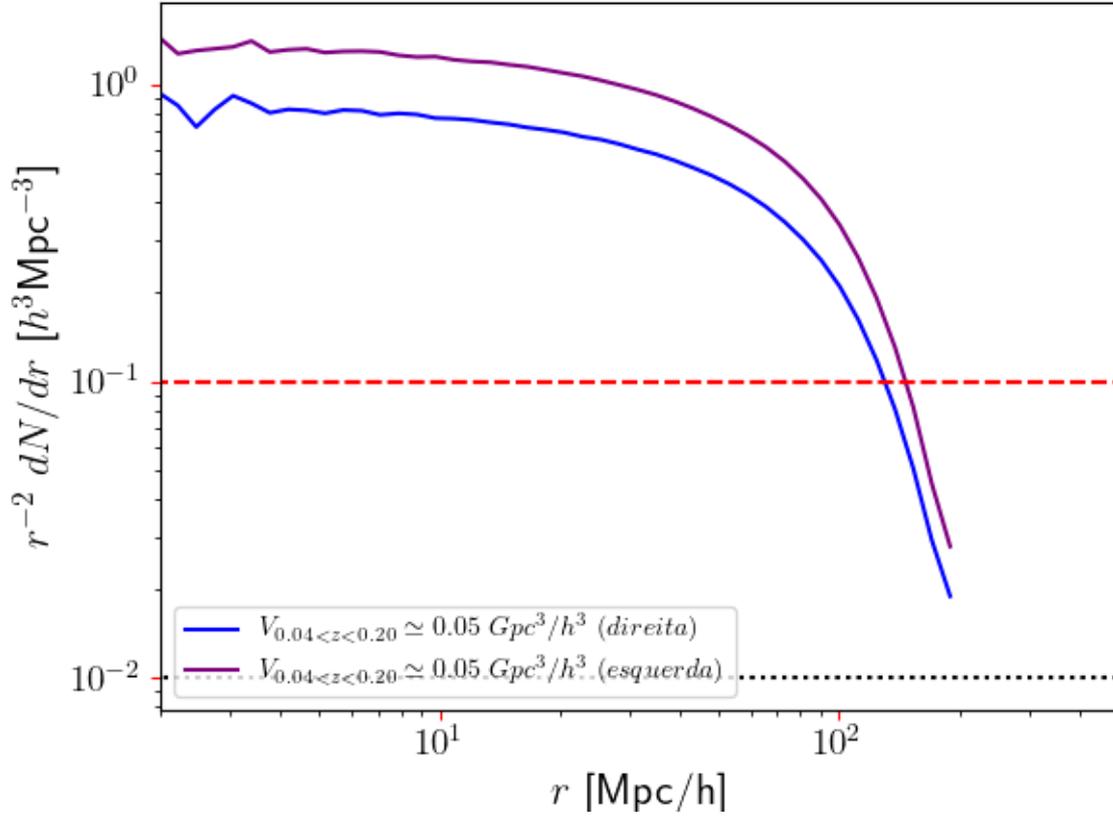


Figura 5.9: Densidade de pares normalizada dos pares do *random* como função da distância entre pares para os 2 intervalos de coordenadas de ascensão reta. A curva em azul representa o lado direito da amostra ($2.25 < \theta < 3.25$) e a curva em lilás representa o lado esquerdo da amostra ($3.25 < \theta < 4.25$). A linha vermelha tracejada traça o valor do limite de 10 por cento, e a linha pontilhada em preto, o limite de 1 por cento. Por comparação, observe as análises feitas na figura 3.3 considerando a amostra original. Esses estudos das subamostras complementam as análises mostradas na figura 5.7, tornando evidente que as subamostras não contém densidade de pares suficiente nos dados na escala de interesse para encontrar de forma robusta a escala de transição para a homogeneidade R_H . Fonte: Autoria própria (2024).

5.2.4 Calculando $\mathcal{D}_2(r)$ com um catálogo de pseudo-dados: um conjunto *random*

O objetivo dessa análise é de testar toda nossa metodologia considerando um catálogo *random* como se fossem nossos dados, o qual nos referiremos como catálogo *pseudo-data*. Nossos resultados estão apresentados na figura 5.10.

Na figura nós temos $\mathcal{D}_2(r)$ como função da distância entre pares r para uma amostra

