

ESTRUTURAS EM GRANDES ESCALAS - UMA NOVA METODOLOGIA
PARA CALCULAR A TAXA DE CRESCIMENTO DE ESTRUTURAS
CÓSMICAS

Felipe da Silva Avila

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Astronomia do Observatório Nacional/MCTIC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do Título de Doutor em Astronomia.

Orientador: Armando Bartolome Bernui Leo

Rio de Janeiro
Junho de 2022

ESTRUTURAS EM GRANDES ESCALAS - UMA NOVA METODOLOGIA
PARA CALCULAR A TAXA DE CRESCIMENTO DE ESTRUTURAS
CÓSMICAS

Felipe da Silva Avila

TESE SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ASTRONOMIA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL/MCTIC COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
DOUTOR EM ASTRONOMIA.

Examinada por:

Prof. Nome do Primeiro Examinador Sobrenome, D.Sc.

Prof. Nome da Segunda Examinadora Sobrenome, Ph.D.

Dr. Nome da Terceira Examinadora Sobrenome, D.Sc.

Prof. Nome do Quarto Examinador Sobrenome, Ph.D.

Prof. Nome do Quinto Examinador Sobrenome, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2022

da Silva Avila, Felipe

Estruturas em grandes escalas - Uma nova metodologia para calcular a taxa de crescimento de estruturas cósmicas/Felipe da Silva Avila. – Rio de Janeiro: ON/MCTIC, 2022.

XIII, 86 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Armando Bartolome Bernui Leo

Tese (doutorado) – ON/MCTIC/Programa de Pós-graduação em Astronomia, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 62 – 76.

1. Primeira palavra-chave. 2. Segunda palavra-chave. 3. Terceira palavra-chave. I. , . II. Observatório Nacional/MCTIC, Programa de Pós-graduação em Astronomia. III. Título.

Agradecimentos

Ao longo dos quatro anos de doutorado, muitas pessoas contribuíram direta e indiretamente ao trabalho desenvolvido. Portanto, gostaria de deixar aqui registrado minha eterna gratidão a essas pessoas:

Ao meu orientador, Armando Bernui, por seu empenho, dedicação, paciência e determinação em tornar o trabalho desenvolvido melhor a cada dia.

Aos meus amigos e colaboradores, Camila Novaes, Edilson Carvalho e Rafael Nunes. Não poderia escolher melhores pessoas com quem trabalhar e desenvolver novas ideias.

À minha família, em especial os meus pais, Cátia e Cláudio, e minha irmã Carol, pelo amor investido e dedicação. Minha formação como pessoa e profissional não seria a mesma sem vocês.

À minha namorada Paula, por seu carinho, por sua afeição, apreço e todos os sinônimos de amor que possam existir. Sua presença me deu o fôlego necessário na reta final do doutorado.

À minha nova família, que com carinho me acolheu na cidade de Paracambi. À Sueli, minha nova tia.

Aos meus amigos de faculdade e pós, Rebeca e Uendert.

Aos professores do Observatório Nacional, por contribuir diretamente em minha formação. Especialmente ao grupo de Cosmologia: Prof. Jailson Alcaniz, Prof. Joel Carvalho, Prof. Rodrigo Gonçalves, Carlos, Simony, Bitá, Thaís Lemos, Gabriela, Javier, Bethooven, e Marcela.

Aos servidores e funcionários do ON, muitos de forma direta e indiretamente tornam a pós-graduação do ON um local de trabalho harmonioso e satisfatório.

À CAPES, pelo apoio financeiro fundamental para que o trabalho fosse realizado.

Resumo da Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Astronomia do Observatório Nacional/MCTIC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Astronomia (D.Sc.)

ESTRUTURAS EM GRANDES ESCALAS - UMA NOVA METODOLOGIA
PARA CALCULAR A TAXA DE CRESCIMENTO DE ESTRUTURAS
CÓSMICAS

Felipe da Silva Avila

Junho/2022

Orientador: Armando Bartolome Bernui Leo

Programa: Astronomia

A função de crescimento, $f(z)$, apresenta grande potencial para discriminar modelos alternativos ao Λ CDM, considerado o modelo padrão da cosmologia. Com sua simples parametrização, $f(z) = \Omega_m^\gamma$, a função de crescimento é capaz de discriminar modelos alternativos a RG, medir parâmetros cosmológicos e testar parametrizações para a equação de estado da energia escura. Isso é possível a partir de uma medida robusta de γ . Neste trabalho desenvolvemos dois estudos na função de crescimento: (i) Usando o levantamento ALFALFA de fontes de emissão em HI, selecionamos uma amostra no UL (≤ 85 Mpc), para medir o dipolo gravitacional no UL. Calculamos a velocidade do Grupo Local devida à distribuição de HI no catálogo ALFALFA e comparamos com a velocidade do Grupo Local no referencial da CMB para obter o parâmetro de escala de velocidade, β . Utilizando realizações em Monte Carlo e simulações lognormal, nossa metodologia quantifica o erros introduzidos pelo *shot noise* e cobertura parcial do céu. A medição do parâmetro da escala de velocidade β , e o cálculo do flutuação da matéria do traçador cosmológico, $\sigma_{8, \text{tr}}$, leva-nos à $f\sigma_8 = 0.46 \pm 0.06$ em $\bar{z} = 0.013$, em 1σ , com o valor esperado no modelo de concordância Λ CDM. Além disso, nossas análises da amostra ALFALFA também fornecem um medição da função de crescimento $f = 0.56 \pm 0.07$, a $\bar{z} = 0.013$; e (ii) A partir de nossa experiência com a escala de transição para a homogeneidade, $R_H(z)$ e sua versão angular, $\theta_H(z)$, pudemos observar que é possível relacionar $R_H(z)$ com a função de crescimento, $f(z)$. Usando a metodologia fractal, obtemos

uma relação entre as duas quantidades a partir de $\mathcal{N}(< r, z)$, *the scaled counts-in-spheres*, e da dimensão de correlação, $\mathcal{D}_2(r, z)$. Realizamos o teste do modelo a partir de medidas em $R_H(z)$ coletados na literatura. Devido ao número baixo de medidas, decidimos por reconstruir a função com o método *Gaussian Process* (GP). Usando a aproximação DPL, juntamente com a reconstrução de $R_H(z_i)$ fomos capazes de obter $f(z)$ a partir da escala de homogeneidade. Comparamos nosso resultado com o modelo Λ CDM e com medidas de $f(z)$ coletados na literatura. Para boa parte do intervalo em z , nosso resultado é consistente com Λ CDM, assim como com as medidas de $f(z)$.

Palavras-Chave: Cosmologia; Função de Crescimento; Princípio Cosmológico; Homogeneidade; Isotropia; ALFALFA

Abstract of Thesis presented to Observatório Nacional/MCTIC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Astronomy (D.Sc.)

Felipe da Silva Avila

June/2022

Advisor: Armando Bartolome Bernui Leo

Department: Astronomy

The cosmic growth rate, $f(z)$, presents great potential to discriminate alternative models to Λ CDM, considered the standard model of cosmology. With its simple parametrization, $f(z) = \Omega_m^\gamma$, the growth rate is able to discriminate alternative models to RG, measure cosmological parameters and test parametrizations for the equation of state of dark energy. This is possible from a robust measurement of γ . In this work we develop two studies on the growth rate: (i) Using the ALFALFA survey of HI emission line, we select a sample in the Local Universe (≤ 85 Mpc), to measure the gravitational dipole in the Local Universe. We calculate the Local Group velocity due to the HI distribution in the ALFALFA catalogue and compare it with the Local Group velocity in the CMB frame of reference to obtain the velocity scale parameter, β . Using Monte Carlo realizations and lognormal simulations, our methodology quantifies the errors introduced by shot noise and partial sky coverage. Measuring the velocity scale parameter β , and calculating the matter fluctuation of the cosmological tracer, $\sigma_{8,\text{tr}}$, leads us to $f\sigma_8 = 0.46 \pm 0.06$ at $\bar{z} = 0.013$, at 1σ , with the expected value in the Λ CDM model. Furthermore, our analyses of the ALFALFA sample also provide a measurement of the growth rate $f = 0.56 \pm 0.07$, at $\bar{z} = 0.013$; and (ii) From our experiment with the transition scale to homogeneity, $R_H(z)$ and its angular version, $\theta_H(z)$, we could observe that it is possible to relate $R_H(z)$ to the growth rate, $f(z)$. Using fractal methodology, we derive a relationship between the two quantities from $\mathcal{N}(< r, z)$, the scaled counts-in-spheres, and the correlation dimension, $\mathcal{D}_2(r, z)$. We performed the model test from measurements on $R_H(z)$ collected in the literature. Due to the low number of measurements, we decided to reconstruct the function with the Gaussian Process method. Using the DPL approximation, together with the reconstruction of $R_H(z_i)$ we were able to obtain

$f(z)$ from the homogeneity scale. We compared our result with the Λ CDM model and with measurements of $f(z)$ collected in the literature. For much of the range in z , our result is consistent with Λ CDM, as well as with the $f(z)$ measurements.

Keywords: Cosmology; Growth Rate; Cosmological Principle; Homogeneity; Isotropy; ALFALFA

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	2
1.1 Teoria Linear das Perturbações	5
1.1.1 Teoria de Jeans para um universo estático	6
1.1.2 Análise de Jeans para um universo em expansão	9
1.1.3 Taxa de crescimento de estruturas cósmicas, $f(z)$	13
1.2 Descrição estatística das flutuações de densidade	14
1.3 Síntese da Tese	17
2 Catálogo ALFALFA	18
2.1 Características Gerais	18
2.2 Seleção dos Dados	19
2.3 Função de seleção radial	21
2.4 Bias de HI para o catálogo ALFALFA	22
2.5 Catálogos Simulados	23
3 Taxa de crescimento de estruturas com o catálogo ALFALFA	25
3.1 Dipolo gravitacional no Universo Local	26
3.2 Método <i>Number-weighted</i>	27
3.3 Metodologia para a obtenção do erro em β	28
3.3.1 <i>Shot Noise</i>	30
3.3.2 Correção para catálogo de cobertura parcial do céu	30
3.4 Resultados	31
3.4.1 Cálculo de $\sigma_{8,HI}$	32
3.4.2 Cálculo da velocidade de convergência, V	32
3.4.3 Cálculo de β , f e $f\sigma_8$ em $\bar{z} = 0.013$	33
3.5 Resumo e Conclusões	36

4	Escala de transição para a homogeneidade em catálogos de traçadores de matéria	37
4.1	Metodologia Fractal	37
4.1.1	<i>Contagem em esferas (scaled counts-in-spheres): caso 3D</i> . . .	38
4.1.2	<i>Scaled counts-in-caps: caso 2D</i>	39
4.1.3	Escala de Homogeneidade: θ_H e R_H	40
4.1.4	Estimadores para $\mathcal{N}(< \theta)$	41
4.2	Escala de transição para a homogeneidade no Universo Local	42
4.2.1	Escala angular de homogeneidade θ_H com o catálogo ALFALFA	42
4.2.2	Escala angular de homogeneidade θ_H com o catálogo de galáxias azuis do SDSS	45
5	Uma nova metodologia: cálculo de $f(z)$ a partir da escala de homogeneidade $R_H(z)$	48
5.1	Cálculo Teórico	48
5.2	Aproximação para $\zeta[R_H(z)]$	50
5.3	Reconstrução da função R_H a partir de dados observacionais	53
5.4	Reconstrução da função $f^{R_H}(z)$	54
5.5	Resumo e Conclusões	56
6	Conclusões	59
	Referências Bibliográficas	62
A	Equações básicas do modelo cosmológico padrão ΛCDM	77
A.0.1	Equações Básicas	78
B	Procedimento para a correção da velocidade do GL	81
C	Processo Gaussiano	84
D	Influência das Oscilações Acústicas de Bárions na aproximação DPL	86

Lista de Figuras

1.1	Evolução das perturbações	13
1.2	Função de crescimento para vários modelos	14
2.1	Distribuição de fontes HI	19
2.2	Diagrama Hubble-Lemaître para as fontes HI	20
2.3	Distribuição de velocidades em função da distância para o Aglomerado de Virgem	20
2.4	Histograma da distribuição de distâncias da amostra final de HI do catálogo ALFALFA selecionada para nossas análises.	21
2.5	Função de seleção radial $\phi(r)$ para a nossa amostra final.	22
2.6	Bias de HI	23
3.1	Velocidade do GL da amostra ALFALFA	33
3.2	Matriz de covariância reduzida	34
3.3	Derivada numérica do dipolo gravitacional	34
3.4	Medidas de $f\sigma_{8,ME}$ no Universo Local	35
4.1	Amostra ALFALFA para a análise de homogeneidade	43
4.2	Distribuição de redshift da amostra ALFALFA	43
4.3	Resultado dos estimadores <i>Average</i> e <i>Centre</i>	44
4.4	Resultado do estimador LS	44
4.5	Amostra de galáxias azuis no UL	46
4.6	Resultado principal com o estimador LS	46
5.1	Erro relativo para a aproximação DPL	52
5.2	Erro relativo de $f(z)$ usando a aproximação DPL	52
5.3	Reconstrução da função $R_H(z)$	55
5.4	Reconstrução da função $f(z)$	55
5.5	Comparação entre kernels para a reconstrução de $f(z)$	57
B.1	Teste de robusteza do procedimento de correção	82
B.2	Desalinhamento entre os vetores de velocidade	83

D.1	Diferença relativa $\zeta_{\text{DPL}}/\zeta_{\Lambda\text{CDM}} - 1$ com e sem OAB	86
-----	---	----

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros para a construção das simulações lognormal	24
4.1	Escala de homogeneidade angular com HI	45
4.2	Escala de homogeneidade angular com galáxias azuis	47
5.1	Medidas de $R_H(z)$	53
5.2	Compilação de medidas de $f(z)$	56

Lista de abreviaturas e siglas

ACDM	<i>Λ Cold Dark Matter.</i>
ALFALFA	<i>The Arecibo Legacy Fast ALFA.</i>
CMB	<i>Cosmic Microwave Background.</i>
DESI	<i>The Dark Energy Spectroscopic Instrument.</i>
DPL	<i>Double Power Law.</i>
FS	<i>Full Sky.</i>
GL	Grupo Local.
GP	<i>Gaussian Process.</i>
HI	Emissão em 21 cm (linha de Hidrogênio).
LN	Lognormal.
LRG	<i>Luminous Red Galaxies.</i>
LS	Landy-Szalay.
MC	Monte Carlo.
ME	Matéria Escura.
OAB	Oscilações Acústicas Bariônicas.
PC	Princípio Cosmológico.
PH	Peebles & Hauser.
PS	<i>Partial Sky.</i>
QSO	<i>Quasi-Stellar Object - Quasars.</i>
Rand	<i>Random</i> - aleatório.
RG	Relatividade Geral.
RSD	<i>Redshift Space Distortions.</i>
SN	<i>Shot Noise.</i>
tr	<i>tracer</i> - traçador de matéria escura.
UL	Universo Local.

Capítulo 1

Introdução

A cosmologia vive um dos seus melhores momentos. A qualidade dos dados e a precisão alcançada nas medidas nos últimos anos são extraordinárias. No entanto, ainda há grandes incertezas sobre a natureza de alguns observáveis cosmológicos, tais como: o que é a energia escura que causaria a expansão acelerada do universo? O que é a matéria escura que molda a distribuição das galáxias? Que mecanismo inicial possibilitou a formação das estruturas cósmicas que observamos no universo? Um caminho viável a fim de responder a essas e outras perguntas é estudar as estruturas em grandes escalas do universo.

Para Frenk (2006), a construção de um modelo para a formação de estruturas tem como pilares centrais: o conteúdo matéria-energia do universo, as condições iniciais, o mecanismo para o crescimento de estruturas e os valores dos parâmetros cosmológicos fundamentais. A partir desses pilares seria possível compreender, por exemplo, a hierarquia das estruturas observada em grandes levantamentos de galáxias e determinar a necessidade da matéria escura. Vejamos, em seguida, como cada pilar foi ou está sendo construído na Cosmologia.

No modelo cosmológico padrão Λ CDM (*Cold Dark Matter*)¹, o conteúdo matéria-energia consiste de radiação (neutrinos e fótons da CMB²), bárions, matéria escura e energia escura. Esse modelo é corroborado por diversos observáveis cosmológicos, em especial as flutuações de temperatura observadas na CMB (Planck Collaboration 2020a). Como proporção, a energia escura corresponde a 68% e matéria (escura e bárions) a 32%. Temos um bom entendimento das propriedades físicas da radiação e dos bárions, ou seja, da matéria que compõe o universo visível (estrelas, galáxias, gás, etc.). No entanto, ainda, a natureza da matéria escura e da energia escura são um enigma.

¹Veja o apêndice A com as equações básicas do modelo.

²A *Cosmic Microwave Background*, Radiação Cósmica de Fundo, consiste dos fótons reliquia provenientes do universo primordial, descoberto por Penzias & Wilson (1965) e interpretada fisicamente por Dicke et al. (1965). A sua descoberta consolidou o modelo *Big Bang*, ou seja, o universo teve uma fase inicial quente e densa que expande e esfria (Durrer 2015).

A primeira evidência para a existência de uma matéria exótica do tipo que não interage com a luz foi verificada por Fritz Zwicky na década de 1930, ao observar velocidades radiais de galáxias no aglomerado Coma (Zwicky 2009). Zwicky observou que a massa do aglomerado era insuficiente para explicar os altos valores observados para as velocidades. Outra importante evidência para a matéria escura veio na década de 1980. Os estudos de Bosma (1981) e Rubin et al. (1985) mostraram que as curvas de rotação de objetos em galáxias espirais não respeitavam o comportamento esperado pela mecânica newtoniana: em uma determinada escala, espera-se que as velocidades atinjam um máximo e depois decresça lentamente. No entanto, observou-se que essas velocidades se mantinham constantes após certa escala. Ou seja, há um excesso de matéria, além do conteúdo visível, que mantém a velocidade de rotação das estrelas constante, ou quase constante³.

Quanto à energia escura, no modelo Λ CDM, suas propriedades são ainda mais estranhas: assumida como a densidade de energia do vácuo Λ , tem o efeito gravitacional repulsivo, invariante com o tempo, pressão negativa e, coincidentemente, sua contribuição à dinâmica do universo, hoje, é da mesma ordem de grandeza da matéria escura. Sua descoberta veio ao final do século 20, a partir do estudo de um tipo especial de supernova, conhecida como tipo Ia, SNIa (Phillips 1993). Dois grupos, de maneira independente, observaram a expansão acelerada do universo (Perlmutter et al. 1999, Riess et al. 1998). Observou-se que os dados de distância obtidos a partir dessas supernovas se ajustavam melhor a um modelo cosmológico com Λ , cujas propriedades foram citadas acima.

Entendida como a energia do vácuo, Λ foi introduzida no século passado por Einstein nas suas equações como uma constante, chamada *constante cosmológica*, para obter (para um universo homogêneo e isotrópico) soluções estáticas (Einstein 1917). Sua principal função era balancear o efeito gravitacional. Claramente, essa solução era instável, qualquer perturbação causaria o imediato colapso ou uma infinita expansão. No entanto, após a descoberta e aceitação da expansão do universo pelas observações de Hubble (1929), o termo foi abandonado⁴. Problemas teóricos e cosmológicos envolvendo Λ foram discutidos ao longo dos anos (Straumann 2003, Weinberg 1989), mas ao fim do século XX medidas de distância luminosidade usando SNIa motivaram o retorno da constante cosmológica (veja Huterer & Shafer (2018) para uma análise mais detalhada envolvendo Λ e a energia escura).

O segundo pilar trata das condições iniciais no universo primordial. De todos os pilares, esse é o mais especulativo, no sentido de que não há como obter dados diretos do evento, que ocorreu antes do primeiro segundo de vida do universo no intervalo

³Veja de Martino et al. (2020) para possíveis candidatos a matéria escura.

⁴Mais a frente veremos como o termo resolve alguns problemas para as equações da teoria linear das perturbações (1.1).

$\Delta t \in [10^{-34}, 10^{-32}]$ segundos (Schneider 2006). De maneira simplificada, esse evento, conhecido como inflação, fez com que o universo passasse por um breve período de expansão acelerada, aumentando da ordem de 10^{40} vezes o seu volume. Como consequência, as flutuações quânticas também foram amplificadas, perturbando a distribuição de matéria-energia, tornando-se, portanto, nas flutuações do campo de densidade no universo primordial. Considerando o atual panorama observacional (Ijjas et al. 2017), o período inflacionário resolve vários problemas do modelo Λ CDM (Martin 2019, Planck Collaboration 2020b).

O terceiro pilar é o mecanismo de crescimento das perturbações para a formação de estruturas: a instabilidade gravitacional. Devido ao seu caráter atrativo, pequenas perturbações de matéria em uma distribuição homogênea tendem a se amplificar, a medida que a matéria se atrai gravitacionalmente, sua densidade aumenta. Em geral, uma teoria linear das perturbações juntamente com as equações de Einstein (Mukhanov et al. 1992) consegue explicar bem as características observadas na distribuição de galáxias (Feix et al. 2015) e as flutuações de temperatura da CMB (Planck Collaboration 2020a). Na próxima seção faremos um tratamento não-relativístico para as equações da hidrodinâmica linearizadas, sem/com expansão, cujo tratamento é suficiente para o estudo de determinadas quantidades físicas, como por exemplo, a velocidade peculiar das galáxias.

O último pilar está relacionado com os pilares anteriores através do modelo Λ CDM e seus seis parâmetros cosmológicos: $\Omega_b h^2$ ⁵, $\Omega_c h^2$, $100\theta_{\text{MC}}$, τ , $\ln(10^{10} A_s)$ e n_s . Os dois primeiros medem a quantidade de matéria, bárions e matéria escura, respectivamente. O parâmetro $100\theta_{\text{MC}}$ mede a escala angular do horizonte do som na última superfície de espalhamento dos fótons e τ , conhecido como profundidade ótica, mede a opacidade da CMB para a reionização. Os dois últimos parâmetros fazem parte do modelo teórico para o espectro primordial das perturbações: A_s e n_s são a amplitude e o declive do espectro primordial, respectivamente. Outros parâmetros podem ser derivados a partir desses seis, por exemplo, $\Omega_\Lambda h^2$, que mede a quantidade de energia escura, se consideramos um universo plano, ou seja, $\sum_i \Omega_i = 1$. Ao longo do texto, se necessário assumir algum parâmetro cosmológico, iremos adotar o seguinte conjunto: $\{\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, 100\theta_{\text{MC}}, \tau, \ln(10^{10} A_s), n_s\} = \{0.02236, 0.1202, 1.04090, 0.0544, 3.045, 0.9649\}$ (Planck Collaboration 2020a).

Os pilares citados por Frenk (2006) apesar de firmes, são sustentados por teorias inacabadas e hipóteses não testadas. Considere, por exemplo, a teoria da Relatividade Geral (RG), necessária para construir um modelo cosmológico. Argumentos teóricos e observacionais mostram a possível necessidade de modificar a RG (Berti et al. 2015). Por exemplo, Straumann (2003) argumenta que a disparidade entre

⁵O parâmetro h está relacionado com a constante de Hubble $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Tal parametrização tem como finalidade tornar os resultados independentes de H_0 .

Λ previsto pelo modelo padrão de partículas e o Λ calculado a partir de Ω_Λ , pode ser resolvido construindo uma teoria quântica de gravidade. No entanto, tal teoria ainda não está pronta.

Por hipótese não testada pode-se citar o Princípio Cosmológico (PC): em escalas suficientemente grandes, o universo é estatisticamente homogêneo e isotrópico (Bengaly et al. 2017a,b, Bernui 2008b, 2009, Bernui et al. 2008a, 2007, 2014, 2006, Marques et al. 2018). O PC é usado para construir uma solução particular para a RG e obter as equações da dinâmica da matéria. No Λ CDM espera-se uma transição suave de um universo inhomogêneo para homogêneo. E, de fato, observamos isso, como iremos mostrar no capítulo 4. Mas esse resultado corresponde à distribuição de galáxias que é possível observar do nosso cone de luz. Ou seja, devido á velocidade finita da luz, há regiões que não foram observadas e, portanto, nada pode ser dito sobre a homogeneidade nessas regiões. Portanto, o que de fato estamos testando é a consistência do modelo cosmológico e não a homogeneidade do universo (Maartens 2011).

É a partir dessas considerações que estudaremos, neste trabalho, os observáveis cosmológicos $f(z)$, taxa com que as perturbações cosmológicas crescem, e $R_H(z)$, a escala onde ocorre a transição de um universo inhomogêneo para homogêneo. Estes dois observáveis, como veremos, fornecem informações tanto sobre os quatro pilares já citados quanto sobre os fundamentos sobre os quais estão construídos.

1.1 Teoria Linear das Perturbações

As pequenas flutuações de temperatura da CMB, $\Delta T/T \sim 10^{-5}$ ($A_s \sim 10^{-10}$), indicam que o universo primordial era homogêneo e isotrópico (Schneider 2006). Hoje, com o crescimento dessas pequenas flutuações, tal característica somente é observada em escalas suficientemente grandes, da ordem de 100 Mpc, devido à evolução e crescimento dessas perturbações a medida que o universo evolui. Logo, é possível, em boa aproximação, adotar uma teoria de perturbação linear, ou seja, perturbar o fluido homogêneo e isotrópico com pequenas variações nas suas características físicas. Costuma-se definir o *contraste de densidade*

$$\delta(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}, \quad (1.1)$$

onde valores da ordem $|\delta| \ll 1$ são uma boa aproximação linear. A equação (1.1) compara a densidade em cada posição \mathbf{r} com o valor médio $\bar{\rho}(t)$ num volume dado. Em aglomerados de galáxias encontramos valores acima de 1 e para regiões de grande vazio, próximo de -1. Introduziremos δ quando formos estudar a evolução das perturbações em um universo que se expande. Deve-se destacar que, para um estudo

mais realista que inclua efeitos não-lineares, parece necessário adotar simulações de N-corpos e compará-las com teorias que vão além da teoria linear (Angulo & Hahn 2022).

1.1.1 Teoria de Jeans para um universo estático

Vejamos inicialmente como as perturbações de densidade crescem em um universo que não se expande adotando a teoria de Jeans (Jeans 1902)⁶. A partir dela podemos descrever um fluido aproximadamente perfeito com as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \phi &= \mathbf{0}, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) S &= 0, \\ \nabla^2 \phi &= 4\pi G \rho,\end{aligned}\tag{1.2}$$

que são conhecidas como equações de continuidade, de Euler, da conservação de entropia e equação de Poisson, respectivamente. As quantidades físicas densidade de matéria ρ , velocidade do fluido \mathbf{u} , pressão p , potencial gravitacional ϕ e entropia S dependem das coordenadas espaciais e temporal \mathbf{r} e t , G é a constante gravitacional de Newton.

Considere, para esse universo estático, $\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0$, $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{0}$ e $p(\mathbf{r}, t) = p_0$. Tal universo não é possível para as equações acima pois encontraríamos $\nabla \phi = \mathbf{0}$ na equação de Euler, em clara contradição com a equação de Poisson. Pode-se resolver esse problema introduzindo um termo de repulsão na equação de Poisson,

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \rho(\mathbf{r}, t) - \Lambda,\tag{1.3}$$

onde Λ é a constante cosmológica de Einstein. Portanto, podemos obter $\nabla \phi_0 = \mathbf{0}$, se $4\pi G \rho_0 = \Lambda$, evitando, assim, a derivação das equações perturbadas com um *Jeans Swindle* (KieSSLing 2003, Kolb & Turner 2018, Mukhanov 2005).

Perturbando a distribuição de matéria temos as seguintes relações

$$\begin{aligned}\rho(\mathbf{r}, t) &= \rho_0 + \delta\rho(\mathbf{r}, t), \\ p(\mathbf{r}, t) &= p_0 + \delta p(\mathbf{r}, t), \\ \phi(\mathbf{r}, t) &= \phi_0 + \delta\phi(\mathbf{r}, t), \\ S(\mathbf{r}, t) &= S_0 + \delta S(\mathbf{r}, t), \\ \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u}(\mathbf{r}, t),\end{aligned}\tag{1.4}$$

⁶Ideal para o estudo de formação estelar. Veja, por exemplo, Kippenhahn et al. (1990).

onde as quantidades com subíndice 0 são constantes. Note que $\delta\rho(\mathbf{r}, t) \neq \delta(\mathbf{r}, t)$. A primeira, $\delta\rho$, indica uma flutuação pequena em comparação com ρ_0 , enquanto a segunda, δ , é uma quantidade adimensional definida como contraste de densidade (veja a equação (1.1)). Vamos fixar $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$, fluido inicialmente em repouso. A pressão a relacionamos com a entropia e a densidade,

$$\begin{aligned}\delta p &= \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right) \delta\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right) \delta S, \\ \delta p &= c_s^2 \delta\rho + \sigma \delta S,\end{aligned}\tag{1.5}$$

onde c_s^2 e σ são definidos como

$$c_s^2 \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right), \quad \sigma \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right),\tag{1.6}$$

c_s^2 é a velocidade do som no fluido.

A partir das equações (1.2), (1.3), (1.4) e (1.5), podemos obter, finalmente, as equações de perturbação em primeira ordem,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \delta \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial \delta \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{c_s^2}{\rho_0} \nabla \delta \rho + \frac{\sigma}{\rho_0} \nabla \delta S + \nabla \delta \phi &= \mathbf{0}, \\ \frac{\partial \delta S}{\partial t} &= 0, \\ \nabla^2 \delta \phi &= 4\pi G \delta \rho.\end{aligned}\tag{1.7}$$

Mostraremos a derivação da última equação para observar o efeito da constante cosmológica. Temos, portanto,

$$\begin{aligned}\nabla^2 (\phi_0 + \delta \phi) &= 4\pi G (\rho_0 + \delta \rho) - \Lambda, \\ \nabla^2 \phi_0 + \nabla^2 \delta \phi &= 4\pi G \rho_0 - \Lambda + 4\pi G \delta \rho,\end{aligned}\tag{1.8}$$

já que $\nabla^2 \phi_0 = 0$ e $\Lambda = 4\pi G \rho_0$, obtemos, assim, a equação de Poisson perturbada (1.7).