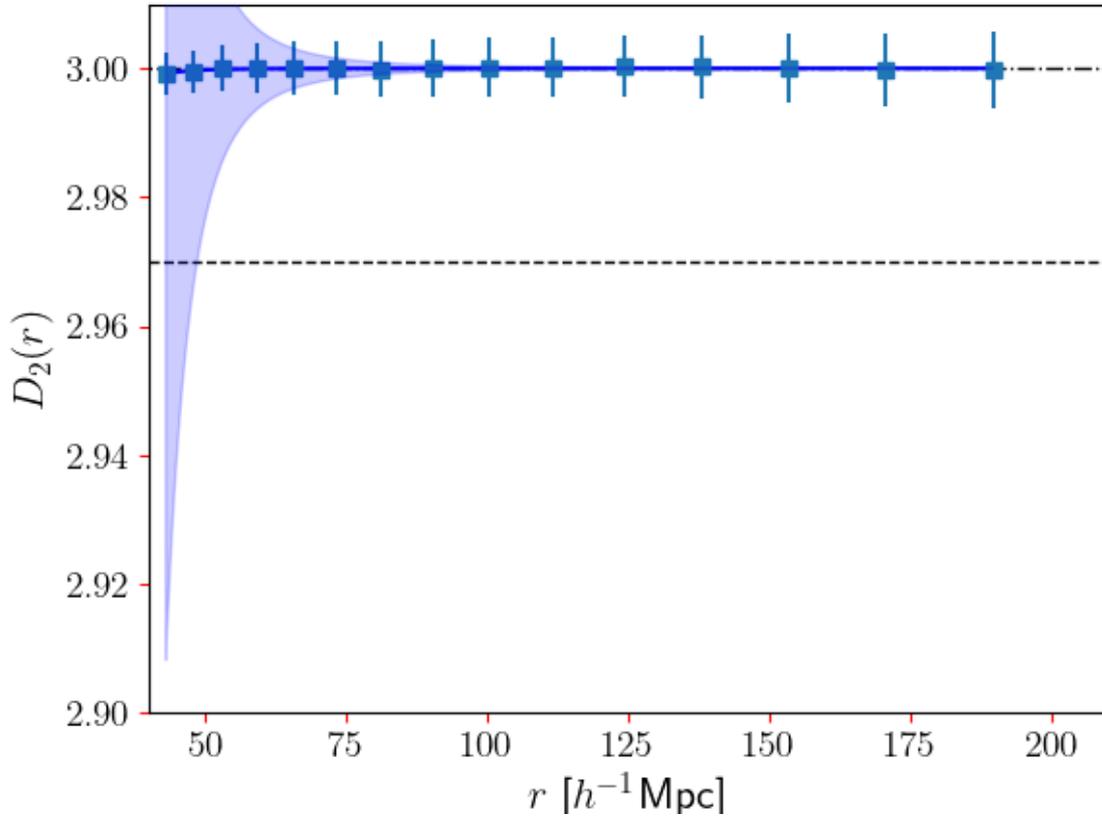


Figura 5.10: Cálculo da dimensão fractal, $\mathcal{D}_2(r)$ como função da distância entre pares r , para uma amostra de *pseudo-dados*, que é, o conjunto de 150 302 objetos cósmicos sintéticos de um catálogo *random* homogêneo. Esse catálogo *pseudo-dados* foi comparado com outros 25 catálogos *random* para obter $\mathcal{D}_2(r)$. Como esperado esse resultado mostra que o catálogo *pseudo-data*, i.e., um conjunto *random* é, de fato, homogêneo. Fonte: Autoria própria (2024).

de 150 302 objetos cósmicos sintéticos de um catálogo *random*. O catálogo *random* foi usado como se fossem dados e comparado com outros 25 catálogos *random* para obter $\mathcal{D}_2(r)$. Como esperado, esse resultado mostra que o conjunto *random* é homogêneo desde as menores escalas. Este teste, portanto, mostra que nossa abordagem é livre de viés no que se refere às distribuições aleatórias das galáxias nos catálogos *random*.

5.2.5 Análise de R_H utilizando cosmografia

Nessa subseção nós realizamos 2 testes: i) calculamos $\mathcal{D}_2(r)$ com as distâncias obtidas a partir da cosmografia considerando a expansão cosmológica até 2ª e 3ª ordem, para mostrar que o resultado para R_H difere pouco do caso linear considerado na figura 5.2, e ii) calculamos a diferença relativa percentual entre o caso cosmológico linear e o modelo Λ CDM, novamente para compararmos o resultado obtido com o que seria obtido

considerando-se um modelo cosmológico fiducial para obtenção das distâncias.

Na figura podemos observar os plots para $\mathcal{D}_2(r)$ para distâncias calculadas considerando cosmografia até 2^a e 3^a ordens. Os valores obtidos para R_H são $R_H = 73.03 \pm 11.53$ Mpc/h e $R_H = 73.52 \pm 11.72$ Mpc/h respectivamente. O valor difere muito pouco do valor 70.00 ± 9.26 obtido com o caso linear. Isto confirma que nosso resultado é robusto.

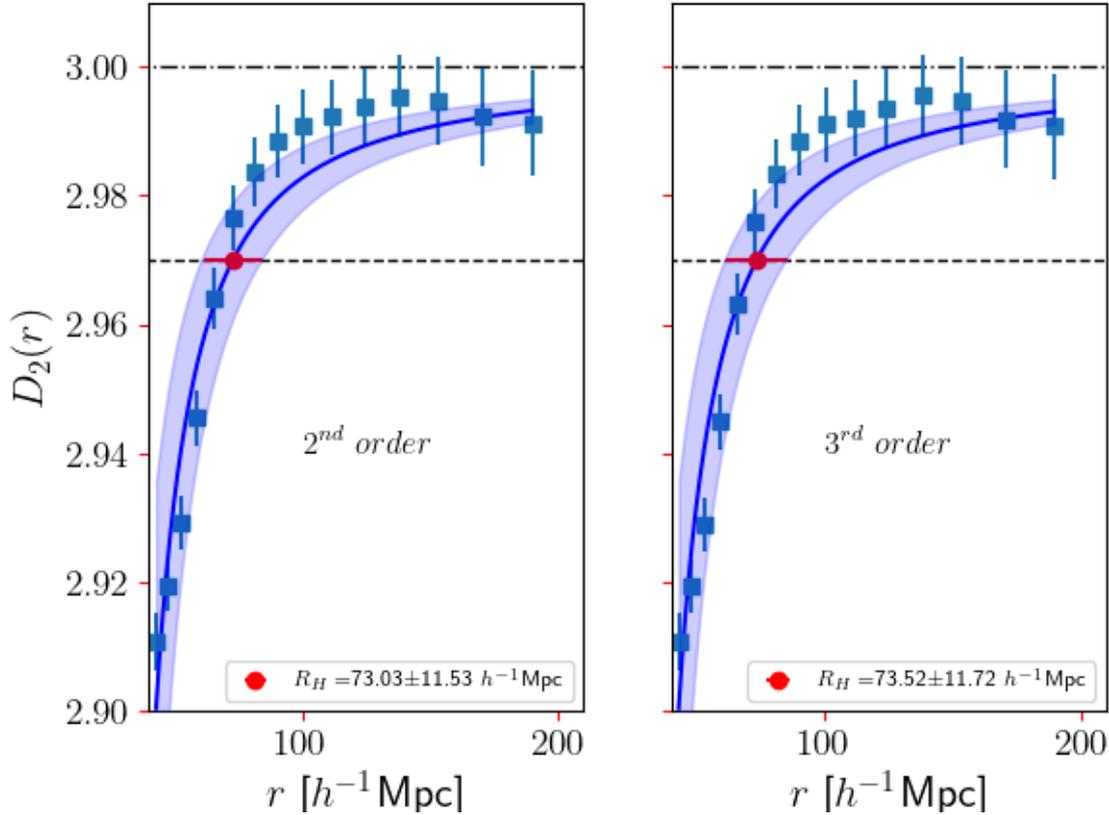


Figura 5.11: Análise dos valores de R_H utilizando cosmografia até 2^a e 3^a ordens com o objetivo de comparar com o resultado linear obtido na figura 5.2. Fonte: Autoria própria (2024).

Na figura 5.12, como mencionamos, calculamos a diferença relativa percentual entre o caso cosmográfico linear e o modelo Λ CDM. Obtemos uma diferença relativa percentual máxima de $\sim 5\%$.