As equações perturbadas podem ser combinadas a fim de obter uma única equação diferencial parcial. Tomando a derivada da primeira e aplicando o operador ∇ na segunda, pode-se obter

$$\frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \delta \rho - 4\pi G \rho_0 \delta \rho = \sigma \nabla^2 \delta S.\tag{1.9}$$

Essa é uma equação diferencial parcial de segunda ordem linear para $\delta\rho$ onde a perturbação na entropia, δS , serve como fonte (Mukhanov 2005).

Pode-se simplificar a equação (1.9) assumindo $\delta S = 0$, ou seja, perturbações adiabáticas. Podemos resolver essa equação e escrever a perturbação como uma combinação linear de ondas planas,

$$\delta\rho(\mathbf{r}, t) = \int \delta\rho_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}}. \quad (1.10)$$

Substituindo na equação (1.9), com a hipótese da adiabaticidade $\delta S = 0$, temos

$$\int \left[\ddot{\delta\rho}_{\mathbf{k}} - c_s^2 \frac{\nabla^2 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}} \delta\rho_{\mathbf{k}} - 4\pi G\rho_0 \delta\rho_{\mathbf{k}} \right] e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} = 0, \quad (1.11)$$

onde os dois pontos em $\ddot{\delta\rho}_{\mathbf{k}}$ indicam uma segunda derivada ordinária no tempo cósmico. Como $\nabla^2 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = -k^2 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, obtemos, para o termo entre colchetes,

$$\ddot{\delta\rho}_{\mathbf{k}} + (k^2 c_s^2 - 4\pi G\rho_0) \delta\rho_{\mathbf{k}} = 0, \quad (1.12)$$

que é um conjunto de equações diferenciais ordinárias. A partir da solução delas é possível obter $\delta\rho(\mathbf{r}, t)$ integrando para todo o espaço em \mathbf{k} na integral (1.10).

De imediato, nota-se que a equação (1.12) é um oscilador harmônico para $\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G\rho_0$, cuja solução pode ser escrita como

$$\delta\rho(t) = A \exp(i\omega t) + B \exp(-i\omega t), \quad (1.13)$$

com constantes A e B determinadas pelas condições iniciais. Dependendo do sinal de ω^2 a evolução das perturbações pode ser uma oscilação ($\omega^2 > 0$) ou o colapso gravitacional ($\omega^2 < 0$). Considerando $4\pi G\rho_0 \gg k^2 c_s^2$, temos

$$\delta\rho(t) = A \exp(-4\pi G\rho_0 t) + B \exp(4\pi G\rho_0 t). \quad (1.14)$$

O primeiro termo cai rapidamente com o tempo, enquanto o segundo é o responsável por determinar o colapso gravitacional com o tempo característico

$$t_{\text{gr}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi G\rho_0}}. \quad (1.15)$$

Pode-se determinar uma escala limite, conhecida como *escala de Jeans*, onde o fluido deixa de oscilar para colapsar. Na transição $\omega^2 = 0$, obtemos a escala de Jeans

$$\lambda_J \equiv c_s \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}, \quad (1.16)$$

que é proporcional à $c_s t_{\text{gr}}$, onde ela pode ser melhor entendida a partir da massa de

Jeans M_J . Para uma esfera de diâmetro λ_J e densidade ρ_0 definimos

$$M_J \equiv \frac{4\pi}{3} \rho_0 \left(\frac{\lambda_J}{2} \right)^3 = \frac{\pi^{5/2}}{6} \frac{c_s^3}{G^{3/2} \rho_0^{1/2}}. \quad (1.17)$$

Em um contexto de formação estelar, por exemplo, M_J seria a massa crítica para uma nuvem de gás colapsar, ou seja, para $M > M_J$, a pressão do gás não é capaz de balancear a gravidade e a nuvem colapsa.

Apesar de sua aplicabilidade para o estudo de evolução estelar, a análise acima não é aplicável à cosmologia por dois motivos: não leva em conta a expansão do universo e a análise é não-relativística, ou seja, a escala de perturbação deve ser menor que o horizonte de Hubble c/H_0 (Kolb & Turner 2018).

Na prática, podemos estender a análise de Jeans para um universo em expansão contanto que as velocidades envolvidas sejam muito menores que a velocidade da luz e as escalas de perturbação fiquem abaixo do horizonte de Hubble. Veremos que, com essas restrições é possível obter resultados consistentes com observações cosmológicas (para uma análise relativística veja Mukhanov et al. (1992)).

1.1.2 Análise de Jeans para um universo em expansão

A fim de introduzirmos o fator de escala $a(t)$, que determina a dinâmica da expansão do universo, precisamos relacionar à coordenada física \mathbf{r} usada na seção anterior com \mathbf{x} , a coordenada comóvel. No modelo padrão da Cosmologia (veja apêndice A para mais detalhes), o universo é 3+1 dimensional, ou seja, 3 coordenadas espaciais, comóveis com a expansão do universo, e uma temporal, o tempo cósmico, t . Portanto, se quisermos testar nosso modelo para a evolução das perturbações, é necessário passar as coordenadas físicas para comóveis.

A relação entre \mathbf{r} e \mathbf{x} é dada por

$$\mathbf{r}(t) = a(t)\mathbf{x}(t), \quad (1.18)$$

onde $a = a(t)$ é o fator de escala na métrica de background do espaço-tempo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (ver apêndice A). Note que a coordenada comóvel $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ é dependente do tempo. Nesse caso estamos considerando a possibilidade de movimentos próprios das galáxias devidos ao campo gravitacional em pequenas escalas. Derivando a equação (1.18)

$$\mathbf{u}(t) = H(t)\mathbf{r}(t) + a\mathbf{v}(t), \quad (1.19)$$

onde $H(t) \equiv \dot{a}(t)/a(t)$ é o parâmetro de Hubble e $\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t)$ é a velocidade peculiar.

O operador ∇ anteriormente definido em termos de \mathbf{r} pode ser escrito em função

de \mathbf{x} como

$$\nabla_{\mathbf{r}} = \nabla_{\mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{r}} = \frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}}. \quad (1.20)$$

Finalmente, devemos também modificar a derivada temporal. Obtém-se

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_{\mathbf{r}} = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_{\mathbf{x}} - H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}. \quad (1.21)$$

Em posse das transformações acima podemos reobter as equações de perturbação para um universo em expansão. Considere novamente as quantidades em (1.4). Agora, devido à expansão, os termos homogêneos dependem do tempo, por exemplo, $\rho_0 = \rho_0(t)$. De início, já consideramos perturbações adiabáticas, $S_0 = 0$ e $\delta S = 0$. Sob essas condições as equações obtidas são

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + H\mathbf{v} + \frac{c_s^2}{a} \nabla \delta + \frac{1}{a} \nabla \delta \phi &= \mathbf{0}, \\ \nabla^2 \delta \phi &= 4\pi G a^2 \rho_0 \delta, \end{aligned} \quad (1.22)$$

onde estamos considerando o contraste de densidade δ como incógnita. As derivadas temporal e espacial são tomadas nas coordenadas comóveis.

Como exemplo, iremos derivar a primeira destas equações. Temos

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - H\mathbf{x} \cdot \nabla \rho + \frac{1}{a} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1.23)$$

que é a equação da continuidade em coordenadas comóveis. Perturbando-a, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \delta\rho) - H\mathbf{x} \cdot \nabla(\rho_0 + \delta\rho) + \frac{1}{a} \nabla \cdot [(\rho_0 + \delta\rho)(H\mathbf{a}\mathbf{x} + \mathbf{v})] = 0. \quad (1.24)$$

Encontra-se o termo zero da perturbação fazendo $\delta\rho = 0$ e $\mathbf{v} = 0$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + 3H\rho_0 = 0, \quad (1.25)$$

usando também $\nabla \cdot \mathbf{x} = 3$. Desenvolvendo a equação perturbada

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + 3H\rho_0 + \left(\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + 3H\rho_0 \right) \delta + \rho_0 \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\rho_0}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.26)$$

onde escrevemos a perturbação de densidade como $\delta\rho = \rho_0\delta$. Note que os três primeiros termos se anulam devido à equação (1.25). Eliminando ρ_0 , obtemos a equação da continuidade perturbada para um universo em expansão,

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (1.27)$$

Como feito na seção anterior, tomamos a derivada temporal e a divergência na primeira e segunda equação de (1.22), respectivamente, e as combinamos juntamente com a terceira obtendo assim

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{c_s^2}{a^2} \nabla^2 \delta - 4\pi G \rho_0 \delta = 0, \quad (1.28)$$

análoga à equação (1.9). Novamente, usando uma combinação linear de ondas planas, obtemos um conjunto de equações diferenciais ordinárias

$$\ddot{\delta}_{\mathbf{k}} + 2H\dot{\delta}_{\mathbf{k}} - 4\pi G \rho_0 \delta_{\mathbf{k}} = 0, \quad (1.29)$$

onde desprezamos o termo de pressão de radiação em comparação com o potencial gravitacional (hipótese válida na era dominada pela matéria). Assim como no caso estático, o comportamento das perturbações depende da escala física, o comprimento de Jeans, λ_J , equação (1.16), podendo ser escrita em termos de uma escala comóvel, $\lambda_J = a\lambda$.

Somente conhecer o comprimento de Jeans não é o suficiente, precisamos conhecer $H(t)$, conseqüentemente $a(t)$ e $\rho_0(t)$. Portanto, para conhecer a evolução das perturbações é necessário ter um modelo cosmológico, reforçando um dos quatro pilares de Frenk (2006).

Na literatura o estudo da equação (1.29) é feito de forma exaustiva para cada fase do universo: radiação, matéria (escura + bárions) e energia escura (Frenk 2006, Mukhanov 2005, Peebles 1980, Schneider 2006). Aqui, faremos um caso mais geral, ou seja, queremos obter a evolução de $\delta(z)$ em função de $H(z)$, para comparar o modelo teórico com as observações.

O primeiro passo é passar a equação (1.29) para a variável z . Usando a relação (A.10) e a definição $x \equiv 1 + z$, temos

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\delta}{dz} \frac{dz}{dt} = -H_0(1+z)E(z) \frac{d\delta}{dz} = -H_0 x E(x) \delta', \quad (1.30)$$

onde $\delta' \equiv d\delta/dz = d\delta/dx$, pois $dx/dt = dz/dt$. Também $\dot{\delta} \equiv d\delta/dt$ e $\ddot{\delta} \equiv d^2\delta/dt^2$, assim temos

$$\ddot{\delta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\delta}{dt} \right) = \frac{d}{dz} \left(\frac{d\delta}{dt} \right) \frac{dz}{dt} = H_0^2 x E^2 \delta' + H_0^2 x^2 E E' \delta' + H_0^2 x^2 E^2 \delta''. \quad (1.31)$$

Substituindo na equação (1.29) e organizando termos

$$H_0^2 x^2 E^2 \delta'' + (H_0^2 x E E' - H_0^2 x E^2) \delta' - 4\pi G \rho_0 \delta = 0. \quad (1.32)$$

Dividindo cada termo por $H_0^2 x^2 E^2$ e usando a equação (A.5) para matéria, obtemos

$$\delta'' + \left(\frac{E'}{E} - \frac{1}{x} \right) \delta' - \frac{3\Omega_m}{2} \frac{x}{E^2} \delta = 0, \quad (1.33)$$

que é a equação diferencial para a evolução das perturbações em função de z . Definindo $\delta(x) \equiv E(x)\alpha(x)$, a equação (1.33) fica assim

$$E\alpha'' + \left(3E' - \frac{E}{x} \right) \alpha' + \left(E'' + \frac{E'^2}{E} - \frac{E'}{x} - \frac{3\Omega_m}{2} \frac{x}{E} \right) \alpha = 0. \quad (1.34)$$

Pode-se mostrar que, para toda função $E(z)$ do tipo polinômio cúbico, como no caso do modelo Λ CDM, os termos multiplicados por α se anulam, portanto,

$$E\alpha'' + \left(3E' - \frac{E}{x} \right) \alpha' = 0, \quad (1.35)$$

cujas soluções são

$$\alpha' = K_1 \frac{x}{E(x)^3}, \quad (1.36)$$

sendo K_1 uma constante. Logo,

$$\alpha(x) = \int K_1 \frac{x}{E(x)^3} dx + K_2, \quad (1.37)$$

onde K_2 é a constante de integração. Como a solução geral para $\delta(z)$ é do tipo

$$\delta(z) = AD_+(z) + BD_-(z), \quad (1.38)$$

para A e B constantes, obtemos, finalmente,

$$D_+(z) = E(z) \int_z^\infty \frac{1+z'}{E(z')^3} dz', \quad (1.39)$$

chamado *modo de crescimento* e

$$D_-(z) = E(z), \quad (1.40)$$

chamado *modo de decaimento* (Heath 1977, Martinez & Saar 2001, Peebles 1980, Schneider 2006). Nas figuras 1.1 podemos ver os modos de crescimento e decaimento, respectivamente, para o modelo Λ CDM.

Em geral, despreza-se o termo de decaimento por ele não contribuir à formação de estruturas, e ficamos com a evolução das perturbações $\delta(\mathbf{x}, z) \equiv \delta_0(\mathbf{x})D(z)^7$, onde $D(z) \equiv D_+(z)$.

⁷O subíndice 0 indica a função calculada em $z = 0$.

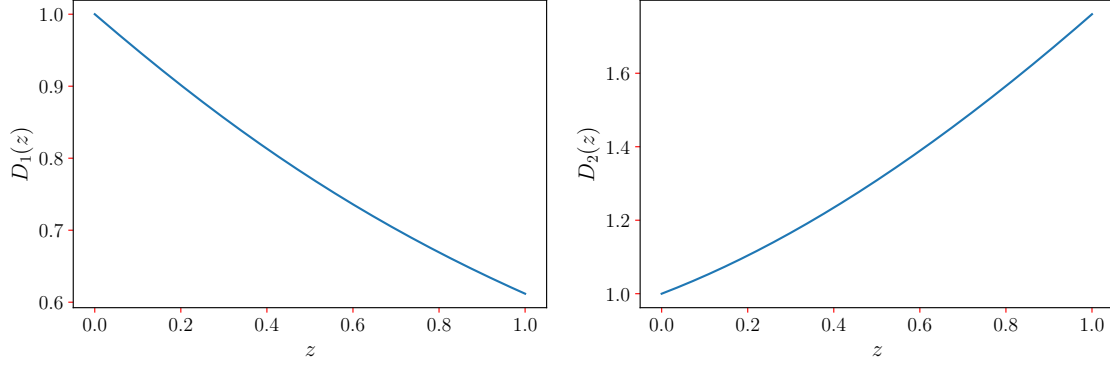


Figura 1.1: Soluções para a evolução das perturbações cosmológicas. Na esquerda temos o modo de crescimento, na direita, o modo de decaimento. Para o modo de crescimento, a solução é normalizada, $D_1(z=0) \equiv 1$. Por definição, $D_2(z=0) = E(z=0) \equiv 1$.

1.1.3 Taxa de crescimento de estruturas cósmicas, $f(z)$

O passo mais direto para compararmos observações com o modelo teórico que descreve as perturbações é a partir do campo de velocidade peculiar, $\mathbf{v}(\mathbf{x})$, causado pelo campo gravitacional local. A equação de continuidade pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t}[\delta_0(\mathbf{x})D(a)] + \frac{1}{a}\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (1.41)$$

Desenvolvendo a equação,

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -a\dot{a}\delta_0 \frac{dD}{da}, \quad (1.42)$$

e usando a definição $\delta \equiv \delta_0 D$ obtemos

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -\dot{a} \frac{a}{D} \frac{dD}{da} \delta. \quad (1.43)$$

Definimos a quantidade adimensional $f(a)$

$$f(a) \equiv \frac{d \ln D(a)}{d \ln a}, \quad (1.44)$$

conhecida como a *taxa de crescimento de estruturas cósmicas* ou, como iremos chamar, *função de crescimento*. Assim, pode-se reescrever a equação (1.43) na forma

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -aH(a)f(a)\delta(\mathbf{x}, a). \quad (1.45)$$

Portanto, a divergência do campo de velocidade peculiar é proporcional à perturbação de matéria. Logo, comparando velocidades peculiares com a distribuição de matéria, pode-se testar modelos cosmológicos via a função de crescimento $f(a)$.

A função de crescimento apresenta um grande potencial por sua aproximação

numérica ser bastante simples. Popularizou-se na literatura a seguinte parametrização para $f(z)$ (Amendola & Quercellini 2004, Linder 2005, Wang & Steinhardt 1998)

$$f(z) = \Omega_M^\gamma, \quad (1.46)$$

γ é conhecida como índice de crescimento (para o modelo Λ CDM $\gamma = 0.55$). A medição precisa dessa constante (ou da função $\gamma(z)$) oferece a possibilidade de testar modelos alternativos à RG ou teorias alternativas para a energia escura, já que o parâmetro de estado ω para a energia escura pode ser escrito em função de γ (Basilakos 2012).

Na figura 1.2, extraída de Huterer et al. (2015), ilustra-se algumas curvas de $f(z)$ para modelos alternativos à RG. Espera-se que, com novos levantamentos astronômicos, a acurácia das observações seja capaz de evidenciar o modelo correto que descreve a gravitação, como ilustra a figura 1.2. No momento, os dados concordam com o modelo Λ CDM e a RG, mas não descartam várias teorias alternativas (Reid et al. 2014, Samushia et al. 2014).

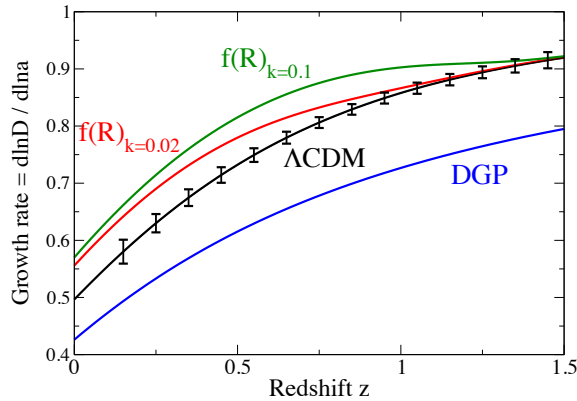


Figura 1.2: Algumas curvas de $f(z)$ para modelos alternativos à RG (Huterer et al. 2015). Os pontos com suas barras de erro são uma previsão para medidas de $f(z)$ em um levantamento com as especificações do DESI (DESI Collaboration 2016).

1.2 Descrição estatística das flutuações de densidade

Em posse de uma teoria linear para a formação de estruturas, desejamos, então, testá-la no universo observável, i.e., com observáveis cosmológicos. Como trataremos de distribuições discretas, diversas ferramentas estatísticas foram e estão sendo desenvolvidas para uma melhor compreensão da formação de estruturas (veja por exemplo Gabrielli et al. (2005), Martinez & Saar (2001)).

A partir de catálogos 3D foi possível observar uma característica importante na estrutura do universo: as galáxias não estão distribuídas aleatoriamente no espaço, mas formam aglomerados, super-aglomerados, filamentos (*cosmic web*), regiões vazias (*voids*), e até mesmo estruturas com centenas de Mpc em extensão, como a famosa *Sloan Great Wall* (Gott et al. 2005).

Tal característica pode ser entendida como uma correlação entre objetos, pois sua causa é o campo gravitacional de estruturas próximas. Ou seja, a probabilidade de encontrarmos uma galáxia na posição \mathbf{x} não é independente da possibilidade de existir uma galáxia na posição \mathbf{y} . Espera-se que tal correlação se aproxime de zero para grandes distâncias.

Considere uma distribuição homogênea de objetos com volume V . A probabilidade infinitesimal dP para um elemento dV é definida como

$$dP \equiv F dV, \quad (1.47)$$

onde F é uma medida da quantidade de objetos observados no volume dV . Já que estamos tratando de uma distribuição homogênea e isotrópica, espera-se que F não dependa da geometria, logo, $F = \text{constante}$, que pode ser definida como a densidade numérica de objetos, $F \equiv \bar{n}$, já que a probabilidade é adimensional.

Já a probabilidade conjunta, ou seja, a probabilidade de encontrarmos uma galáxia na posição \mathbf{x} em um elemento de volume dV e, ao mesmo tempo encontrar uma galáxia na posição \mathbf{y} no mesmo elemento de volume dV é

$$dP_{12} \equiv F_1 F_2 dV^2 = \bar{n}^2 dV^2, \quad (1.48)$$

para uma distribuição homogênea e isotrópica. No entanto, quando aplicado a um catálogo de galáxias, espera-se um *excesso de probabilidade* devido à ação gravitacional, ou seja,

$$dP_{12} = (\bar{n} dV)^2 [1 + \xi(\mathbf{x}, \mathbf{y})], \quad (1.49)$$

onde a função $\xi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é conhecida como *função de correlação de dois pontos*, que possibilita medir o grau de correlação (ou aglomeração) para uma distribuição de objetos. A probabilidade total é obtida integrando a equação (1.49)

$$P_{12} = \bar{n}^2 \int_{V_y} dV_y \int_{V_x} [1 + \xi(\mathbf{x}, \mathbf{y})] dV_x, \quad (1.50)$$

que quantifica o número médio de pares $P_{12} \propto N(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, conhecido também como *Contagem em Esferas* (Avila et al. 2018b). Assumindo o PC, a função de correlação dependerá exclusivamente da separação entre objetos, ou seja, $\xi = \xi(r)$, onde $r \equiv |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$.

A função de correlação quando calculada através de algum estimador ⁸ aplicado em observáveis cosmológicos somente quantificará o grau de aglomeração do observável em questão. No entanto, como vimos na seção 1.1, a matéria escura define a dinâmica na formação de estruturas. Portanto, para estudar modelos cosmológicos em catálogos de galáxias é necessário assumir uma relação entre a função de correlação do traçador cosmológico, ξ_{tr} , que pode ser: galáxias azuis, galáxias luminosas vermelhas, quasares, nuvens de HI, etc., e a função de correlação da matéria escura, ξ_{ME} . Em boa aproximação (Basilakos et al. 2007), podemos assumir que a relação entre ξ_{ME} e ξ_{tr} é linear, dada pelo bias, b , definido como

$$b \equiv \left(\frac{\xi_{\text{tr}}}{\xi_{\text{ME}}} \right)^{1/2}. \quad (1.51)$$

Em geral estamos interessados em saber se o bias é: $b < 1$, $b = 1$ ou $b > 1$. Logo, o valor de b indica o grau de aglomeração do observável em relação à matéria escura.

Outras definições também são possíveis para o bias. Por exemplo, em função do contraste de densidade

$$b \equiv \frac{\delta_{\text{tr}}}{\delta_{\text{ME}}}, \quad (1.52)$$

ou de σ_8 , a flutuação de matéria na escala tradicional de $8 h^{-1}\text{Mpc}$ (Juszkiewicz et al. 2010)

$$b \equiv \frac{\sigma_{8,\text{obj}}}{\sigma_{8,\text{ME}}}. \quad (1.53)$$

A partir dessas definições podemos obter uma relação para a função de crescimento, f , e para σ_8 . Tal relação é fundamental, dada a dificuldade de separar f e b a partir de observações cosmológicas (Marques & Bernui 2020a, Song & Percival 2009). Aplicando a equação (1.52), envolvendo o bias e o contraste de densidade, na equação (1.45) obtemos

$$(\nabla \cdot \mathbf{v})_{\text{ME}} = -aH(a)f \delta(\mathbf{x}, a)_{\text{ME}} = -aH(a)\beta \delta(\mathbf{x}, a)_{\text{tr}}, \quad (1.54)$$

onde temos definido o parâmetro β como

$$\beta \equiv \frac{f}{b}, \quad (1.55)$$

que pode ser medido em catálogos de galáxias no Universo Local (UL), como veremos no capítulo 3. Combinando com a equação (1.53), obtém-se

$$f\sigma_{8,\text{ME}} = \beta\sigma_{8,\text{obj}}. \quad (1.56)$$

⁸Veja em Vargas-Magaña et al. (2013) testes estatísticos com diversos estimadores para a função de correlação.

Nos últimos 10 anos, a relação acima vem sendo adotada para quantificar a evolução da formação de estruturas (Avila, Bernui, Bonilla & Nunes 2022). Uma compilação dos estudos mais recentes pode ser vista na figura 8 em Aubert et al. (2022). Tal relação pode ser considerada *almost model-independent* (Basilakos 2012), já que nenhum valor de $\sigma_{8,ME}$ é assumido para ajustar o modelo com a função de correlação de 2-pontos calculada em catálogos de galáxias.

1.3 Síntese da Tese

Neste trabalho temos como objetivo estudar e desenvolver novas metodologias para a função de crescimento, $f(z)$. Sua medição é de fundamental importância, pois possibilita estudar diversos problemas em aberto na cosmologia: energia e matéria escura, condições iniciais, etc, considerados paradigmas atuais (Frenk 2006).

No capítulo 2 apresentaremos o catálogo ALFALFA e os critérios de seleção para a análise. Desenvolvido para medir com grande precisão a função de massa HI no UL, nós o usamos para medir a função de crescimento (capítulo 3) e a escala de homogeneidade angular (capítulo 4). Sua vantagem quanto ao cálculo de f reside no fato que suas distâncias foram calculadas sem assumir modelo cosmológico. Mais ainda, podemos obter o valor de f diretamente, conhecendo β e b . Em seguida, no capítulo 3 mostraremos em detalhe a metodologia e os resultados para o cálculo de f com o catálogo ALFALFA.

No capítulo 4 faremos um breve estudo sobre a escala de transição de homogeneidade em catálogos de galáxias, necessário para apresentar uma nova abordagem, que apresentamos no capítulo 5, que relaciona a função de crescimento com a escala de homogeneidade. Finalmente, no capítulo 6, faremos um resumo dos resultados encontrados e apresentaremos nossas conclusões.

Capítulo 2

Catálogo ALFALFA

Neste Capítulo faremos a apresentação do catálogo ALFALFA, que foi usado para realizar uma medida da função de crescimento, $f(z)$ (Avila et al. 2021). Anteriormente, usamos esse catálogo para obter a escala angular de homogeneidade, θ_H (Avila et al. 2018b). Recentemente, com o catálogo ALFALFA, estudamos efeitos locais na constante de Hubble, H_0 (Avila, Oliveira, Dias & Bernui 2022). Todas as seções deste capítulo tratam do trabalho de Avila et al. (2021), cujo tema é o foco desta tese. Quando formos discutir Avila et al. (2018b), faremos um breve resumo da seleção dos dados para a sua realização.

2.1 Características Gerais

O catálogo *Arecibo Legacy Fast ALFA Survey* ou ALFALFA, finalizado em 2018, foi um levantamento de fontes extragalácticas em 21 cm (HI) planejado com o objetivo principal de obter uma medição robusta da função de massa HI, um importante componente, juntamente com a função de luminosidade, que pode dar uma contribuição significativa para o estudo da população local (Haynes et al. 2018, 2011). Levando em conta a área do céu coberta e a resolução espectral, ALFALFA pode medir a função massa de HI para populações opticamente fracas e ricas em gás (O'Donoghue et al. 2018).

ALFALFA foi realizado entre 2005 e 2018 abrangendo uma área de $\Omega \simeq 6900 \text{ deg}^2$ para $z < 0.06$ detectando 31500 fontes de HI extra-galácticas. O levantamento cobre duas regiões descontínuas, ambas no intervalo de declinação $0^\circ < \text{DEC} < 36^\circ$, e nos intervalos de ascensão reta $21^{\text{h}}30^{\text{m}} < \text{RA} < 3^{\text{h}}15^{\text{m}}$ (Hemisfério Sul Galáctico) e $7^{\text{h}}20^{\text{m}} < \text{RA} < 16^{\text{h}}40^{\text{m}}$ (Hemisfério Norte Galáctico). A figura (2.1) mostra a distribuição das fontes HI observadas pelo ALFALFA na esfera celeste.

O catálogo distingue as fontes com os códigos 1, 2 e 9, de acordo com a qualidade dos dados observados (Haynes et al. 2018): **código 1** se refere a uma detecção com alto sinal ruído com confirmação na parte ótica; **código 2** trata de fontes

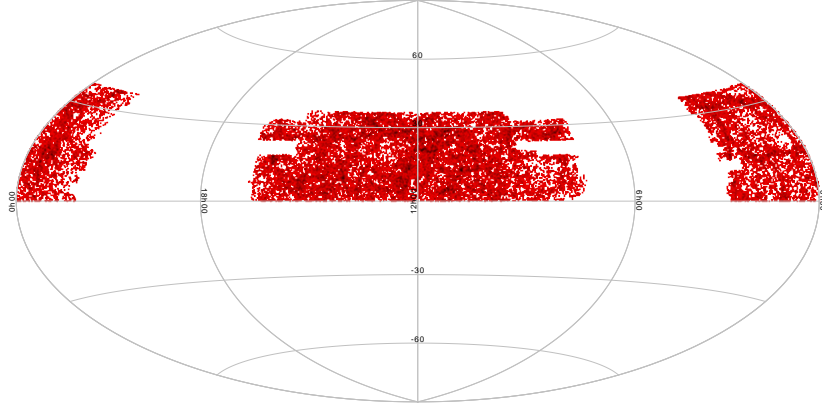


Figura 2.1: Distribuição de fontes HI na esfera celeste. A região central e lateral são o hemisfério norte e sul, respectivamente.

com baixo sinal ruído com confirmação na parte ótica, mas consideradas fontes não confiáveis; **código 9** são nuvens HI de alta velocidade, sem confirmação na parte ótica. Seguindo a orientação da colaboração ALFALFA (Haynes et al. 2018), todas as análises aqui apresentadas foram realizadas com as fontes de código 1.

2.2 Seleção dos Dados

Os dados de distância para as fontes de HI do catálogo ALFALFA são apresentados em Haynes et al. (2018) (veja seção 3.1, coluna 11). A colaboração ALFALFA usa duas metodologias para obtenção de distâncias no Universo Local: (i) para objetos com $cz_{\odot} > 6000$ km/s, a distância é estimada usando cz_{CMB}/H_0 , onde cz_{CMB} é a velocidade de recessão medida no referencial da CMB; e (ii) para objetos com $cz_{\text{CMB}} < 6000$ km/s, as distâncias são calculadas usando um modelo paramétrico para o campo de velocidade peculiar desenvolvido por Masters (2005), validado com o catálogo de galáxias SFI++ (Springob et al. 2007), e também com o método de Tully-Fisher. No catálogo não há discriminação de metodologia usada para cada objeto.

A transição de velocidade entre as metodologias aplicadas para o cálculo de distâncias é 6000 km/s, que representa 85 – 90 Mpc, e esse intervalo corresponde a uma descontinuidade no diagrama Hubble-Lemaître como observado na figura 2.2. Em função disso, aplicamos um corte conservativo, removendo todas as fontes acima de 85 Mpc (linha vertical vermelha na figura 2.2). Dessa forma garantimos que todos os objetos da amostra selecionada para o estudo tiveram suas medidas de distância utilizando uma metodologia independente de hipótese cosmológica.

O próximo critério de seleção consiste das fontes de HI no Aglomerado de Virgem. Composto por 224 objetos, apresenta um potencial para causar efeitos sistemáticos em nossa análise. Sabe-se que as distâncias atribuídas aos membros do aglomerado

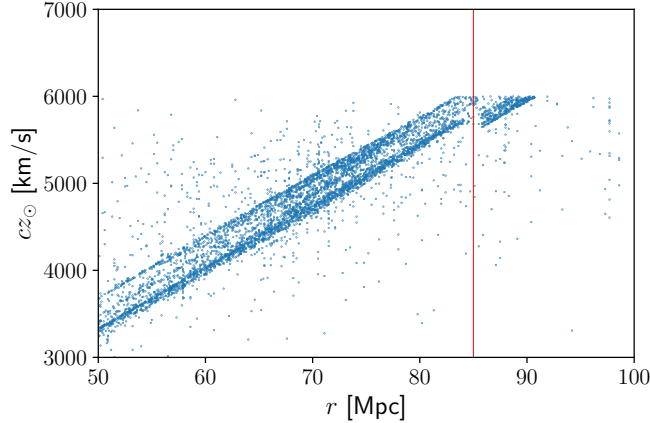


Figura 2.2: Diagrama Hubble-Lemaître para as fontes HI do ALFALFA para velocidades $cz_{\odot} < 6000$ km/s de código 1. Note a descontinuidade em torno de 85 Mpc devido a diferentes metodologias para o cálculo de distâncias. Portanto, para um estudo consistente, decidimos por remover de nossa amostra objetos com distâncias acima de 85 Mpc.

no catálogo ALFALFA não são realistas, como observado na figura 2.3 (veja a seção 3.1, coluna 11 em Haynes et al. (2018)). A descontinuidade observada na figura 2.3 é devida à falta de informação em relação às distâncias de cada membro do aglomerado até nós. De fato, em função dessa dificuldade, as distâncias são atribuídas para grupos e subestruturas identificadas no aglomerado, causando o padrão observado na figura 2.3. Portanto, para evitar possíveis resultados enviesados, decidimos por remover todos os membros do aglomerado de Virgem.

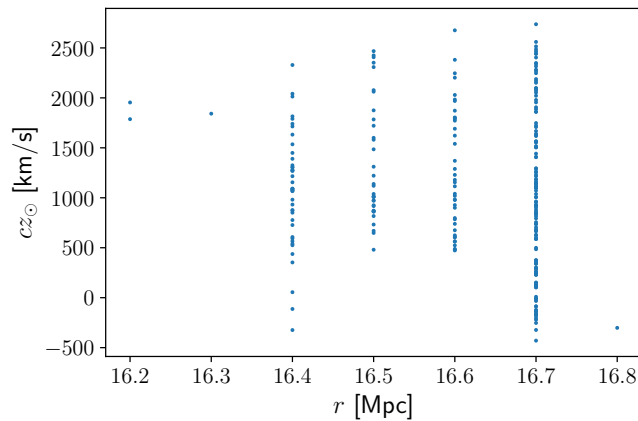


Figura 2.3: Distribuição de velocidades em função da distância para o Aglomerado de Virgem. Observa-se uma clara descontinuidade devido à dificuldade de se calcular distâncias individuais para os membros do aglomerado, possivelmente causado por uma dinâmica não-linear. Esses objetos foram removidos da análise.

Nosso último critério de seleção trata dos membros do Grupo Local (GL), que devem ser removidos da análise para a determinação do dipolo. Considerando o GL como uma única estrutura, seguimos o critério de Bilicki (2012), Bilicki et al.

(2011), Erdoğdu et al. (2006) e removemos essas galáxias. Assumimos o GL como uma estrutura esférica de raio 1.5 Mpc centrado próximo a nós, como sugerido pelas observações (Bergh 2000, van der Marel & Guhathakurta 2008). Logo, encontra-se e remove-se 8 fontes de HI correspondente a essa região.

Após todos esses cortes, a amostra final para a análise do dipolo gravitacional contém $N = 7798$ fontes de HI, com redshift médio $\bar{z} = 0.013$, e densidade numérica $\bar{n} = 0.04 \text{ Mpc}^{-3}$. Na figura 2.4 mostramos o histograma das distâncias da amostra final.

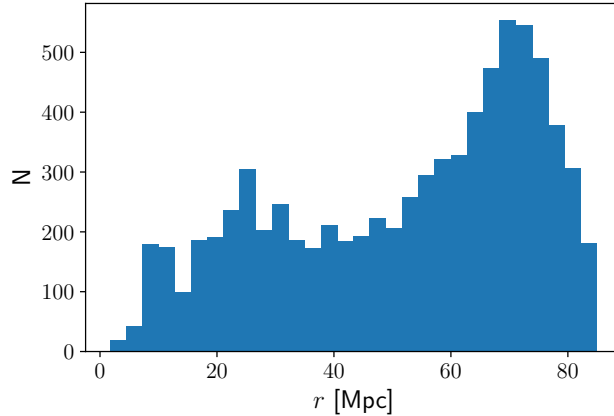


Figura 2.4: Histograma da distribuição de distâncias da amostra final de HI do catálogo ALFALFA selecionada para nossas análises.

2.3 Função de seleção radial

Para o cálculo do dipolo gravitacional, devemos obter o peso ω_i para a i -ésima galáxia (Scaramella et al. 1994)

$$\omega_i \equiv \frac{1}{\phi(r_i)}, \quad (2.1)$$

onde $\phi(r_i)$ é a função de seleção radial, característica do levantamento utilizado. A função $\phi(r)$ descreve o enviesamento na observação pois, a medida que observamos mais uma certa região do céu, somente os objetos mais luminosos são detectados, o que afeta qualquer medida cosmológica que gostaríamos de obter sobre a distribuição em grandes escalas (Strauss et al. 1991).

Para o cálculo de $\phi(r)$ de nossa amostra, precisamos obter a densidade numérica bidimensional $n(m_{\text{HI}}, \omega_{50})$, onde $m_{\text{HI}} \equiv \log(M_{\text{HI}})$ e M_{HI} é a massa de HI, medida em unidades de massas solares, e $w_{50} \equiv \log(W_{50})$ é associado com a espessura da linha de emissão em HI, W_{50} , medida 50% abaixo do valor máximo de emissão, em

unidades de km/s. Então, $\phi(r)$ é calculado como (Papastergis et al. 2013)

$$\phi(r) = \frac{\int_{\omega_i}^{\omega_f} \int_{m(r)}^{m_f} n(m, \omega) dm d\omega}{\int_{\omega_i}^{\omega_f} \int_{m_i}^{m_f} n(m, \omega) dm d\omega}, \quad (2.2)$$

onde temos removido os subíndices HI e 50 por simplicidade. Note que a integral no numerador para a variável massa tem como limite inferior a massa HI mínima para a detecção do objeto a uma distância r , $m_{\text{HI}}(r)$. As outras integrais são calculadas para todo o intervalo de massa HI $m_i \leq m_{\text{HI}} \leq m_f$ e velocidade $\omega_i \leq \omega_{50} \leq \omega_f$, em nossa amostra. Na figura 2.5 mostramos o resultado do cálculo da equação (2.2) para a amostra selecionada.

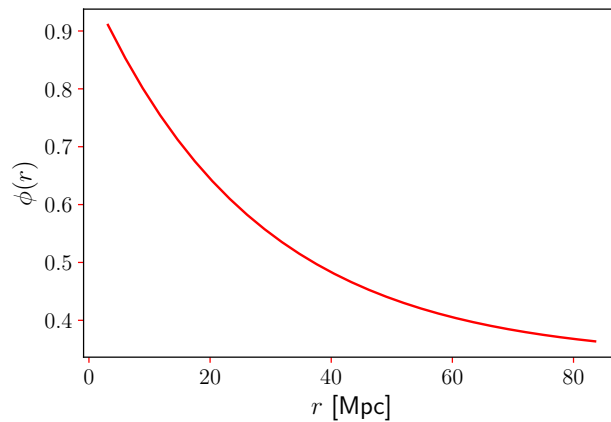


Figura 2.5: Função de seleção radial $\phi(r)$ para a nossa amostra final. Veja a seção 2.3 para mais detalhes.

2.4 Bias de HI para o catálogo ALFALFA

Como discutido na seção 1.2, para cada observável cosmológico há um bias linear, b , em relação à matéria escura. E como este bias está relacionado à σ_8 , é necessário, portanto, determinar b_{HI} , para obtermos $f\sigma_8$.

Em geral, o cálculo do bias demanda uma análise robusta da distribuição de galáxias a partir da função de correlação. Portanto, decidimos calcular b_{HI} a partir do trabalho de Martin et al. (2012), que calculou o bias de HI para diferentes escalas, como se pode observar na figura 2.6.

Note-se na figura 2.6 uma convergência do bias para o valor 1 em grandes escalas, onde a distribuição de HI representa a matéria total. Decidimos, portanto, realizar um ajuste linear no intervalo $3 - 30 h^{-1}\text{Mpc}$, obtendo

$$b_{\text{HI}} = 0.99 \pm 0.11. \quad (2.3)$$

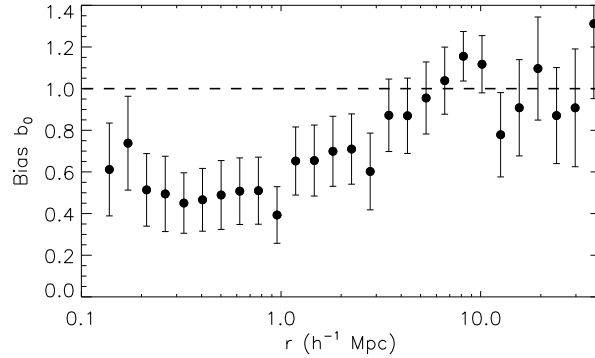


Figura 2.6: Cálculo do bias de HI para diferentes escalas. Resultado extraído de Martin et al. (2012).

Esse resultado será utilizado na seção 3.4.1 para obtermos σ_8 de HI e na seção seguinte, ao fixarmos $b = 1$ para as simulações (mocks).

2.5 Catálogos Simulados

Como iremos discutir no próximo capítulo, um dos grandes desafios de calcular o dipolo gravitacional para um catálogo de galáxias é não ter o mesmo com dados em toda a esfera celeste. Por exemplo, em Basilakos & Plionis (2006) o catálogo usado cobre 85% do céu. Isso se deve a diversos fatores observacionais, mas em geral, a poeira da faixa galáctica bloqueia um intervalo considerável do espectro eletromagnético, principalmente da luz visível. No entanto, hoje temos levantamentos que podem ser considerados *full-sky* para alguns traçadores cosmológicos (Bilicki et al. 2011).

No entanto, esse não é o caso do ALFALFA, com cobertura parcial em torno de 1/6 do céu. Para verificar o efeito causado por esse catálogo parcial, opta-se por construir catálogos simulados com as mesmas características de nossa amostra final, mas para o céu inteiro (*full-sky*). Além disso, com catálogos simulados é possível obter a matriz de covariância do dipolo, importante para obter a incerteza nas medidas da função de crescimento. No próximo capítulo discutiremos em mais detalhes a aplicação das simulações ¹.

Neste trabalho geramos catálogos simulados do tipo lognormal (LN), com o código público ² de Agrawal et al. (2017). Nas simulações é assumido que os campos de densidade e matéria podem ser representados por uma função de probabilidade do tipo LN. Em Agrawal et al. (2017) são feitos diversos testes que mostram uma excelente concordância entre os valores assumidos para gerar a simulação e os resul-

¹Na literatura, as simulações são chamadas de mocks.

²https://bitbucket.org/komatsu5147/lognormal_galaxies/src/master/

tados obtidos após a aplicação de ferramentas estatísticas, por exemplo, o cálculo do espectro de potência e da função de correlação.

Na tabela 2.1, mostramos todos os parâmetros necessários para gerar nossos catálogos simulados LN. Na primeira coluna temos as características de nossa amostra ALFALFA: as dimensões, L_x , L_y , L_z , o número de galáxias, N_g ³, o redshift em que o espectro de potência da matéria é gerado, z , e o bias, b . O espectro de matéria, $P(k)$ ⁴, é calculado usando a função transferência de Eisenstein & Hu (EH) (Eisenstein & Hu 1998). O código utiliza esse $P(k)$ como padrão, em caso do usuário não fornecer seu próprio $P(k)$, calculado externamente ⁵. Todos esses parâmetros foram escolhidos para reproduzir adequadamente nossa amostra ALFALFA. A segunda coluna da tabela 2.1 mostra os parâmetros cosmológicos obtidos em Planck Collaboration (2020a).

Tabela 2.1: Configuração da nossa amostra ALFALFA e os parâmetros cosmológicos usados para gerar um conjunto de simulações LN para o estudo do dipolo gravitacional.

Configuração ALFALFA	Parâmetros Cosmológicos
$z = 0.0$	$\Omega_c h^2 = 0.1202$
$b = 1.0$	$\Sigma m_\nu = 0.0600$
$N_g = 2 \times 10^5$	$n_s = 0.9649$
$L_x = 230$	$\ln(10A_s) = 3.045$
$L_y = 230$	$\Omega_b h^2 = 0.02236$
$L_z = 230$	$h = 0.6727$

Em Agrawal et al. (2017), mostra-se que as simulações LN não reproduzem corretamente o campo de velocidade peculiar quando comparado com simulações de N-corpos. No entanto, nós não usamos essa informação em nossas análises, nós usamos a informação sobre a distribuição de matéria. Por outro lado, como nossos testes sugerem (veja apêndice B), os catálogos LN apresentam resultados robustos para nossa análise no cálculo do dipolo, conseqüentemente, da função de crescimento.

³Este número não é constante em todas as realizações, mas suas flutuações em torno do valor N_g não são significantes para causar qualquer tipo de enviesamento em nosso resultado.

⁴O espectro de matéria, $P(k)$, é uma ferramenta estatística equivalente à função de correlação (Schneider 2006). De fato, uma é transformada de Fourier da outra, onde k é o módulo do vetor de onda da decomposição das perturbações em infinitas ondas planas.

⁵Em Avila et al. (2021) comparamos nossa análise para mocks gerados com outro $P(k)$. Mostramos que a diferença relativa entre ambos é consistente com zero em 1σ .

Capítulo 3

Taxa de crescimento de estruturas com o catálogo ALFALFA

Neste capítulo descreveremos a análise para o cálculo do dipolo gravitacional no catálogo ALFALFA, necessário para obter a função de crescimento de estruturas cósmicas no UL. Os resultados destas análises foram publicados em (Avila et al. 2021).

O dipolo gravitacional, no contexto cosmológico, é uma configuração formada por uma região muito massiva (como um superaglomerado) e uma região muito esvaziada de matéria (como um vazio cósmico), ambas regiões produzindo um campo de aceleração característico de um dipolo: uma região atrai os corpos e a outra os repele. Em Hoffman et al. (2017), figura 1, é possível observar o dipolo produzido pelo superaglomerado Shapley e uma região de baixa densidade de matéria chamada de *Dipole Repeller*. Na teoria linear de perturbações, a amplitude do dipolo é proporcional a distribuição de matéria para um referencial local, sujeito à movimentos peculiares devido às estruturas próximas. Espera-se que, em grandes escalas (validade do PC), o dipolo convirja para um determinado valor.

O dipolo gravitacional aparece em pelo menos dois observáveis cosmológicos: (i) o dipolo nas flutuações de temperatura da CMB é interpretado como o movimento peculiar do GL devido ao dipolo gravitacional; (ii) calculando a distribuição de matéria no UL, observa-se uma velocidade peculiar não-nula (no referencial do GL), ou seja, $\mathbf{v} \propto \sum_i \mathbf{r}/r^3$, onde i representa cada galáxia contida em uma esfera de raio r . Comparando os resultados desses dois observáveis cosmológicos é possível medir parâmetros cosmológicos, como por exemplo, a função de crescimento.

3.1 Dipolo gravitacional no Universo Local

Um dos métodos amplamente utilizados para o cálculo da função de crescimento no UL é comparar o campo de velocidade peculiar com a distribuição de galáxias, a partir da equação (1.45) e da definição $\beta \equiv f/b$ (Bilicki et al. 2011, Erdoğan et al. 2006, Said et al. 2020).

Para a aplicação da equação (1.45) é preciso uma distribuição de galáxias cuja distância fora obtida sem o uso de modelo cosmológico e compará-la com a velocidade peculiar do GL medido a partir do referencial da CMB. Portanto, o que queremos é comparar o dipolo da CMB, de intensidade 627 ± 22 km/s em direção a $(l, b) = (273^\circ \pm 3^\circ, 29^\circ \pm 3^\circ)$ (Courteau & van den Bergh 1999, Erdoğan et al. 2006, Kogut et al. 1993), com o dipolo gravitacional causado pelas estruturas no UL.

Com o advento de grandes levantamentos astronômicos 3D, iniciou-se o projeto da medição de Ω_m a partir da análise dipolar¹. Devido a limitações observacionais, deixaremos para comentar somente resultados mais recentes, pois no volume mapeado é possível sim observar a convergência do dipolo. Para análises da década de 80 e 90, onde o volume observado do Universo era pequeno, veja Scaramella et al. (1994).

Em geral, os resultados da literatura mostram divergências para β e V , a velocidade de convergência do dipolo. Usando o catálogo 2 Micron All-Sky Redshift Survey (2MASS), Erdoğan et al. (2006) encontraram $\beta = 0.40 \pm 0.09$ com $V \sim 60$ Mpc/h. Já Kocevski & Ebeling (2006), usando uma amostra de aglomerados observados na faixa do raios-X, encontram $\beta = 0.24 \pm 0.01$, com contribuição para o dipolo em distâncias além de 185 Mpc/h. Já Bilicki et al. (2011), com o catálogo 2MASS, encontra $\beta = 0.38 \pm 0.04$, em concordância com Erdoğan et al. (2006), no entanto, observa-se a convergência aparente em 1σ , no limite do levantamento 300 Mpc/h.

Como discutido por Bilicki et al. (2011), não deveríamos esperar consistência entre os resultados da literatura para a amplitude e convergência do dipolo, pois estes, em geral, apresentam bias diferentes. Como observaremos nas seguintes seções, tanto a metodologia quanto o cálculo do erro de β são muito sensíveis a características geométricas do levantamento (densidade numérica, profundidade do catálogo, função de seleção, etc.) e à teoria subjacente (teoria linear das perturbações cosmológicas, bias linear e a constante de Hubble). Portanto, uma boa medida de comparação para o resultado encontrado será o modelo Λ CDM, onde usaremos $\beta = [\Omega_m^{\Lambda\text{CDM}}(z)]^{0.55}/b$, ao invés dos resultados da literatura.

¹Onde assumia-se a parametrização (1.46) com $\gamma = 0.6$.

3.2 Método *Number-weighted*

Nesta seção discutiremos o método *Number-Weighted* (NW), que possibilita obter a velocidade do GL a partir de uma distribuição discreta de pontos, consequentemente, obter β e f .

A partir da teoria linear das perturbações vimos que é possível relacionar o campo de velocidade peculiar com a distribuição das perturbações, via equação (1.45) que, pela semelhança com uma das equações de Maxwell, tem como solução

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{H_0 f}{4\pi} \int \delta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} d^3\mathbf{r}', \quad (3.1)$$

válida para $z = 0$ ou $a = 1$. Note que $f \equiv f(z = 0)$. A variável \mathbf{r}' é a distância de nós até o elemento de volume $d^3\mathbf{r}'$ e \mathbf{r} é a distância de nós até o baricentro do GL. Podemos relacionar a equação acima com o campo gravitacional \mathbf{g} usando o potencial gravitacional $\Phi(\mathbf{r})$

$$\Phi(\mathbf{r}) = G\bar{\rho} \int \frac{1 + \delta(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d^3\mathbf{r}', \quad (3.2)$$

onde

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi(\mathbf{r}), \quad (3.3)$$

logo, pode-se mostrar que (Martinez & Saar 2001)

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{H_0 f}{4\pi G\bar{\rho}} \mathbf{g}_{\text{ME}}(\mathbf{r}), \quad (3.4)$$

e para o traçador de matéria com bias b

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{H_0 \beta}{4\pi G\bar{\rho}} \mathbf{g}_{\text{tr}}(\mathbf{r}). \quad (3.5)$$

Ou seja, no regime linear, velocidades peculiares e o campo gravitacional estão alinhados e são proporcionais um ao outro em cada ponto \mathbf{r} . Do ponto de vista observacional, flutuações na distribuição de matéria causam acelerações gravitacionais, que resultam em velocidades peculiares que se somam ao fluxo de Hubble (Bilicki 2012). Como mencionado na seção anterior, comparando a distribuição de matéria com a velocidade peculiar do GL obtida com CMB, é possível inferir β .

No entanto, é complicado aplicar a equação (3.1) diretamente, pois não observamos uma distribuição contínua mas discreta. Pode-se definir então o contraste de densidade para uma distribuição discreta

$$\delta(\mathbf{r}') \equiv \frac{n(\mathbf{r}') - \bar{n}}{\bar{n}}, \quad (3.6)$$

onde $n(\mathbf{r}')$ é a densidade numérica no ponto \mathbf{r}' e \bar{n} é a densidade numérica média no volume observado. Já que podemos escrever $n(\mathbf{r}')$ como

$$n(\mathbf{r}') = \sum_i \delta^D(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i), \quad (3.7)$$

onde $\delta^D(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i)$ é a delta de Dirac, pode-se reescrever a equação (3.1) como

$$\mathbf{v}_{\text{GL}}(r) = \frac{H_0\beta}{4\pi\bar{n}} \sum_i \frac{\hat{\mathbf{r}}}{\phi(r)r^2}, \quad (3.8)$$

onde foi considerado $\mathbf{r} = \mathbf{0}$, ou seja, esta é a velocidade peculiar calculada no referencial do GL.

Como visto no capítulo anterior, para cada galáxia é dado um peso observacional, que é o inverso da função de seleção, $\phi(r)$. Pode-se então reescrever a equação (3.8) como

$$\mathbf{v}_{\text{GL}}(r) = \frac{H_0\beta}{4\pi\bar{n}} \mathbf{D}_{\text{GL}}(r), \quad (3.9)$$

onde

$$\mathbf{D}_{\text{GL}}(r) \equiv \sum_i \frac{\hat{\mathbf{r}}}{\phi(r)r^2}, \quad (3.10)$$

é o dipolo gravitacional causado por estruturas em grandes escalas no UL. A equação (3.9) é conhecida na literatura como método *number-weighted*, adequada para calcular β em catálogos onde as distâncias dos objetos são conhecidas (Erdoğdu et al. 2006).

3.3 Metodologia para a obtenção do erro em β

Nesta seção trataremos da metodologia para obter o erro de β a partir da medição do dipolo no catálogo ALFALFA.

Para o cálculo de β , diversos efeitos físicos e observacionais que possam influenciar na magnitude e na direção do dipolo devem ser levados em conta. No artigo de Schmoldt et al. (1999) são listados os principais efeitos:

1. **Amostra Finita** - A integral em (3.1) tem como limite de integração todo o espaço. No entanto, o universo observado é sempre uma amostra finita devido a condições de observabilidade, como por exemplo o limiar de detecção do instrumento, ou como a poeira interestelar no plano galáctico que impede a observação de contribuições significativas ao dipolo.
2. **Shot Noise** - Utilizando um catálogo para o cálculo de um observável cosmológico, por exemplo, o dipolo, observa-se que em grandes distâncias a quantidade de objetos cai significativamente, diminuindo a robustez do resultado.

Esse efeito aumenta o *shot noise*, que é a raiz quadrada da variância para uma variável supostamente extraída de uma distribuição de Poisson, que no caso do dipolo gravitacional é inversamente proporcional ao produto $\phi \times r^2$. Pode-se mostrar que essa multiplicação diminui com a distância, logo o *shot noise* cresce em função de r .

3. **Redshift-space distortions** - Ao calcularmos distâncias a partir do redshift, observa-se a distribuição distorcida dos objetos cósmicos, causada pelas velocidades peculiares que se adicionam ao fluxo de Hubble.
4. **Efeitos não-lineares** - A teoria linear (onde $\mathbf{v} \sim \beta \mathbf{g}$) não é aplicável a regiões de alta densidade, por exemplo, ao interior de aglomerados de galáxias.

O **item 1** seria amenizado com levantamentos de galáxias para volumes cada vez maiores. No entanto, se observamos a convergência do dipolo, pode-se afirmar que foi possível medir com grande acurácia a amplitude do dipolo naquele volume, como veremos na seção 3.4. Em nossa amostra ALFALFA com limite de 85 Mpc, observa-se uma clara convergência do dipolo, permitindo o cálculo de β .

O **item 2** não afeta significativamente o nosso resultado. Como observado na figura 2.4, para o limite da amostra não há queda no número de galáxias observadas. Além disso, descarta-se uma convergência artificial, causada por baixos valores de ϕ em grandes escalas, que aumenta a amplitude do dipolo. Contudo, iremos estudar a relevância deste efeito.

O **item 3** não é levado em conta aqui, pois nossa amostra foi selecionada para utilizar somente fontes HI cuja distância foi medida sem o auxílio do redshift (Haynes et al. 2018).

O **item 4** não afeta significativamente em nosso resultado, pois para a nossa amostra, o Aglomerado de Virgem foi removido, cuja dinâmica é não-linear. O resultado de Martin et al. (2012) para o bias (veja figura 2.6) fornece pistas de que nossa amostra é adequada para a teoria linear de perturbações.

Para finalizar, devemos comentar sobre a área coberta por ALFALFA. Apesar de nossa amostra apresentar uma densidade numérica alta de objetos, $\bar{n} = 0.04 \text{ Mpc}^{-3}$, a área coberta é de apenas 1/6 do céu, $\Omega \simeq 6900 \text{ deg}^2$. Portanto, para obtermos um resultado robusto e não enviesado, é necessário corrigir o dipolo para uma cobertura parcial do céu (*Partial Sky* ou PS).

Nas duas seções seguintes discutiremos os dois efeitos observacionais que iremos considerar para o cálculo do dipolo na nossa amostra ALFALFA: *shot noise* e levantamento PS.

3.3.1 Shot Noise

A partir do trabalho de Basilakos & Plionis (1998), construímos um conjunto de $N = 144$ realizações em Monte Carlo (MC) para calcular o erro devido ao *shot noise*. A quantidade de realizações é fixada com o número de catálogos simulados do tipo LN para corrigir o dipolo para uma amostra PS (veja as seções 2.5 e 3.3.2 para mais detalhes).

A metodologia para produzir cada realização é embaralhar as coordenadas angulares de cada fonte HI da amostra, enquanto as distâncias são mantidas as mesmas. Ou seja, obtemos uma distribuição uniforme para as coordenadas angulares em cada realização, respeitando a geometria da amostra. A partir desse conjunto de realizações MC é possível calcular a matriz de covariância devido ao *shot noise* como

$$C_{\text{SN}}^{ij} = \frac{H_0}{4\pi\bar{n}} \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N [D_{\text{LG}}^k(r_i) - \langle D_{\text{LG}} \rangle(r_i)] \times [D_{\text{LG}}^k(r_j) - \langle D_{\text{LG}} \rangle(r_j)], \quad (3.11)$$

onde $D_{\text{LG}}^k \equiv |\mathbf{D}_{\text{LG}}^k|$ é a magnitude do dipolo calculado para a k -ésima realização MC e $\langle D_{\text{LG}} \rangle$ é o valor médio do dipolo para as $N_{\text{MC}} = 144$ realizações MC.