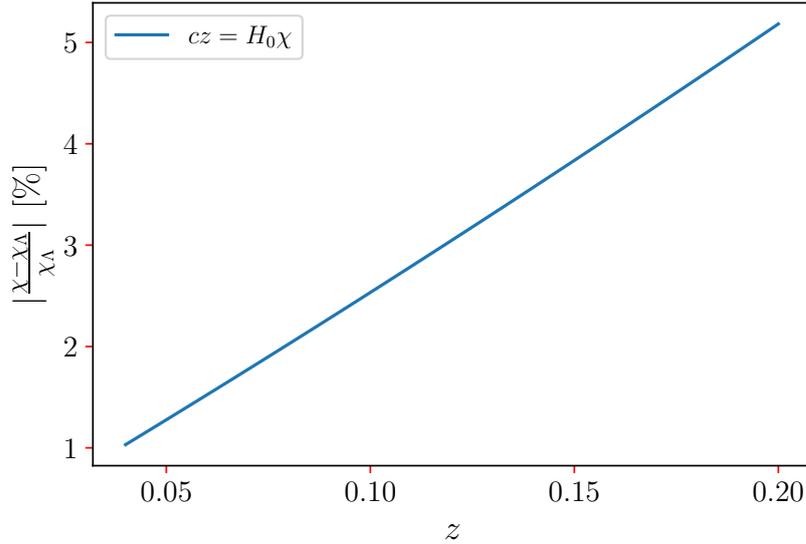


Figura 5.12: Análise da diferença relativa, em porcentagem, para o cálculo da distância comóvel entre a equação cosmográfica, equação 3.23 e o modelo Λ CDM. Como observado, a diferença relativa máxima é em torno de 5%. Fonte: Autoria própria (2024).

5.2.6 3Dcartcorr

Para testar a consistência do código Treecorr, desenvolvemos um código independente que calcula a função de correlação de 2 pontos ξ .

Os resultados da função calculada para uma mesma amostra para o 3DCartCorr e para o TreeCorr respectivamente podem ser vistas a seguir na figura:

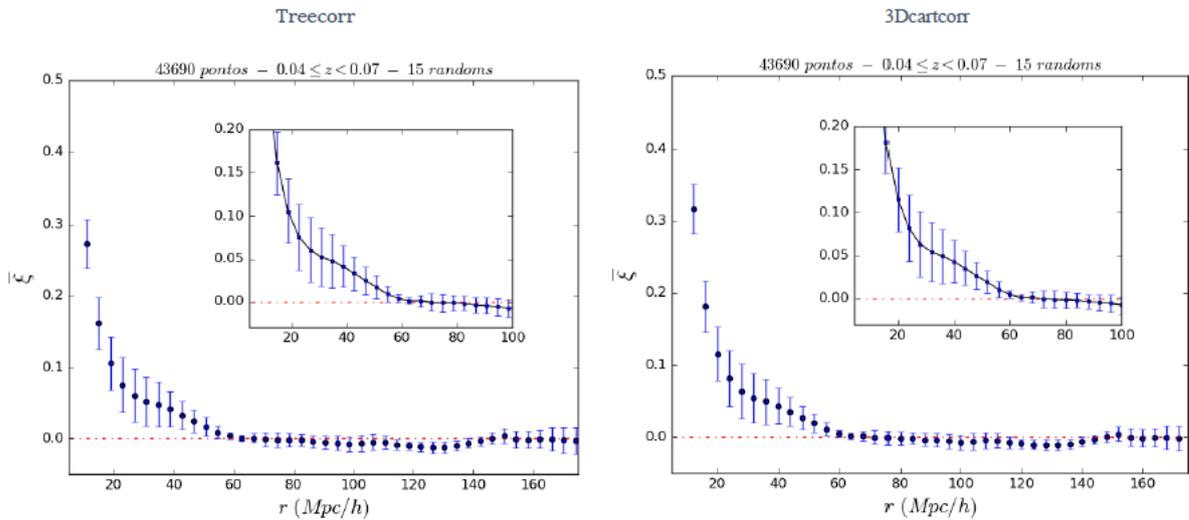


Figura 5.13: Plots para $0.04 \leq z < 0.07$. À esquerda: Função de correlação versus distância entre pares utilizando o Treecorr. À direita: Função de correlação versus distância entre pares utilizando o 3Dcartcorr. Os valores dos pontos são os valores médios considerando 15 randoms. As barras de erro são os valores da diagonal principal da matriz covariância para os valores de ξ utilizando 10 mocks. Fonte: Autoria própria (2024).

Podemos perceber a grande similaridade entre os plots em todas as escalas cobertas pelo teste. Os pontos negativos da utilização do 3Dcartcorr são o tempo de processamento e a utilização de memória impeditivos para se trabalhar com amostras muito grandes. A amostra do teste tem 43 690 pontos. Assim concluimos que o código 3Dcartcorr tem um bom desempenho no que se refere à precisão nos cálculos da função correlação de dois pontos ξ . Porém, devido sua limitação em termos de processamento e memória utilizou-se para os resultados dessa pesquisa o código já bem estabelecido na comunidade, TreeCorr.

Capítulo 6

Conclusões

Nosso estudo focou em análises detalhadas da escala de homogeneidade cósmica no Universo Local, com o objetivo científico de confirmar a validade do Princípio Cosmológico (PC). Como sabemos, ele estabelece que o universo é estatisticamente homogêneo e isotrópico, em 3 dimensões, em escalas grandes o suficiente Abramo et al. (2006), Aluri et al. (2017), Avila et al. (2018*a*), Bengaly et al. (2017), Bernui et al. (2008, 2014), Chiocchetta et al. (2021), Goyal & Chingangbam (2021), Hipólito-Ricaldi & Gomero (2005), Kashino et al. (2012), Kester et al. (2024), Khan & Saha (2022, 2023), Marques et al. (2018), Planck Collaboration et al. (2020), Polastri (2017), Rassat et al. (2014), Rath et al. (2013*a,b*), Scrimgeour et al. (2012), Tarnopolski (2017). Nossa análise fornece um bom acordo com o modelo Λ CDM, que é baseado no PC.

O estudo da aglomeração de matéria, e os efeitos que isso produz na matéria distribuída em larga escala são importantes para compreendermos a evolução do universo (Avila, Bernui, Bonilla & Nunes (2022), Bargiacchi et al. (2023), Dainotti et al. (2023), Marques & Bernui (2020), Marques et al. (2023), Oliveira et al. (2023), Specogna et al. (2023), Staicova (2023), Thiele et al. (2023), mas isto também está relacionado a homogeneidade estatística a diferentes épocas (veja, e.g., Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes (2022)). Nesse trabalho nós exploramos como encontrar a escala de homogeneidade dada a distribuição espacial das galáxias azuis do SDSS no Universo Local. O critério adotado em nossa análise para a transição para a homogeneidade segue a literatura, é atingido quando $\mathcal{D}_2(r)$ alcança o nível de 1% do valor limite 3 (i.e., quando atinge 2.97) a medida que a escala de distâncias aumenta.