3.3.2 Correção para catálogo de cobertura parcial do céu

A não completudeza em relação a cobertura de toda a esfera celeste de nossa amostra, como ilustrado na figura 2.1, certamente causa uma medida errônea da direção e magnitude do dipolo gravitacional. Devemos, portanto, desenvolver uma metodologia para corrigir tal efeito. Neste trabalho apresentamos esta estratégia: a partir de mocks, aplicaremos nossa análise para amostras de cobertura completa (*Full Sky* ou FS) e parcial do céu, FS e PS, respectivamente, que permitirá determinar o efeito de termos um levantamento PS e corrigir o dipolo na amostra ALFALFA.

Considere um conjunto de N lognormal mocks FS. Neles, aplicamos a geometria do catálogo ALFALFA, que permitirá obtermos lognormal mocks PS. Então, medimos o dipolo do i -ésimo catálogo, $\mathbf{D}_{\text{mock}}^{\text{FS},i}$ e $\mathbf{D}_{\text{mock}}^{\text{PS},i}$, para $i = 1, \dots, N$, para os casos FS e PS, respectivamente. A diferença, $\mathbf{X}^i(r)$, definida como

$$\mathbf{X}^i(r) \equiv \mathbf{D}_{\text{mock}}^{\text{FS},i}(r) - \mathbf{D}_{\text{mock}}^{\text{PS},i}(r), \quad (3.12)$$

é usada para corrigir a nossa medida do dipolo gravitacional PS de nossa amostra ALFALFA. Agora, pode-se construir o dipolo do GL corrigido como

$$\mathbf{v}_{\text{GL}}(r)\beta^{-1} \equiv \frac{H_0}{4\pi\bar{n}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\mathbf{D}_{\text{HI}}^{\text{PS}}(r) + \mathbf{X}^i(r)], \quad (3.13)$$

que corrige tanto a magnitude quanto direção do dipolo ALFALFA (para mais detalhes deste procedimento de correção, veja o apêndice B).

Para que o procedimento de correção apresente um bom resultado, devemos restringir o conjunto de mocks FS para aqueles que tenham a direção do dipolo gravitacional próximo do medido no referencial da CMB para o GL, $(l, b) = (273^\circ \pm 3^\circ, 29^\circ \pm 3^\circ)$, e para isto, consideramos um limite de desalinhamento entre as direções em no máximo 30° ². A situação ideal seria considerar somente mocks onde o valor do desalinhamento é 0° , no entanto, claramente, isso seria um *fine-tuning* (uma hipótese não-científica). Dos 4000 mocks LN gerados, obtém-se 144 a partir da restrição na direção³. Tal dificuldade já foi evidenciada por Kolokotronis et al. (1996) que, ao tentar encontrar simulações adequadas que reproduzissem as características físicas e morfológicas do GL, reduzia significativamente o número de simulações. Em geral, portanto, é preciso relaxar certas restrições aplicadas na seleção de simulações para estudos cosmológicos.

Finalmente, pode-se obter a covariância da equação (3.13) usando o mesmo procedimento para calcular o *shot noise* (equação (3.11)). A matriz de covariância devido à amostra PS usando os mocks LN pode ser calculada como

$$C_{\text{LN}}^{ij} = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N ([v_{\text{GL}}(r_i)\beta^{-1}]^k - \langle [v_{\text{GL}}(r_i)\beta^{-1}] \rangle) \times ([v_{\text{GL}}(r_j)\beta^{-1}]^k - \langle [v_{\text{GL}}(r_j)\beta^{-1}] \rangle), \quad (3.14)$$

onde $v_{\text{GL}} \equiv |\mathbf{v}_{\text{GL}}|$, $[v_{\text{GL}}(r)\beta^{-1}]^k$ é a velocidade do GL para a k -ésima realização LN, e $\langle [v_{\text{GL}}(r)\beta^{-1}] \rangle$ é a velocidade média para o conjunto de $N = 144$ realizações LN.

Então, o erro na medição de $f\sigma_{8,\text{ME}}$ e β vem da propagação do *shot noise* e da correção PS, ou seja,

$$C_{\text{SN+LN}}^{ij} = C_{\text{SN}}^{ij} + C_{\text{LN}}^{ij}. \quad (3.15)$$

3.4 Resultados

Nesta seção apresentaremos os principais resultados de nossa análise: flutuação de densidade numérica do catálogo ALFALFA, $\sigma_{8,\text{HI}}$, a velocidade de convergência, V , após aplicada a metodologia de correção para catálogos PS usando a equação (3.13). E, finalmente, o resultado para as quantidades $\sigma_{8,\text{HI}}$, β , f e $f\sigma_8$, sendo essas quantidades nosso principal objetivo neste estudo.

²A robusteza dos nossos resultados foi testada para vários valores de desalinhamento máximo: 20° , 30° e 40° , obtendo resultados semelhantes em cada caso.

³Nós testamos se essa redução no número de mocks pode enviesar nosso resultado. Inicialmente, a partir de nossa metodologia, obtemos $f\sigma_8$ com os 144 mocks. Então, adicionamos 1000 novos mocks FS aos 4000 originais. Aplicando novamente a restrição na direção, obtemos 191 mocks. Refazendo a análise, encontra-se o mesmo resultado para $f\sigma_8$.

3.4.1 Cálculo de $\sigma_{8,\text{HI}}$

Como discutido na seção 1.2, para realizar uma medição da quantidade $f\sigma_8$ no UL usando nossa amostra ALFALFA, primeiro devemos calcular β , com a equação (3.13), e então, $\sigma_{8,\text{HI}}$, que é a flutuação de matéria das fontes de HI na escala tradicional de $8 h^{-1}\text{Mpc}$. Para amostras de galáxias, $\sigma_{8,\text{tr}}$ foi observado com valores próximo de 1 (Boruah et al. 2020, Juskiewicz et al. 2010). Em geral, o resultado dependerá do bias do traçador respeito da matéria escura. No contexto ΛCDM , é esperado $\sigma_{8,\text{HI}} < 1$ e $b \lesssim 1$, para fontes de HI.

Neste trabalho, calculamos $\sigma_{8,\text{HI}}$ usando a relação (1.53)

$$\sigma_{8,\text{HI}} = b_{\text{HI}} \times \sigma_{8,\text{ME}} , \quad (3.16)$$

onde $\sigma_{8,\text{ME}} = 0.8120 \pm 0.0073$ foi obtido por Planck Collaboration (2020a)⁴. Usando o resultado para o bias de HI, $b_{\text{HI}} = 0.99 \pm 0.11$, mostrado na seção 2.4, obtemos $\sigma_{8,\text{HI}} = 0.80 \pm 0.09$.

3.4.2 Cálculo da velocidade de convergência, V

Na figura 3.1 mostramos o resultado de aplicarmos a equação (3.13) à nossa amostra ALFALFA, onde $\bar{n} = 0.04 \text{ Mpc}^{-3}$ e $H_0 = 67.27 \text{ km/s/Mpc}$ (Planck Collaboration 2020a). As barras de erro foram obtidas com a informação da diagonal da matriz de covariância, dada pela equação (3.15) (veja figura 3.2). O erro leva em conta a variância cósmica (Somerville et al. 2004), a partir dos 144 LN mocks, e o *shot-noise*, com 144 realizações Monte-Carlo. Na mesma figura, comparamos o dipolo corrigido (quadrados vermelhos) com o não-corrigido (triângulos azuis). Nota-se que, na média, para escalas menores que $\sim 70 \text{ Mpc}$, a análise PS subestima a amplitude do dipolo, oposto ao que ocorre para grandes escalas. Em geral, as duas análises, PS e corrigido, concordam em 1σ . A linha preta e a região cinza representam a velocidade de convergência, V , e a incerteza em 1σ , respectivamente. A seguir, descrevemos como obtivemos esse resultado.

Para obtermos V levando em conta a incerteza, calcula-se a derivada numérica da expressão (3.13),

$$\frac{d}{dr} \mathbf{v}_{\text{GL}}(r) \beta^{-1} = \frac{H_0}{4\pi\bar{n}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{d}{dr} [\mathbf{D}_{\text{HI}}^{\text{PS}}(r) + \mathbf{X}^i(r)] , \quad (3.17)$$

procurando pelo intervalo na escala de distância que seja consistente com zero, i.e.,

⁴Esse valor de $\sigma_{8,\text{ME}}$ é medido em $z = 0$; assumindo o modelo ΛCDM da tabela 2.1, encontra-se $\sigma_{8,\text{ME}}(z = 0) - \sigma_{8,\text{ME}}(z = 0.013) = 0.0056$, uma diferença menor que a barra de erro que, portanto, não modifica nosso resultado principal. Logo, usamos $\sigma_{8,\text{ME}}(z = 0.013) \simeq \sigma_{8,\text{ME}}(z = 0) = 0.8120 \pm 0.0073$.

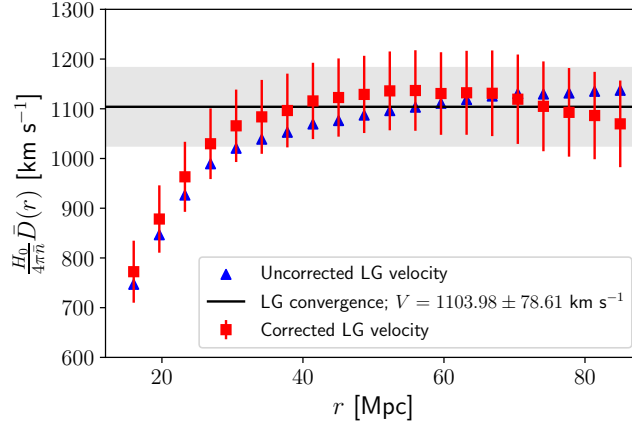


Figura 3.1: Velocidade do GL medido com a amostra ALFALFA em função da distância radial, r . As barras de erro levam em conta a variância cósmica e o *shot noise*. A convergência, V , e o seu erro em 1σ estão sendo representados pela linha preta horizontal e a região cinza, respectivamente.

onde a função atinge seu máximo, garantindo uma medida robusta da convergência. Na figura 3.3, mostramos o resultado da derivação numérica. As barras de erro foram obtidas aplicando a análise para cada uma das 144 simulações. Observa-se que a derivada é consistente com zero, para $\sim 1\sigma$, no intervalo 45 – 63 Mpc. Logo, para obtermos o valor da convergência, ajustamos uma linha horizontal para os pontos nesse intervalo, obtendo, portanto,

$$V = 1103.98 \pm 78.61 \text{ km/s.} \quad (3.18)$$

Na figura 3.1, observamos que o dipolo corrigido é consistente com o valor obtido para a convergência (linha preta) em 1σ , até 85 Mpc, i.e. o limite de nossa amostra. Já que a função de seleção nesse limite é da ordem de $\phi(r = 85 \text{ Mpc}) \simeq 0.3$, confiamos que nosso resultado não indica uma convergência artificial, como discutido em Scaramella et al. (1994).

3.4.3 Cálculo de β , f e $f\sigma_8$ em $\bar{z} = 0.013$

Com o valor obtido para a convergência do dipolo, V , e a velocidade peculiar do GL no referencial da CMB, $u_{\text{LG}} \equiv |\mathbf{u}_{\text{LG}}| = 627 \pm 22 \text{ km/s}$ (Courteau & van den Bergh 1999, Erdoğan et al. 2006), podemos obter β via a equação (3.9)

$$\beta = \frac{u_{\text{LG}}}{V} = 0.57 \pm 0.04. \quad (3.19)$$

Como $f = b\beta$, a medida de β combinada com o bias b_{HI} , permite-nos obter a função de crescimento no UL

$$f = 0.56 \pm 0.07, \quad (3.20)$$

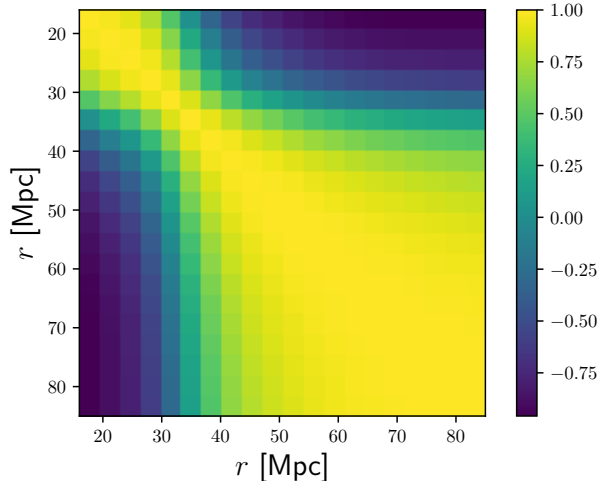


Figura 3.2: Matriz de covariância reduzida, $C^{ij}/\sqrt{C^{ii} \times C^{jj}}$, obtida da equação (3.15). A matriz de covariância é obtida combinando o *shot noise*, usando realizações em Monte Carlo, e o erro devido a correção do dipolo PS, utilizando mocks LN.

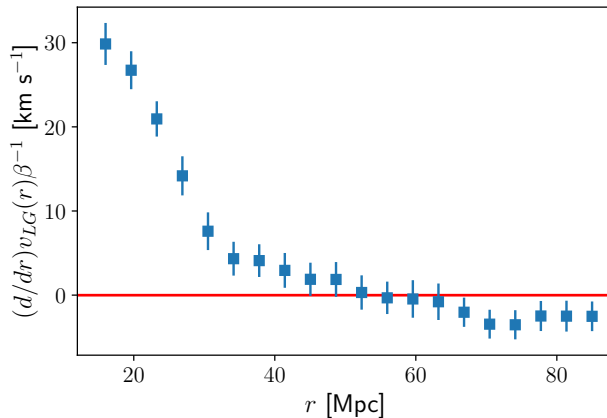


Figura 3.3: Derivada numérica do dipolo gravitacional da amostra ALFALFA (quadrados vermelhos na figura 3.1) em função da distância radial, r . As barras de erro correspondem a dispersão em 1σ dos 144 mocks.

em $\bar{z} = 0.013$, que é nosso resultado mais importante, pois há poucas medidas de f na literatura.

Nossa medida de β mostra boa concordância com o esperado no modelo Λ CDM, $\beta^{\Lambda\text{CDM}}$, estimado usando a equação (1.46) com $\gamma = 0.55$ e $\Omega_m = 0.3150$ (tabela 2.1) que dá $f^{\Lambda\text{CDM}} = 0.54$ em $\bar{z} = 0.013$; então, usando $b_{\text{HI}} = 0.99 \pm 0.11$ obtemos o valor esperado $\beta^{\Lambda\text{CDM}} = 0.54 \pm 0.06$.

Finalmente, podemos obter nosso segundo resultado principal, $f\sigma_{8,\text{ME}}$. Para isso usamos a equação (1.56), com $\sigma_{8,\text{HI}} = 0.80 \pm 0.09$, obtendo

$$f\sigma_{8,\text{ME}} = 0.46 \pm 0.06, \quad (3.21)$$

em $\bar{z} = 0.013$, consistente com o modelo Λ CDM em 1σ , $[f\sigma_8]^{\Lambda\text{CDM}} = 0.43 \pm 0.02$. Na

figura 3.4, mostramos, para critério de comparação, nosso resultado junto com outras medidas de $f\sigma_{8,ME}$ feitas no UL, obtidas por diversas metodologias que analisam traçadores cosmológicos, não necessariamente HI (Adams & Blake 2017, Howlett et al. 2017, Huterer et al. 2017, Qin et al. 2019, Said et al. 2020, Turnbull et al. 2012).

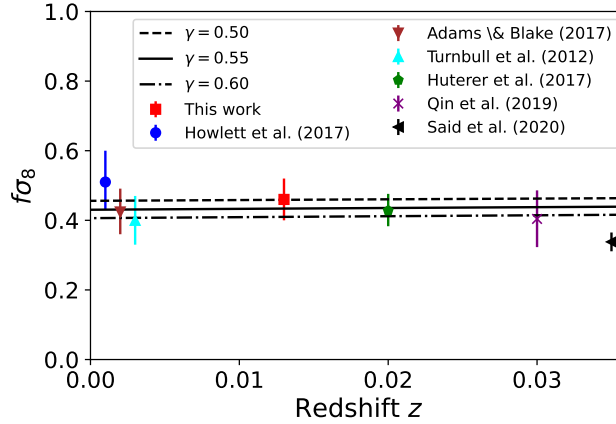


Figura 3.4: Medidas de $f\sigma_{8,ME}$ no Universo Local, onde nosso resultado é mostrado como um quadrado vermelho. Note a boa concordância entre nosso resultado e o modelo Λ CDM, que corresponde ao caso $\gamma = 0.55$.

Para finalizar a seção dos resultados principais, realizamos um teste de robusteza para o valor assumido de $H_0 = 67.27$ km/s/Mpc, necessário para obter o dipolo do GL na amostra HI. Para tal, geramos outro conjunto de mocks LN com $H_0 = 74.03$ km/s/Mpc (Riess et al. 2019) (i.e. $h = 0.7403$). Repete-se, portanto, a análise, encontrando: $\beta = 0.51 \pm 0.02$ e $f\sigma_{8,ME} = 0.41 \pm 0.05$, que reproduz, em 1σ , os resultados obtidos anteriormente. Isso indica que o valor da constante de Hubble tem um impacto limitado em nossa análise e que, portanto, nosso resultado é robusto sobre diferentes valores de H_0 encontrados na literatura (Avila et al. 2021, Nunes & Bernui 2020b, Riess et al. 2019).

3.5 Resumo e Conclusões

Os dados da função de crescimento das estruturas do universo observado têm o potencial de diferenciar entre a teoria métrica que suporta o modelo cosmológico padrão, ou seja, a RG, daqueles baseados em modelos de gravidade modificada. Devido a este cenário, realizam-se esforços para analisar vários traçadores cosmológicos com diversas abordagens e metodologias. Uma delas, é a do dipolo gravitacional (Scaramella et al. 1994). Em resumo, esta metodologia compara a velocidade peculiar do GL, inferido pelo dipolo da CMB, à aceleração gravitacional do GL calculada a partir de um dado traçador cosmológico. Utilizando o catálogo de fontes extra-galácticas de HI fornecido pelo levantamento ALFALFA (Haynes et al. 2018), investigamos a função de crescimento das estruturas cósmicas no UL.

Nota-se que estas análises podem ser enviesadas por vários efeitos sistemáticos, tais como: *shot noise*, RSD, e efeitos não-lineares, bem como um levantamento parcial do céu. Tal como discutido na seção 3.3, este último efeito é a principal fonte de sistemático em nossa análise. Para corrigir este efeito utilizamos um conjunto de simulações log-normal FS e PS de acordo com o procedimento de correção descrita na seção 3.3. Em contraste, embora o efeito RSD possa ser evitado, uma vez que a nossa amostra de dados permite o cálculo do dipolo no espaço real, o *shot noise* contribui com um erro relativamente pequeno devido à alta densidade numérica da amostra, como demonstrado nas análises realizadas com o conjunto de realizações em MC.

Além disso, as nossas análises mostram que é possível estimar o produto $f\sigma_8$, através do dipolo gravitacional usando um catálogo PS, desde que o bias do traçador cosmológico e a correção devida ao PS sejam cuidadosamente levados em conta. Desta forma, descobrimos que a magnitude do dipolo calculado a partir da amostra ALFALFA atinge a convergência em torno dos 60 Mpc (lembrando que nossa amostra vai até 85 Mpc), e a sua magnitude leva à estimativa do parâmetro $\beta = 0.57 \pm 0.04$. Juntamente com a nossa medição da flutuação da matéria no UL, $\sigma_{8,HI} = 0.80 \pm 0.09$, fornece o valor $f\sigma_{8,ME} = 0.46 \pm 0.06$ em $\bar{z} = 0.013$. Esta medição está em bom acordo, em 1σ , com o valor obtido no modelo de concordância Λ CDM: $[f\sigma_{8,ME}]^{\Lambda\text{CDM}} = 0.43 \pm 0.02$. Como observado na figura 3.4, onde mostramos uma pequena compilação de dados $f\sigma_{8,ME}$ no UL, o nosso resultado está em boa consonância com as medições obtidas analisando vários traçadores cosmológicos através de distintas metodologias. Além disso, as nossas análises da amostra ALFALFA também fornecem uma medição da taxa de crescimento das estruturas $f = 0.56 \pm 0.07$, em $\bar{z} = 0.013$, um resultado importante, pois existem poucas medidas diretas de f na literatura.

Capítulo 4

Escala de transição para a homogeneidade em catálogos de traçadores de matéria

Neste capítulo discutiremos uma das principais metodologias no estudo do Princípio Cosmológico: *a escala de transição para homogeneidade*. Apresentaremos as principais técnicas de medição da escala de transição para a homogeneidade, R_H , desenvolvidas de forma pioneira por Scrimgeour et al. (2012). Em seguida apresentaremos sua versão angular, importante porque não necessita de assumirmos nenhum modelo cosmológico ou de velocidade peculiar para obter distâncias a partir de redshifts. Desse estudo resultaram uma dissertação de mestrado (Avila 2018a) ¹ e dois artigos: Avila et al. (2018b) calcula θ_H com o catálogo ALFALFA, já apresentado no capítulo 2, e Avila et al. (2019) calcula θ_H com um catálogo de galáxias azuis. Para mais detalhes sobre a escala de homogeneidade veja, por exemplo, Gonçalves et al. (2018a), Laurent et al. (2016), Maartens (2011), Ntelis et al. (2017), Scrimgeour et al. (2012).

4.1 Metodologia Fractal

Esta seção descreve a metodologia fractal para o estudo da escala de homogeneidade. Apresentaremos o método *scaled counts-in-spheres*, $\mathcal{N}(< r)$, e sua versão 2D, *scaled counts-in-caps*, $\mathcal{N}(< \theta)$. A partir de $\mathcal{N}(< r)$, pode-se obter a dimensão de correlação, $\mathcal{D}_2(r)$, da qual obtemos R_H . Discutiremos também nessa seção o critério adotado para obter a escala de transição a partir de $\mathcal{N}(< r)$ e $\mathcal{D}_2(r)$.

¹<http://sistede.on.br:8080/handle/tede/34>

4.1.1 *Contagem em esferas (scaled counts-in-spheres): caso 3D*

No estudo de homogeneidade para um conjunto de dados tem se adotado o estimador *contagem em esferas*, $N(< r)$. Essa quantidade corresponde ao número médio de objetos contido numa esfera de raio r , centrada em cada objeto do catálogo. Para uma distribuição 3D homogênea de objetos, espera-se que

$$N(< r) \propto r^3. \quad (4.1)$$

Para um caso geral de uma distribuição fractal temos (Castagnoli & Provenzale 1991)

$$N(< r) \propto r^{D_2}, \quad (4.2)$$

onde D_2 é conhecido como dimensão de correlação fractal (ou simplesmente dimensão de correlação), e definido como

$$D_2(r) \equiv \frac{d \ln N(< r)}{d \ln r}. \quad (4.3)$$

No entanto, não é adequado usar essa equação diretamente a partir de $N(< r)$, pois os resultados podem estar enviesados pela geometria do catálogo (devido a efeitos de fronteira) e não completeza da amostra (Laurent et al. 2016). Com o intuito de minimizar esses problemas, introduziu-se o estimador *scaled counts-in-spheres*, $\mathcal{N}(< r)$, definido como (Scrimgeour et al. 2012)

$$\mathcal{N}(< r) \equiv \frac{N_{\text{tr}}(< r)}{N_{\text{rand}}(< r)}, \quad (4.4)$$

onde $N_{\text{tr}}(< r)$ é a contagem média estimada para esferas centradas em cada objeto do catálogo em estudo e $N_{\text{rand}}(< r)$ é a mesma quantidade calculada para catálogos construídos artificialmente, mas homogêneos, usando como centro de contagem as coordenadas dos objetos do catálogo de dados. Logo, a dimensão de correlação em função de $\mathcal{N}(< r)$ é escrita como

$$\mathcal{D}_2(r) \equiv \frac{d \ln \mathcal{N}(< r)}{d \ln r} + 3. \quad (4.5)$$

Em geral, nos estudos de homogeneidade com a metodologia fractal costuma-se apresentar ambos estimadores como resultado, $\mathcal{N}(< r)$ e $\mathcal{D}_2(r)$. No entanto, mostrou-se que o estimador $\mathcal{D}_2(r)$ apresenta menor correlação entre escalas de distância para boa parte da amostra analisada (veja, i.e., Ntelis et al. (2017), Scrimgeour et al. (2012)).

Para um estudo de modelos cosmológicos, relaciona-se a função de correlação, $\xi_{\text{ME}}(r)$, com $\mathcal{N}(< r)$. Como vimos na seção 1.2, a probabilidade total P_{12} pode ser definida em função da contagem em esferas, $N(< r)$

$$N_{\text{ME}}(< r) = 4\pi\bar{\rho} \int_0^r [1 + \xi_{\text{ME}}(x)]x^2 dx, \quad (4.6)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade média de matéria da amostra analisada. Veja que já estamos considerando a função de correlação dependente somente da distância de separação r . Podemos, então, escrever $N_{\text{rand}}(< r)$ como

$$N_{\text{rand}}(< r) = \frac{3\bar{\rho}}{4\pi r^3}, \quad (4.7)$$

logo

$$\mathcal{N}_{\text{ME}}(< r) \equiv \frac{N_{\text{ME}}(< r)}{N_{\text{rand}}(< r)} = 1 + \bar{\xi}_{\text{ME}}(r), \quad (4.8)$$

onde

$$\bar{\xi}_{\text{ME}}(r) \equiv \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi_{\text{ME}}(x)x^2 dx, \quad (4.9)$$

é a função de correlação média calculada para esferas de raio r (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022, Scrimgeour et al. 2012).

Note que, ao utilizarmos a metodologia fractal em catálogos de galáxias estaremos medindo a escala de homogeneidade para um traçador de matéria escura. Portanto, não é possível obter a escala de homogeneidade da matéria escura sem assumir um modelo cosmológico em questão. Pode-se mostrar que, para uma função de correlação ξ_{ME} de um modelo cosmológico em questão, podemos obter $\mathcal{N}_{\text{ME}}(< r)$ a partir de $\mathcal{N}_{\text{tr}}(< r)$. Substituindo na equação (4.8) a relação (1.51), obtém-se

$$\mathcal{N}_{\text{ME}}(< r) = \frac{\mathcal{N}_{\text{tr}}(< r) - 1}{b^2} + 1, \quad (4.10)$$

onde b é o bias do traçador cosmológico.

4.1.2 *Scaled counts-in-caps: caso 2D*

Uma das grandes dificuldades em relação ao estudo 3D na obtenção da escala de homogeneidade é desassociar um modelo cosmológico da análise, isso porque precisamos transformar redshift em distância, que necessita de um modelo cosmológico para ser calculado. Pode-se, portanto, pensar no uso de dados projetados na esfera, ou seja, obter a escala de homogeneidade projetada, θ_{H} . Então, isso tornaria o estudo menos dependente de um modelo cosmológico (ainda dependemos de um modelo para o cálculo de θ_{H} da distribuição de matéria escura). Podemos definir

então o estimador *scaled counts-in-caps*

$$\mathcal{N}(< \theta) \equiv \frac{N_{\text{tr}}(< \theta)}{N_{\text{rand}}(< \theta)}, \quad (4.11)$$

onde θ representa a distância angular na esfera celeste, sempre centrada em um objeto do catálogo em estudo.

A dimensão de correlação no caso 2D esférico não é derivada diretamente como no caso 3D. Isso porque $N_{\text{rand}}(< \theta) \propto 1 - \cos \theta$. Pode-se mostrar que (Avila et al. 2018b)

$$\mathcal{D}_2(< \theta) \equiv \frac{d \ln \mathcal{N}(< \theta)}{d \ln \theta} + \frac{\theta \sin \theta}{1 - \cos \theta}. \quad (4.12)$$

Diferente do caso 3D que $\mathcal{D}_2(r) \rightarrow 3$ para grandes escalas, no caso angular, ou seja, calotas esféricas, $\mathcal{D}_2(\theta) \rightarrow (\theta \sin \theta)/(1 - \cos \theta)$ para grandes escalas angulares.

Assim como no caso 3D, é possível relacionar $\mathcal{N}(< \theta)$ com a função de correlação angular, $\omega(\theta)$, com a intenção de corrigir para o bias. Pode-se mostrar que (Avila et al. 2018b)

$$\mathcal{N}_{\text{ME}}(< \theta) \equiv \frac{N_{\text{ME}}(< \theta)}{N_{\text{rand}}(< \theta)} = 1 + \bar{\omega}_{\text{ME}}(\theta), \quad (4.13)$$

onde

$$\bar{\omega}_{\text{ME}}(\theta) \equiv \frac{1}{1 - \cos \theta} \int_0^\theta \omega_{\text{ME}}(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha, \quad (4.14)$$

é a função de correlação angular média. Finalmente usamos a relação (4.10) para obter a escala de homogeneidade angular para a matéria escura.

4.1.3 Escala de Homogeneidade: θ_{H} e R_{H}

Antes do artigo de Scrimgeour et al. (2012) diversos trabalhos adotavam seus próprios critérios quanto à escala em que uma distribuição de objetos cósmicos em um catálogo atingia a homogeneidade (veja por exemplo Bagla et al. (2008), Yadav et al. (2010) para metodologias anteriores a 2012). Em geral, adotava-se uma incerteza de 1σ para a dimensão fractal. Em outras palavras, quando uma medida de $\mathcal{D}_2(r)$ alcançava 3 em 1σ , dizia-se que, naquela escala, atingiu-se a homogeneidade. No entanto, tal metodologia não leva em conta, por exemplo, efeitos de seleção e a geometria do levantamento.