Nossa metodologia para calcular distâncias é baseada na teoria cosmográfica (veja Visser (2004)), por essa razão assumimos as mesmas hipóteses com respeito a homogeneidade local e isotropia local subentendidas em tal teoria (veja o capítulo 1 para detalhes¹). Claramente essa hipótese não garante a existência da escala de homogeneidade, motivo pelo

¹Nossa análise depende implicitamente da cosmografia, nesse sentido, elas são dependentes das hipóteses dessa teoria.

qual nossa análise é importante. Nós adotamos cosmografia para calcular as distâncias radiais comóveis usando a equação 3.23. Note que essa abordagem é diferente de diversas análises reportadas na literatura que usam modelo cosmológico fiducial, e.g. Λ CDM para calcular tais distâncias. Por completeza, na figura 5.12 nós avaliamos a diferença entre as estimativas para as distâncias comóveis usando duas abordagens: cosmografia e cosmologia Λ CDM fiducial.

Resumindo, nós investigamos a propriedade da homogeneidade estatística no Universo Local medindo a escala de transição para a homogeneidade 3D em uma amostra de 150 302 galáxias azuis do SDSS como traçador cosmológico, com redshifts no intervalo $0.04 < z < 0.20$. A amostra de dados foi comparada com catálogos *random* e *mock*, com o mesmo *footprint* e mesmo número de objetos, para calcular a matriz covariância para a determinação das incertezas. A partir de nossa análise nós concluímos que a escala de transição para a homogeneidade, no redshift efetivo $z_{ef} = 0.128$, é $R_H = 70.00 \pm 9.26$ Mpc/ h , um valor em total acordo com outras medidas reportadas na literatura, como ilustrado na figura 5.3.

Um ponto interessante que nós discutimos na subseção 5.2.2 é o estudo da escala de homogeneidade utilizando o estimador Peebles-Hauser para o cálculo da função correlação de dois pontos (veja figura 5.6), análise que nos permite comparar com nosso resultado obtido usando o estimador Landy-Szalay (veja a figura 5.2).

Outro ponto importante é a análise da escala de homogeneidade considerando volumes 3D pequenos, que são, subamostras da amostra estudada. De fato, como observado nas nossas análises na subseção 5.2.3 a presença de diversos superaglomerados e grandes vazios no Universo Local (Avila et al. (2023), Courtois et al. (2013), Tully et al. (2019) tem um impacto no cálculo da escala de homogeneidade e na determinação das incertezas, embora os resultados obtidos são coerentes e estatisticamente compatíveis dentro de 1σ de nível de confiança.

Consideramos também na subseção 5.2.5 uma comparação entre o modelo cosmográfico linear e outros dois com a expressão cosmográfica indo até termos de 2^a e 3^a ordens e concluímos que as diferenças são pequenas.

Verificamos a performance do código TreeCorr utilizado nas nossas análises ao escrever nosso próprio código para obter a função correlação para uma amostra pequena; o resultado mostrou que o código forneceu um resultado idêntico ao obtido com nosso código.

Na subseção 5.2.4 nós checamos por um possível viés no nosso procedimento para a medida da escala de transição para a homogeneidade R_H . Nós realizamos esse teste examinando um catálogo de homogêneo sintético, que chamamos de *pseudo-dados*, pois o

tratamos como se fossem os dados. Nosso resultado, apresentado na figura 5.10, mostra que o catálogo de *pseudo-dados* é estatisticamente homogêneo desde as pequenas escalas, verificando que um possível efeito sistemático está ausente nas nossas análises.

No futuro, pode-se esperar que medidas da escala de homogeneidade, 2D e 3D, possam ser utilizadas para estudar cenários alternativos (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022), como por exemplo testar modelos de gravidade modificada (Alam et al. 2021).

Referências Bibliográficas

- Abramo, L. R., Bernui, A., Ferreira, I. S., Villela, T. & Wuensche, C. A. (2006), ‘Alignment Tests for low CMB multipoles’, *Phys. Rev. D* **74**, 063506.
- Abramo, L. R., Bernui, A. & Pereira, T. S. (2009), ‘Searching for planar signatures in WMAP’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2009**(12), 013.
- Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A., Barreiro, R., Bartolo, N., Basak, S. et al. (2020), ‘Planck 2018 results-vi. cosmological parameters’, *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6.
- Agrawal, A., Makiya, R., Chiang, C.-T., Jeong, D., Saito, S. & Komatsu, E. (2017), ‘Generating log-normal mock catalog of galaxies in redshift space’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2017**(10), 003.
- Alam, S., Albareti, F. D., Prieto, C. A., Anders, F., Anderson, S. F., Anderton, T., Andrews, B. H., Armengaud, E., Aubourg, É., Bailey, S. et al. (2015), ‘The eleventh and twelfth data releases of the sloan digital sky survey: final data from sdss-iii’, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **219**(1), 12.
- Alam, S., Arnold, C., Aviles, A., Bean, R., Cai, Y.-C., Cautun, M., Cervantes-Cota, J. L., Cuesta-Lazaro, C., Devi, N. C., Eggemeier, A., Fromenteau, S., Gonzalez-Morales, A. X., Halenka, V., He, J.-h., Hellwing, W. A., Hernández-Aguayo, C., Ishak, M., Koyama, K., Li, B., de la Macorra, A., Meneses Rizo, J., Miller, C., Mueller, E.-M., Niz, G., Ntelis, P., Rodríguez Otero, M., Sabiu, C. G., Slepian, Z., Stark, A., Valenzuela, O., Valogiannis, G., Vargas-Magaña, M., Winther, H. A., Zarrouk, P., Zhao, G.-B. & Zheng, Y. (2021), ‘Towards testing the theory of gravity with DESI: summary statistics, model predictions and future simulation requirements’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2021**(11), 050.
- Aluri, P. K., Ralston, J. P. & Weltman, A. (2017), ‘Alignments of parity even/odd-only multipoles in CMB’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **472**(2), 2410–2421.
- Aragon-Calvo, M. (2020), ‘Scaling relations in the network of voids: Implications for local universe dynamics and inferring the metric of space’, *arXiv preprint arXiv:2009.00977*.