Então, para evitar arbitrariedades, Scrimgeour et al. (2012) desenvolveu uma metodologia para determinar a escala de homogeneidade, utilizada até hoje (Andrade et al. 2022, Avila et al. 2018b, 2019, Gonçalves et al. 2018b,a, Laurent et al. 2016, Ntelis et al. 2017). O método consiste em obter a escala em que $\mathcal{D}_2(r)$ atinge um certo valor próximo da homogeneidade real, caso não existissem efeitos sistemáticos. Scrimgeour et al. (2012) mostraram que o limite de 1% era o mais robusto, ou

seja, $\mathcal{D}_2(R_H) = 2.97$ e $\mathcal{N}(R_R) = 1.01$, no caso 3D. Podemos expressar esse critério como (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022)

$$\mathcal{D}_2(R_H) = 3(1 - \epsilon), \quad (4.15)$$

onde $\epsilon = 0.01$ para o caso 1%. Em uma situação ideal, espera-se $\epsilon = 0$. O que costuma mudar nesse tipo de análise é como se obtêm a escala. Por exemplo, Scrimgeour et al. (2012) utiliza um ajuste polinomial aos pontos da dimensão de correlação. Já Ntelis et al. (2017), utiliza um ajuste do tipo *spline* suavizado.

Finalmente, para o caso 2D angular, temos

$$\mathcal{D}_2(\theta_H) = \frac{\theta_H \sin \theta_H}{1 - \cos \theta_H} (1 - \epsilon), \quad (4.16)$$

onde se aplica o mesmo critério de 1%, isto é, $\epsilon = 0.01$.

4.1.4 Estimadores para $\mathcal{N}(< \theta)$

Nas seções anteriores vimos a metodologia fractal para o estudo da escala de homogeneidade, que consiste em contar objetos para diferentes escalas, seja com esferas, calotas ou círculos. Ao longo do tempo foram desenvolvidos alguns estimadores para $\mathcal{N}(< \theta)$. Veremos aqui os mais utilizados (Avila et al. 2018b).

O primeiro e mais direto dos estimadores é conhecido como *Average estimator*

$$\mathcal{N}_j^A(< \theta) \equiv \frac{\frac{1}{n_g} \sum_{i=1}^{n_g} N_{gal}^i(< \theta)}{\frac{1}{n_g} \sum_{i=1}^{n_g} N_{rand}^{i,j}(< \theta)}, \quad (4.17)$$

calculado para o j -ésimo catálogo aleatório. Temos que n_g é o número de galáxias no catálogo e $1 \leq i \leq n_g$. O outro estimador, semelhante ao *Average*, é conhecido como *Centre estimator*

$$\mathcal{N}_j^C(< \theta) \equiv \frac{1}{n_g} \sum_{i=1}^{n_g} \frac{N_{gal}^i(< \theta)}{N_{rand}^{i,j}(< \theta)}. \quad (4.18)$$

Note que a diferença básica entre eles está na forma como realizamos a divisão da contagem entre o catálogo de galáxias e o aleatório. Lembrando que a contagem é sempre feita a partir das coordenadas do catálogo de galáxias.

O último estimador que iremos mostrar é o *Landy-Szalay estimator*,

$$\mathcal{N}_j^{LS}(< r) \equiv 1 + \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi_j^{LS}(x) x^2 dx, \quad (4.19)$$

para o caso 3D, e

$$\mathcal{N}_j^{LS}(< \theta) \equiv 1 + \frac{1}{1 - \cos \theta} \int_0^\theta \omega_j^{LS}(\theta') \sin \theta' d\theta', \quad (4.20)$$

para o caso 2D. Onde

$$\xi_j^{LS}(r) = \frac{DD(r) - 2DR(r) + RR(r)}{RR(r)}, \quad (4.21)$$

e

$$\omega_j^{LS}(\theta) = \frac{DD(\theta) - 2DR(\theta) + RR(\theta)}{RR(\theta)}, \quad (4.22)$$

para o j -ésimo catálogo aleatório, estas últimas são as funções de correlação 3D e 2D angular, respectivamente. $DD(r/\theta)$ é definido como o número de pares na amostra, para um dado valor de r/θ , normalizado para o número total de pares; $RR(r/\theta)$ é a mesma quantidade mas calculado para o catálogo aleatório; $DR(r/\theta)$ corresponde ao número de pares entre a amostra e o catálogo aleatório, normalizado para o número total de pares em ambos. Estudos mostram que o estimador Landy-Szalay para a função de correlação apresenta uma melhor performance quanto ao cálculo da função de correlação (veja Vargas-Magaña et al. (2013) e referências ali citadas).

4.2 Escala de transição para a homogeneidade no Universo Local

Nas próximas duas seções mostraremos os resultados principais de Avila et al. (2018b) e Avila et al. (2019), onde aplicamos a metodologia fractal para obter a escala de homogeneidade angular no UL.

4.2.1 Escala angular de homogeneidade θ_H com o catálogo ALFALFA

Em Avila et al. (2018b) utilizamos o catálogo ALFALFA (capítulo 2) para obter a escala de homogeneidade angular no UL. Em contraste com o estudo para a função de crescimento (Avila et al. 2021), utilizamos todo o intervalo de redshift da amostra, $0 < z < 0.06$, para objetos de código 1, e consideramos somente o hemisfério norte para a análise, pois essa apresenta quase o dobro de objetos. Por último, para minimizar efeitos sistemáticos devido a irregularidades na geometria do hemisfério norte, tornamos a amostra, por motivos práticos, retangular (veja figura 4.1 com antes e depois do corte geométrico). A amostra final contém 13144 fontes em HI, onde mostramos na figura 4.2 a distribuição que será projetada na esfera celeste.

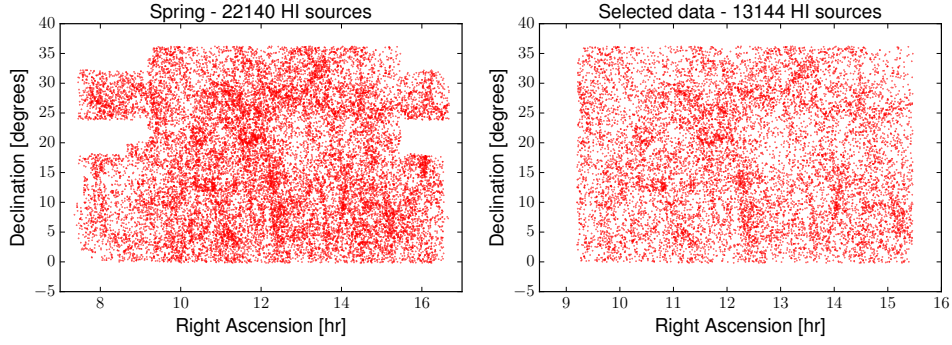


Figura 4.1: Esquerda: Projeção cartesiana do hemisfério norte, note a geometria irregular. Direita: projeção cartesiana da amostra à esquerda sem as irregularidades. Esse corte foi feito com a intenção de evitar possíveis sistemáticos na análise.

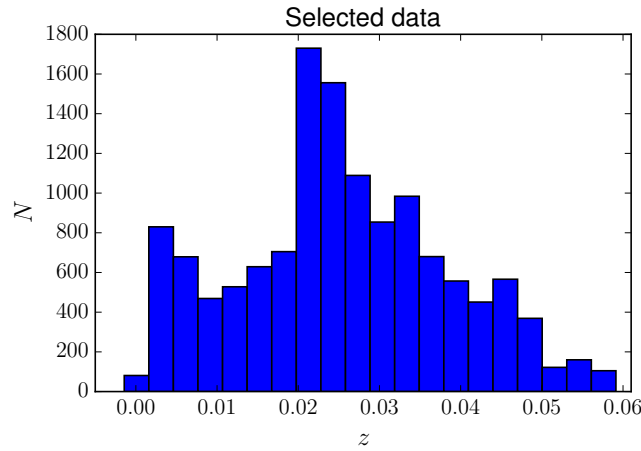


Figura 4.2: Distribuição de redshift da amostra ALFALFA selecionada (após o corte geométrico).

Aplicando os estimadores e o critério de homogeneidade apresentados na seção anterior, obtemos os resultados a seguir. Na figura 4.3 mostramos o resultado para os estimadores *Average* (esquerda), equação (4.17), e *Centre* (direita), equação (4.18) para a dimensão de correlação $\mathcal{D}_2(\theta)$. Os estimadores foram calculados no intervalo $1^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$, com $\Delta\theta = 1^\circ$. As barras de erro foram obtidas a partir do desvio padrão para os 20 catálogos aleatórios construídos. A curva preta tracejada corresponde ao valor limite para $\mathcal{D}_2(\theta)$ em uma distribuição homogênea (equação 4.16 para $\epsilon = 0$). Já a curva laranja ponto-tracejada corresponde ao critério de 1%, dado pela equação (4.16), para $\epsilon = 0.01$. As curvas cinzas são os ajustes polinomiais de ordem 3 para cada medida de $\mathcal{D}_2^j(\theta)$, onde $1 \leq j \leq 20$ corresponde ao número de catálogos aleatórios. Note que, em ambos estimadores, há uma grande concordância em relação à escala de homogeneidade θ_H . Outra importante característica observada é que, em 1σ , após a transição em 1%, os pontos permanecem acima da linha laranja, indicando a robustez do resultado.

Na figura 4.4 mostramos o resultado referente ao estimador LS, onde na esquerda

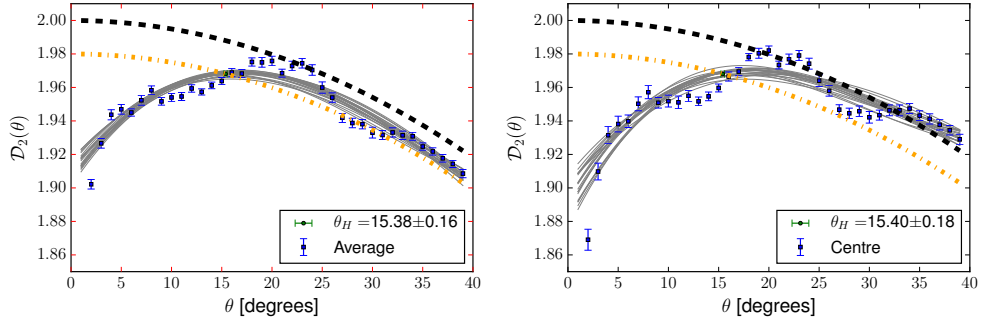


Figura 4.3: Esquerda: Estimador *Average* para o intervalo $1^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$, com $\Delta\theta = 1^\circ$. A curva preta tracejada corresponde ao valor limite para $\mathcal{D}_2(\theta)$ em um distribuição homogênea. Já a curva laranja ponto-tracejada corresponde ao critério de 1%, dado pela equação (4.16). As curvas cinzas são os ajustes polinomiais de ordem 3 para cada medida de $\mathcal{D}_2^j(\theta)$, onde $1 \leq j \leq 20$ para os catálogos aleatórios. Direita: Estimador *Centre*, cuja os parâmetros da figura é igual ao do *Average*. Ambos estimadores apresentam $\theta_H \simeq 16^\circ$.

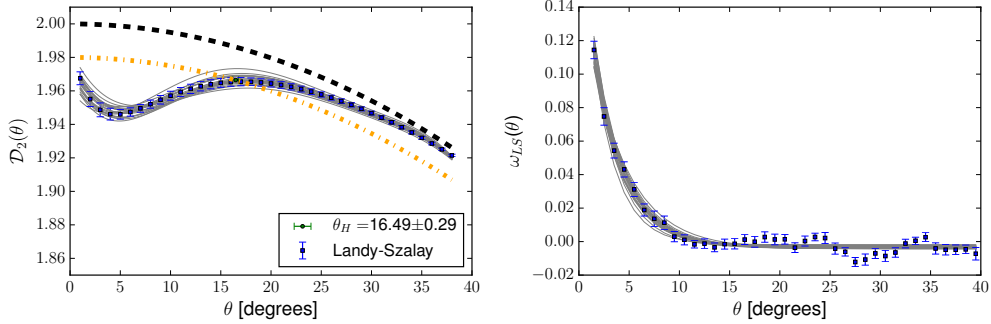


Figura 4.4: Esquerda: Estimador LS para o intervalo $1^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$, com $\Delta\theta = 1^\circ$. Direita: função de correlação calculada com a equação (4.22). Veja seção 4.2.1 para mais informação.

temos $\mathcal{D}_2(\theta)$ e na direita a função de correlação, $\omega(\theta)$. Diferente dos estimadores *Average* e *Centre*, precisamos calcular $\omega(\theta)$, com a equação (4.22), para obtermos $\mathcal{N}(< \theta)$, e assim, $\mathcal{D}_2(\theta)$. No entanto, nota-se uma boa concordância entre os 3 estimadores. Repare que, as flutuações observadas nos resultados anteriores são agora vistos na função de correlação.

Na tabela 4.1 resumimos nossos resultados principais junto com o intervalo de θ_H esperado no UL com o modelo Λ CDM, calculado a partir de uma extrapolação dos resultados do trabalho de Alonso et al. (2015). Note que, na tabela aparece um intervalo para o valor esperado no Λ CDM, isso acontece pois estamos assumindo que o bias das fontes de emissão em HI encontra-se no intervalo 0.48-0.68, e que vale a aproximação $\theta_H^{tr} = b_{\text{HI}} \times \theta_H^{ME}$.

Concluindo, nossa análise utilizando a metodologia fractal para os dados do catálogo ALFALFA projetados na esfera celeste revela uma robusta transição para a homogeneidade, onde três estimadores foram utilizados com resultados consistentes

	Estimador <i>Average</i>	Estimador <i>Centre</i>	Estimador <i>LS</i>	Esperado Λ CDM
θ_{H}	$15.38^\circ \pm 0.16^\circ$	$15.40^\circ \pm 0.18^\circ$	$16.49^\circ \pm 0.29^\circ$	$[15.58^\circ, 22.07^\circ]$

Tabela 4.1: Nesta tabela resumimos os nossos resultados, ou seja, a escala angular de transição para a homogeneidade medida pelos nossos três estimadores. Mostramos também, na última coluna, o valor esperado de acordo com simulações, feitas para flutuações de matéria ($b = 1$ (Alonso et al. 2014, 2015)), que extrapolamos para a nossa amostra considerando o intervalo de redshift do catálogo ALFALFA e o valor do bias apropriado (Basilakos et al. 2007).

entre si, como mostrado na tabela 4.1, onde $\theta_{\text{H}} \simeq 16^\circ$.

4.2.2 Escala angular de homogeneidade θ_{H} com o catálogo de galáxias azuis do SDSS

Seguindo a metodologia aplicada para o catálogo ALFALFA em Avila et al. (2018b), selecionamos uma amostra de galáxias azuis no UL para determinar a escala de homogeneidade. Nesta seção apresentaremos os resultados principais de Avila et al. (2019).

Selecionamos uma amostra de galáxias azuis², do tipo *star forming* nas bandas u , g e r do catálogo Sloan Digital Sky Survey (SDSS) (SDSS Collaboration 2000). Desta amostra, aplicamos a mesma configuração de Avila et al. (2018b), ou seja, mesma geometria e intervalo de redshift, $z \in [0., 0.06]$ (figura 4.5, esquerda), com mediana $\bar{z} = 0.037$. A amostra, portanto, tem coordenadas angulares: $9^{\text{h}}20^{\text{m}} \leq \text{RA} \leq 15^{\text{h}}50^{\text{m}}$ e $0^\circ \leq \text{DEC} \leq 36^\circ$ para Ascensão Reta e Declinação, respectivamente. Na figura 4.5 (direita), mostramos a projeção cartesiana da amostra final, contendo 35356 galáxias azuis. Um dos nossos objetivos em selecionar galáxias azuis com os mesmos critérios de geometria e intervalo de redshift feito em Avila et al. (2018b) é para comparar resultados e confirmar a escala de homogeneidade no UL.

Como observado em Avila et al. (2018b), os três estimadores utilizados apresentam resultados semelhantes. Portanto, para esse trabalho, usamos somente o estimador LS (equação (4.20)). Na figura 4.6 apresentamos nosso principal resultado. Na esquerda, temos a função de correlação para nossa amostra de galáxias azuis no intervalo $1^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$ com $\Delta\theta = 1^\circ$. Os pontos azuis foram calculados a partir da média dos 20 catálogos aleatórios construídos, $\omega(\theta) = (1/20) \sum_{j=1}^{20} \omega_j(\theta)$, e suas incertezas calculadas do desvio padrão. As linhas cinzas são ajustes para cada $\omega_j(\theta)$. Na direita temos a dimensão de correlação, $\mathcal{D}_2(\theta)$, calculada com a equação (4.12), a partir do estimador LS. A linha tracejada (preta) e ponto-tracejada (laranja) nova-

²Veja Avila et al. (2019), de Carvalho et al. (2021) para mais detalhes de como definimos galáxias azuis pelo diagrama cor-cor. Após correções nas magnitudes, consideramos galáxias azuis *star forming* que estejam nos intervalos $0.0 < g - r < 0.6$ e $0.0 < u - r < 2.0$.

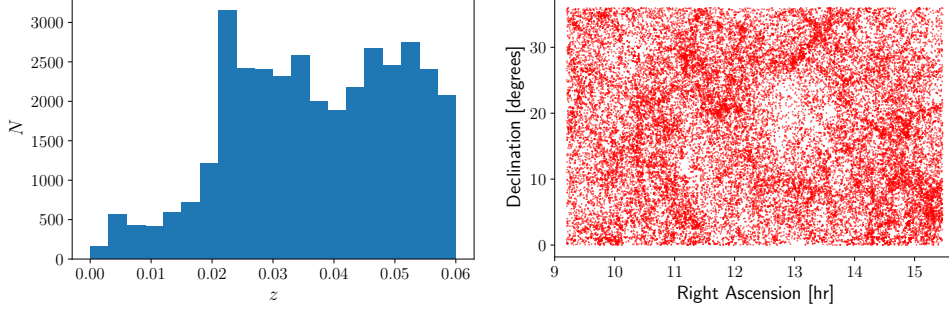


Figura 4.5: Esquerda: histograma da distribuição de redshift para a amostra selecionada de galáxias azuis do levantamento SDSS. Direita: projeção cartesiana da amostra selecionada. Note que ambos, intervalo de redshift e geometria, foram selecionados de acordo com o trabalho de Avila et al. (2018b) para uma comparação de resultados.

mente indicam o limite para a homogeneidade e o critério de 1%, respectivamente. A escala θ_H é obtida a partir de um ajuste polinomial para a curva $\mathcal{D}_2(\theta)$.

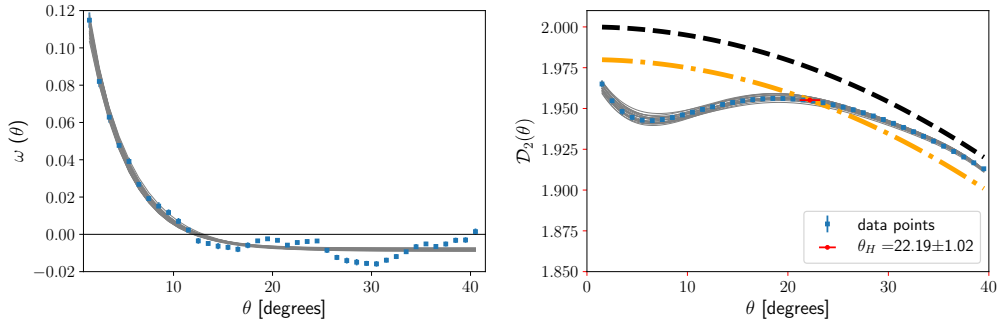


Figura 4.6: Esquerda: função de correlação angular, $\omega(\theta)$, com a equação (4.22). O intervalo de análise foi $1^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$ com $\Delta\theta = 1^\circ$, para 20 catálogos aleatórios. As curvas cinzas são os ajustes para cada $\omega_j(\theta)$, onde j indica um catálogo aleatório. Direita: dimensão de correlação angular, $\mathcal{D}_2(\theta)$, calculado a partir do estimador LS, equação (4.20). A curva preta tracejada corresponde ao valor limite para $\mathcal{D}_2(\theta)$ em um distribuição homogênea. Já a curva laranja ponto-tracejada corresponde ao critério de 1%, dado pela equação (4.16).

Na tabela 4.2 resumimos nossos resultados principais. A primeira coluna contém a escala de homogeneidade angular obtida na amostra de galáxias azuis com o estimador LS. Na segunda coluna, para comparação, o resultado de θ_H para fontes HI do catálogo ALFALFA, calculado em Avila et al. (2018b) com o estimador LS. Note que a barra de erro da amostra SDSS é maior pois a transição na linha ponto-tracejada é suavizada, causando uma maior dispersão para cada ajuste polinomial.

Na terceira e quarta coluna temos o cálculo do bias relativo, $b_{\text{blue}/\text{HI}}^2$, definido como

$$b_{\text{blue}/\text{HI}}^2 \equiv \frac{\omega_{\text{blue}}(\theta)}{\omega_{\text{HI}}(\theta)}, \quad (4.23)$$

	Gals. azuis SDSS medição	ALFALFA HI medição	$b_{\text{blue/ HI}}^2$ medição	ALFALFA HI corrigido p/ bias	Esperado Λ CDM
θ_{H}	$22.19^\circ \pm 1.02^\circ$	$16.49^\circ \pm 0.29^\circ$	1.17 ± 0.11	$20.62^\circ \pm 0.38^\circ$	22.06°

Tabela 4.2: Nesta tabela resumimos nossos resultados para a análise da escala angular de transição para a homogeneidade, medida com a dimensão de correlação angular, $\mathcal{D}_2(\theta)$, dado pela equação (4.12). Também apresentamos a predição teórica de θ_{H} , para o modelo Λ CDM. Veja texto para mais detalhes.

a razão entre as funções de correlação das galáxias azuis e HI (amostra ALFALFA de Avila et al. (2018b)), e a medida de θ_{H} corrigido em função de HI, respectivamente. Como vimos na equação (4.10), podemos obter a escala de homogeneidade conhecendo o bias entre matéria escura e o traçador. No entanto, essa equação pode ser utilizada entre traçadores, conhecendo-se o bias relativo. Nossa intenção é simplesmente determinar se a medida de Avila et al. (2018b) concorda com θ_{H} das galáxias azuis. Note que, em $\sim 1\sigma$, ambos resultados concordam. Então, com as galáxias azuis reforçamos a existência de uma transição para a homogeneidade no UL, com $\theta_{\text{H}} \simeq 22^\circ$.

Na última coluna temos a previsão teórica de θ_{H} para o modelo Λ CDM, a partir do cálculo da função de correlação angular da matéria, com a equação (4.20) (veja de Carvalho et al. (2021, 2018, 2020) para mais detalhes de como calcular $\omega_{\text{ME}}(\theta)$ a partir do espectro de potência da matéria). Como observado na coluna 5 da tabela 4.2, obtemos uma ótima concordância com o resultado obtido com as galáxias azuis.

Concluindo, nossa análise com galáxias azuis do levantamento SDSS encontrou uma escala angular de transição para homogeneidade no UL (Avila et al. 2019), além disso, utilizando a correção por bias na metodologia fractal, foi possível comparar (ver tabela 4.2) com o resultado encontrado por Avila et al. (2018b), que obteve θ_{H} com fontes em HI, ambos resultados estão de acordo com o modelo vigente da cosmologia, o Λ CDM. Estas análises são uma verificação da validade do PC no UL.

Capítulo 5

Uma nova metodologia: cálculo de $f(z)$ a partir da escala de homogeneidade $R_{\text{H}}(z)$

Neste capítulo apresentaremos uma nova metodologia para o cálculo da função de crescimento: pode-se obter $f(z)$ a partir da taxa de variação da escala de homogeneidade, $R_{\text{H}}(z)$ (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022).

Primeiramente, apresentaremos a metodologia teórica, ou seja, como chegar nessa relação, entre $f(z)$ e $R_{\text{H}}(z)$. Em seguida, mostraremos uma aproximação para a função que se soma a essas duas quantidades, com base no modelo Λ CDM. Portanto, nossos resultados são um teste de consistência. Para o teste do modelo, utilizaremos dados da literatura de $R_{\text{H}}(z)$ e uma ferramenta estatística para sua reconstrução: Processo Gaussiano (GP - *Gaussian Process*; veja apêndice C para maiores detalhes). Finalizando, nas seções seguintes mostramos os resultados, resumo e conclusões.

5.1 Cálculo Teórico

Vimos no capítulo 1, seção 1.1.3, que se pode definir uma taxa para o crescimento de estruturas, $f(z)$, equação (1.44). Com ela é possível, por exemplo, estudar modelos de gravidade modificada e energia escura (Huterer et al. 2015). No entanto, sua aplicação direta aos dados de estrutura observados em catálogos de galáxias não é possível. A primeira dificuldade que surge é o bias: não medimos diretamente a função de crescimento da matéria escura, mas sim do traçador. Logo, o que se mede é o produto $f\sigma_8$ ¹, a partir do ajuste da função de correlação, $\xi(r)$. A segunda dificuldade é devida à definição de $f(z)$. A flutuação de matéria em catálogos de

¹Neste capítulo não será necessário o uso do subíndice ME. Em geral, estaremos tratando de matéria escura. Quando tratarmos de traçadores, distinguiremos as quantidades físicas.

galáxias depende tanto de z , quanto de r , a escala comóvel, ou seja, não medimos $D(z)$, mas sim $\delta(r; z)$, o contraste de densidade. Obviamente essa quantidade, em determinada escala, atinge o valor apropriado para ser descrito por uma teoria linear de perturbações. Mas como determinar tal escala sem um modelo cosmológico?

Logo, pensando na segunda dificuldade, torna-se desejável buscar por um observável cosmológico que dependa unicamente de z , ou do fator de escala, a , que possa substituir $D(a)$ na equação (1.44).

Nota-se que, já em 2012, Scrimgeour et al. (2012) comentam que “*Since we expect $\sigma_8(z)$ in Λ CDM to grow over time due to growth of structure, we would therefore also expect the homogeneity scale to increase over time, for galaxies with fixed values*”. Logo, em 1ª aproximação, $\sigma_8(z) \propto R_H(z) \propto D(z)$, portanto, espera-se que $dR_H(z)/dz \propto f(z)$.

O caminho mais natural para encontrar essa relação é a partir da função de correlação de 2-pontos, $\xi(r; z)$, definida como

$$\xi(r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|; z) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}; z) \delta(\mathbf{y}; z) \rangle, \quad (5.1)$$

no redshift z , ou seja, a média espacial do produto dos contrastes de densidade calculado em posições arbitrárias para pares de galáxias nas posições \mathbf{x} e \mathbf{y} , e no redshift z . Assumindo a solução $\delta(r; z) = \delta(r; z = 0)D(z)$, obtemos (Schneider 2006)

$$\begin{aligned} \xi(r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|; z) &= \langle \delta(\mathbf{x}; z) \delta(\mathbf{y}; z) \rangle \\ &= D^2(z) \langle \delta(\mathbf{x}; z = 0) \delta(\mathbf{y}; z = 0) \rangle \\ &= D^2(z) \xi(r; z = 0), \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde $\xi(r; z = 0)$ é a função de correlação calculada em $z = 0$. Logo, podemos obter a evolução temporal de $\mathcal{N}(< r, z)$, substituindo a equação (5.2) em (4.8), obtendo

$$\mathcal{N}(< r, z) = 1 + D^2(z) \bar{\xi}(r), \quad (5.3)$$

onde $\bar{\xi}$ é a função de correlação média definida em (4.9). Logo, a evolução temporal da dimensão de correlação fica

$$\mathcal{D}_2(r, z) = \frac{r D^2(z)}{1 + D^2(z) \bar{\xi}(r)} \frac{d\bar{\xi}(r)}{dr} + 3. \quad (5.4)$$

Podemos definir a seguinte quantidade

$$\zeta(r) \equiv \frac{d\bar{\xi}(r)}{dr}. \quad (5.5)$$

Na escala onde ocorre a transição para a homogeneidade, $r = R_{\text{H}}$, obtém-se com a equação (5.4)

$$R_{\text{H}}(z)D^2(z)\zeta[R_{\text{H}}(z)] = -3\epsilon(1 + D^2(z)\bar{\xi}[R_{\text{H}}(z)]) \simeq -3\epsilon, \quad (5.6)$$

considerando somente termos de primeira ordem. Temos que ϵ pode assumir diferentes valores, de acordo com o critério de transição para a homogeneidade, definido na equação (4.15). Em geral, $\epsilon \ll 1$. Tomando a derivada de (5.6) em função de z , obtemos

$$\frac{d}{dz}(R_{\text{H}}D^2\zeta) = 0. \quad (5.7)$$

Então, separando cada termo da equação diferencial (5.7), temos

$$-\frac{2}{D}\frac{dD}{dz} = \frac{1}{R_{\text{H}}}\frac{dR_{\text{H}}}{dz} + \frac{1}{\zeta}\frac{d\zeta}{dz}. \quad (5.8)$$

Finalmente, usando a equação (1.44) em função de z , obtemos (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022)

$$f(z) = \frac{1+z}{2} \left(\frac{1}{R_{\text{H}}}\frac{dR_{\text{H}}}{dz} + \frac{1}{\zeta}\frac{d\zeta}{dz} \right), \quad (5.9)$$

que, explicitamente, é independente de ϵ . Para obter $f(z)$, somado com as medidas de $R_{\text{H}}(z)$, precisamos obter $\zeta[R_{\text{H}}(z)]$, a partir da função de correlação em $z = 0$, ou, usar um modelo cosmológico para obtê-la.

5.2 Aproximação para $\zeta[R_{\text{H}}(z)]$

Na equação (5.9) a relação de $f(z)$ não é direta com a derivada da escala de homogeneidade, mas há um termo extra, $\zeta[R_{\text{H}}(z)]$ que pode ser obtida a partir da função de correlação média calculada para cada ponto de $R_{\text{H}}(z)$. No momento não há pontos de $\xi(r)$ no UL que possam ser utilizados para o nosso propósito, portanto, iremos buscar por uma aproximação para a função $\zeta[R_{\text{H}}(z)]$, com o modelo Λ CDM de fundo.

Adotamos uma função do tipo lei de potência dupla (DPL - *Double Power Law*) para descrever a função $\zeta(R_{\text{H}})$ (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022)

$$\zeta(R_{\text{H}}) = -\frac{CR_{\text{H}}^{-1}}{(R_{\text{H}}/R_{\star})^{\alpha} + (R_{\text{H}}/R_{\star})^{\beta}}, \quad (5.10)$$

onde C , R_{\star} , α , e β são parâmetros que devem ser ajustados. Essa lei de potência é conhecida na cosmologia por descrever a função de luminosidade das AGN (Active Galactic Nucleus) (Kulkarni et al. 2019). Calculando a derivada em função de z

temos

$$\frac{1}{\zeta} \frac{d\zeta}{dz} = - \frac{(1 + \alpha)(R_{\text{H}}/R_{\star})^{\alpha} + (1 + \beta)(R_{\text{H}}/R_{\star})^{\beta}}{(R_{\text{H}}/R_{\star})^{\alpha} + (R_{\text{H}}/R_{\star})^{\beta}} \frac{1}{R_{\text{H}}} \frac{dR_{\text{H}}}{dz}, \quad (5.11)$$

logo, podemos escrever a função de crescimento como

$$f^{R_{\text{H}}}(z) = \frac{1+z}{2} \left[1 - \frac{(1 + \alpha) \left(\frac{R_{\text{H}}}{R_{\star}}\right)^{\alpha} + (1 + \beta) \left(\frac{R_{\text{H}}}{R_{\star}}\right)^{\beta}}{\left(\frac{R_{\text{H}}}{R_{\star}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{R_{\text{H}}}{R_{\star}}\right)^{\beta}} \right] \frac{1}{R_{\text{H}}} \frac{dR_{\text{H}}}{dz}, \quad (5.12)$$

onde $R_{\text{H}} = R_{\text{H}}(z)$. Note que $f(z)$ depende somente de R_{\star} , α e β ; o parâmetro C desaparece devido à razão derivada/função. Ou seja, $f(z)$ não depende da amplitude de $\zeta(R_{\text{H}})$. Futuramente, essa informação pode ser usada para o estudo da função de correlação no UL.

Ajustamos os quatro parâmetros livres da aproximação DPL para o valor esperado de $\zeta(R_{\text{H}})$, para $0 < z < 2$, que corresponde aos intervalo de redshift dos dados de $R_{\text{H}}(z)$ que selecionamos na literatura (próxima seção). Consideramos os parâmetros do modelo Λ CDM da Planck Collaboration (2020a), já comentados no início do capítulo 1, para obtermos $\zeta(R_{\text{H}})^{\Lambda\text{CDM}}$. Essa função é obtida com o auxílio do código público `cosmopit`² (Ntelis et al. 2017), que usa o `CLASS`³ (Blas et al. 2011, Lesgourgues 2011) para obter o espectro de matéria, $P(k)$, sendo este, outro código público para obter curvas teóricas em Cosmologia.

Com um simples ajuste χ^2 obtemos para esses parâmetros $[R_{\star}, \alpha, \beta, C] = [46.16, 2.76, 1.12, 0.19]$. As barras de erro foram omitidas pois cada uma corresponde a menos de 1% para o valor do parâmetro. Na figura 5.1 mostramos o erro relativo, ou seja, comparamos a curva de $\zeta(R_{\text{H}})$ (com os parâmetros ajustados) e $\zeta(R_{\text{H}})^{\Lambda\text{CDM}}$. Percebe-se uma ótima concordância entre a aproximação DPL e a curva teórica Λ CDM para toda o intervalo da escala de homogeneidade em estudo. Note que, a partir de ~ 60 Mpc/h há uma grande flutuação, que vai até 80 Mpc/h, com um erro da ordem de 0.3%. No apêndice D mostramos que a causa desse efeito é a presença das Oscilações Acústicas de Bárions (OAB)⁴ próximo de 100 Mpc/h. Como a escala das OAB não é um pico estreito na função de correlação, torna-se difícil modelar $\zeta(R_{\text{H}})$ antes e depois de 100 Mpc/h (Sylos Labini & Vasilyev 2008).

Na figura 5.2 temos o erro relativo da função de crescimento, ou seja, comparamos $f(z)$ obtido pela aproximação DPL com a $f(z)$ do Λ CDM. Como pode ser observado, para quase todo o intervalo de redshift o erro não passa de 0.6%. Como esperado,

²<https://github.com/lontelis/cosmopit>

³https://github.com/lesgourg/class_public

⁴OAB é um fenômeno que ocorreu no universo primordial, quando a distribuição de matéria era um plasma quente que sofria perturbações em formas de ondas acústicas esféricas. Quando o universo esfriou e expandiu, cessaram-se os distúrbios, mas deixaram uma escala característica na distribuição de matéria, da ordem de 100 Mpc, que pode ser observada como um excesso de correlação em $\xi(r)$ nessa escala.

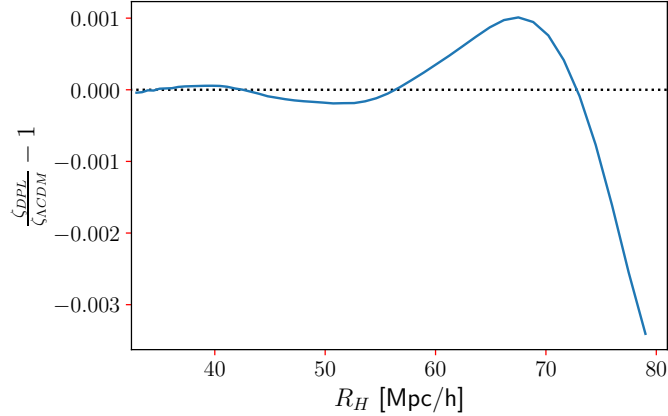


Figura 5.1: Erro relativo para a aproximação DPL. Comparamos a curva de $\zeta(R_H)$ (com os parâmetros ajustados) e $\zeta(R_H)^{\Lambda\text{CDM}}$. Percebe-se uma ótima concordância entre a aproximação DPL e a curva teórica ΛCDM para toda o intervalo da escala de homogeneidade em estudo. Note que, a partir de ~ 60 Mpc/h há uma grande flutuação, que vai até 80 Mpc/h, com um erro da ordem de 0.3%, causada pela OAB.

para $z \rightarrow 0$, o erro relativo aumenta, pois nos aproximamos da escala das OAB, que a aproximação DPL não consegue ajustar. O ruído que aparece na figura é devido à derivação numérica.

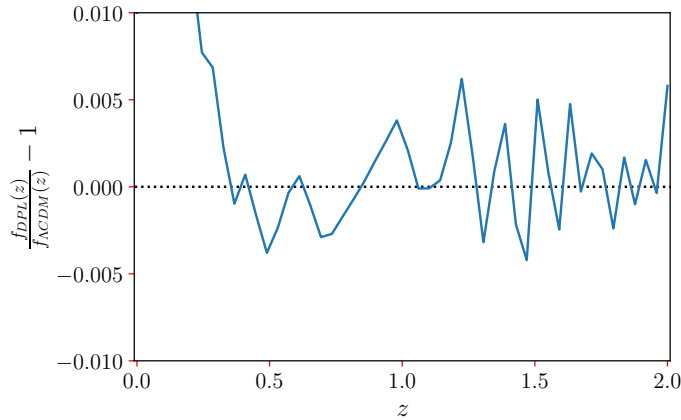


Figura 5.2: Erro relativo de $f(z)$ usando a aproximação DPL. Comparamos $f(z)$ obtido pela aproximação DPL com a $f(z)$ do ΛCDM . Como pode ser observado, para quase todo o intervalo de redshift o erro não passa de 0.6%.

Em geral, no contexto ΛCDM , a aproximação DPL se comporta bem para um bom intervalo de redshift, onde temos a maioria dos pontos de $R_H(z)$ e $f(z)$ encontrados na literatura. No entanto, como a diferença entre modelos teóricos para $f(z)$ aumenta a medida que z diminui, torna-se necessário tornar a metodologia apresentada aqui independente de modelo, ou seja, calcular a função de correlação no UL para obtermos $\zeta(R_H)$.

z	R_H [Mpc/h]		Referência
	NGC	SGC	
0.457	64.20 ± 1.30	66.70 ± 1.60	Ntelis et al. (2017)
0.511	65.40 ± 0.90	63.90 ± 1.50	
0.565	62.60 ± 0.80	65.20 ± 1.60	
0.619	60.40 ± 0.80	60.10 ± 1.10	
0.673	59.00 ± 0.80	60.10 ± 1.80	
	PH	LS	Gonçalves et al. (2018b)
0.985	48.78 ± 3.82	52.93 ± 7.55	
1.350	40.56 ± 3.39	40.43 ± 5.64	
1.690	36.19 ± 3.45	36.66 ± 4.80	
2.075	27.91 ± 3.91	29.94 ± 3.35	

Tabela 5.1: Medidas de $R_H(z)$ utilizados na análise. Veja o texto para detalhes de como utilizamos essas medidas na análise.

5.3 Reconstrução da função R_H a partir de dados observacionais

Para aplicarmos nossa metodologia, ou seja, calcular $f(z)$ com a equação (5.9), precisamos de medidas da escala de homogeneidade. No entanto, como a metodologia fractal é recente (Scrimgeour et al. 2012), poucas medidas foram realizadas, o que torna a derivada numérica inviável. Logo, decidimos por reconstruir a função $R_H(z)$, ou seja, obter uma função contínua a partir dos pontos que existem na literatura. O procedimento que vem sendo utilizado em cosmologia e outras áreas da ciência é o Processo Gaussiano (GP - *Gaussian Process*). No apêndice C apresentamos um pequeno resumo do método e sua aplicação na Cosmologia.

Neste trabalho utilizamos dois conjuntos de medidas para a reconstrução da função $R_H(z)$. O primeiro conjunto foi obtido de Ntelis et al. (2017), que mediu a escala de transição para a homogeneidade com o catálogo CMASS do levantamento BOSS, onde calcularam $R_H(z)$ para cinco intervalos não-correlacionados de redshift, 0.43-0.70. Os autores analisaram separadamente os hemisférios norte (NGC - *North Galactic Cap*) e sul (SGC - *South Galactic Cap*) galáctico, nos mesmos intervalos de redshift, obtendo cinco medidas independentes para cada hemisfério.

O segundo conjunto de pontos foi obtido de Gonçalves et al. (2018b), que analisou uma amostra de quasar do SDSS-IV DR14 no intervalo de redshift 0.80-2.24. Mediram $R_H(z)$ em quatro intervalos não-correlacionados, implementando dois estimadores para $\mathcal{N}(< r)$: LS e Peebles & Hauser (PH), obtendo resultados semelhantes para $R_H(z)$. Na tabela 5.1, listamos os pontos de homogeneidade com seus respectivos redshifts.

Dos dados apresentados na tabela, tratamo-os antes da reconstrução. Combinamos os dados de Ntelis et al. (2017) em cada hemisfério com uma simples média ponderada

$$R_{\text{H}}^{\text{w}}(z_i) \equiv \left(\frac{1}{\sigma_j^2(z_i)} + \frac{1}{\sigma_k^2(z_i)} \right)^{-1} \times \left(\frac{R_{\text{H}}^j(z_i)}{\sigma_j^2(z_i)} + \frac{R_{\text{H}}^k(z_i)}{\sigma_k^2(z_i)} \right), \quad (5.13)$$

onde σ_j , σ_k , e R_{H}^j , R_{H}^k são, respectivamente, os erros e as medidas em cada hemisfério, j e k , no mesmo redshift, z_i . Em primeira ordem, podemos negligenciar a covariância entre os intervalos de redshift. Para os dados de Gonçalves et al. (2018b), usamos as medidas realizadas com o estimador PH para uma melhor performance da reconstrução.

Note que, os pontos da tabela 5.1 já foram corrigidos para o bias, b , para cada intervalo de redshift, por seus respectivos autores. Isso é importante pois, para cada medida da escala de homogeneidade é realizada para um traçador específico, por exemplo, galáxias, de Ntelis et al. (2017), e quasares, de Gonçalves et al. (2018b). A combinação desses dados só é possível quando todas as medidas são corrigidas para uma única distribuição de matéria.

Na figura 5.3 mostramos a reconstrução da função $R_{\text{H}}(z)$, obtida com o código *Scikit-learn* (Pedregosa et al. 2011), que consiste em uma biblioteca de algoritmos em *Machine Learning* (em PYTHON) que permite realizar a reconstrução com GP, por exemplo. Os pontos quadrados vermelhos são dados de $R_{\text{H}}(z)$ selecionados de acordo com o que foi discutido anteriormente, a partir da tabela 5.1. A curva tracejada azul mostra o *best-fit* dos dados com a reconstrução GP, sendo a região sombreada a incerteza na medida (2σ). Pode-se verificar a evolução da aglomeração de matéria pela reconstrução, ou seja, de uma situação quase homogênea para altos valores de z , já que a escala de homogeneidade é baixa, para uma situação não-linear, onde a escala de homogeneidade cresce significativamente.

5.4 Reconstrução da função $f^{R_{\text{H}}}(z)$

A partir da reconstrução da função $R_{\text{H}}(z)$ com o método GP, pode-se obter a função de crescimento com a equação (5.12), derivada pela aproximação DPL, ajustada com o modelo Λ CDM. Na figura 5.4 mostramos o resultado da reconstrução de $f(z)$, representada pela linha tracejada azul e sua respectiva incerteza em 2σ . Os pontos quadrados em vermelho são medidas de $f(z)$ coletadas na literatura e listadas na tabela 5.2 (veja apêndice D em Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes (2022) para mais detalhes da seleção dessas medidas). Também para comparação, mostramos a curva esperada da função de crescimento para o modelo Λ CDM, usando

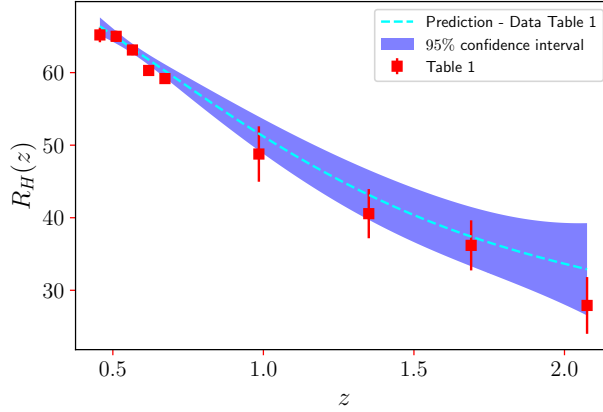


Figura 5.3: Reconstrução da função $R_H(z)$ a partir do método GP com os dados da tabela 5.1. A curva tracejada azul mostra o *best-fit* dos dados com a reconstrução GP, sendo a região sombreada a incerteza na medida (2σ).

a equação (1.44) com a (1.39) para os parâmetros $\Omega_m = 0.315$ (linha contínua preta) e $\Omega_m = 0.26$ (linha ponto-tracejada dourada). Deve-se mencionar que a função $f(z)$ obtida pela metodologia aqui apresentada não representa uma medida direta da função de crescimento, mas uma inferência não-paramétrica que pode descrever a evolução de $f(z)$ com hipóteses cosmológicas mínimas.

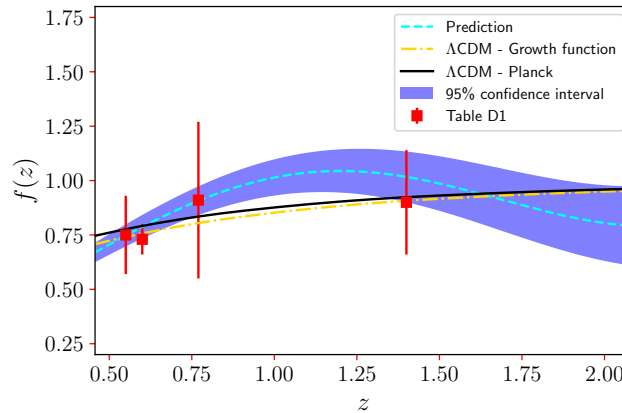


Figura 5.4: Reconstrução da função $f(z)$ a partir de $R_H(z)$ e da aproximação DPL, representada pela linha tracejada azul e sua respectiva incerteza em 2σ . Os pontos quadrados em vermelho são medidas de $f(z)$ coletadas na literatura e listadas na tabela 5.2. Também para comparação, mostramos a curva esperada da função de crescimento para o modelo Λ CDM, usando a equação (1.44) com a (1.39) para os parâmetros $\Omega_m = 0.315$ (linha contínua preta) e $\Omega_m = 0.26$ (linha ponto-tracejada dourada).

Pela figura 5.4, nota-se que, para boa parte do intervalo em redshift, a reconstrução de $f(z)$ concorda tanto com o modelo Λ CDM quanto com as medidas de $f(z)$ da literatura. No entanto, para $z \simeq 0.45$ e no intervalo $0.7 \lesssim z \lesssim 1.3$, há uma discrepância acima de 2σ . Note que, quando mudamos de kernel na reconstrução

Levantamento	z	f	Referência	Traçador cosmológico
ALFALFA	0.013	0.56 ± 0.07	Avila et al. (2021)	HI extragal. sources
2dFGRS	0.15	0.49 ± 0.14	Guzzo et al. (2008)	galaxies
GAMA	0.18	0.49 ± 0.12	Blake et al. (2013)	multiple-tracer
WiggleZ	0.22	0.60 ± 0.10	Blake et al. (2011)	galaxies
SDSS	0.35	0.70 ± 0.18	Tegmark et al. (2006)	LRG
GAMA	0.38	0.66 ± 0.09	Blake et al. (2013)	multiple-tracer
WiggleZ	0.41	0.70 ± 0.07	Blake et al. (2011)	galaxies
2SLAQ	0.55	0.75 ± 0.18	Ross et al. (2007)	LRG & QSO
WiggleZ	0.60	0.73 ± 0.07	Blake et al. (2011)	galaxies
VIMOS-VLT	0.77	0.91 ± 0.36	Guzzo et al. (2008)	faint galaxies
2QZ & 2SLAQ	1.40	0.90 ± 0.24	da Ângela et al. (2008)	QSO

Tabela 5.2: Compilação de medidas de $f(z)$. Veja apêndice D em Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes (2022) para mais detalhes da seleção dessas medidas. Multiple-tracer means blue & red galaxies; LRG means luminous red galaxies.

GP (veja apêndice C em (Avila, Bernui, Nunes, de Carvalho & Novaes 2022)), obtemos um resultado diferente, diminuindo essa discrepância, como mostramos na figura 5.5.

Essa diferença entre kernels é devido à qualidade dos dados que foram usados na reconstrução, porque as medidas de $R_H(z)$ são poucas, muito espaçadas e com barras de erro grandes (para $z > 1$). Além disso, é sabido que medidas de transição para homogeneidade apresentam efeitos sistemáticos em sua premissa básica: um modelo cosmológico fiducial se faz necessário para determinar as distâncias comóvel de separação entre objetos cósmicos, por exemplo, galáxias e quasares, usados por Ntelis et al. (2017) e Gonçalves et al. (2018b), respectivamente. Resumindo, medidas de $R_H(z)$ são dependentes de modelo, ou seja, qualquer variação nos parâmetros cosmológicos básicos pode causar uma medida errônea da escala de homogeneidade, quando comparado com outros resultados da literatura, utilizados parâmetros cosmológicos distintos.

5.5 Resumo e Conclusões

Buscando por novas metodologias para a medição da função de crescimento, encontramos uma relação entre $f(z)$ e R_H , a escala de transição para a homogeneidade. Tal relação não é direta e necessita de mais informações observacionais: (i) um conjunto de medidas da escala de homogeneidade, $R_H(z_i)$, e a partir desse conjunto, reconstruir sua função de forma não-paramétrica, por exemplo, com *Gaussian Process*, pois essa não assume nenhuma hipótese cosmológica. Essa reconstrução é

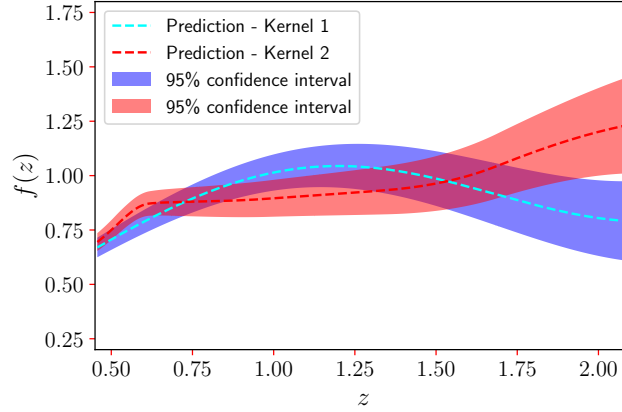


Figura 5.5: Comparação entre kernels para a reconstrução de $f(z)$. Essa diferença entre kernels surge devido a qualidade dos dados que foram usados na reconstrução, porque as medidas de $R_H(z)$ são poucas, muito espaçadas e com barras de erro grandes (para $z > 1$).

necessária para o cálculo da derivada $dR_H(z)/dz$. Além disso, a medida da escala de transição para a homogeneidade deve ser corrigida para o bias do traçador; e (ii) a função de correlação de 2-pontos no UL ($z = 0$), ou seja, $\xi(r; z = 0)$, necessária para o cálculo da função $\zeta(r)$, definida em (5.5). No entanto, como não temos dados observacionais para obter $\xi(r; z = 0)$, assume-se um modelo cosmológico fiducial para isso. Por essa razão, nossa análise e resultados são testes de consistência para o modelo Λ CDM, assumido desde do início da análise.

Com o método GP, reconstruímos a função $R_H(z_i)$ a partir de dados coletados na literatura (veja tabela 5.1). No entanto, como há poucos dados e suas barras de erro são grandes, nossa reconstrução apresenta grande incerteza que se propaga para a função $f(z)$ reconstruída. Usando a aproximação DPL, desenvolvida na seção 5.2, juntamente com a reconstrução de $R_H(z_i)$ fomos capazes de obter $f(z)$ a partir da escala de homogeneidade com a equação (5.12). Comparamos nosso resultado com o modelo Λ CDM e com medidas de $f(z)$ coletados na literatura. Para boa parte do intervalo em z , nosso resultado é consistente com Λ CDM, assim como com as medidas de $f(z)$. Observa-se certa inconsistência em $z \simeq 0.45$ e no intervalo $0.7 \lesssim z \lesssim 1.3$. No entanto, quando trocamos de kernel no GP, observa-se nos intervalos citados, uma melhor concordância. Isso mostra que a qualidade dos dados de R_H , assim como o número de medidas realizadas, é necessário para uma robusta reconstrução de R_H , o que tornará a função $f(z)$ reconstruída independente da escolha do kernel.

Deve-se destacar uma das etapas de nossa análise: usamos a definição de homogeneidade com a metodologia fractal, ou seja, a partir de $\mathcal{N}(< r, z)$ e $\mathcal{D}_2(r, z)$, obtém-se $R_H(z)$ (Scrimgeour et al. 2012). No entanto, existem outras metodologias para o cálculo da homogeneidade (Pandey 2021, Pandey & Sarkar 2021). Portanto,

devemos buscar, por uma definição mais geral, a relação entre escala de homogeneidade e função de crescimento (veja e.g. Gabrielli et al. (2005) para uma definição estatística para a escala de homogeneidade).

A relação encontrada entre $f(z)$ e $R_H(z)$ indica que, com medidas precisas da escala de transição para a homogeneidade em diferentes intervalos de redshift com futuros levantamentos (veja e.g. Euclid Collaboration (2018), LSST Collaboration (2019)), poder-se-á determinar com boa precisão a função de crescimento, $f(z)$, por conseguinte, poder-se-á discriminar entre o Λ CDM e modelos competitivos baseados em teorias de gravidade modificada.

Capítulo 6

Conclusões

O modelo cosmológico padrão Λ CDM é, de fato, um dos modelos físicos mais bem sucedidos da história. A partir de princípios e hipóteses básicas, o modelo é capaz, por exemplo, de descrever com grande precisão a evolução e formação de estruturas em grandes escalas. Apesar da grande acurácia em descrever observáveis cosmológicos, o modelo necessita de um conteúdo matéria-energia escuras cuja natureza permanece desconhecida. Basicamente, a matéria escura é necessária para explicar o início da formação de estruturas no universo primordial. Já a energia escura é a responsável pela expansão acelerada do universo e sua natureza continua sendo um mistério. Neste trabalho, focamos em um observável cosmológico que pode nos auxiliar no estudo da energia escura.

Nos últimos anos surgiu um grande interesse na função de crescimento, $f(z)$, responsável em medir com que velocidade as perturbações de matéria crescem ao longo do tempo cósmico. Com sua simples parametrização, $f(z) = \Omega_m^\gamma$, a função de crescimento é capaz de discriminar modelos alternativos à RG, medir parâmetros cosmológicos e testar parametrizações para a equação de estado da energia escura. Isso é possível a partir de uma medida robusta de γ .

A medição de $f(z)$ pode ser feita, com grande precisão, usando as distorções no espaço de redshift (*Redshift Space Distortions* - RSD) causadas por velocidades peculiares, efeito que distorce a distribuição de objetos no espaço dos redshifts. Tal padrão pode ser observado na função de correlação anisotrópica, $\xi(s, \mu)$, onde s é a posição da galáxia no espaço dos redshifts e μ é a linha de visada ao observador. Mostra-se que $\xi(s, \mu)$ é proporcional ao produto $f\sigma_8$, onde σ_8 é a flutuação de matéria na escala 8 Mpc/h. O produto $f\sigma_8$ tem sido medido com boa precisão ao longo dos anos, em geral, favorecendo o modelo Λ CDM, para $\gamma = 0.55$. No entanto, são necessárias mais medidas e de qualidade para podermos descartar modelos alternativos ou, até mesmo, abandonar o Λ CDM. Até que esse momento chegue, devemos estudar a função de crescimento extensivamente e até mesmo buscar novas metodologias.

Além do RSD, no UL há a metodologia dipolar, i.e., mede-se o dipolo gravitacional com levantamentos de galáxias, ou outros traçadores, e comparamos com o dipolo medido no referencial da CMB. Mostra-se que ambas as medidas são proporcionais entre si, através do parâmetro β , definido como $\beta \equiv f/b$, onde b é o bias do traçador cósmico.

Usando o levantamento ALFALFA (seção 2) de fontes de emissão em HI, selecionamos uma amostra no UL (≤ 85 Mpc), para medir o dipolo gravitacional ali. Calculamos a velocidade do Grupo Local devido à distribuição de HI no catálogo ALFALFA e comparamos com a velocidade do Grupo Local no referencial da CMB para obter o parâmetro de escala de velocidade, β . Utilizando realizações em Monte Carlo e simulações *lognormal*, nossa metodologia quantifica os erros introduzidos pelo *shot noise* e pela cobertura parcial do céu. A medição do parâmetro da escala de velocidade β , e o cálculo da flutuação da matéria do traçador cosmológico, $\sigma_{8,\text{tr}}$, leva-nos à nossa medida $f\sigma_8 = 0.46 \pm 0.06$ em $\bar{z} = 0.013$, que concorda em 1σ com o valor esperado no modelo de concordância Λ CDM. Além disso, nossas análises da amostra ALFALFA também fornecem uma medição da função de crescimento $f = 0.56 \pm 0.07$, em $\bar{z} = 0.013$.

A metodologia que utiliza RSD (ou o método com o dipolo gravitacional mencionado acima) para a medição de $f(z)$ não leva em conta sua definição, i.e., não medimos sua evolução ao longo de z (tempo cósmico), mas a obtemos em um intervalo fixo na escala comóvel r , com um redshift médio, \bar{z} . Isso porque é necessário um grande volume para uma medida acurada da função de correlação.

Ao mesmo tempo que RSD não aplica uma derivada para um conjunto de pontos, não seríamos capazes de calcular $f(z)$ diretamente da perturbação de matéria. Pois, pela sua definição

$$f(a) \equiv \frac{d \ln D(a)}{d \ln a}, \quad (6.1)$$

a função $D(a)$ não pode ser medida diretamente em catálogos de galáxias, já que não podemos definir com precisão, e independente de modelo cosmológico, quando o contraste de densidade torna-se independente da escala radial comóvel r , i.e., quando $\delta(r, a) \equiv \delta(a)$.

Por este motivo nós procuramos por um observável cosmológico que poderia fazer o papel de $D(a)$ na definição (6.1). Em outras palavras nós investigamos: existe um observável cosmológico que dependa exclusivamente de z , ou a , e.g. $F(z)$, cuja derivada –a partir de um conjunto de medidas de $F(z)$ – resulte em $f(z)$, ou seja, $dF(z)/dz = f(z)$?

A partir de nossa experiência com a escala de transição para a homogeneidade, $R_{\text{H}}(z)$ e sua versão angular, $\theta_{\text{H}}(z)$, pudemos observar que é possível relacionar $R_{\text{H}}(z)$ com a função de crescimento, $f(z)$. Usando a metodologia fractal, e aprimorada por

Scrimgeour et al. (2012), obtemos uma relação entre as duas quantidades a partir de $\mathcal{N}(< r, z)$, *the scaled counts-in-spheres*, e da dimensão de correlação, $\mathcal{D}_2(r, z)$.