- Avila, F., Bernui, A., Bonilla, A. & Nunes, R. C. (2022), ‘Inferring $S_8(z)$ and $\gamma(z)$ with cosmic growth rate measurements using machine learning’, *European Physical Journal C* **82**(7), 594.
- Avila, F., Bernui, A., Nunes, R. C., de Carvalho, E. & Novaes, C. P. (2022), ‘The homogeneity scale and the growth rate of cosmic structures’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **509**(2), 2994–3003.
- Avila, F., Novaes, C., Bernui, A., de Carvalho, E. & Nogueira-Cavalcante, J. (2019a), ‘The angular scale of homogeneity in the local universe with the sdss blue galaxies’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **488**(1), 1481–1487.
- Avila, F., Novaes, C. P., Bernui, A. & de Carvalho, E. (2018a), ‘The scale of homogeneity in the local universe with the alfalfa catalogue’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2018**(12), 041.
- Avila, F., Novaes, C. P., Bernui, A. & de Carvalho, E. (2018b), ‘The scale of homogeneity in the local Universe with the ALFALFA catalogue’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **12**(12), 041.
- Avila, F., Novaes, C. P., Bernui, A., de Carvalho, E. & Nogueira-Cavalcante, J. P. (2019b), ‘The angular scale of homogeneity in the local Universe with the SDSS blue galaxies’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **488**(1), 1481–1487.
- Avila, F., Oliveira, J., Dias, M. L. S. & Bernui, A. (2023), ‘The bulk flow motion and the Hubble-Lemaître law in the Local Universe with the ALFALFA survey’, *Brazilian Journal of Physics* **53**, 49.
- Awwad, Y. & Prokopec, T. (2024), ‘Large-scale geometry of the Universe’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2024**(1), 010.
- Bargiacchi, G., Dainotti, M. G., Nagataki, S. & Capozziello, S. (2023), ‘Gamma-ray bursts, quasars, baryonic acoustic oscillations, and supernovae Ia: new statistical insights and cosmological constraints’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **521**(3), 3909–3924.
- Baumann, D. (2022), *Cosmology*, Cambridge University Press.
- Bengaly, C. A. P., Bernui, A., Ferreira, I. S. & Alcaniz, J. S. (2017), ‘Probing cosmological isotropy with Planck Sunyaev-Zeldovich galaxy clusters’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **466**(3), 2799–2804.

- Bengaly, C. A., Siewert, T. M., Schwarz, D. J. & Maartens, R. (2019), ‘Testing the standard model of cosmology with the ska: the cosmic radio dipole’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **486**(1), 1350–1357.
- Bernui, A. (2008), ‘Anomalous CMB north-south asymmetry’, *Phys. Rev. D* **78**(6), 063531.
- Bernui, A. (2009), ‘Is the cold spot responsible for the CMB North-South asymmetry?’, *Phys. Rev. D* **80**(12), 123010.
- Bernui, A., Ferreira, I. S. & Wuensche, C. A. (2008), ‘On the Large-Scale Angular Distribution of Short Gamma-Ray Bursts’, *Astrophys. J.* **673**(2), 968–971.
- Bernui, A. & Hipólito-Ricaldi, W. S. (2008), ‘Can a primordial magnetic field originate large-scale anomalies in WMAP data?’, *Mon. Not, Roy. Astron. Soc.* **389**(3), 1453–1460.
- Bernui, A., Mota, B., Rebouças, M. J. & Tavakol, R. (2007a), ‘a Note on the Large-Angle Anisotropies in the Wmap Cut-Sky Maps’, *International Journal of Modern Physics D* **16**(2-03), 411–420.
- Bernui, A., Mota, B., Rebouças, M. J. & Tavakol, R. (2007b), ‘Mapping the large-scale anisotropy in the WMAP data’, *Astron. Astrophys.* **464**(2), 479–485.
- Bernui, A., Novaes, C. P., Pereira, T. S. & Starkman, G. D. (2018), ‘Topology and the suppression of cmb large-angle correlations’, *arXiv preprint arXiv:1809.05924* .
- Bernui, A., Oliveira, A. F. & Pereira, T. S. (2014), ‘North-South non-Gaussian asymmetry in Planck CMB maps’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **10**(10), 041–041.
- Bernui, A., Villela, T., Wuensche, C. A., Leonardi, R. & Ferreira, I. (2006), ‘On the cosmic microwave background large-scale angular correlations’, *Astron. Astrophys.* **454**(2), 409–414.
- Bharadwaj, S., Gupta, A. & Seshadri, T. (1999), ‘Nature of clustering in the las campanas redshift survey’, *arXiv preprint astro-ph/9903252* .
- Calcina, E. & Tello, J. C. (2018), Do we live in an under-dense region?, in ‘Journal of Physics Conference Series’, Vol. 1143 of *Journal of Physics Conference Series*, p. 012008.
- Carroll, B. W. & Ostlie, D. A. (2017), *An introduction to modern astrophysics*, Cambridge University Press.

- Carroll, S. M. (2004), ‘An introduction to general relativity: spacetime and geometry’, *Addison Wesley* **101**, 102.
- Carter, P., Beutler, F., Percival, W. J., Blake, C., Koda, J. & Ross, A. J. (2018), ‘Low redshift baryon acoustic oscillation measurement from the reconstructed 6-degree field galaxy survey’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **481**(2), 2371–2383.
- Carter, P., Beutler, F., Percival, W. J., DeRose, J., Wechsler, R. H. & Zhao, C. (2020), ‘The impact of the fiducial cosmology assumption on bao distance scale measurements’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **494**(2), 2076–2089.
- Chiocchetta, C., Gruppuso, A., Lattanzi, M., Natoli, P. & Pagano, L. (2021), ‘Lack-of-correlation anomaly in CMB large scale polarisation maps’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2021**(8), 015.
- Chisari, N. E., Alonso, D., Krause, E., Leonard, C. D., Bull, P., Neveu, J., Villarreal, A., Singh, S., McClintock, T., Ellison, J. et al. (2019), ‘Core cosmology library: Precision cosmological predictions for lsst’, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **242**(1), 2.
- Coleman, P. H. & Pietronero, L. (1992), ‘The fractal structure of the universe’, *Phys. Rep.* **213**(6), 311–389.
- Copi, C. J., Huterer, D., Schwarz, D. J. & Starkman, G. D. (2010), ‘Large-Angle Anomalies in the CMB’, *Advances in Astronomy* **2010**, 847541.
- Courtois, H. M., Pomarède, D., Tully, R. B., Hoffman, Y. & Courtois, D. (2013), ‘Cosmography of the Local Universe’, *Astron. J.* **146**(3), 69.
- Cresswell, J. G. & Percival, W. J. (2009), ‘Scale-dependent galaxy bias in the Sloan Digital Sky Survey as a function of luminosity and colour’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **392**(2), 682–690.
- Dainotti, M. G., Bargiacchi, G., Bogdan, M., Łukasz Lenart, A., Iwasaki, K., Capozziello, S., Zhang, B. & Fraija, N. (2023), ‘Reducing the uncertainty on the Hubble constant up to 35\% with an improved statistical analysis: different best-fit likelihoods for Supernovae Ia, Baryon Acoustic Oscillations, Quasars, and Gamma-Ray Bursts’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2305.10030.
- de Carvalho, E., Bernui, A., Avila, F., Novaes, C. P. & Nogueira-Cavalcante, J. P. (2021), ‘BAO angular scale at $z_{eff} = 0.11$ with the SDSS blue galaxies’, *Astron. Astrophys.* **649**, A20.