A equação que desenvolvemos envolve tanto $R_H(z)$ quando sua derivada em z , $dR_H(z)/dz$ (equação (5.9)). No entanto, não podemos obter $f(z)$ diretamente da escala de homogeneidade e sua derivada como gostaríamos, pois para isso é necessário conhecer a função de correlação em $z = 0$. Para um estudo preliminar do modelo, optamos por desenvolver uma aproximação, baseado no Λ CDM. Portanto, nossa análise é um teste de consistência do modelo padrão.

Realizamos o teste do modelo a partir de medidas em $R_H(z)$ coletados na literatura. Devido ao pequeno número de medidas, decidimos por reconstruir a função com o método *Gaussian Process* (GP). Basicamente, queremos obter uma curva contínua que melhor representa a escala de homogeneidade, sem assumir nenhum tipo de hipótese cosmológica, isto é, somente usamos os dados como *input*. Esse procedimento é necessário para obtermos uma boa derivação numérica.

Usando a aproximação DPL, desenvolvida na seção 5.2, juntamente com a reconstrução de $R_H(z_i)$ fomos capazes de obter $f(z)$ a partir da escala de homogeneidade com a equação (5.12). Comparamos nosso resultado com o modelo Λ CDM e com medidas de $f(z)$ coletados na literatura. Para boa parte do intervalo em z , nosso resultado é totalmente consistente com o previsto no modelo Λ CDM, assim como com as medidas de $f(z)$ da literatura.

A relação encontrada aqui entre $f(z)$ e $R_H(z)$ apresenta uma ótima oportunidade de realizar estudos da formação de estruturas para grandes intervalos de tempo cósmico, portanto, estudar diferentes fases pela qual o nosso universo passou, em especial, o início da expansão acelerada do Universo até hoje, $z = 0$. Para uma medida mais robusta de $f(z)$ nosso modelo necessita de: mais medidas de $R_H(z)$ para uma reconstrução robusta com GP e uma função de correlação em $z = 0$, $\xi(r, z = 0)$, cujo intervalo em r corresponda as medidas de $R_H(z)$.

Referências Bibliográficas

- Adams, C. & Blake, C. (2017), ‘Improving constraints on the growth rate of structure by modelling the density-velocity cross-correlation in the 6dF Galaxy Survey’, *mnras* **471**(1), 839–856.
- Agrawal, A., Makiya, R., Chiang, C.-T., Jeong, D., Saito, S. & Komatsu, E. (2017), ‘Generating log-normal mock catalog of galaxies in redshift space’, *jcap* **2017**(10), 003.
- Alonso, D., Bueno Belloso, A., Sánchez, F. J., García-Bellido, J. & Sánchez, E. (2014), ‘Measuring the transition to homogeneity with photometric redshift surveys’, *mnras* **440**(1), 10–23.
- Alonso, D., Salvador, A. I., Sánchez, F. J., Bilicki, M., García-Bellido, J. & Sánchez, E. (2015), ‘Homogeneity and isotropy in the Two Micron All Sky Survey Photometric Redshift catalogue’, *mnras* **449**(1), 670–684.
- Amendola, L. & Quercellini, C. (2004), ‘Skewness as a Test of the Equivalence Principle’, *prl* **92**(18), 181102.
- Andrade, U., Gonçalves, R. S., Carvalho, G. C., Bengaly, C. A. P., Carvalho, J. C. & Alcaniz, J. (2022), ‘The angular scale of homogeneity with SDSS-IV DR16 Luminous Red Galaxies’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2205.07819.
- Angulo, R. E. & Hahn, O. (2022), ‘Large-scale dark matter simulations’, *Living Reviews in Computational Astrophysics* **8**(1), 1.
- Asmodelle, E. (2017), ‘Tests of General Relativity: A Review’, *arXiv e-prints* p. arXiv:1705.04397.
- Aubert, M., Cousinou, M.-C., Escoffier, S., Hawken, A. J., Nadathur, S., Alam, S., Bautista, J., Burtin, E., Chuang, C.-H., de la Macorra, A., de Mattia, A., Gil-Marín, H., Hou, J., Jullo, E., Kneib, J.-P., Neveux, R., Rossi, G., Schneider, D., Smith, A., Tamone, A., Vargas Magaña, M. & Zhao, C.

- (2022), ‘The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: growth rate of structure measurement from cosmic voids’, *mnras* **513**(1), 186–203.
- Avila, F. (2018a), ‘Análise da escala de homogeneidade do universo local usando o catálogo alfalfa’, *Observatório Nacional* .
- Avila, F., Bernui, A., Bonilla, A. & Nunes, R. C. (2022), ‘Inferring $S_8(z)$ and $\gamma(z)$ with cosmic growth rate measurements using machine learning’, *arXiv e-prints - Submetido a EPJC* p. arXiv:2201.07829.
- Avila, F., Bernui, A., de Carvalho, E. & Novaes, C. P. (2021), ‘The growth rate of cosmic structures in the local Universe with the ALFALFA survey’, *mnras* **505**(3), 3404–3413.
- Avila, F., Bernui, A., Nunes, R. C., de Carvalho, E. & Novaes, C. P. (2022), ‘The homogeneity scale and the growth rate of cosmic structures’, *mnras* **509**(2), 2994–3003.
- Avila, F., Novaes, C. P., Bernui, A. & de Carvalho, E. (2018b), ‘The scale of homogeneity in the local Universe with the ALFALFA catalogue’, *jcap* **2018**(12), 041.
- Avila, F., Novaes, C. P., Bernui, A., de Carvalho, E. & Nogueira-Cavalcante, J. P. (2019), ‘The angular scale of homogeneity in the local Universe with the SDSS blue galaxies’, *mnras* **488**(1), 1481–1487.
- Avila, F., Oliveira, J., Dias, M. L. S. & Bernui, A. (2022), ‘The Hubble constant in the Local Universe with the ALFALFA survey’, *Submetido a ACTA ASTRONOMICA* .
- Bagla, J. S., Yadav, J. & Seshadri, T. R. (2008), ‘Fractal dimensions of a weakly clustered distribution and the scale of homogeneity’, *mnras* **390**(2), 829–838.
- Basilakos, S. (2012), ‘The Λ CDM Growth Rate of Structure Revisited’, *International Journal of Modern Physics D* **21**(7), 1250064.
- Basilakos, S. & Plionis, M. (1998), ‘Large-Scale Coherent Dipole Anisotropy?’, *mnras* **299**(3), 637–642.
- Basilakos, S. & Plionis, M. (2006), ‘The PSCz dipole revisited’, *mnras* **373**(3), 1112–1116.

- Basilakos, S., Plionis, M., Kovač, K. & Voglis, N. (2007), ‘Large-scale structure in the HI Parkes All-Sky Survey: filling the voids with HI galaxies?’, *mnras* **378**(1), 301–308.
- Bassett, B. A. & Kunz, M. (2004), ‘Cosmic distance-duality as a probe of exotic physics and acceleration’, *prd* **69**(10), 101305.
- Bengaly, C. A. P., Bernui, A., Ferreira, I. S. & Alcaniz, J. S. (2017a), ‘Probing cosmological isotropy with Planck Sunyaev-Zeldovich galaxy clusters’, *mnras* **466**(3), 2799–2804.
- Bengaly, C. A. P., Bernui, A., Ferreira, I. S. & Alcaniz, J. S. (2017b), ‘Probing cosmological isotropy with Planck Sunyaev-Zeldovich galaxy clusters’, *mnras* **466**(3), 2799–2804.
- Bergh, S. (2000), *The galaxies of the Local Group*, Vol. 35, Cambridge University Press.
- Bernui, A. (2008b), ‘Anomalous CMB north-south asymmetry’, *prd* **78**(6), 063531.
- Bernui, A. (2009), ‘Is the cold spot responsible for the CMB North-South asymmetry?’, *prd* **80**(12), 123010.
- Bernui, A., Ferreira, I. S. & Wuensche, C. A. (2008a), ‘On the Large-Scale Angular Distribution of Short Gamma-Ray Bursts’, *apj* **673**(2), 968–971.
- Bernui, A., Mota, B., Rebouças, M. J. & Tavakol, R. (2007), ‘Mapping the large-scale anisotropy in the WMAP data’, *aap* **464**(2), 479–485.
- Bernui, A., Oliveira, A. F. & Pereira, T. S. (2014), ‘North-South non-Gaussian asymmetry in Planck CMB maps’, *icap* **2014**(10), 041.
- Bernui, A., Vilella, T., Wuensche, C. A., Leonardi, R. & Ferreira, I. (2006), ‘On the cosmic microwave background large-scale angular correlations’, *aap* **454**(2), 409–414.
- Berti, E., Barausse, E., Cardoso, V., Gualtieri, L., Pani, P., Sperhake, U., Stein, L. C., Wex, N., Yagi, K., Baker, T., Burgess, C. P., Coelho, F. S., Doneva, D., De Felice, A., Ferreira, P. G., Freire, P. C. C., Healy, J., Herdeiro, C., Horbatsch, M., Kleihaus, B., Klein, A., Kokkotas, K., Kunz, J., Laguna, P., Lang, R. N., Li, T. G. F., Littenberg, T., Matas, A., Mirshekari, S., Okawa, H., Radu, E., O’Shaughnessy, R., Sathyaprakash, B. S., Van Den Broeck, C., Winther, H. A., Witek, H., Emad Aghili, M., Alsing, J., Bollen, B., Bombelli, L., Caudill, S., Chen, L., Degollado, J. C., Fujita, R.,

- Gao, C., Gerosa, D., Kamali, S., Silva, H. O., Rosa, J. G., Sadeghian, L., Sampaio, M., Sotani, H. & Zilhao, M. (2015), ‘Testing general relativity with present and future astrophysical observations’, *Classical and Quantum Gravity* **32**(24), 243001.
- Bilicki, M. (2012), Motion of the Local Group as a cosmological probe, PhD thesis, Nicolaus Copernicus Astronomical Center, Warsaw.
- Bilicki, M., Chodorowski, M., Jarrett, T. & Mamon, G. A. (2011), ‘Is the Two Micron All Sky Survey Clustering Dipole Convergent?’, *apj* **741**(1), 31.
- Blake, C., Baldry, I. K., Bland-Hawthorn, J., Christodoulou, L., Colless, M., Conselice, C., Driver, S. P., Hopkins, A. M., Liske, J., Loveday, J., Norberg, P., Peacock, J. A., Poole, G. B. & Robotham, A. S. G. (2013), ‘Galaxy And Mass Assembly (GAMA): improved cosmic growth measurements using multiple tracers of large-scale structure’, *mnras* **436**(4), 3089–3105.
- Blake, C., Brough, S., Colless, M., Contreras, C., Couch, W., Croom, S., Davis, T., Drinkwater, M. J., Forster, K., Gilbank, D., Gladders, M., Glazebrook, K., Jelliffe, B., Jurek, R. J., Li, I. H., Madore, B., Martin, D. C., Pimblet, K., Poole, G. B., Pracy, M., Sharp, R., Wisnioski, E., Woods, D., Wyder, T. K. & Yee, H. K. C. (2011), ‘The WiggleZ Dark Energy Survey: the growth rate of cosmic structure since redshift $z=0.9$ ’, *mnras* **415**(3), 2876–2891.
- Blas, D., Lesgourgues, J. & Tram, T. (2011), ‘The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS). Part II: Approximation schemes’, *jcap* **2011**(7), 034.
- Bonilla, A., Kumar, S. & Nunes, R. C. (2021), ‘Measurements of H_0 and reconstruction of the dark energy properties from a model-independent joint analysis’, *European Physical Journal C* **81**(2), 127.
- Bonilla, A., Kumar, S., Nunes, R. C. & Pan, S. (2022), ‘Reconstruction of the dark sectors’ interaction: A model-independent inference and forecast from GW standard sirens’, *mnras* **512**(3), 4231–4238.
- Boruah, S. S., Hudson, M. J. & Lavaux, G. (2020), ‘Cosmic flows in the nearby Universe: new peculiar velocities from SNe and cosmological constraints’, *mnras* **498**(2), 2703–2718.
- Bosma, A. (1981), ‘21-cm line studies of spiral galaxies. II. The distribution and kinematics of neutral hydrogen in spiral galaxies of various morphological types.’, *aj* **86**, 1825–1846.

- Bull, P., Akrami, Y., Adamek, J., Baker, T., Bellini, E., Beltrán Jiménez, J., Bentivegna, E., Camera, S., Clesse, S., Davis, J. H., Di Dio, E., Enander, J., Heavens, A., Heisenberg, L., Hu, B., Llinares, C., Maartens, R., Mörtzell, E., Nadathur, S., Noller, J., Pasechnik, R., Pawlowski, M. S., Pereira, T. S., Quartin, M., Ricciardone, A., Riemer-Sørensen, S., Rinaldi, M., Sakstein, J., Saltas, I. D., Salzano, V., Sawicki, I., Solomon, A. R., Spolyar, D., Starkman, G. D., Steer, D., Tereno, I., Verde, L., Villaescusa-Navarro, F., von Strauss, M. & Winther, H. A. (2016), ‘Beyond Λ CDM: Problems, solutions, and the road ahead’, *Physics of the Dark Universe* **12**, 56–99.
- Capozziello, S. & de Laurentis, M. (2011), ‘Extended Theories of Gravity’, *physrep* **509**(4), 167–321.
- Castagnoli, C. & Provenzale, A. (1991), ‘From small-scale fractality to large-scale homogeneity - A family of cascading models for the distribution of galaxies’, *aap* **246**(2), 634–643.
- Colgáin, E. Ó. & Sheikh-Jabbari, M. M. (2021), ‘Elucidating cosmological model dependence with H_0 ’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2101.08565.
- Courteau, S. & van den Bergh, S. (1999), ‘The Solar Motion Relative to the Local Group’, *aj* **118**(1), 337–345.
- da Ângela, J., Shanks, T., Croom, S. M., Weilbacher, P., Brunner, R. J., Couch, W. J., Miller, L., Myers, A. D., Nichol, R. C., Pimblet, K. A., de Propris, R., Richards, G. T., Ross, N. P., Schneider, D. P. & Wake, D. (2008), ‘The 2dF-SDSS LRG and QSO survey: QSO clustering and the L-z degeneracy’, *mnras* **383**(2), 565–580.
- de Carvalho, E., Bernui, A., Avila, F., Novaes, C. P. & Nogueira-Cavalcante, J. P. (2021), ‘BAO angular scale at $z_{eff} = 0.11$ with the SDSS blue galaxies’, *aap* **649**, A20.
- de Carvalho, E., Bernui, A., Carvalho, G. C., Novaes, C. P. & Xavier, H. S. (2018), ‘Angular Baryon Acoustic Oscillation measure at $z=2.225$ from the SDSS quasar survey’, *jcap* **2018**(4), 064.
- de Carvalho, E., Bernui, A., Xavier, H. S. & Novaes, C. P. (2020), ‘Baryon acoustic oscillations signature in the three-point angular correlation function from the SDSS-DR12 quasar survey’, *mnras* **492**(3), 4469–4476.
- de Martino, I., Chakrabarty, S. S., Cesare, V., Gallo, A., Ostorero, L. & Diaferio, A. (2020), ‘Dark Matters on the Scale of Galaxies’, *Universe* **6**(8), 107.

- DESI Collaboration (2016), ‘The DESI Experiment Part I: Science, Targeting, and Survey Design’, *arXiv e-prints* p. arXiv:1611.00036.
- Dicke, R. H., Peebles, P. J. E., Roll, P. G. & Wilkinson, D. T. (1965), ‘Cosmic Black-Body Radiation.’, *apj* **142**, 414–419.
- Durrer, R. (2015), ‘The cosmic microwave background: the history of its experimental investigation and its significance for cosmology’, *Classical and Quantum Gravity* **32**(12), 124007.
- Einstein, A. (1916), ‘Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie’, *Annalen der Physik* **354**(7), 769–822.
- Einstein, A. (1917), ‘Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie’, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)* pp. 142–152.
- Eisenstein, D. J. & Hu, W. (1998), ‘Baryonic Features in the Matter Transfer Function’, *apj* **496**(2), 605–614.
- Erdoğdu, P., Huchra, J. P., Lahav, O., Colless, M., Cutri, R. M., Falco, E., George, T., Jarrett, T., Jones, D. H., Kochanek, C. S., Macri, L., Mader, J., Martinbeau, N., Pahre, M., Parker, Q., Rassat, A. & Saunders, W. (2006), ‘The dipole anisotropy of the 2 Micron All-Sky Redshift Survey’, *mnras* **368**(4), 1515–1526.
- Escamilla-Rivera, C., Levi Said, J. & Mifsud, J. (2021), ‘Performance of non-parametric reconstruction techniques in the late-time universe’, *jcap* **2021**(10), 016.
- Euclid Collaboration (2018), ‘Cosmology and fundamental physics with the Euclid satellite’, *Living Reviews in Relativity* **21**(1), 2.
- Feix, M., Nusser, A. & Branchini, E. (2015), ‘Growth Rate of Cosmological Perturbations at $z \sim 0.1$ from a New Observational Test’, *prl* **115**(1), 011301.
- Frenk, C. (2006), ‘The origin of cosmic structure’, *2003 CERN-CLAF School of High-Energy Physics* p. 239.
- Gabrielli, A., Sylos Labini, F., Joyce, M. & Pietronero, L. (2005), *Statistical Physics for Cosmic Structures*, Springer Berlin, Heidelberg.
- Gonçalves, R. S., Carvalho, G. C., Bengaly, C. A. P., Carvalho, J. C. & Alcaniz, J. S. (2018b), ‘Measuring the scale of cosmic homogeneity with SDSS-IV DR14 quasars’, *mnras* **481**(4), 5270–5274.

- Gonçalves, R. S., Carvalho, G. C., Bengaly, C. A. P., J., Carvalho, J. C., Bernui, A., Alcaniz, J. S. & Maartens, R. (2018a), ‘Cosmic homogeneity: a spectroscopic and model-independent measurement’, *mnras* **475**(1), L20–L24.
- Gott, J. Richard, I., Jurić, M., Schlegel, D., Hoyle, F., Vogeley, M., Tegmark, M., Bahcall, N. & Brinkmann, J. (2005), ‘A Map of the Universe’, *apj* **624**(2), 463–484.
- Guzzo, L., Pierleoni, M., Meneux, B., Branchini, E., Le Fèvre, O., Marinoni, C., Garilli, B., Blaizot, J., De Lucia, G., Pollo, A., McCracken, H. J., Bottini, D., Le Brun, V., Maccagni, D., Picat, J. P., Scaramella, R., Scodreggio, M., Tresse, L., Vettolani, G., Zanichelli, A., Adami, C., Arnouts, S., Bardelli, S., Bolzonella, M., Bongiorno, A., Cappi, A., Charlot, S., Ciliegi, P., Contini, T., Cucciati, O., de la Torre, S., Dolag, K., Foucaud, S., Franzetti, P., Gavignaud, I., Ilbert, O., Iovino, A., Lamareille, F., Marano, B., Mazure, A., Memeo, P., Merighi, R., Moscardini, L., Paltani, S., Pellò, R., Perez-Montero, E., Pozzetti, L., Radovich, M., Vergani, D., Zamorani, G. & Zucca, E. (2008), ‘A test of the nature of cosmic acceleration using galaxy redshift distortions’, *nat* **451**(7178), 541–544.
- Haynes, M. P., Giovanelli, R., Kent, B. R., Adams, E. A. K., Balonek, T. J., Craig, D. W., Fertig, D., Finn, R., Giovanardi, C., Hallenbeck, G., Hess, K. M., Hoffman, G. L., Huang, S., Jones, M. G., Koopmann, R. A., Kornreich, D. A., Leisman, L., Miller, J., Moorman, C., O’Connor, J., O’Donoghue, A., Papastergis, E., Troischt, P., Stark, D. & Xiao, L. (2018), ‘The Arecibo Legacy Fast ALFA Survey: The ALFALFA Extragalactic H I Source Catalog’, *apj* **861**(1), 49.
- Haynes, M. P., Giovanelli, R., Martin, A. M., Hess, K. M., Saintonge, A., Adams, E. A. K., Hallenbeck, G., Hoffman, G. L., Huang, S., Kent, B. R., Koopmann, R. A., Papastergis, E., Stierwalt, S., Balonek, T. J., Craig, D. W., Higdon, S. J. U., Kornreich, D. A., Miller, J. R., O’Donoghue, A. A., Olowin, R. P., Rosenberg, J. L., Spekkens, K., Troischt, P. & Wilcots, E. M. (2011), ‘The Arecibo Legacy Fast ALFA Survey: The α .40 H I Source Catalog, Its Characteristics and Their Impact on the Derivation of the H I Mass Function’, *aj* **142**(5), 170.
- Heath, D. J. (1977), ‘The growth of density perturbations in zero pressure Friedmann-Lemaître universes.’, *mnras* **179**, 351–358.
- Hobson, M. P., Efstathiou, G. P. & Lasenby, A. N. (2006), *General relativity: an introduction for physicists*, Cambridge University Press.

- Hoffman, Y., Pomarède, D., Tully, R. B. & Courtois, H. M. (2017), ‘The dipole repeller’, *Nature Astronomy* **1**, 0036.
- Holanda, R. F. L., Gonçalves, R. S. & Alcaniz, J. S. (2012), ‘A test for cosmic distance duality’, *jcap* **2012**(6), 022.
- Holanda, R. F. L., Lima, J. A. S. & Ribeiro, M. B. (2011), ‘Cosmic distance duality relation and the shape of galaxy clusters’, *aap* **528**, L14.
- Howlett, C., Staveley-Smith, L., Elahi, P. J., Hong, T., Jarrett, T. H., Jones, D. H., Koribalski, B. S., Macri, L. M., Masters, K. L. & Springob, C. M. (2017), ‘2MTF - VI. Measuring the velocity power spectrum’, *mnras* **471**(3), 3135–3151.
- Hubble, E. (1929), ‘A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae’, *Proceedings of the National Academy of Science* **15**(3), 168–173.
- Huterer, D., Kirkby, D., Bean, R., Connolly, A., Dawson, K., Dodelson, S., Evrard, A., Jain, B., Jarvis, M., Linder, E., Mandelbaum, R., May, M., Raccanelli, A., Reid, B., Rozo, E., Schmidt, F., Sehgal, N., Slosar, A., van Engelen, A., Wu, H.-Y. & Zhao, G. (2015), ‘Growth of cosmic structure: Probing dark energy beyond expansion’, *Astroparticle Physics* **63**, 23–41.
- Huterer, D. & Shafer, D. L. (2018), ‘Dark energy two decades after: observables, probes, consistency tests’, *Reports on Progress in Physics* **81**(1), 016901.
- Huterer, D., Shafer, D. L., Scolnic, D. M. & Schmidt, F. (2017), ‘Testing Λ CDM at the lowest redshifts with SN Ia and galaxy velocities’, *jcap* **2017**(5), 015.
- Ijjas, A., Steinhardt, P. J. & Loeb, A. (2017), ‘Pop goes the universe’, *Scientific American* **316**(2), 32–39.
- Jeans, J. H. (1902), ‘The Stability of a Spherical Nebula’, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* **199**, 1–53.
- Juszkiewicz, R., Feldman, H. A., Fry, J. N. & Jaffe, A. H. (2010), ‘Weakly nonlinear dynamics and the σ_8 parameter’, *jcap* **2010**(2), 021.
- Kiessling, M. K.-H. (2003), ‘The “jeans swindle”: a true story—mathematically speaking’, *Advances in Applied Mathematics* **31**(1), 132–149.
- Kippenhahn, R., Weigert, A. & Weiss, A. (1990), *Stellar structure and evolution*, Vol. 192, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

- Kocevski, D. D. & Ebeling, H. (2006), ‘On the Origin of the Local Group’s Peculiar Velocity’, *apj* **645**(2), 1043–1053.
- Kogut, A., Lineweaver, C., Smoot, G. F., Bennett, C. L., Banday, A., Boggess, N. W., Cheng, E. S., de Amici, G., Fixsen, D. J., Hinshaw, G., Jackson, P. D., Janssen, M., Keegstra, P., Loewenstein, K., Lubin, P., Mather, J. C., Tenorio, L., Weiss, R., Wilkinson, D. T. & Wright, E. L. (1993), ‘Dipole Anisotropy in the COBE Differential Microwave Radiometers First-Year Sky Maps’, *apj* **419**, 1.
- Kolb, E. W. & Turner, M. S. (2018), *The early universe*, CRC press, Florida, USA.
- Kolokotronis, V., Plionis, M., Coles, P., Borgani, S. & Moscardini, L. (1996), ‘Sampling effects on cosmological dipoles’, *mnras* **280**, 186.
- Kulkarni, G., Worseck, G. & Hennawi, J. F. (2019), ‘Evolution of the AGN UV luminosity function from redshift 7.5’, *mnras* **488**(1), 1035–1065.
- Laurent, P., Le Goff, J.-M., Burtin, E., Hamilton, J.-C., Hogg, D. W., Myers, A., Ntelis, P., Pâris, I., Rich, J., Aubourg, E., Bautista, J., Delubac, T., du Mas des Bourboux, H., Eftekharzadeh, S., Palanque Delabrouille, N., Petitjean, P., Rossi, G., Schneider, D. P. & Yeche, C. (2016), ‘A $14 \text{ h}^{-3} \text{ Gpc}^3$ study of cosmic homogeneity using BOSS DR12 quasar sample’, *jcap* **2016**(11), 060.
- Lesgourgues, J. (2011), ‘The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS) I: Overview’, *arXiv e-prints* p. arXiv:1104.2932.
- Linder, E. V. (2005), ‘Cosmic growth history and expansion history’, *prd* **72**(4), 043529.
- Linder, E. V. (2021), ‘What is the Standard Cosmological Model?’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2105.02903.
- LSST Collaboration (2019), ‘LSST: From Science Drivers to Reference Design and Anticipated Data Products’, *apj* **873**(2), 111.
- Maartens, R. (2011), ‘Is the Universe homogeneous?’, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* **369**(1957), 5115–5137.
- Marques, G. A. & Bernui, A. (2020a), ‘Tomographic analyses of the CMB lensing and galaxy clustering to probe the linear structure growth’, **2020**(5), 052.

- Marques, G. A., Liu, J., Huffenberger, K. M. & Colin Hill, J. (2020b), ‘Cross-correlation between Subaru Hyper Suprime-Cam Galaxy Weak Lensing and Planck Cosmic Microwave Background Lensing’, *apj* **904**(2), 182.
- Marques, G. A., Liu, J., Zorrilla Matilla, J. M., Haiman, Z., Bernui, A. & Novaes, C. P. (2019), ‘Constraining neutrino mass with weak lensing Minkowski Functionals’, *jcap* **2019**(6), 019.
- Marques, G. A., Novaes, C. P., Bernui, A. & Ferreira, I. S. (2018), ‘Isotropy analyses of the Planck convergence map’, *mnras* **473**(1), 165–172.
- Martin, A. M., Giovanelli, R., Haynes, M. P. & Guzzo, L. (2012), ‘The Clustering Characteristics of H I-selected Galaxies from the 40% ALFALFA Survey’, *apj* **750**(1), 38.
- Martin, J. (2019), ‘Cosmic Inflation: Trick or Treat?’, *arXiv e-prints* p. arXiv:1902.05286.
- Martinez, V. J. & Saar, E. (2001), *Statistics of the galaxy distribution*, Chapman and Hall/CRC.
- Masters, K. L. (2005), Galaxy flows in and around the Local Supercluster, PhD thesis, Cornell University, United States.
- Mukhanov, V. (2005), *Physical foundations of cosmology*, Cambridge university press, Cambridge, United Kingdom.
- Mukhanov, V. F., Feldman, H. A. & Brandenberger, R. H. (1992), ‘Theory of cosmological perturbations’, *physrep* **215**(5-6), 203–333.
- Ntelis, P., Hamilton, J.-C., Le Goff, J.-M., Burtin, E., Laurent, P., Rich, J., Guillermo Busca, N., Tinker, J., Aubourg, E., du Mas des Bourboux, H., Bautista, J., Palanque Delabrouille, N., Delubac, T., Eftekhazadeh, S., Hogg, D. W., Myers, A., Vargas-Magaña, M., Pâris, I., Petitjean, P., Rossi, G., Schneider, D. P., Tojeiro, R. & Yeche, C. (2017), ‘Exploring cosmic homogeneity with the BOSS DR12 galaxy sample’, *jcap* **2017**(6), 019.
- Nunes, R. C. & Bernui, A. (2020b), ‘BAO signatures in the 2-point angular correlations and the Hubble tension’, *European Physical Journal C* **80**(11), 1025.
- Nunes, R. C., Yadav, S. K., Jesus, J. F. & Bernui, A. (2020a), ‘Cosmological parameter analyses using transversal BAO data’, *mnras* **497**(2), 2133–2141.