- de Carvalho, E., Bernui, A., Xavier, H. S. & Novaes, C. P. (2020), ‘Baryon acoustic oscillations signature in the three-point angular correlation function from the SDSS-DR12 quasar survey’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **492**(3), 4469–4476.
- De Lapparent, V., Geller, M. J. & Huchra, J. P. (1986), ‘A slice of the universe’, *Astrophysical Journal, Part 2-Letters to the Editor (ISSN 0004-637X)*, vol. 302, March 1, 1986, p. L1-L5. Research supported by the Smithsonian Institution. **302**, L1–L5.
- Di Valentino, E., Mena, O., Pan, S., Visinelli, L., Yang, W., Melchiorri, A., Mota, D. F., Riess, A. G. & Silk, J. (2021), ‘In the realm of the hubble tension—a review of solutions’, *Classical and Quantum Gravity* **38**(15), 153001.
- Dias, B. L., Avila, F. & Bernui, A. (2023), ‘Probing cosmic homogeneity in the Local Universe’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **526**(3), 3219–3229.
- Eisenstein, D. J. & Hu, W. (1998), ‘Baryonic Features in the Matter Transfer Function’, *Astrophys. J.* **496**(2), 605–614.
- Feldman, H. A., Kaiser, N. & Peacock, J. A. (1993), ‘Power spectrum analysis of three-dimensional redshift surveys’, *arXiv preprint astro-ph/9304022* .
- Franco, C., Avila, F. & Bernui, A. (2024), ‘Probing cosmic isotropy in the Local Universe’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **527**(3), 7400–7413.
- Fujii, H. (2022), ‘Large-scale homogeneity in the distribution of quasars in the hercules-corona borealis great wall region’, *Serbian Astronomical Journal* (204), 29–38.
- García-García, C., Ruiz-Zapatero, J., Alonso, D., Bellini, E., Ferreira, P. G., Mueller, E.-M., Nicola, A. & Ruiz-Lapuente, P. (2021), ‘The growth of density perturbations in the last 10 billion years from tomographic large-scale structure data’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2021**(10), 030.
- Gonçalves, R. S., Carvalho, G. C., Andrade, U., Bengaly, C. A. P., Carvalho, J. C. & Alcaniz, J. (2021), ‘Measuring the cosmic homogeneity scale with SDSS-IV DR16 quasars’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2021**(3), 029.
- Goyal, P. & Chingangbam, P. (2021), ‘Local patch analysis for testing statistical isotropy of the Planck convergence map’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2021**(8), 006.
- Hipólito-Ricaldi, W. S. & Gomero, G. I. (2005), ‘Topological signatures in CMB temperature anisotropy maps’, *Phys. Rev. D* **72**(10), 103008.
- Hodge, J. C. (2006), ‘Scalar potential model of the cmb radiation temperature’, *arXiv preprint astro-ph/0603140* .

- Hoffman, Y., Pomarède, D., Tully, R. B. & Courtois, H. M. (2017), ‘The dipole repeller’, *Nature Astronomy* **1**, 0036.
- Hogg, D. W., Eisenstein, D. J., Blanton, M. R., Bahcall, N. A., Brinkmann, J., Gunn, J. E. & Schneider, D. P. (2005a), ‘Cosmic homogeneity demonstrated with luminous red galaxies’, *The Astrophysical Journal* **624**(1), 54.
- Hogg, D. W., Eisenstein, D. J., Blanton, M. R., Bahcall, N. A., Brinkmann, J., Gunn, J. E. & Schneider, D. P. (2005b), ‘Cosmic homogeneity demonstrated with luminous red galaxies’, *The Astrophysical Journal* **624**(1), 54.
- Hu, J.-P. & Wang, F.-Y. (2023), ‘Hubble tension: The evidence of new physics’, *Universe* **9**(2), 94.
- Hubble, E. (1929), ‘A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae’, *Proceedings of the national academy of sciences* **15**(3), 168–173.
- Huchra, J., Martimbeau, N., Jarrett, T., Cutri, R., Skrutskie, M., Schneider, S., Steining, R., Macri, L., Mader, J. & George, T. (2005), 2MASS and the Nearby Universe, in M. Colless, L. Staveley-Smith & R. A. Stathakis, eds, ‘Maps of the Cosmos’, Vol. 216, pp. 170–179.
- Jarvis, M., Bernstein, G. & Jain, B. (2004), ‘The skewness of the aperture mass statistic’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **352**(1), 338–352.
- Joyce, M., Montuori, M. & Labini, F. S. (1999), ‘Fractal correlations in the cfa2-south redshift survey’, *The Astrophysical Journal* **514**(1), L5.
- Kaiser, N. (1987), ‘Clustering in real space and in redshift space’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **227**, 1–21.
- Kashino, D., Ichiki, K. & Takeuchi, T. T. (2012), ‘Test for anisotropy in the mean of the CMB temperature fluctuation in spherical harmonic space’, *Phys. Rev. D* **85**(6), 063001.
- Kester, C. E., Bernui, A. & Hipólito-Ricaldi, W. S. (2024), ‘Probing the statistical isotropy of the universe with Planck data of the cosmic microwave background’, *Astron. Astrophys.* **683**, A176.
- Khan, M. I. & Saha, R. (2022), ‘Isotropy statistics of CMB hot and cold spots’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **06**(6), 006.
- Khan, M. I. & Saha, R. (2023), ‘Detection of Dipole Modulation in CMB Temperature Anisotropy Maps from WMAP and Planck using Artificial Intelligence’, *Astrophys. J.* **947**(2), 47.

- Labini, F. S. (2011), ‘Very large-scale correlations in the galaxy distribution’, *Europhysics Letters* **96**(5), 59001.
- Landy, S. D. & Szalay, A. S. (1993), ‘Bias and variance of angular correlation functions’, *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 412, no. 1, p. 64-71. **412**, 64–71.
- Laurent, P., Le Goff, J.-M., Burtin, E., Hamilton, J.-C., Hogg, D. W., Myers, A., Ntelis, P., Pâris, I., Rich, J., Aubourg, E. et al. (2016), ‘A 14 h- 3 gpc³ study of cosmic homogeneity using boss dr12 quasar sample’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2016**(11), 060.
- Liddle, A. (2015), *An introduction to modern cosmology*, John Wiley & Sons.
- Mandelbrot, B. B. & Mandelbrot, B. B. (1982), *The fractal geometry of nature*, Vol. 1, WH freeman New York.
- Marques, G. A. & Bernui, A. (2020), ‘Tomographic analyses of the CMB lensing and galaxy clustering to probe the linear structure growth’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **05**(5), 052.
- Marques, G. A., Liu, J., Shirasaki, M., Thiele, L., Grandón, D., Huffenberger, K. M., Cheng, S., Harnois-Déraps, J., Osato, K. & Coulton, W. R. (2023), ‘Cosmology from weak lensing peaks and minima with Subaru Hyper Suprime-Cam survey first-year data’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2308.10866.
- Marques, G. A., Novaes, C. P., Bernui, A. & Ferreira, I. S. (2018), ‘Isotropy analyses of the Planck convergence map’, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **473**(1), 165–172.
- Martin, A. M., Giovanelli, R., Haynes, M. P. & Guzzo, L. (2012), ‘The Clustering Characteristics of H I-selected Galaxies from the 40% ALFALFA Survey’, *Astrophys. J.* **750**(1), 38.
- Mokeddem, R., Hipólito-Ricaldi, W. S. & Bernui, A. (2023), ‘Excess of lensing amplitude in the Planck CMB power spectrum’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **1**(1), 017.
- Mukhanov, V. F. (2005), *Physical foundations of cosmology*, Cambridge university press.
- Neto, L. (2020), ‘Notas de aula’, *Notas de Aula. Universidade de São Paulo, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas* .
- Ntelis, P. (2017), Probing Cosmology with the homogeneity scale of the Universe through large scale structure surveys., PhD thesis, Astroparticule and Cosmology Group, Physics Department, Paris Diderot University.

- Ntelis, P., Hamilton, J.-C., Le Goff, J.-M., Burtin, E., Laurent, P., Rich, J., Tinker, J., Aubourg, E., Des Bourboux, H. D. M., Bautista, J. et al. (2017), ‘Exploring cosmic homogeneity with the boss dr12 galaxy sample’, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2017**(06), 019.
- Nuza, S. E., Kitaura, F.-S., Heß, S., Libeskind, N. I. & Müller, V. (2014), ‘The cosmic web of the local universe: cosmic variance, matter content and its relation to galaxy morphology’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **445**(1), 988–1001.
- Oliveira, F., Avila, F., Bernui, A., Bonilla, A. & Nunes, R. C. (2023), ‘Reconstructing the growth index γ with Gaussian Processes’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2311.14216.
- Padmanabhan, T. (1993), *Structure Formation in the Universe*.
- Papastergis, E., Giovanelli, R., Haynes, M. P., Rodríguez-Puebla, A. & Jones, M. G. (2013), ‘The Clustering of ALFALFA Galaxies: Dependence on H I Mass, Relationship with Optical Samples, and Clues of Host Halo Properties’, *Astrophys. J.* **776**(1), 43.
- Park, C.-G., Hyun, H., Noh, H. & Hwang, J.-c. (2017), ‘The cosmological principle is not in the sky’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **469**(2), 1924–1931.
- Peebles, P. (1973), ‘Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. i. theory’, *Astrophysical Journal, Vol. 185, pp. 413-440 (1973)* **185**, 413–440.
- Perlmutter, S., Turner, M. S. & White, M. (1999), ‘Constraining dark energy with type ia supernovae and large-scale structure’, *Physical Review Letters* **83**(4), 670.
- Planck Collaboration, Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A. J., Barreiro, R. B., Bartolo, N., Basak, S., Benabed, K., Bersanelli, M., Bielewicz, P., Bock, J. J., Bond, J. R., Borrill, J., Bouchet, F. R., Boulanger, F., Bucher, M., Burigana, C., Butler, R. C., Calabrese, E., Cardoso, J. F., Casaponsa, B., Chiang, H. C., Colombo, L. P. L., Combet, C., Contreras, D., Crill, B. P., de Bernardis, P., de Zotti, G., Delabrouille, J., Delouis, J. M., Di Valentino, E., Diego, J. M., Doré, O., Douspis, M., Ducout, A., Dupac, X., Efstathiou, G., Elsner, F., Enßlin, T. A., Eriksen, H. K., Fantaye, Y., Fernandez-Cobos, R., Finelli, F., Frailis, M., Fraisse, A. A., Franceschi, E., Frolov, A., Galeotta, S., Galli, S., Ganga, K., Génova-Santos, R. T., Gerbino, M., Ghosh, T., González-Nuevo, J., Górski, K. M., Gruppuso, A., Gudmundsson, J. E., Hamann, J., Handley, W., Hansen, F. K., Herranz, D., Hivon, E., Huang, Z., Jaffe, A. H., Jones, W. C., Keihänen, E., Keskitalo, R., Kiiveri,

- K., Kim, J., Krachmalnicoff, N., Kunz, M., Kurki-Suonio, H., Lagache, G., Lamarre, J. M., Lasenby, A., Lattanzi, M., Lawrence, C. R., Le Jeune, M., Levrier, F., Liguori, M., Lilje, P. B., Lindholm, V., López-Caniego, M., Ma, Y. Z., Macías-Pérez, J. F., Maggio, G., Maino, D., Mandolesi, N., Mangilli, A., Marcos-Caballero, A., Maris, M., Martin, P. G., Martínez-González, E., Matarrese, S., Mauri, N., McEwen, J. D., Meinhold, P. R., Mennella, A., Migliaccio, M., Miville-Deschênes, M. A., Molinari, D., Moneti, A., Montier, L., Morgante, G., Moss, A., Natoli, P., Pagano, L., Paoletti, D., Partridge, B., Perrotta, F., Pettorino, V., Piacentini, F., Polenta, G., Puget, J. L., Rachen, J. P., Reinecke, M., Remazeilles, M., Renzi, A., Rocha, G., Rosset, C., Roudier, G., Rubiño-Martín, J. A., Ruiz-Granados, B., Salvati, L., Savelainen, M., Scott, D., Shellard, E. P. S., Sirignano, C., Sunyaev, R., Suur-Uski, A. S., Tauber, J. A., Tavagnacco, D., Tenti, M., Toffolatti, L., Tomasi, M., Trombetti, T., Valenziano, L., Valiviita, J., Van Tent, B., Vielva, P., Villa, F., Vittorio, N., Wandelt, B. D., Wehus, I. K., Zacchei, A., Zibin, J. P. & Zonca, A. (2020), ‘Planck 2018 results. VII. Isotropy and statistics of the CMB’, *Astron. Astrophys.* **641**, A7.
- Planck Collaboration, P. A., Aghanim, N., Alves, M., Arnaud, M., Arzoumanian, D., Aumont, J., Baccigalupi, C., Banday, J., Barreiro, R. et al. (2016), ‘Planck intermediate results. xxxiii. signature of the magnetic field geometry of interstellar filaments in dust polarization maps’, *A&A* **586**, A136.
- Polastri, L. (2017), Cosmic Microwave Background large-scale directional anomalies as seen by Planck and WMAP, *in* ‘Journal of Physics Conference Series’, Vol. 841 of *Journal of Physics Conference Series*, p. 012008.
- Rassat, A., Starck, J. L., Paykari, P., Sureau, F. & Bobin, J. (2014), ‘Planck CMB Anomalies: Astrophysical and Cosmological Secondary Effects and the Curse of Masking’, *JCAP* **08**, 006.
- Rath, P. K., Mudholkar, T., Jain, P., Aluri, P. K. & Panda, S. (2013*a*), ‘Direction dependence of the power spectrum and its effect on the cosmic microwave background radiation’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2013**(4), 007.
- Rath, P. K., Mudholkar, T., Jain, P., Aluri, P. K. & Panda, S. (2013*b*), ‘Direction dependence of the power spectrum and its effect on the cosmic microwave background radiation’, *J. Cosmology Astropart. Phys.* **2013**(4), 007.
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., Gilliland, R. L., Hogan, C. J., Jha, S., Kirshner, R. P. et al. (1998), ‘Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant’, *The astronomical journal* **116**(3), 1009.