- O'Donoghue, A. A., Haynes, M. P., Koopmann, R. A., Jones, M. G., Giovanelli, R., Balonek, T. J., Craig, D. W., Hallenbeck, G. L., Hoffman, G. L., Kornreich, D. A., Leisman, L. & Miller, J. R. (2018), ‘The Arecibo Pisces-Perseus Supercluster Survey I: Harvesting ALFALFA’, *arXiv e-prints* p. arXiv:1811.01283.
- Pandey, B. (2021), ‘Renyi entropy as a measure of cosmic homogeneity’, *jcap* **2021**(2), 023.
- Pandey, B. & Sarkar, S. (2021), ‘Testing homogeneity of the galaxy distribution in the SDSS using Renyi entropy’, *jcap* **2021**(7), 019.
- Papastergis, E., Giovanelli, R., Haynes, M. P., Rodríguez-Puebla, A. & Jones, M. G. (2013), ‘The Clustering of ALFALFA Galaxies: Dependence on H I Mass, Relationship with Optical Samples, and Clues of Host Halo Properties’, *apj* **776**(1), 43.
- Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., Blondel, M., Louppe, G., Prettenhofer, P., Weiss, R., Weiss, R. J., Vanderplas, J., Passos, A., Cournapeau, D., Brucher, M., Perrot, M. & Duchesnay, E. (2011), ‘Scikit-learn: Machine learning in python’, *J. Mach. Learn. Res.* **12**, 2825–2830.
- Peebles, P. J. E. (1980), *The large-scale structure of the universe*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Penzias, A. A. & Wilson, R. W. (1965), ‘A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s.’, *apj* **142**, 419–421.
- Perivolaropoulos, L. & Skara, F. (2021), ‘Challenges for Λ CDM: An update’, *arXiv e-prints* p. arXiv:2105.05208.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P., Castro, P. G., Deustua, S., Fabbro, S., Goobar, A., Groom, D. E., Hook, I. M., Kim, A. G., Kim, M. Y., Lee, J. C., Nunes, N. J., Pain, R., Pennypacker, C. R., Quimby, R., Lidman, C., Ellis, R. S., Irwin, M., McMahon, R. G., Ruiz-Lapuente, P., Walton, N., Schaefer, B., Boyle, B. J., Filippenko, A. V., Matheson, T., Fruchter, A. S., Panagia, N., Newberg, H. J. M., Couch, W. J. & Project, T. S. C. (1999), ‘Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae’, *apj* **517**(2), 565–586.
- Phillips, M. M. (1993), ‘The Absolute Magnitudes of Type IA Supernovae’, *apjl* **413**, L105.

- Planck Collaboration (2020*a*), ‘Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters’, *aap* **641**, A6.
- Planck Collaboration (2020*b*), ‘Planck 2018 results. X. Constraints on inflation’, *aap* **641**, A10.
- Qin, F., Howlett, C. & Staveley-Smith, L. (2019), ‘The redshift-space momentum power spectrum - II. Measuring the growth rate from the combined 2MTF and 6dFGSv surveys’, *mnras* **487**(4), 5235–5247.
- Rasmussen, C. E. (2003), Gaussian processes in machine learning, *in* ‘Summer school on machine learning’, Springer, pp. 63–71.
- Reid, B. A., Seo, H.-J., Leauthaud, A., Tinker, J. L. & White, M. (2014), ‘A 2.5 per cent measurement of the growth rate from small-scale redshift space clustering of SDSS-III CMASS galaxies’, *mnras* **444**(1), 476–502.
- Riess, A. G., Casertano, S., Yuan, W., Macri, L. M. & Scolnic, D. (2019), ‘Large Magellanic Cloud Cepheid Standards Provide a 1% Foundation for the Determination of the Hubble Constant and Stronger Evidence for Physics beyond Λ CDM’, *apj* **876**(1), 85.
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., Gilliland, R. L., Hogan, C. J., Jha, S., Kirshner, R. P., Leibundgut, B., Phillips, M. M., Reiss, D., Schmidt, B. P., Schommer, R. A., Smith, R. C., Spyromilio, J., Stubbs, C., Suntzeff, N. B. & Tonry, J. (1998), ‘Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant’, *aj* **116**(3), 1009–1038.
- Ross, N. P., da Ângela, J., Shanks, T., Wake, D. A., Cannon, R. D., Edge, A. C., Nichol, R. C., Outram, P. J., Colless, M., Couch, W. J., Croom, S. M., de Propris, R., Drinkwater, M. J., Eisenstein, D. J., Loveday, J., Pimblett, K. A., Roseboom, I. G., Schneider, D. P., Sharp, R. G. & Weilbacher, P. M. (2007), ‘The 2dF-SDSS LRG and QSO Survey: the LRG 2-point correlation function and redshift-space distortions’, *mnras* **381**(2), 573–588.
- Rubin, V. C., Burstein, D., Ford, W. K., J. & Thonnard, N. (1985), ‘Rotation velocities of 16 SA galaxies and a comparison of Sa, SB and SC rotation properties.’, *apj* **289**, 81–104.
- Said, K., Colless, M., Magoulas, C., Lucey, J. R. & Hudson, M. J. (2020), ‘Joint analysis of 6dFGS and SDSS peculiar velocities for the growth rate of cosmic structure and tests of gravity’, *mnras* **497**(1), 1275–1293.

- Samushia, L., Reid, B. A., White, M., Percival, W. J., Cuesta, A. J., Zhao, G.-B., Ross, A. J., Manera, M., Aubourg, É., Beutler, F., Brinkmann, J., Brownstein, J. R., Dawson, K. S., Eisenstein, D. J., Ho, S., Honscheid, K., Maraston, C., Montesano, F., Nichol, R. C., Roe, N. A., Ross, N. P., Sánchez, A. G., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Streblyanska, A., Thomas, D., Tinker, J. L., Wake, D. A., Weaver, B. A. & Zehavi, I. (2014), ‘The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: measuring growth rate and geometry with anisotropic clustering’, *mnras* **439**(4), 3504–3519.
- Scaramella, R., Vettolani, G. & Zamorani, G. (1994), ‘Cosmological Dipoles in Depth’, *apj* **422**, 1.
- Schmoldt, I., Branchini, E., Teodoro, L., Efstathiou, G., Frenk, C. S., Keeble, O., McMahon, R., Maddox, S., Oliver, S., Rowan-Robinson, M., Saunders, W., Sutherland, W., Tadros, H. & White, S. D. M. (1999), ‘Likelihood analysis of the Local Group acceleration’, *mnras* **304**(4), 893–905.
- Schneider, P. (2006), *Extragalactic Astronomy and Cosmology*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Scrimgeour, M. I., Davis, T., Blake, C., James, J. B., Poole, G. B., Staveley-Smith, L., Brough, S., Colless, M., Contreras, C., Couch, W., Croom, S., Croton, D., Drinkwater, M. J., Forster, K., Gilbank, D., Gladders, M., Glazebrook, K., Jelliffe, B., Jurek, R. J., Li, I. h., Madore, B., Martin, D. C., Pimblet, K., Pracy, M., Sharp, R., Wisnioski, E., Woods, D., Wyder, T. K. & Yee, H. K. C. (2012), ‘The WiggleZ Dark Energy Survey: the transition to large-scale cosmic homogeneity’, *mnras* **425**(1), 116–134.
- SDSS Collaboration (2000), ‘The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary’, *aj* **120**(3), 1579–1587.
- Seikel, M., Clarkson, C. & Smith, M. (2012), ‘Reconstruction of dark energy and expansion dynamics using Gaussian processes’, *jcap* **2012**(6), 036.
- Shafieloo, A., Kim, A. G. & Linder, E. V. (2012), ‘Gaussian process cosmography’, *prd* **85**(12), 123530.
- Somerville, R. S., Lee, K., Ferguson, H. C., Gardner, J. P., Moustakas, L. A. & Giavalisco, M. (2004), ‘Cosmic Variance in the Great Observatories Origins Deep Survey’, *apjl* **600**(2), L171–L174.
- Song, Y.-S. & Percival, W. J. (2009), ‘Reconstructing the history of structure formation using redshift distortions’, *jcap* **2009**(10), 004.

- Sotiriou, T. P. & Faraoni, V. (2010), ‘f(R) theories of gravity’, *Reviews of Modern Physics* **82**(1), 451–497.
- Springob, C. M., Masters, K. L., Haynes, M. P., Giovanelli, R. & Marinoni, C. (2007), ‘SFI++. II. A New I-Band Tully-Fisher Catalog, Derivation of Peculiar Velocities, and Data Set Properties’, *apjs* **172**(2), 599–614.
- Straumann, N. (2003), On the Cosmological Constant Problems and the Astronomical Evidence for a Homogeneous Energy Density with Negative Pressure, *in* B. Duplantier & V. Rivasseau, eds, ‘Vacuum Energy - Renormalization’, p. 7.
- Strauss, M. A., Yahil, A. & Davis, M. (1991), ‘On the Derivation of Selective Functions From Redshift Survey Data’, *pasj* **103**, 1012.
- Sun, W., Jiao, K. & Zhang, T.-J. (2021), ‘Influence of the Bounds of the Hyperparameters on the Reconstruction of the Hubble Constant with the Gaussian Process’, *apj* **915**(2), 123.
- Sylos Labini, F. & Vasilyev, N. L. (2008), ‘Extension and estimation of correlations in cold dark matter models’, *aap* **477**(2), 381–395.
- Tegmark, M., Eisenstein, D. J., Strauss, M. A., Weinberg, D. H., Blanton, M. R., Frieman, J. A., Fukugita, M., Gunn, J. E., Hamilton, A. J. S., Knapp, G. R., Nichol, R. C., Ostriker, J. P., Padmanabhan, N., Percival, W. J., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Scoccimarro, R., Seljak, U., Seo, H.-J., Swanson, M., Szalay, A. S., Vogeley, M. S., Yoo, J., Zehavi, I., Abazajian, K., Anderson, S. F., Annis, J., Bahcall, N. A., Bassett, B., Berlind, A., Brinkmann, J., Budavari, T., Castander, F., Connolly, A., Csabai, I., Doi, M., Finkbeiner, D. P., Gillespie, B., Glazebrook, K., Hennessy, G. S., Hogg, D. W., Ivezić, Ž., Jain, B., Johnston, D., Kent, S., Lamb, D. Q., Lee, B. C., Lin, H., Loveday, J., Lupton, R. H., Munn, J. A., Pan, K., Park, C., Peoples, J., Pier, J. R., Pope, A., Richmond, M., Rockosi, C., Scranton, R., Sheth, R. K., Stebbins, A., Stoughton, C., Szapudi, I., Tucker, D. L., vanden Berk, D. E., Yanny, B. & York, D. G. (2006), ‘Cosmological constraints from the SDSS luminous red galaxies’, *prd* **74**(12), 123507.
- Turnbull, S. J., Hudson, M. J., Feldman, H. A., Hicken, M., Kirshner, R. P. & Watkins, R. (2012), ‘Cosmic flows in the nearby universe from Type Ia supernovae’, *mnras* **420**(1), 447–454.
- van der Marel, R. P. & Guhathakurta, P. (2008), ‘M31 Transverse Velocity and Local Group Mass from Satellite Kinematics’, *apj* **678**(1), 187–199.

- Vargas-Magaña, M., Bautista, J. E., Hamilton, J. C., Busca, N. G., Aubourg, É., Labatie, A., Le Goff, J. M., Escoffier, S., Manera, M., McBride, C. K., Schneider, D. P. & Willmer, C. N. A. (2013), ‘An optimized correlation function estimator for galaxy surveys’, *aap* **554**, A131.
- Wang, L. & Steinhardt, P. J. (1998), ‘Cluster Abundance Constraints for Cosmological Models with a Time-varying, Spatially Inhomogeneous Energy Component with Negative Pressure’, *apj* **508**(2), 483–490.
- Weinberg, S. (1989), ‘The cosmological constant problem’, *Reviews of Modern Physics* **61**(1), 1–23.
- Yadav, J. K., Bagla, J. S. & Khandai, N. (2010), ‘Fractal dimension as a measure of the scale of homogeneity’, *mnras* **405**(3), 2009–2015.
- Zhang, M.-J. & Li, H. (2018), ‘Gaussian processes reconstruction of dark energy from observational data’, *European Physical Journal C* **78**(6), 460.
- Zwicky, F. (2009), ‘Republication of: The redshift of extragalactic nebulae’, *General Relativity and Gravitation* **41**(1), 207–224.

Apêndice A

Equações básicas do modelo cosmológico padrão Λ CDM

Um modelo cosmológico padrão deve apresentar as seguintes características, de acordo com Linder (2021):

- Propriedades Globais.
- História do universo.
- Conteúdo matéria-energia.
- Limite de escala para eventos astrofísicos.

Note como a lista acima se encontra relacionada com os pilares de Frenk (2006), apresentados na introdução. Além disso, Linder (2021) apresenta regras gerais ao tratar de testes cosmológicos:

- Medidas cosmológicas rigorosas.
- Múltiplos observáveis cosmológicos.
- Checagens cruzadas.
- Consistência em todo intervalo de tempo cósmico.
- Checagem da expansão cósmica, crescimento de estruturas e propagação da luz (no futuro também com ondas gravitacionais).

O modelo Λ CDM (*Cold Dark Matter*¹) tornou-se o modelo cosmológico padrão. Além de apresentar as características listadas por Linder (2021), ele tem passado por rigorosos testes estatísticos, e em diferentes eras cósmicas. Apesar de apresentar muitos problemas em aberto, como listado por Perivolaropoulos & Skara (2021), o

¹Matéria escura fria, isso quer dizer que ela interage somente gravitacionalmente.

Λ CDM é extremamente preditivo, explicativo e robusto, proporcionando-nos uma compreensão substancial de estruturas em grandes escalas, do início do Universo e da abundância cósmica de diferentes tipos de matéria e energia (Bull et al. 2016).

A.0.1 Equações Básicas

Em grandes escalas, a interação gravitacional dita a dinâmica do Universo. Portanto, qualquer modelo que busque conhecer o passado e o futuro do Universo precisa, no mínimo, uma teoria de gravidade. Atualmente há centenas de modelos teóricos para descrever a dinâmica espaço-temporal na presença de matéria (veja, e.g., Capozziello & de Laurentis (2011), Sotiriou & Faraoni (2010)), no entanto, a Relatividade Geral permanece como uma das teorias mais bem sucedidas da física (Einstein 1916) (para um resumo de testes pela qual a teoria passou veja Asmodelle (2017)).

Após definir a RG como a teoria que descreve a gravidade, precisamos de sua solução, que são inúmeras, devido ao seu caráter tensorial e não-linear. No entanto, assumindo o PC, temos a seguinte solução, Hobson et al. (2006)

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 [d\chi^2 + S(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \quad (\text{A.1})$$

conhecida como métrica FLRW (Friedmann-Leîmatre-Robertson-Walker) com coordenadas comóveis (χ, θ, ϕ) , onde c é a velocidade da luz, $a(t)$ é o fator de escala que evolui com o tempo cósmico t . A função distância radial comóvel $S(\chi)$ é definida como

$$S(\chi) = \begin{cases} \sin \chi & \text{se } k = +1, \\ \chi & \text{se } k = 0, \\ \sinh \chi & \text{se } k = -1, \end{cases}$$

onde os valores de $k = +1, 0, -1$ indicam se a curvatura do 3-espaço é positiva, zero ou negativa, respectivamente.

Com a solução FLRW e RG, podemos obter as seguintes equações diferenciais que determinam a evolução do fator de escala $a(t)$ (Hobson et al. 2006)

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) a + \frac{1}{3} \Lambda c^2 a, \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho a^2 + \frac{1}{3} \Lambda c^2 a^2 - c^2 k, \quad (\text{A.3})$$

onde assumimos RG com a constante cosmológica Λ . As funções $\rho(t)$ e $p(t)$ são a densidade de matéria e pressão, respectivamente, e como assumimos que o conteúdo

do universo é um fluido perfeito, logo a equação de estado é

$$p = \omega \rho c^2, \quad (\text{A.4})$$

sendo ω o parâmetro da equação de estado. Para a matéria temos $\omega = 0$, radiação $\omega = 1/3$ e o vácuo $\omega = -1$. No modelo cosmológico padrão não se assume interação entre as componentes do Universo, ou seja, $\rho = \sum_i \rho_i$ e $p = \sum_i p_i$.

Então, podemos definir a evolução da expansão do Universo em função dos parâmetros cosmológicos, definidos como

$$\Omega_i(t) \equiv \frac{8\pi G}{3H^2(t)} \rho_i(t), \quad (\text{A.5})$$

onde $H(t)$ é o parâmetro de Hubble, definido como

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \quad (\text{A.6})$$

Em função da parametrização $E(z)$ e da constante de Hubble H_0 , temos

$$H(z) = H_0 E(z), \quad (\text{A.7})$$

onde

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}, \quad (\text{A.8})$$

onde desconsideramos $\Omega_r \sim 10^{-4}$. Pode-se obter uma relação entre $E(z)$ e a evolução do redshift com o tempo cósmico. A partir da definição

$$1 + z(t) = \frac{a(t=0)}{a(t)} \equiv \frac{a_0}{a(t)}, \quad (\text{A.9})$$

obtemos

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{a_0}{a} \frac{\dot{a}}{a} = -(1+z)H_0 E(z), \quad (\text{A.10})$$

onde fixamos $a_0 = 1$.

Para concluir, podemos escrever as distâncias cosmológicas em função do parâmetro de Hubble. A distância radial comóvel é

$$\chi(z) = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (\text{A.11})$$

Já a distância de luminosidade e a angular podem ser escritas como

$$d_L(z) = S(\chi)(1+z), \quad (\text{A.12})$$

e

$$d_A(z) = \frac{S(\chi)}{1+z}, \quad (\text{A.13})$$

respectivamente. Ambas podem ser combinadas, levando à relação de dualidade

$$\frac{d_L}{d_A} = (1+z)^2, \quad (\text{A.14})$$

usada para estudar modelos alternativos ao Λ CDM (Bassett & Kunz 2004, Holanda et al. 2012, 2011).

Apêndice B

Procedimento para a correção da velocidade do GL

Com o procedimento usado na seção 3.3.2, corrigimos a medida do dipolo para um levantamento parcial do céu (*Partial Sky* - PS), $\mathbf{D}_{\text{dados}}^{\text{PS}}(r)$, como

$$\mathbf{D}_{\text{dados}}^{\text{corrigido}, i}(r) = \mathbf{D}_{\text{dados}}^{\text{PS}}(r) + \mathbf{X}^i(r), \quad (\text{B.1})$$

$i = 1, 2, \dots, N$, onde N é o número de catálogos simulados usados na correção. O termo $\mathbf{X}^i(r)$ definido em (3.12), é a diferença vetorial entre o dipolo medido para um levantamento completo do céu (*Full Sky* - FS) e o dipolo PS, obtido de um conjunto N de simulações lognormal (LN), para $i = 1, 2, \dots, N$. Na equação (B.1), o vetor $\mathbf{X}^i(r)$ contém a informação perdida devido ao levantamento PS dos dados. Logo, nesse procedimento obtemos, para cada distância radial r , um conjunto de N valores $\{\mathbf{D}^{\text{corrigido}, i}\} = \{|\mathbf{D}^{\text{corrigido}, i}|\}$ que utilizamos para encontrar o dipolo correto. Temos que $\bar{\mathbf{D}}^{\text{corrigido}}(r)$ é a média do conjunto de N valores: $\{\mathbf{D}^{\text{corrigido}, i}(r)\}$, e o erro associado é o desvio padrão desse conjunto. Na figura 3.1 $\frac{H_0}{4\pi\bar{n}} \bar{\mathbf{D}}^{\text{corrected}}(r)$ são os pontos quadrados vermelhos, enquanto que $\frac{H_0}{4\pi\bar{n}} \mathbf{D}_{\text{data}}^{\text{PS}}(r)$ são os triângulos azuis, que correspondem ao dipolo não-corrigido (PS).

Finalmente, o dipolo corrigido, $\bar{\mathbf{D}}^{\text{corrected}}(r)$, relaciona-se com a velocidade peculiar do GL, $v_{\text{LG}}(r)$, através de β como

$$v_{\text{LG}}(r) \beta^{-1} = \frac{H_0}{4\pi\bar{n}} \bar{\mathbf{D}}^{\text{corrected}}(r), \quad (\text{B.2})$$

equivalente à equação (3.13).

Um teste de robusteza pode ser realizado para mostrar a eficácia do procedimento de correção para dipolos PS. Primeiramente, selecionamos um conjunto de N catálogos LN FS onde o desalinhamento de seu dipolo com a direção do dipolo da CMB é inferior a 30° . Em seguida, temos dois conjuntos de catálogos simulados:

N FS e N PS (obtidos a partir do primeiro conjunto após a aplicação da geometria dos dados ALFALFA, a região observada é chamada de *footprint*). A partir deste conjunto de catálogos PS, selecionamos um deles para ser considerado *o catálogo de dados*. Os catálogos restantes $N - 1$ PS e $N - 1$ FS serão utilizados no procedimento de correção deste *catálogo de dados*.

O segundo passo é calcular os dipolos FS e PS desse *catálogo de dados* com as equações (3.12) e (B.1). Após isso, repetimos esses cálculos usando cada um dos $N - 1$ LN como *catálogo de dados*.

No terceiro passo, calculamos a média desses N dipolos corrigidos e não-corrigidos. Na figura B.1 mostramos o resultado dessa conta, como quadrados vermelhos e triângulos azuis, respectivamente. Para completar o teste, calculamos o dipolo dos N FS catálogos e tomamos a média deles, representados pelos pontos verdes. Observa-se claramente na figura B.1 que nosso procedimento para corrigir o dipolo dos catálogos simulados PS reproduz o resultado FS.

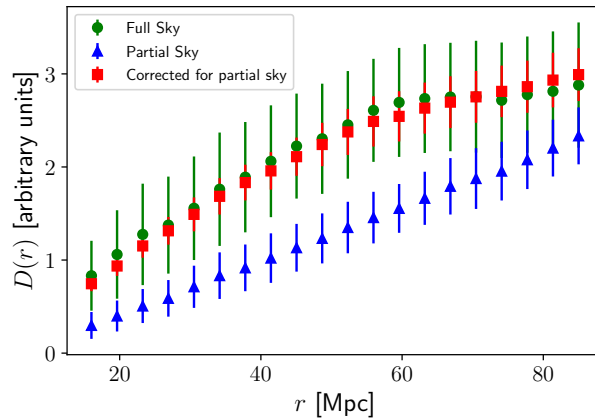


Figura B.1: Teste de robusteza do procedimento de correção, realizado para $N = 144$ catálogos LN. Os resultados mostram uma boa concordância entre os dipolos corrigidos para os catálogos PS (quadrados vermelhos) em comparação com os dipolos FS (pontos verdes). A média dos dipolos não-corrigidos PS é representada por triângulos azuis.

Como uma verificação complementar, também testamos nosso procedimento de correção calculando o desalinhamento, $\Delta\theta(r)$, em função da distância radial, entre a velocidade do GL em relação à CMB e o dipolo medido a partir do catálogo ALFALFA. O comportamento esperado para $\Delta(r)$ é uma função decrescente para grandes distâncias, alcançando uma convergência que depende do tamanho e da localização dos dados na esfera celeste, além da profundidade do catálogo (Bilicki 2012, Bilicki et al. 2011).

Realizamos o cálculo de $\Delta\theta(r)$ com dois conjuntos de dados: a velocidade do GL original, ou não-corrigida, e a velocidade do GL corrigida obtida de acordo com nosso procedimento de correção descrito acima. Nossos resultados são mostrados na figura

B.2, onde observamos o não-corrigido (triângulos azuis) e os corrigidos (quadrados vermelhos) como função da distância radial, r . Para os dados de velocidade não corrigidos do LG, o desalinhamento varia entre 60° e 70° , aumentando em grandes escalas, muito diferente do comportamento esperado. Para os dados de velocidades do GL corrigidos, o desalinhamento diminui e, em grandes escalas, converge para $\sim 45^\circ$.

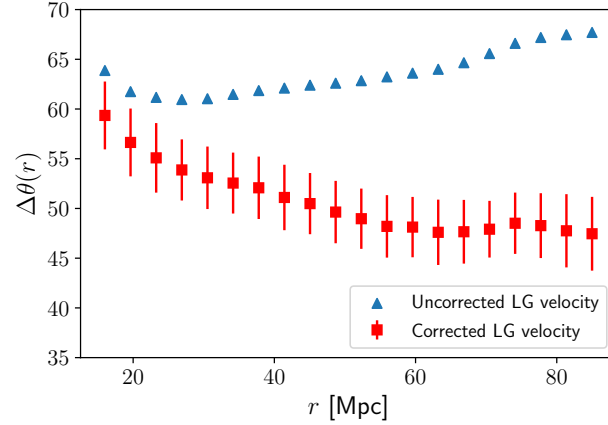


Figura B.2: Desalinhamento entre a velocidade do GL em relação ao referencial da CMB, \mathbf{u}_{GL} , e o dipolo medido a partir do catálogo ALFALFA, $\mathbf{v}_{\text{GL}}(r)\beta^{-1}$, para ambos os casos, as velocidades corrigidas (quadrados vermelhos) e não-corrigidas (triângulos azuis).

Apêndice C

Processo Gaussiano

Para extrair o máximo de informação cosmológica das medidas de R_{H} listados na tabela 5.1, realizamos um método de Regressão conhecido como *Gaussian Process* (GP), obtendo desta forma, uma curva suave para $R_{\text{H}}(z)$ e, por derivação numérica, dR_{H}/dz ; esta informação é depois utilizada na equação (5.12) para obter a função $f^{R_{\text{H}}}(z)$. O GP consiste num método genérico de aprendizagem supervisionada concebido para resolver regressão e problemas de classificação probabilística, onde podemos interpolar as observações e calcular intervalos de confiança empírica e uma predição para uma região de interesse (Pedregosa et al. 2011, Rasmussen 2003). O design do método GP com técnicas de aprendizagem em máquinas é o estado-da-arte para obter estatísticas e previsões de modelos a partir de alguma informação previamente conhecida ou dados. No contexto cosmológico, as técnicas de GP têm sido utilizadas para reconstruir parâmetros cosmológicos, como a equação de estado da energia escura, $\omega(z)$, a taxa de expansão do universo, a função de crescimento, e outras funções cosmológicas (veja, e.g., Bonilla et al. (2021, 2022), Colgáin & Sheikh-Jabbari (2021), Escamilla-Rivera et al. (2021), Marques et al. (2020b, 2019), Nunes & Bernui (2020b), Nunes et al. (2020a), Seikel et al. (2012), Shafieloo et al. (2012), Sun et al. (2021), Zhang & Li (2018) para uma pequena lista de referências).

A principal vantagem deste procedimento é sua capacidade de fazer uma inferência não-paramétrica usando apenas algumas considerações físicas e suposições cosmológicas mínimas. Nosso objetivo é reconstruir uma função $F(x)$ a partir de medidas $F(x_i) \pm \sigma_i$, onde o conjunto $\{F(x_i)\}$ representa nossa amostra de dados. Assume-se que o valor da função em qualquer ponto x_i segue uma distribuição gaussiana. O valor da função em x_i está correlacionado com o valor em outro ponto x'_i . Assim, GP é definido como

$$F(x_i) = \mathcal{GP}(\mu(x_i), \text{cov}[F(x_i), F(x_i)]), \quad (\text{C.1})$$

onde $\mu(x_i)$ e $\text{cov}[F(x_i), F(x_i)]$ são a média e a variância dos dados $\{F(x_i)\}$, respec-

tivamente. Para a reconstrução da função $F(x)$, a covariância entre os valores desta função em diferentes posições x_i, x_j , pode ser modelada como

$$\text{cov}[F(x_i), F(x_j)] = k(x_i, x_j), \quad (\text{C.2})$$

onde $k(x_i, x_j)$ é conhecido como a função kernel. A escolha do kernel é frequentemente crucial para obter bons resultados na reconstrução da função de interesse.

O kernel mais comumente utilizado é o *Squared-Exponential*, definido como

$$k(x_i, x_j) = \sigma_F^2 \exp\left(-\frac{|x_i - x_j|^2}{2l^2}\right), \quad (\text{C.3})$$

onde σ_F^2 é a variação do sinal, que controla a força da correlação da função F , e l é a escala de comprimento que determina a capacidade de modelar as principais características (globais e locais) no intervalo a ser reconstruído (também chamado de comprimento de coerência da correlação em x). Estes dois parâmetros são frequentemente chamados de hiperparâmetros.

Apêndice D

Influência das Oscilações Acústicas de Bárions na aproximação DPL

Na seção 5.2, vimos uma discrepância de 0,3% entre o modelo fiducial Λ CDM e o modelo DPL para $R_H \simeq 80$ Mpc/h. Este pequeno desvio no ajuste pode ser atribuído às Oscilações Acústicas de Barion (OAB), presentes em torno da escala de 100 Mpc/h. Para testar esta hipótese, realizamos nosso ajuste para a aproximação DPL considerando duas estimativas da função de correlação: uma com o código CLASS (com OAB) e outra para o caso sem a escala característica das OAB. Para o último, utilizamos o modelo aproximado de Eisenstein & Hu (1998), implementado no código `nbodykit`¹ para obter $\xi(r)$.

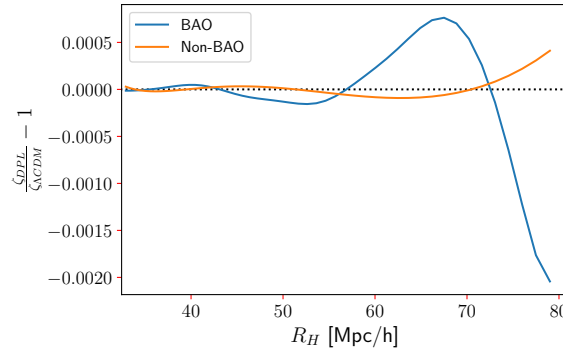


Figura D.1: Diferença relativa $\zeta_{\text{DPL}}/\zeta_{\Lambda\text{CDM}} - 1$ com e sem a escala característica das OAB, cuja melhora no ajuste sem BAO é evidente.

Na figura D.1 mostramos a diferença relativa $\zeta_{\text{DPL}}/\zeta_{\Lambda\text{CDM}} - 1$ obtida calculando a função de correlação com e sem a escala característica das OAB. Fica evidente uma melhora significativa no ajuste da função ζ obtida com $\xi(r)$ sem a escala das OAB, para $R_H < 40$ Mpc/h, com um efeito mais significativo em $R_H \gtrsim 55$ Mpc/h, quando comparado com a função ζ obtida de $\xi(r)$ com a escala das OAB.

¹<https://nbodykit.readthedocs.io/en/latest/>