- Riess, A. G., Yuan, W., Macri, L. M., Scolnic, D., Brout, D., Casertano, S., Jones, D. O., Murakami, Y., Anand, G. S., Breuval, L. et al. (2022), ‘A comprehensive measurement of the local value of the hubble constant with 1 km s⁻¹ mpc⁻¹ uncertainty from the hubble space telescope and the sh0es team’, *The Astrophysical journal letters* **934**(1), L7.
- Ross, A. J., Samushia, L., Howlett, C., Percival, W. J., Burden, A. & Manera, M. (2015), ‘The clustering of the sdss dr7 main galaxy sample–i. a 4 per cent distance measure at $z=0.15$ ’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **449**(1), 835–847.
- Ryden, B. (2017), *Introduction to cosmology*, Cambridge University Press.
- Sachs, R. & Wolfe, A. (1967), ‘Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background’.
- Sarkar, P., Yadav, J., Pandey, B. & Bharadwaj, S. (2009a), ‘The scale of homogeneity of the galaxy distribution in sdss dr6’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* **399**(1), L128–L131.
- Sarkar, P., Yadav, J., Pandey, B. & Bharadwaj, S. (2009b), ‘The scale of homogeneity of the galaxy distribution in SDSS DR6’, *Mon. Not, Roy. Astron. Soc.* **399**(1), L128–L131.
- Schneider, P. (2006), *Extragalactic astronomy and cosmology: an introduction*, Vol. 146, Springer.
- Scrimgeour, M. I., Davis, T., Blake, C., James, J. B., Poole, G. B., Staveley-Smith, L., Brough, S., Colless, M., Contreras, C., Couch, W., Croom, S., Croton, D., Drinkwater, M. J., Forster, K., Gilbank, D., Gladders, M., Glazebrook, K., Jelliffe, B., Jurek, R. J., Li, I. h., Madore, B., Martin, D. C., Pimblet, K., Pracy, M., Sharp, R., Wisnioski, E., Woods, D., Wyder, T. K. & Yee, H. K. C. (2012), ‘The WiggleZ Dark Energy Survey: the transition to large-scale cosmic homogeneity’, *Mon. Not, Roy. Astron. Soc.* **425**(1), 116–134.
- Silva Neto, G. P. d. (2020), ‘Teoria e aplicações do gás relativístico reduzido na cosmologia’.
- Smoot, G. F. (1999), Cobe observations and results, *in* ‘AIP Conference Proceedings CONF-981098’, Vol. 476, American Institute of Physics, pp. 1–10.
- Specogna, E., Di Valentino, E., Levi Said, J. & Nguyen, N.-M. (2023), ‘Exploring the Growth Index γ_L : Insights from Different CMB Dataset Combinations and Approaches’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2305.16865.

- Staicova, D. (2023), ‘Model selection results from different BAO datasets – DE models and Ω_K CDM’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2303.11271.
- Stoeger, W., Ellis, G. & Hellaby, C. (1987), ‘The relationship between continuum homogeneity and statistical homogeneity in cosmology’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **226**(2), 373–381.
- Sylos Labini, F. & Vasilyev, N. L. (2008), ‘Extension and estimation of correlations in cold dark matter models’, *Astron. Astrophys.* **477**(2), 381–395.
- Tarnopolski, M. (2017), ‘Testing the anisotropy in the angular distribution of Fermi/GBM gamma-ray bursts’, *Mon. Not, Roy. Astron. Soc.* **472**(4), 4819–4831.
- Thiele, L., Marques, G. A., Liu, J. & Shirasaki, M. (2023), ‘Cosmological constraints from HSC Y1 lensing convergence PDF’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2304.05928.
- Tully, R. B., Pomarède, D., Graziani, R., Courtois, H. M., Hoffman, Y. & Shaya, E. J. (2019), ‘Cosmicflows-3: Cosmography of the local void’, *The Astrophysical Journal* **880**(1), 24.
- Visser, M. (2004), ‘Jerk, snap and the cosmological equation of state’, *Classical and Quantum Gravity* **21**(11), 2603.
- Weinberg, S. (2008), *Cosmology*, OUP Oxford.
- Yadav, J., Bharadwaj, S., Pandey, B. & Seshadri, T. (2005), ‘Testing homogeneity on large scales in the sloan digital sky survey data release one’, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **364**(2), 601–606.
- York, D. G., Adelman, J., Anderson Jr, J. E., Anderson, S. F., Annis, J., Bahcall, N. A., Bakken, J., Barkhouser, R., Bastian, S., Berman, E. et al. (2000), ‘The sloan digital sky survey: Technical summary’, *The Astronomical Journal* **120**(3), 1579.
- Zehavi, I., Zheng, Z., Weinberg, D. H., Frieman, J. A., Berlind, A. A., Blanton, M. R., Scocimarro, R., Sheth, R. K., Strauss, M. A., Kayo, I., Suto, Y., Fukugita, M., Nakamura, O., Bahcall, N. A., Brinkmann, J., Gunn, J. E., Hennessy, G. S., Ivezić, Ž., Knapp, G. R., Loveday, J., Meiksin, A., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Szapudi, I., Tegmark, M., Vogeley, M. S., York, D. G. & SDSS Collaboration (2005), ‘The Luminosity and Color Dependence of the Galaxy Correlation Function’, *Astrophys. J.* **630**(1), 1–27.